

ゾーン別発生集中交通量算定に対する LP 問題 T -領域の適用APPLICATION OF T -REGION IN A LINEAR PROGRAMMING PROBLEM TO THE CALCULATION OF ZONAL TRIP GENERATION AND ATTRACTION

榎谷有三*・斉藤和夫**

By Yuzo MASUYA and Kazuo SAITO

The development of landuse activities in urban area generates the new traffic demands in every zones, therefore, it is necessary to restrict new activities from the viewpoint of traffic congestion and pollution in road network. In this paper, we applied the concept of T -region of a linear programming problem to the allocation of landuse activities, and proposed the method to seek for the bounds of development allowed in each zone under the constraints such as the total travel vehicle-kilometers. The total travel vehicle-kilometers is related to the environmental quality in road network. An algorithm was developed based on the complementary theorem of LP. A numerical example of 10-node network model is executed to examine the validity of the method.

Keywords: allocation of landuse activities, T -region of linear programming, trip generation and attraction

1. ま え が き

住宅団地開発, 工業団地開発あるいは都市活動施設などの各種の新規土地利用活動の立地にあたっては, 土地利用の発展を妨げることなしに, 土地利用の機能を有機的に結びつけるような交通網(道路網)のパターン, いわゆる土地利用の発展パターンに調和した道路網パターンの建設が望まれていた。しかしながら, 道路建設あるいは地下鉄建設などの交通施設整備には多大の時間と費用を要するとともに, これら交通施設整備は潜在交通需要を顕在化し新たな問題をもたらす。また, 自動車交通需要の増大に対しては需要自体をも管理し既存施設を有効適切に利用しようとする交通管理型計画へ移行している。こうした中で, 新規の土地利用活動の立地にあっても, 立地活動に見合った交通施設の整備は厳しい状況にある。このような点から, 著者らは立地配分問題を既存道路網の物理的な処理能力を表わす道路網容量の面から考察を行ってきた¹⁾。しかし, 各種の新規土地利用活動の立地に伴う交通需要の増大は道路網全体の交通混雑を一層激化させ, ひいては大気汚染, 騒音あるいは振動

などの道路環境を悪化させる。そこで, 本研究においては道路網容量の面のみならず, この道路環境をも考慮した立地配分問題について考える。この問題を考える場合には, 具体的には各土地利用別の土地面積あるいは建物床面積を考えなければならないが, ここでは各ゾーンの発生・集中交通量を通して考察するものとする。また, 道路環境を表わす要因としては排出汚染物質量が総走行台距離と一般的に比例関係にあることから, 総走行台距離を取り上げた²⁾。そして, 線形計画問題(以下 LP 問題という)の T -領域(後述参照)の考え方を基礎に^{3), 4)}, 環境要因としての総走行台距離(T)の上限が与えられたとき, この T 以下で立地することが可能な各ゾーンの発生・集中交通量の領域について考察した。

2. LP 問題の T -領域について

従来の LP 問題を工場の生産計画を例として述べると, 「ある工場で, n 種類の原料を用いて p 種類の製品を作ることを計画している。各原料の在庫量が与えられた場合, 利益を最大にするには各製品をどのくらいずつ作ればよいか?」となる。一方, LP 問題の T -領域の場合は, 「 n 種類の原料を用いて p 種類の製品を作る場合, m 種類 ($m < n$) の原料の使用量はあらかじめ定められているとする。このとき, 利益が T 以上となる

* 正会員 工博 苫小牧工業高等専門学校助教授 土木工学科 (〒059-12 苫小牧市錦岡 443)

** 正会員 工博 室蘭工業大学教授 工学部土木工学科 (〒050 室蘭市水元町 27-1)

ためには、残りの $(n-m)$ 個の原料をそれぞれの程度準備すればよいか、その領域を求めよ。」となる⁴⁾。前者の LP 問題が最適解となるある一点だけを求めるのに対して、後者の問題は領域を求めるといふ点が、両者の大きな相異である。そして、この領域を求めるといふ考え方は最大多量フロー問題の実現可能領域において種々研究されてきたが⁶⁾、最小コストフロー問題を含めて LP 問題および非線形問題までこの考え方を拡張可能にしたのは文献 3)~5) が初めてである。後者の問題を最小コスト多量フロー問題に適用すると、「総コストの上限が与えられた場合、その上限以下で流すことが可能な要求フローベクトルの領域（最小コスト多量フロー問題の T -領域）を求めよ。」となる³⁾。さらに、この問題を本研究の立地配分問題に適用すると、「大気汚染による環境悪化を表わす総走行台距離 (T) の上限値が与えられている場合、その上限以下で立地することが可能な各ゾーンの発生・集中交通量の領域 $(T$ -領域) を求める。」となる。

最小コスト多量フロー問題の T -領域は、最適基底解におけるシンプレックス乗数を用いたコストカット条件という一次不等式を導入することによって求められている。また、 T -領域は LP 問題の弱双対定理を利用することにより有限個のコストカット条件によって囲まれた凸領域となることが証明されている³⁾。そこで、本研究においてはこの T -領域およびコストカット条件の考え方を基礎に立地配分問題を LP 問題として定式化した。また、その双対問題をも定式化して双対変数から一次不等式（本研究では以下この不等式を T -カット条件という）を求めて T 以下で立地することが可能な各ゾーンの発生・集中交通量の領域、すなわち T -領域を作成する。

3. 立地配分問題の T -領域作成について

いま、 m 本のリンクからなる道路網上に q 個の OD 交通が存在するものとし、 k 番目の OD 交通の構成比を p_k とする。このとき、各 OD 交通の配分交通量の変数としてルート交通量を用いる。そして、 k 番目の OD 交通の走行可能なルートの本数 n_k 、そのうちルート r に配分される交通量を Y_r^k とする。さらに、現在の交通需要量を F とする。一方、各種の新規土地利用活動の立地にあたって立地対象とするゾーンの数を S 、それぞれのゾーンにおける発生・集中交通量を F_s とする。また、この新たな発生・集中交通量 F_s に関する OD 構成比 p_s^k は立地される活動主体等を考慮して事前に求められているものとする。さらに、式 (1) に示す OD 交通量 $(p_s^k \cdot F_s)$ も事前に選定されている当該 OD 交通と同じ経路に配分されるものとする。そうすると、環境

要因として取り上げた総走行台距離を考慮した立地配分問題は次のような LP 問題として定式化することができる。

すなわち、式 (2) の OD 交通に関する連続条件、式 (3) の各リンクの容量制限式、式 (4) の各ゾーンの立地可能量に関する条件式および式 (5)、(6) の各変数に関する条件式のもとで、式 (7) の総走行台距離 Z を最小化する問題となる。

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k = p_k \cdot F + \sum_{s=1}^S p_s^k \cdot F_s \quad (k=1, 2, \dots, q) \dots (1)$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{n_k} i \delta_r^k \cdot Y_r^k \leq C_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots (2)$$

$$Y_r^k \geq 0 \quad (k=1, 2, \dots, q; r=1, 2, \dots, n_k) \dots (3)$$

$$F_s \geq 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \dots (4)$$

$$Z = \sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k \cdot t_r^k : \text{最小化} \dots (5)$$

ここで、 $i \delta_r^k$: k 番目の OD 交通の r 番目のルート交通量がリンク i を通過するとき 1、そうでないとき 0 をとる定数

C_i : リンク i の交通容量

t_r^k : k 番目の OD 交通の r 番目のルート交通量の走行距離 (km)

本研究で目的とすることは前述のように、式 (7) の目的関数を最適化することではなく、環境悪化等を考慮して設定された総走行台距離の上限値 T を超えない ($\min Z \leq T$) 各ゾーンの発生・集中交通量の領域 (範囲) を求めることである。そして、ここではこの領域を T -領域とよぶこととし、 $\min Z \leq T$ となる各ゾーンの発生・集中交通量を T -可能、 $\min Z > T$ となる発生・集中交通量を T -不可能とよぶこととする。この T -領域は T -カット条件によって作成できることから、 T -カット条件を求めるために必要な双対問題をさらに定式化する。ここで、 y_k, w_i をそれぞれ式 (1)、(2) に対する双対変数とすると、双対問題は式 (6)~(9) の制約条件のもとで、式 (10) の目的関数を最大化する問題として定式化できる。

$$y_k - \sum_{r=1}^{n_k} i \delta_r^k \cdot w_i \leq t_r^k \quad (k=1, 2, \dots, q; r=1, 2, \dots, n_k) \dots (6)$$

$$\sum_{k=1}^q p_s^k \cdot y_k - g_s \geq 0 \quad (s=1, 2, \dots, S) \dots (7)$$

$$w_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots (8)$$

$$y_k : \text{自由変数} \dots (9)$$

$$W = \sum_{k=1}^q y_k \cdot p_k \cdot F + \sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^q y_k \cdot p_s^k \cdot F_s - \sum_{i=1}^m w_i \cdot C_i \dots (10)$$

いま、任意の T -不可能な各ゾーンの発生・集中交通量に対する主問題の最適基底解におけるシンプレックス

乗数 (=最適双対変数) を \bar{y}_k, \bar{w}_i とすると, LP 問題の弱双対定理より式 (11) の不等式を導くことができる。そして, 本研究ではこの一次不等式を T-カット条件とよぶこととする。

$$\sum_{s=1}^S \sum_{k=1}^q y_k \cdot p_k^s \cdot F_s \leq T - \sum_{k=1}^q y_k \cdot p_k \cdot F + \sum_{i=1}^m w_i \cdot C_i \quad \dots\dots\dots(11)$$

この T-カット条件は次のことを意味している。すなわち, T-不可能な各ゾーンの発生・集中交通量は式(11)の T-カット条件を侵し, 任意の T-可能な発生・集中交通量はこの T-カット条件を満たすということである。また, この T-カット条件の個数は有限であることが証明されている³⁾。そうすると, 立地配分問題の T-領域は有限個の T-カット条件および不等式 $F_s \geq 0$ で囲まれた凸領域となることから, T-領域を求める手順は以下となる。

① 立地対象とするゾーンを対象に, 道路網容量の面からみた各ゾーンの発生・集中交通量が実現可能であるための必要十分条件としての多重カットを求める。

② 手順①で求められた多重カット条件から, 立地対象とするゾーンにおいて発生・集中可能な交通量の領域を作成する。なお, 多重カット条件で囲まれた領域も凸領域である¹⁾。

③ 手順②で作成された領域および手順⑤で求められた T-カット条件とから作成される凸領域のすべての端点 (各ゾーンの発生・集中交通量 F_s を示す) について主問題 (1)~(5), 双対問題 (6)~(10) を解く。

④ 手順③において T-不可能 ($\min Z > T$) の端点があれば手順⑤へ行く。もし, すべての端点が T-可能 ($\min Z \leq T$) であれば計算を終了する。

⑤ 手順④において T-不可能となる端点については, 当該端点を切り取る T-カット条件を式 (11) で求めて手順③へ行く。

このような手順を繰り返すことによって立地配分問題の T-領域を求めることができる。本研究における主な手順は, 凸領域のすべての端点に対して, すなわち各ゾーンの発生・集中交通量を示す端点に対して LP 問題を解き, 当該端点が T-可能か T-不可能であるかを判断して, T-不可能であれば T-カット条件を求めるということである。なお, 手順①, ②の多重カット条件の作成手法等の詳細については文献 1) を参照されたい。

4. 計算例

簡単な適用例を通して T-カット条件および T-領域の作成手法について考える。図-1 の道路網 (図中の番号はリンク番号), 表-1 の OD 構成比 (右上半分), リンク距離 (左下半分) を与えて行く。各リンクの車線数

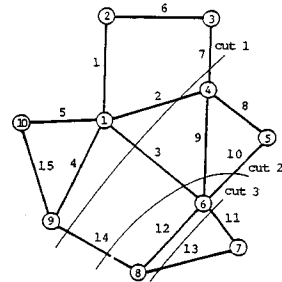


図-1 対象道路網とゾーン 6, 7 を立地対象としたときの多重カット条件

表-1 OD 構成比 ($\times 10^{-3}$) (右上半分) とリンク距離 (km) (左下半分)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		95	77	95	84	104	56	14	17	5
2	5.0		38	22	12	13	6	0	24	1
3	∞	5.0		50	16	15	5	5	0	3
4	8.0	∞	3.0		29	22	7	4	20	1
5	∞	∞	∞	3.0		68	13	3	0	0
6	6.0	∞	∞	6.0	4.0		32	3	4	2
7	∞	∞	∞	∞	2.0			13	5	1
8	∞	∞	∞	∞	∞	5.0	6.0		11	1
9	6.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5.0		4
10	4.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7.0	

表-2 ゾーン 6, 7 を立地対象としたときの p_k^s

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	395	49	57	84	259		122	11	15	8
7	406	45	36	50	94	232		94	36	7

は 1 車線とし, 交通容量は 12000 台とする。なお, OD 交通は対称性を仮定して三角 OD 交通のみを与えている。

各 OD 交通の走行可能な経路は, 最短・次最短経路を中心に 3~5 本事前に選定した。現在の交通需要量 F は 55000 台, このときの総走行台距離は 3.9×10^6 台・km である。また, 総走行台距離の上限値 T を 6.5×10^6 台・km とする。そして, ここではゾーン 6, 7 を立地対象とした場合を例として考察を進める。なお p_k^s の値は表-2 に示すように, ここでは現在 OD 表に基づき同じ相対比で発生・集中するものとする。ゾーン 6, 7 を立地対象としたとき, 道路網容量の面からそれぞれのゾーンにおいて立地配分が実現可能であるための必要十分条件としての多重カット条件は図-1 および式 (12) に示すカット 1, 2, 3 とからなり, その実現可能領域は図-2 に示されている¹⁾。なお, 式 (12) における F_6, F_7 はそれぞれゾーン 6, 7 の発生・集中交通量である。

$$\left. \begin{aligned} \text{カット 1: } & 0.545 F_6 + 0.529 F_7 \leq 18190 \\ \text{カット 2: } & 0.867 F_6 + 0.674 F_7 \leq 28255 \\ \text{カット 3: } & 0.122 F_6 + 1.000 F_7 \leq 16410 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

図-2 に示されている実現可能領域のなかで, ここでは発生・集中交通量の和が最大となる端点 0 から順次

LP問題を解いてT-カット条件を求める。

まず、端点0の値を発生・集中交通量としてLP問題を解くと $Z=7.1 \times 10^5$ 台・kmとなりT-不可能であることから、双対変数を用いて式(13)のT-カット条件を求めると図-2のT-カット0となる。さらに、このT-カット0と多重カット条件との交点を求めると図-2の端点Aとなる。この端点Aに対してもLP問題を解くとT-不可能となることから、T-カット条件を求めると図-2のT-カット1が求められる。このT-カット1と多重カット条件(カット3)の交点を求めると端点Bが得られる。そして、この端点Bに対して同様にLP問題を解いたところT-可能($Z=6.5 \times 10^5$ 台・km)となることから、このT-カット1はT-カット条件となる。このように順次交点(端点)を求めてLP問題を解くとともにT-カット条件を求めたところ図-2に示されているT-カット1~6の6本のT-カット条件が求められた。そして、これらのT-カット条件を一次不等式で示したのが式(13)である。

この計算例では多重カット条件であるカット3(T-カット6)もT-カット条件として含まれている。そして、これら6本の不等式で囲まれた領域は図-2に示されているように凸領域を形成していることから、式(15)の6本のT-カット条件をすべて満足するゾーン6,7の立地であれば設定された総走行台距離の上限値Tを超えないこととなる。図-2の領域のなかで発生・集中交通量の和が最大となる端点はFであり、そのときの発生・集中交通量は29716台($F_6=27782$ 台, $F_7=1934$ 台)である。また、この例では15回程程度のLP問題を解いて式(13)のT-カット条件が求められた。なお、他のゾーンを立地対象とした場合および3つのゾーンを立地対象とした場合などについても同様の計算を行ってT-領域が求められることを確認した。

5. あとがき

以上、本研究は環境要因としての総走行台距離の上限値Tが与えられたとき、このT以下で立地することが可能な各ゾーンの発生・集中交通量の領域について考察した。そして、この各ゾーンの発生・集中可能な交通量

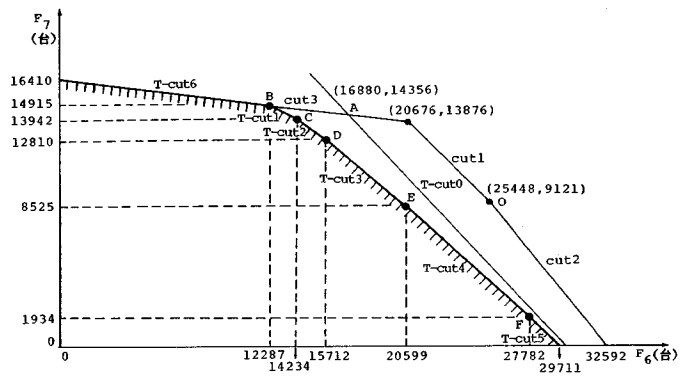


図-2 ゾーン6,7を立地対象としたときのT-領域

の領域を示すT-領域の作成は、将来の土地利用計画を立案する際には有用な情報を提供できるものと思われる。しかしながら、T-領域を形成するT-カット条件の作成は、需要(交通量)と供給(リンク容量)から容易に作成できる多重カット条件に比べて一層困難となることから、解の厳密性は多少犠牲にしてもより容易にT-カット条件が求められるアルゴリズムへと改善しなければならない。また、立地対象とするゾーンが多いときにはT-カット条件も相当数求められT-領域の作成も容易でなくなることから、このような場合にはあるゾーンに対しては多重カット条件を参考に発生・集中交通量を事前に設定することも考えなければならないと思われる。さらに、問題の定式化にあたっては土地開発費用あるいは交通費用などの他の要因を考慮するとともに各OD交通の経路選択挙動についても実際の現象を踏まえて考えていかなければならない。経路選択挙動を考える場合にはリンクパフォーマンス関数を導入して、モデルを非線形計画問題⁹⁾へと拡張することも必要である。

参考文献

- 1) 梶谷有三・斉藤和夫：道路網容量から見た土地利用活動の立地配分，交通工学，Vol.22，No.4，pp.9~22，1987.
- 2) 西村 昂：道路網容量理論に関する一考察，土木学会論文報告集，第249号，pp.113~120，1976.
- 3) 黒沢 馨：最小コスト多種フロー問題のT-領域，電子通信学会論文誌，J65-A，No.9，pp.942~948，1982.
- 4) 黒沢 馨：線形計画問題のT-領域，電子通信学会論文誌，J66-A，No.8，pp.679~686，1983.
- 5) 黒沢 馨・長谷部高行：パケット通信網における非線形な多種フロー問題に関する考察，電子通信学会論文誌，J68-A，No.10，pp.1024~1029，1985.
- 6) 尾崎 弘・白川 巧：グラフとネットワークの理論，コロナ社，1973.

(1988.8.1・受付)