

渋滞を考慮した時間帯別交通量配分モデルの開発

MODELLING OF THE TIME-OF-DAY TRAFFIC ASSIGNMENT OVER A CONGESTED NETWORK

藤田素弘*・山本幸司**・松井 寛***

By Motohiro FUJITA, Koshi YAMAMOTO and Hiroshi MATSUI

In the previous paper we have proposed two types of time-of-day traffic assignment models which can predict the hourly volume of traffic on each network link. In these models, however, the phenomenon of congestion over a network has not been treated explicitly enough.

In this paper we propose an improved time-of-day traffic assignment model which can describe the congestion queues at bottlenecks in a network more explicitly and realistically by introducing new link performance functions. It is shown that this new model can be reduced to the variational inequality and can be solved by the use of the iteration method developed by M. Smith.

Keywords: traffic assignment, traffic congestion, variational inequality

1. はじめに

近年都市部で日常化しつつある道路交通渋滞は経済および社会的活動の大きな阻害要因となっており、渋滞の解消あるいは緩和が大きな課題となってきた。交通渋滞は道路網におけるボトルネック箇所およびその程度を端的に示すものといえ、それを分析することは、将来の適正な道路網計画作成の有効な資料となるばかりでなく、最近の情報化時代に伴う渋滞情報の提供等の交通運用計画などにも十分役立つものと考えられる。しかし、渋滞現象は時々刻々と変化するきわめて動的なものであるため、その把握には従来の1日を単位とした静的交通量配分では不適切といえ、動的交通量配分や少なくとも1時間程度の時間間隔で交通量配分が可能なモデルの開発が必要となる。

ところで、著者ら¹⁾はすでに1時間程度の時間間隔で交通量配分が行える2つの時間帯別交通量配分モデルを開発している。1つは、通常の静的配分の後に、互いに

隣り合う時間帯での交通流の保存条件のための修正をリンク交通量レベルで行うリンク修正法であり、他の1つは、その修正をOD交通量レベルで行うOD修正法である。しかし、次章で述べるように、両者とも渋滞を明示的に表現するにはまだ不十分であるため、本研究ではリンク修正法をさらに改良することによって、リンクレベルで渋滞現象をより忠実に再現できる時間帯別交通量配分モデルを新たに開発し、その実績再現性を検討するものである。なお、本研究では経路選択規範として等時間原則を用いるものとする。

2. 従来の研究と本研究の概要

1. でも述べたように、渋滞を扱うには動的交通量配分^{2),3)}が適している。動的配分では各リンクの交通密度あるいは存在台数を状態量にとり、時間間隔を細かく設定し、各リンクごとに状態方程式、すなわち、存在台数の変化率=流入交通量-流出交通量を導入して、現象に忠実な配分を行う。また、交通流の動きは密度-速度関数を用いて表現されるが、この密度-速度関数は容量制約条件の役割も果たしており、この関数を用いて求められる各リンクからの流出交通量は容量を越えることはない。すなわち動的配分では、「流出するには時間が掛かりすぎるために、結果的に容量以上の交通量が流出で

* 学生会員 工修 名古屋工業大学大学院 社会開発工学専攻 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

** 正会員 工博 名古屋工業大学助教授 社会開発工学科 (同上)

*** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 社会開発工学科 (同上)

きない」という渋滞現象を通して自然な形で容量制約を表現しているといえる。しかし、動的配分は計算時間、容量が非常に大きく、大規模ネットワークには適さない。

一方、一般的なネットワークで主に適用されている静的交通量配分では、常に各リンクにおいて流入交通量＝流出交通量がその前提条件となっているため、直接渋滞の程度を知ることは不可能である。よって従来の静的配分では、交通量が容量以上になると旅行時間が無限大となるようなBPR関数等のリンクパフォーマンス関数を用いることによって、渋滞を表現することよりも、容量制約を行うことにのみ重点が置かれてきた。最近になって井上⁴⁾は、従来の静的な交通均衡問題に明示的に容量制限式を付加した凸計画問題を解くことによって、渋滞遅れ時間を交通均衡条件から求める方法を提案した。しかし、このように交通均衡条件から求められる渋滞遅れ時間が、現実の渋滞遅れ時間をどの程度表現しているかは明らかでない。

次に、文献1)で提案した2つの時間帯別配分モデルのうちリンク修正法は、その修正方法が動的配分の状態方程式に対応する、残留交通量＝流入交通量－流出交通量を表現できるものとなっており、渋滞を扱うにも有効と考えられるが、等時間原則を満たしておらず、適合度もかなり悪くなっている。また、OD修正法は交通流の保存条件のための修正を経路上で平均的に行うために、従来の静的配分のような流入交通量＝流出交通量となっており、BPR関数等を用いて容量制限を行わざるを得ないため、渋滞遅れ時間を明示的に表現できない。

このような理由から、本研究では次の2点を同時に考慮することによって、渋滞を表現できる整合性のとれた時間帯別配分モデルを開発することを目的とする。

(1) まずリンクパフォーマンス関数を2つの部分に分け、渋滞遅れ時間を理論的に、自由走行時間を統計的に求める。そしてそれを、以下の(2)で説明する残留交通量＝流入交通量－流出交通量が表現できる配分モデルに適用すれば、動的配分のようにモデルの中で自然な形で容量制約を表現できることを示す(3)。

(2) 文献1)で提案したリンク修正法をさらに改良すると、Smith⁵⁾が示した変分不等式条件で表わされる等時間原則配分問題となることを示すことによって、残留交通量＝流入交通量－流出交通量を表現できる、より現象に忠実な時間帯別配分モデルを開発する。すなわちこれは、文献1)のリンク修正法の現実的な修正方法を用いて、かつ、OD修正法のように等時間原則の均衡解を得られるモデルとなっており、本研究ではこの新しいリンク修正法を均衡リンク修正法とよぶことにする(4)。

本研究では、この均衡リンク修正法を実際のネット

ワークに適用し、所要時間等の実績再現性を検討するものである。

3. 渋滞を考慮したリンクパフォーマンス関数の設定

ここでは渋滞したリンクの走行時間を非渋滞領域での走行時間とリンク終端での渋滞遅れ時間とに区別して考え、非渋滞領域の走行時間は実測データから重回帰分析によって求めるが、リンク終端での渋滞遅れ時間は、渋滞がきわめて動的な現象であり、特定時間帯の平均値として実測データから直接求めることは困難であるため、理論的に設定する。

(1) 渋滞遅れ時間関数の設定

ここで提案する渋滞遅れ時間関数は、4.で説明する残留交通量＝流入交通量－流出交通量が表現できる配分モデルに用いることを前提としている。

まず、リンク終端での渋滞遅れ時間関数を設定する。時間帯別配分は、対象とする時間帯の交通流をその時間帯で平均的に扱うから、このリンク終端での遅れ時間も平均的な値である必要がある。よって、以下ではその時間帯の平均渋滞遅れ時間と平均渋滞行列台数等を求める式を算出する。

以下に本研究で用いる仮定を示す。

仮定1：時間帯の幅(T)>最長トリップ時間

仮定2：各OD交通量は時間帯内で一様に発生し、また、各リンクの流入交通量は時間帯内で一様に流入する。

仮定3：渋滞による行列は、設定した各リンクの進行方向における終端から生じるものとするが、その渋滞行列は明示的な長さをもたないものとして、その影響は無視する。

上記の仮定3は、ネットワーク上の各リンクの終端にそのリンクのボトルネック(最小容量となる交差点など)が存在することを想定しており、またそれ以前に存在する交差点による信号遅れは後で求める非渋滞領域の部分の設定の際に考慮するものとする。

主な変数は次のようになるが、本章での分析はどの時間帯でも共通に当てはまることから、簡単のため、時間帯を示す添字は省略する。

X_a ：その時間帯におけるリンクaへの流入交通量 (pcu/T/車線)

Z_a ：リンクaの終端部における可能交通容量⁶⁾ (pcu/T/車線)

h_a ：($= X_a/T$) リンクaへの1分間当たりの流入交通量 (pcu/分/車線)

d_a ：($= Z_a/T$) リンクaの1分間当たりの可能交通容量 (pcu/分/車線)

T_{in} ：その時間帯中にリンクaに流入したドライ

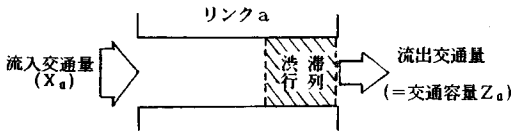


図-1 リンク a の渋滞状況

パーの平均渋滞遅れ時間 (分)

W_a : その時間帯中にリンク a に流入したドライバーの平均渋滞行列台数 (台)

T_{za} : その時間帯中にリンク a に流入し、かつ、流出できるドライバーの平均渋滞遅れ時間 (分)

$t_{wa}(tx)$: その時間帯中にリンク a に流入し、かつ、流出できる最後のドライバーの渋滞遅れ時間 (分) で tx はそのドライバーのリンク a への流入時刻

T_{za} : 容量制約を満足するための逆算渋滞遅れ時間 (分)

渋滞は時々刻々と変化する現象であり、時間帯の幅を 1 時間程度としても、その現象を記述するにはまだ長いといえる。したがって、その解析にあたってはまず 1 分間単位で表現することを考え、それを 1 時間程度の時間帯で平均化する。

いま、対象とする時間帯において、渋滞を生じているリンク a (図-1) を考える。このとき、そのリンクでは流入交通量 $X_a >$ 交通容量 Z_a であるから、仮定 2 より、1 分間当たりでも、 $h_a > d_a$ となる。よって、その時間帯の始めから t 分後に行列に加わったドライバーの待ち行列台数は、

$$h_a \cdot t - d_a \cdot t \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる。すると、対象とする時間帯の初めから t 分後に行列に加わったドライバーの渋滞遅れ時間 $t_{wa}(t)$ は、式 (1) がすべて流出することに要する時間に等しいから、

$$t_{wa}(t) = (h_a \cdot t - d_a \cdot t) / d_a \dots\dots\dots (2)$$

となる。 t 分後の微小時間 dt に流入するドライバーの総遅れ時間は $t_{wa}(t) \cdot h_a \cdot dt$ であるので、結局、その時間帯に出発し、対象とするリンクに流入したドライバーの平均渋滞遅れ時間 T_{wa} は、

$$T_{wa} = \int_0^T t_{wa}(t) \cdot h_a \cdot dt / X_a \\ = (X_a - Z_a) T / (2Z_a) \dots\dots\dots (3)$$

となる。また、その時間帯の平均渋滞行列台数 W_a は、

$$W_a = \int_0^T (h_a \cdot t - d_a \cdot t) dt / T \\ = (X_a - Z_a) / 2 \dots\dots\dots (4)$$

となる。

次に以下で必要となる、その時間帯に流入し、かつ、

流出できる最後のドライバーの渋滞遅れ時間 $t_{wa}(tx)$ 、および、その時間帯に流入し、かつ、流出できるすべてのドライバーの平均渋滞遅れ時間 T_{za} を求める。まず、流出できる最後のドライバーの流入時刻を tx とすると、 $tx \cdot h_a = d_a \cdot T$ が成立し、 $tx = d_a \cdot T / h_a$ となる。この tx を式 (2) に代入すると、 $t_{wa}(tx)$ は、

$$t_{wa}(tx) = (X_a - Z_a) T / X_a \dots\dots\dots (5)$$

となる。また式 (3) の場合と同様に、 $t_{wa}(t) \cdot h_a \cdot dt$ を時刻 0 から tx まで積分し、流出交通量となる交通容量 Z_a で割ると、 T_{za} は、

$$T_{za} = (X_a - Z_a) T / (2Z_a) \dots\dots\dots (6)$$

を得る。

さて、時間帯別配分モデルではその時間帯中に流入するすべてのドライバーを配分の対象とするから、経路選択規範には式 (3) の平均渋滞遅れ時間 T_{wa} を用いるのが妥当といえる。しかし、その T_{wa} を配分モデルに用いた場合には、どの程度流出交通量が交通容量に抑えられるかを検討する必要がある。すなわち、渋滞は動的な現象であるため、 T_{wa} のように 1 時間程度ではあるにしても平均化して求めると、以下に示すように、完全には容量制約を満足しない。そこでここでは、本研究で対象とする配分モデルの残留交通量 = 流入交通量 - 流出交通量という流出条件から、容量制約を満足するための渋滞遅れ時間 T_{za} を逆に算出することを考える。さて、その配分モデルにおいて渋滞時には図-1 のように流出交通量は交通容量 Z_a となることから、次式が成立する必要があることがわかる。

$$X_a \cdot T_{za} / T = X_a - Z_a \dots\dots\dots (7)$$

上式の左辺は、リンク a に X_a 台流入しても流出するには T_{za} 分かかるために、リンク a を流出できない残留交通量を示しており、それが右辺の流入交通量と流出交通量となるべき交通容量 Z_a との差で表現されることを示している。式 (7) を変形すると、

$$T_{za} = (X_a - Z_a) T / X_a \dots\dots\dots (8)$$

となる。すなわち、上式で表わされる渋滞遅れ時間 T_{za} は式 (7) の関係を満たすために逆算された渋滞遅れ時間といえ、よってこれを残留交通量 = 流入交通量 - 流出交通量が表現できる配分モデルに適用すれば、2. で述

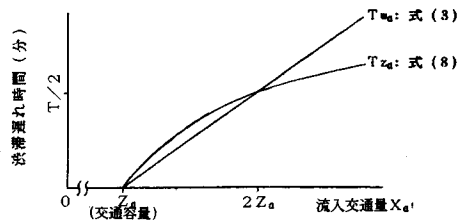


図-2 平均渋滞遅れ時間 T_{wa} と容量制約を満足するための逆算渋滞遅れ時間 T_{za}

べたようにモデルの中で自然な形で流出交通量が交通容量に抑えられることになる。しかし、式(8)で表わされる T_{za} は式(5)の $t_{wa}(ix)$ と同一となっており、式(6)以下で説明したように、ドライバーの経路選択基準として妥当な平均渋滞遅れ時間とは全く異なった関数を表現しており、配分モデルに使用するには不適当といえる。

ここで、式(3)、(8)を図にしたものが図-2である。 T_{wa} と T_{za} は流入交通量 $X_a = Z_a$ から、 $2Z_a$ まではよく一致しているが、 $2Z_a$ 以上になると両者は離れていく。しかし、① $2Z_a$ 以上の流入交通量になると相当の大渋滞を意味し、現実にはあり得ないこと、② T_{wa} を用いた場合の下流へ流出する台数を計算したところ、 $X_a = Z_a$ から $2Z_a$ までは平均 $0.083Z_a$ 程度、交通容量よりも過大に流出させる程度であることなどの理由から、 T_{wa} を用いてもほぼ容量制約条件を満たすものと考え、以下 T_{wa} を用いてモデルを構築する。

(2) リンクパフォーマンス関数の設定

ここではまず、非渋滞領域のリンクパフォーマンス関係を求める。ところで、著者らは交通量-速度関数(Q-V式)について、すでに文献7)で設定しているが、本研究では、それと全く同じデータを用いて、同様に重回帰分析によって交通量-走行時間関数を求めた。その結果を表-1に示す。

本研究では表-1の混雑度と走行時間との関係については非線形な関数についてもモデルを作成したが、線形な関数が最も良好であったためそれを採用した。

さて、この非渋滞領域の関数と(1)で設定した渋滞領域の平均渋滞遅れ時間関数を組み合わせると、結局、渋滞を考慮したリンクパフォーマンス関数は次式のように設定でき、図-3にその設定例を示した。

$$C_a(X_a) = \begin{cases} L_a \times (a + bX_a/Z_a) & (X_a \leq Z_a \text{ のとき}) \\ L_a \times (a + b) + (X_a - Z_a) T / (2Z_a) & (X_a > Z_a \text{ のとき}) \end{cases} \dots\dots (9)$$

- $C_a(X_a)$: リンク a の走行時間 (分)
- L_a : リンク a の区間延長 (km)
- a : 表-1の混雑度以外の変数に値を代入して、それらを加算し、定数項を加えて求め

表-1 一般道路における非渋滞領域のリンクパフォーマンス関数の回帰分析結果

	定数項 [km/分]	信号密度 [箇所/km]	規制速度 [km/時]	単路部時間容量 (1車線当たり) [pcu/時/車線]	混雑度	F値	重相関係数	データ数
2車線	3.770	0.169 (10.312 [*])	-1.745×10 ⁻² (5.844 [*])	-1.679×10 ⁻³ (8.313 [*])	0.371 (5.224 [*])	141.4 [*]	0.695	609
多車線	2.973	0.248 (12.251 [*])	-1.555×10 ⁻² (2.643 [*])	-6.791×10 ⁻⁴ (4.632 [*])	0.588 (4.157 [*])	99.5 [*]	0.757	302

注) 上段は偏回帰係数、()内はt値を示す。*有意水準5.0%で有意、従属変数の単位(分)上記の時間(可能交通)容量は、「道路の交通容量」⁹⁾より求めた。

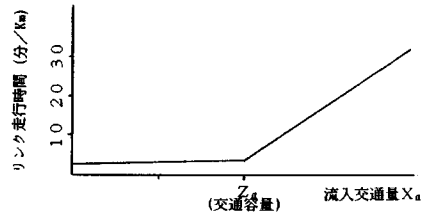


図-3 渋滞を考慮したリンクパフォーマンス関数

る。

b : 表-1の混雑度に対する偏回帰係数の値

本研究で求めたリンクパフォーマンス関数はリンクの流入側で交通量と走行時間をとらえているため、図のように単調増加の1価関数となるが、これは、多くの交通量が流入すればするほど、渋滞遅れ時間等の走行時間は増加するという現実的な意味をもっているといえる。

なお、前時間帯の残留交通量が存在する場合には、次の時間帯の流入交通量にこれが含まれているものと解釈すればよい。

4. 均衡リンク修正法

ここでは2.で述べたように、均衡リンク修正法について説明し、それを解くためのアルゴリズムを示す。

(1) 変分不等式条件としての定式化

このモデルの前提となる仮定は、3.で用いたものと同一である。初めに、内々交通量を道路網に配分しておく。すなわち、n時間帯におけるsゾーンの内々交通量を QN_s^n 、平均トリップ距離を AL_s^n 、1車線当りに換算した道路総延長を L_s とおくと、n時間帯におけるsゾーンの内々交通量 XN_s^n は、

$$XN_s^n = QN_s^n \times AL_s^n / L_s \dots\dots\dots (10)$$

で表わされる。

次に、互いに隣り合う時間帯での交通流の保存条件を満足するための修正方法について説明する。この方法は基本的には、文献1)のリンク修正法と同一である。いま、通常の静的配分によってn時間帯のiODペア経路kの経路交通量 u_{ik}^n が与えられているものとする。しかし、その時間帯nの終端時刻においては、仮定2より、 u_{ik}^n の一部はまだ経路上のすべてのリンクを通過していない。よって、各リンクでその通過していない交通量を削るという修正が必要となる。その修正は以下の式からわかるように、一度では行えず、収束計算を行って不動点を見つけるという手順が必要となる。従来のリンク修正法ではこの収束計算を行っていないため、その解は等時間原則を満たしていない。時間帯の幅を T 、n時間帯におけるiODペア問

経路 k の出発ノードから j 番目のリンクの終端までの所要時間で収束回数 $m-1$ 回目のものを $t_{ik}^{n,m-1}(j)$ とすると、収束回数 $m-1$ 回目において経路交通量 u_{ik}^n のうち j 番目のリンクの起点をまだ通過していない交通量は、

$$u_{ik}^n t_{ik}^{n,m-1}(j-1)/T \dots \dots \dots (11)$$

で表わされる。上式をネットワーク上の各リンク a について iOD ペア、経路 k 、および、その経路の各リンクの順位 j で総和すると、リンク a を通過していない総交通量 $X1_a^{n,m-1}$ を以下のように求めることができる。

$$X1_a^{n,m-1} = \sum_i \sum_k \sum_j \theta_{ikja}^n u_{ik}^n t_{ik}^{n,m-1}(j-1)/T \dots \dots (12)$$

ここで、

$$\theta_{ikja}^n = \begin{cases} 1: iOD \text{ ペア間経路 } k \text{ の } j \text{ 番目の} \\ \text{リンクがリンク } a \text{ であるとき} \\ 0: \text{そうでないとき} \end{cases}$$

よって、均衡リンク修正法における交通流の保存条件のための修正の収束計算は、各リンクごとに次式のように与えられることがわかる。

$$t_{ik}^{n,m-1}(j-1) = \begin{cases} \sum_p \sum_a \theta_{ikpa}^n C_a(X_a^{n,m-1}) & (t_{ik}^{n,m-1}(j-1) \leq T \text{ のとき}) \\ T & (t_{ik}^{n,m-1}(j-1) > T \text{ のとき}) \end{cases} \dots \dots \dots (13)$$

$$X_a^{n,m} = X1_a^{n-1,*} + \sum_i \sum_k \delta_{ika}^n u_{ik}^n - \sum_i \sum_k \sum_j \theta_{ikja}^n u_{ik}^n t_{ik}^{n,m-1}(j-1)/T \dots \dots (14)$$

ここで、

$X1_a^{n-1,*}$: $n-1$ 時間帯での均衡解として得られたリンク a を通過できない総交通量 [式 (12)] で n 時間帯では定数

$$\delta_{ika}^n = \begin{cases} 1: \text{リンク } a \text{ が } iOD \text{ ペア間経路 } k \text{ に含まれるとき} \\ 0: \text{そうでないとき} \end{cases}$$

$C_a(X_a)$: リンク a の走行時間 [式 (9)]

式 (14) は、通常の静的配分によって得られるリンク交通量 (第 2 項) に、1 つ前の $n-1$ 時間帯でリンク a を通過できなかった交通量 (第 1 項) を加え、 n 時間帯で通過できない交通量 (第 3 項) を削るという修正を行っていることを示す。式 (13) の $t_{ik}^{n,m-1}(j-1)$ は、仮定 1 より T を越えてはならないが、均衡解を求める計算途中で T を越えることがあり得る。また、この $t_{ik}^{n,m-1}(j-1)$ は式 (14) の第 3 項で通過できない交通量を求めるために用いるが、これが T を越えると、通過できない交通量が総交通量 (第 2 項) よりも大きくなるという不都合が生じるため、上限値を T としておく必要がある。

ところで、式 (13)、(14) は以下のような不動点問題となっていることがわかる。

$$X_a^{n,m} = D(X_a^{n,m-1}) \dots \dots \dots (15)$$

本研究では、上式で示す収束計算を行って不動点を求めるが、その収束判定の指標には次式を用いた。この収束計算を以下ではリンク収束計算とよぶ。

$$\frac{\sum_a |X_a^{n,m} - X_a^{n,m-1}|}{M} \leq \epsilon_1 \quad (M: \text{リンク数}) \dots \dots (16)$$

不動点の存在については、式 (15) の関数 D が連続であることと、 $X_a^{n,m}$ が常に区間 $[0, A]$ (A : 十分に大きな値) に含まれることから保証される⁸⁾。また、関数 D のリンク交通量 $X_a^{n,m}$ によるヤコビ行列のノルム $\|D\|_\infty = \max_i \sum_j |\partial D_i / \partial x_j|$ が 1 未満であれば、式 (15) は収束し解は唯一である⁹⁾ が、関数 D は経路が指定されないと与えることができないなどの理由から、収束性の証明は困難なため、5. の実際の配分においてその収束性を確かめることにする。

さて、不動点が一意に求まるとすれば、式 (13)、(14) は次のように全経路交通量 u_{ik}^n に応じた各経路所要時間を与える 1 つのリンクパフォーマンス関数となっていることがわかる。すなわち、経路所要時間のベクトル表示を C_{ik}^n とすれば、

$$C_{ik}^n = C_{ik}^n(u_{ik}^n) \dots \dots \dots (17)$$

となる。定式化から明らかなように、上式によって与えられる経路所要時間はその経路交通量ばかりでなく、他の経路交通量にも依存しているが、これはその時間帯に出発し、その時間帯内に到着できる車の割合はその経路交通量ばかりでなく、他の経路交通量にも依存しているという意味を示すものである。よって、このようなリンクパフォーマンス関数をもつ交通量配分問題では、これと等価な数理計画問題に置き換えることができないため、Smith⁵⁾ が示した変分不等式条件、

$$C_{ik}^n(\bar{u}_{ik}^n)(\bar{u}_{ik}^n - u_{ik}^n) \leq 0 \dots \dots \dots (18)$$

を直接解くことによって、等時間原則を満たす配分交通量を求める必要がある。均衡解の存在は Brouwer の不動点原理によって保証されており、解の唯一性もヤコビ行列 $[\partial C / \partial u]$ が正値行列ならば均衡解は一意である。しかし、先にも述べたように、式 (13)、(14) は経路が指定されないと関数形が決まらないことから、これを厳密に証明することは困難である。よって、本研究では実際のネットワークに適用し、その収束性を確かめるものとする。

(2) 変分不等式問題の直接解法

a) 概要

変分不等式条件で書かれた問題の直接解法は大きく外部収束と内部収束の 2 つの段階に区別され、それらを随時収束させる方法をとる。外部収束とは、経路を効率よく取り込んでいくための方法であり、内部収束とは外部収束で決定された経路の範囲内で等時間原則を満たす配分交通量、すなわち、変分不等式条件を満たす配分交通

量を求めるものをいう。初めの外部収束については Lawphongpanich と Hearn¹⁰⁾ が内部収束の収束の程度を考慮しながら、随時最短経路を取り入れる効率的な方法を提案している。Smith¹¹⁾、Pang と Yu¹²⁾ についても外部収束について論じているが、それらは Lawphongpanich らの方法に準ずる程度にとどまる。本研究では Lawphongpanich らの方法を外部収束に使っている。

内部収束については、Smith¹³⁾、Dafermas¹⁴⁾、Pang と Chan¹⁵⁾ が扱っている。そのうち、Dafermas、Pang らは、リンクパフォーマンス関数のヤコビ行列が非対称な問題を対称な問題に簡略化して得られる非線形最適化問題を解きながら元の問題の解を得る方法を提案している。この方法ではいずれも対称な問題に置き換える際に、リンクパフォーマンス関数のヤコビ行列の情報を必要とする。これに対して Smith の方法は変分不等式条件を 2 乗したものを目的関数としてそれを直接解いていくため、リンクパフォーマンス関数のヤコビ行列の情報を必要とせず、また以下で説明するように Smith の方法は理解しやすい。よって本研究では、内部収束で Smith の方法を用いることにし、その収束性については 5. で実際に種々のケースで配分を行い検討する。

b) 解法の手順

以下で示す計算手順は上述した Lawphongpanich らの方法を外部収束に用い、Smith の方法を内部収束に用いているが、それらの方法は以下のように計算できる各変数の値を随時求めながら、変分不等式条件を満たす解を求めている。

$$H_{ik}^{(r)} = \max\{0, \sum_k C_{ik}^{(r)} u_{ik}^{(r)} - C_{ik}^{(r)} Q_i^r\} \dots\dots\dots (19)$$

$$DE_{ik}^{(r)} = \{H_{ik}^{(r)} Q_i^r - (\sum_k H_{ik}^{(r)}) u_{ik}^{(r)}\} / (\sum_i \sum_k H_{ik}^{(r)}) \dots\dots\dots (20)$$

$$VF^{(r)} = \sum_i \sum_k (H_{ik}^{(r)})^2 \dots\dots\dots (21)$$

$$WF^{(r)} = \frac{\sum_i \{(\sum_k (H_{ik}^{(r)})^2) \times (\sum_k H_{ik}^{(r)})\}}{\sum_i \sum_k H_{ik}^{(r)}} \dots\dots\dots (22)$$

$$VA^{(r)} = \max_{i,k} [H_{ik}^{(r)} / \{\sum_i Q_i^r / s\}] \dots\dots\dots (23)$$

$$G(h) = \max_i (\sum_k C_{ik}^{(r)} u_{ik}^{(r)} - C_{ik}^{(r)} Q_i^r) / (C_{ik}^{(r)} Q_i^r) \dots\dots\dots (24)$$

または、

$$\sum_i (\sum_k C_{ik}^{(r)} u_{ik}^{(r)} - C_{ik}^{(r)} Q_i^r) / \sum_i (C_{ik}^{(r)} Q_i^r) \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 Q_i^r は n 時間帯における OD ペア i の OD 交通量、 s は OD ペア数を示す。また、添字の i は OD ペア ($i=1 \dots s$) を示し、 k は経路 ($k=1 \dots h$)、 r は内部収束の収束回数を示す。

Step 1 ネットワーク上の交通量の少ない時間帯を時刻の原点に選び $n=1$ とし、 $X1_{\alpha}^{n-1,*} = 0$ とおく。そしてリンク収束計算の収束基準 ϵ_1 、外部収束計算の収束基準 ϵ_2 、 δ_1 、をそれぞれ

与え、内部収束計算の収束基準 $\epsilon_3(ne)$ (ne は繰返し回数) には単調減少関数を当てはめておく。

Step 2 n 時間帯の内々交通量 [式 (10)] と $X1_{\alpha}^{n-1,*}$ [式 (14)] をあらかじめ各リンクのリンクパフォーマンス関数に負荷しておく。

Step 3 $r=1, h=1, \bar{G}=\infty, ne=0, \delta_2=1$ とする。初期実行可能解として各 OD ペア i の第 1 経路とその経路交通量 $u_{ik}^{n(r)} = Q_i^r$ を与え、式 (13)~(16) を用いて、各リンク交通量および、リンク走行時間を求める。

Step 4 $h=h+1$ とし、その h 番目の経路交通量の初期値を $u_{ik}^{n(r)} = 0$ とする。また、 $ne=ne+1$ とする。

Step 5 最短経路探索を行い、それを h 番目の経路として記憶し、そのときの経路所要時間 $C_{ik}^{n(r)}$ を求めておく。

Step 6 $G(h)$ を式 (24) または式 (25) より計算する。 $G(h) \leq \epsilon_2$ ならば Step 9 へ。そうでなければ、(1) $\bar{G} - G(h) \leq \delta_1$ であるならば $h=h-1, ne=ne+1$ として Step 7 へ、(2) $\bar{G} - G(h) > \delta_1$ ならば $\bar{G} = \min \{\bar{G}, G(h)\}$ 、 $r=1$ として、 $H_{ik}^{(r)}, VF^{(r)}, WF^{(r)}, VA^{(r)}, DE_{ik}^{(r)}$ を式(19)~(23)より計算し、Step 7へ。

Step 7 $u_{ik}^{n(r+1)} = u_{ik}^{n(r)} + \delta_2 \cdot DE_{ik}^{(r)}$ ($i=1 \dots s, k=1 \dots h$) を計算し、 $u_{ik}^{n(r+1)}$ を式 (13)~(16) に代入して、各リンク交通量 $X_{\alpha}^{n(r+1)}$ 、リンク走行時間 $C_{ik}^{n(r+1)}$ 、経路所要時間 $C_{ik}^{n(r+1)}$ を求める。そして $u_{ik}^{n(r+1)}$ 、 $C_{ik}^{n(r+1)}$ より $H_{ik}^{(r+1)}$ 、 $VF^{(r+1)}$ 、 $WF^{(r+1)}$ 、 $VA^{(r+1)}$ 、 $DE_{ik}^{(r+1)}$ を計算する。

Step 8 $VF^{(r+1)} > VF^{(r)} - \delta_2 \cdot WF^{(r)}$ ならば、 $\delta_2 = \delta_2/2$ として Step 7 へ。そうでないならば、(1) $VA^{(r+1)} \leq \epsilon_3(ne)$ のとき、 $r=r+1$ として Step 4 へ、(2) $VA^{(r+1)} > \epsilon_3(ne)$ のとき、 $r=r+1$ として Step 7 へ。

Step 9 対象とするすべての時間帯で各リンク交通量等を計算できたら終了し、そうでなければ $n=n+1$ として Step 2 へ戻る。

上記アルゴリズムの特徴を以下に示す。

① アルゴリズムの大きな流れは次のようになる。まず、Step 5 で経路を決定し、次に Step 7、8 でその決定された経路の範囲内において、そのときの ne に対応する収束基準 $\epsilon_3(ne)$ を $VA^{(r+1)}$ が満たすような経路交通量を求める。この $VA^{(r+1)}$ は変分不等式条件そのものとなっており、 $VA^{(r+1)}$ が 0 になれば等時間原則が満たされる。すなわち、Step 4 で ne を増加させることによつ

て、経路が加えられるたびに $\epsilon_3(ne)$ を小さくしていけば、効率よく均衡解が得られることが証明されている。この均衡解がネットワークで考え得る全経路で得られたかどうかを判定するのが Step 6 の $G(h)$ と ϵ_2 であり、この $G(h)$ は新たに加えた最短経路 (h) の所要時間が他の経路の所要時間とほぼ等しくなる、すなわち、等時間原則が全経路で成立していれば 0 となる。さらに効率よく均衡させるために、 δ_1 によって、前の $G(h)$ (すなわち、 \bar{G}) と今回の $G(h)$ の差を判定することによって、経路を新たに加えるよりも前のステップの経路でさらに $VA^{(n+1)}$ を収束させた方が効率がよいかを判定する。これら ϵ, δ の与え方については 5. で検討する。

② 経路が決定された後に、各経路所要時間を等時間に導く Smith の方法 (Step 7, 8) について説明する。まず H_{nk}^m は各経路ごとの変分不等式条件といえるが、それが主要素となっている DE_{nk}^m の値は、他の経路に比べて、その経路の所要時間が小さいほど大きく、また、他の OD ペアに比べてその経路を含む OD ペアの OD 交通量が大きいほど、大きな値をとる。よって、 DE_{nk}^m が大きな経路に多くの交通量を流した方が、 $VA^{(n+1)}$ を小さくする効果が大きいので、Step 7 は DE_{nk}^m の大きさに比例して全経路交通量を修正している。そして、 DE_{nk}^m の係数 δ_2 を収束が進むに従って徐々に小さくすること (この小さくする判定基準として Step 8 で VF, WF が使われている) によって、 DE_{nk}^m による修正を適度な割合に調整しながら、 $VA^{(n+1)}$ を $\epsilon_3(ne)$ まで収束させる。この一回ごとの収束計算は一種の時間比配分法ともいえるべきもので、最適化手法を使って解く Dafermos らの方法よりも理解しやすい。

③ Step 7 では式 (13)~(16) のリンク収束計算を行っているが、効率よく計算を行うには、前のリンク収束計算で求めたリンク走行時間 $C_a^{(n-1)}$ を初期値として次の収束計算を行えば、収束回数をかなり減らすことができる。ただし、この場合、収束基準 ϵ_1 の値によっては、前回のリンク収束の程度と次の収束の程度が異なることによって、Step 8 が収束しなくなることがある。その場合には、 $VF^{(n+1)} > VF^{(n)} - \delta_2 \cdot WF^{(n)}$ となったら、もう一度リンク収束計算から $VF^{(n)}, WF^{(n)}$ を計算しなおして、再度この不等式を確認する必要がある。このようにすれば確実に収束することが 5. の配分で確かめられている。

5. 配分結果と考察

本研究で提案した均衡リンク修正法を実際の道路網に適用し、その実績再現性を検証する。比較のため、文献 1) で紹介した OD 修正法も同様に検証する。配分は豊田市の道路網で行い、また渋滞現象をできるだけ現象に忠

実に再現する理由から、528 リンク、171 ノードの比較的高密度なネットワークを用いる。配分に用いる時間帯別の OD 交通量は、昭和 56 年度パーソントリップ調査のマスターテープから出発時間をベースとして集計する。豊田市の最長トリップ長が 52 分であるので、3. (1) の仮定 1 を満たす時間帯の幅 T を 60 分とする。以下の分析では、文献 1) で示したように、精度的に問題がないことから、対象とする時間帯の 1 つ前の時間帯から配分を始めることにする。OD 修正法に用いるリンクパフォーマンス関数には以下に示す修正 BPR 関数を用いた。

$$C_a(x_a) = L_a \times C_a(0) [1 + 2.62 (x_a / Z_a)^\alpha] \dots \dots \dots (26)$$

ここに、 $C_a(0)$: $x_a=0$ におけるリンク走行時間で式 (9) の α の値を用いる。

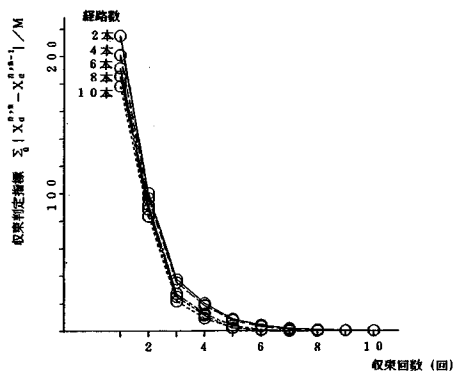
Z_a, L_a : 式 (9) と同一のものを用いる。

(1) 各収束計算の収束状況

ここでは、式 (13)~(16) のリンク収束、および内部収束、外部収束の各収束計算についての収束状況を分析する。

a) リンク収束計算の収束状況

図一4 は、前記したネットワークへ実際に配分したときの各経路数のときのリンク収束計算の収束状況を示している。どの経路数の場合も一様に収束に向かっていることがわかる。この図の場合のリンク交通量の初期値には通常の静的配分による値を用いているが、解の一意性を確かめるために、本研究ではその初期値を一律に 0 台にするなど、適当に変えて配分を行ったがどれも同じ値に収束している。このリンク収束計算が収束しない可能性が強いのは、道路が混雑しているときであるので、OD 交通量を 2, 5, 10 倍と変えて同様な計算を行ったが、そのどれもが収束している。さらに、上記のネットワークよりも粗い 278 リンク、88 ノードの別のネットワークでも配分を行ったが、この場合も密なネットワークと同様に収束している。



図一4 リンク収束計算における各経路数ごとの収束状況

b) 全収束計算の収束状況

表一2は、均衡リンク修正法の収束状況を示しており、比較のためにOD修正法も同様に示している。本研究で用いた ϵ, δ は表下に示した。まず、均衡リンク修正法は内部収束計算、外部収束計算とも確実に収束しており、 σ_{cik} の値から、その収束が等時間原則を満たす方向にあることがわかる。経路を追加しながら等時間原則を満たす解を得るOD修正法と異なり、均衡リンク修正法は経路が決定されるごとに、その経路の範囲内で等時間原則を満たす解を求める内部収束を行うため、収束するまでに必要とする経路数はかなり少なくなっている。これは、 $\epsilon_3(ne)$ の与え方にも影響されるが、本研究では、 $\epsilon_3(ne)$ を指数関数にするなど適当に変えて検討したが、表下に示したように $\epsilon_3(ne)$ を設定したときが最も計算効率が悪かった。リンク収束計算の平均収束回数は、この計算では1つ前に得られたリンク交通量を初期値としているため、表のように1回程度の収束計算ですんでいる。また、 $G(h)$ の値によって、均衡リンク修正法とOD修正法の計算時間を比較すると、均衡リンク修正法はOD修正法の約1.5~1.8倍程度の時間がかかることがわかる。ところで本研究では、ここでもOD交通量を2, 5, 10倍とした場合、または粗いネットワークの場合などについて計算したが、そのいずれもが収束することを確かめている。

(2) 各時間帯の適合度分析

均衡リンク修正法、OD修正法についてピーク、オフピーク時の実績再現性を比較する。分析に用いる各時間帯別の実績交通量は昭和55年度道路交通センサスの原票より抽出したもの(データ数56個)で各時間帯1時

表一2 均衡リンク修正法とOD修正法との収束状況比較 (7時台)

経路数	均衡リンク修正法				OD修正法			
	G(h)	VA(a,b)	σ_{cik}	CPU (min)	G(h)	VA	σ_{cik}	CPU (min)
2	0.176	96(31,3)	1.11	11	9.577	9301	88.02	3
3	0.077	50(40,1)	0.74	21	0.501	2141	11.00	4
4	0.038	33(54,1)	0.64	43	0.257	813	7.57	5
5	0.030	24(42,1)	0.63	62	0.169	492	6.40	6
6	0.016	20(97,1)	0.53	115	0.161	469	5.64	8
7	0.015	16(12,1)	0.53	128	0.116	406	4.02	9
8	0.013	11(22,1)	0.51	140	0.108	212	3.59	11
9	0.012	7(22,1)	0.49	170	0.076	202	3.53	15
10	0.010	5(23,1)	0.47	189	0.093	274	3.25	18
20					0.033	105	2.10	32
30					0.018	57	1.63	74
36					0.010	41	1.11	110

注) G(h):式(25), VA:式(23), a:Smithの内部収束計算の収束回数, b:リンク収束計算の平均収束回数,

σ_{cik} : 全経路所要時間の標準偏差で次式より求める。

$$\sigma_{cik} = [\sum_i Q_i \times \sqrt{\{\sum_k (C_{ik}^n)^2 / h - (\sum_k C_{ik}^n / h)^2\}}] / \sum_i Q_i$$

CPU: FACOM M382 による計算時間

計算容量: 均衡リンク修正法 8192KB, OD修正法 590KB

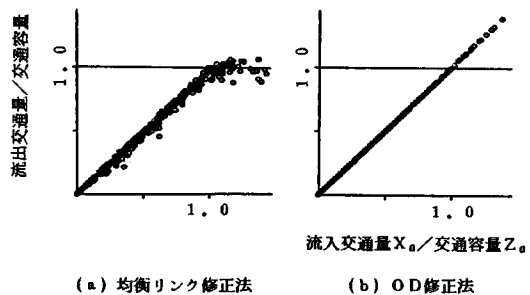
上記の均衡リンク修正法に用いた ϵ, δ は次の通りである。

$$\epsilon_1 = 1.0, \epsilon_2 = 0.010, \delta_1 = 0.001, \epsilon_3(ne) = 100.0 / ne$$

間の両方向合計の断面交通量である。また、OD間所要時間の実績値は昭和56年度P.T.調査のマスターテープより集計したもの(314個)、リンク走行時間は昭和56年度に豊田市で行われた走行調査より抽出したもの(134個)である。また、均衡リンク修正法によるリンク交通量の推定値には流入交通量と流出交通量の平均値を用い、リンク走行時間の渋滞遅れ時間は式(6)で計算したものをを用いた。これは、リンク交通量の実績値は流入と流出のどちら側で測定しているか明らかでないためであり、リンク走行時間はその時間帯中にそのリンクに流入し、かつ、流出したデータのみを使っているためである。得られた分析結果は次のとおりである。

① まず、両配分方法による容量制約の違いについて分析する。図一5は、各リンクへの流入交通量と流出交通量の散布図である。それによれば、OD修正法は、常に流入交通量=流出交通量となっており、BPR関数を用いても、完全には流出交通量を容量以内に抑えていないことがわかる。それに対して均衡リンク修正法は、3.(1)で述べたように、交通容量以上の流入交通量があっても、流出交通量は容量程度に抑えられており、より現実的な配分を行っていることがわかる。ただ、容量付近でデータがばらついているのは、均衡リンク修正法に用いた仮定2が完全には成立していないためと、図一2で述べたように、平均渋滞遅れ時間関数式(3)が誤差を認めた関数であるためである。

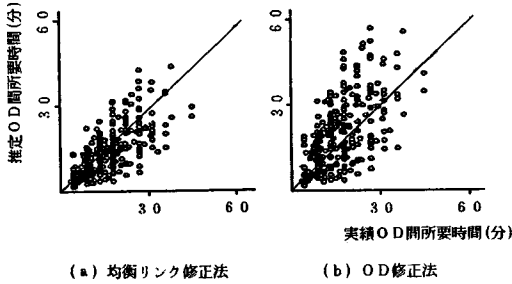
② ピーク時(7, 8, 9時台)のOD間所要時間による適合度比較(表一3)では、相関係数、RMS誤差ともに均衡リンク修正法が良い結果を示している。これを特に差の大きい8時台について実績値と推定値の散布図(図一6)でみると、均衡リンク修正法に比べてOD修正法の方が全体的に実績値よりも過大に推定していることがわかる。両モデルでこのような違いが生じるのは、OD修正法が容量制約を考慮するために、交通量が容量以上になると急激に所要時間が増加する非現実的なBPR関数を用いざるを得ないのに対し、均衡リンク修正法はモデルのなかで容量制約を自然に考慮できること



図一5 均衡リンク修正法とOD修正法との容量制約の違い

表一三 ピーク時のOD間所要時間(分)による適合度比較

	均衡リンク修正法		OD修正法	
	RMS誤差	相関係数	RMS誤差	相関係数
7時台	8.04	0.762	8.85	0.719
8時台	7.91	0.674	11.47	0.581
9時台	8.84	0.607	8.88	0.589



図一六 ピーク時(午前8時台)のOD間所要時間による適合度比較

表一四 ピーク時のリンク走行時間(分)による適合度比較

	均衡リンク修正法	OD修正法
RMS誤差	1.61	3.20
相関係数	0.714	0.475

表一五 ピーク時のリンク交通量(台/時)による適合度比較

	均衡リンク修正法		OD修正法	
	RMS誤差	相関係数	RMS誤差	相関係数
7時台	302	0.779	326	0.748
8時台	294	0.727	296	0.690
9時台	255	0.667	238	0.700

表一六 オフピーク時のOD間所要時間(分)とリンク交通量(台/時)による適合度比較(RMS誤差)

OD間所要時間		均衡リンク修正法		OD修正法	
		13時台	14時台	13時台	14時台
リンク交通量	13時台	300	292	312	290
	14時台				

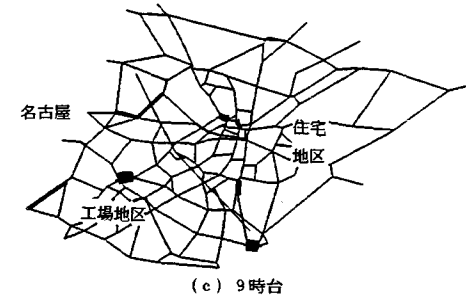
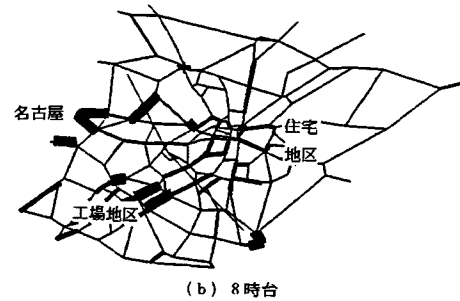
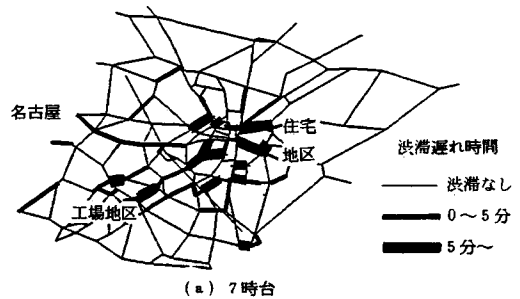
から、現実的な渋滞遅れ時間関数を用いることができるためと考えられる。また、表一四のリンクごとの走行時間でみても、均衡リンク修正法に比べてOD修正法がかなり悪く、ここでもOD修正法では推定値が実績値よりも大きくなる傾向がみられた。

③ ピーク時のリンク交通量の適合度比較(表一五)では、7,8時台では均衡リンク修正法の方がRMS誤差、相関係数ともに勝っているが、9時台ではその逆となっている。ここでも、推定値と実績値との散布図をとって分析したが、それらに特に差異はみられなかった。

④ オフピーク時の適合度比較(表一六)では、2つの方法とも変わらない結果となっている。これはBPR関数も非渋滞領域では、実際に近い所要時間を表現しているためと考えられる。

以上の結果から、リンク交通量のみを分析する場合、または、オフピーク時等の分析をする場合には、均衡リンク修正法とOD修正法のどちらを使っても大きな差はないが、ピーク時のリンクまたはOD間の所要時間を分析する場合には、OD修正法では過大な値を推定する傾向があるため、均衡リンク修正法を用いる必要があることがわかる。結局、(1)のb)の計算時間なども考慮して、目的に合った方法を場合に応じて選ぶことが望ましいといえる。

ただし、OD修正法においても、式(26)のBPR関数のパラメーターを適当に決めることによって、より再現性の高い結果を得る可能性はあると考えられるが、その場合容量制約を満足しつつ再現性の高いパラメーターを決める合理的な方法がなく、経験的な試行によるほか



図一七 均衡リンク修正法による各時間帯のネットワークの混雑状況

はないため、ここでは一般的に用いられている修正BPR関数を用いている。

最後に、均衡リンク修正法より得た結果を用いて、今回使用したネットワークの渋滞状況を各時間帯について示したものが図-7である。図より、時間帯7~9時の通勤時間帯には、渋滞が住宅地側から職場である工場地側または名古屋市側へと移動していることがわかる。

6. 結 論

本研究で得られた結論は以下に示すとおりである。

(1) 1分間単位の解析から始めて理論的に設定した渋滞遅れ時間関数と、統計的に求めた自由走行時間関数を組み合わせることによって、渋滞を考慮できるリンクパフォーマンス関数を設定した。

(2) 文献1)で提案した互いに隣り合う時間帯での交通流の保存条件をリンク交通量レベルで行うリンク修正法をさらに改良した均衡リンク修正法は、Smithの示した変分不等式条件で表わされる等時間原則配分となることを示し、これを用いれば残留交通量=流入交通量-流出交通量を表現でき、渋滞を現象に忠実に表わすことができることを明らかにした。また、そのモデルを解くためのアルゴリズムについて考察した。

(3) 本研究で提案したリンクパフォーマンス関数を均衡リンク修正法に組み込んで配分を行うと、流出交通量をほぼ交通容量に制限できることを実際の道路網への適用計算で検証した。また、解の一意性についても同様にして適用計算から実証的に確かめられた。

(4) 均衡リンク修正法と文献1)で提案しているOD修正法を実際のネットワークで適用した結果、BPR関数を用いて容量制約を行うOD修正法で推定したOD間所要時間、およびリンク走行時間は実績値よりも過大に推定する傾向があるが、均衡リンク修正法による推定値はそのようなことはなく適合度も良好であった。しかし、リンク交通量の適合度を比較する場合には、両者に大きな違いはみられなかった。

(5) 均衡リンク修正法で実際のネットワーク上の渋滞状況を時間帯を追って再現したところ、渋滞区間が住宅地区から職場である工場地区等へ移動している様子をとらえることができた。

以上の結論は豊田市の道路網への適用結果から得られたものであるが、さらに信頼性を高めるには、他のネットワークへの適用が必要である。本研究で提案したリンクパフォーマンス関数は交通容量の影響を受けやすいことが予想でき、精度良く渋滞の程度を知るためには、ネットワークやセントロイドの表現方法をできるかぎり現実に近いものにする必要があるといえる。さらに、均衡リ

nk修正法については計算時間が大きいことに対するより効率の良いアルゴリズムの開発や解の一意性についての数学的証明等も今後引き続き研究を行っていく必要があると考えられる。また本時間帯別配分モデルを長期予測に適用するとき、配分の対象とする時間帯別OD交通量をいかに予測するかの問題が残されており、これは今後の課題である。最後に本研究の適用計算にあたって、九州東海大学の溝上章志講師からはネットワークデータの提供を受けた。また中部都市圏総合都市交通計画協議会よりパーソントリップ調査のマスターテープの提供を受けた。ここに感謝を申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 藤田素弘・松井 寛・溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集・IV，No.389，pp.111~119，1988.
- 2) 松井 寛：総走行時間最小化配分と等時間配分の動的化，土木学会論文報告集，No.339，pp.239~242，1983.
- 3) 松井 寛・丹羽知紀：道路網上の経路誘導に関する基礎的研究，土木計画学研究・論文集，No.4，pp.85~92，1986.
- 4) 井上博司：混雑した道路網における交通均衡およびその数値解法，土木学会論文報告集，No.365，pp.125~133，1986.
- 5) Smith, M. J. : The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria, *Transp. Res.*, Vol.13 B, pp.295~304, 1979.
- 6) 日本道路協会：道路の交通容量，1984.
- 7) 松井 寛・藤田素弘：交通量配分における日交通容量とQ-V式の合理的設定方法に関する研究，土木計画学研究・論文集，No.6，pp.153~160，1988.
- 8) 宮城俊彦：交通均衡モデル：理論と計算法，土木計画学研究・論文集，No.2，pp.13~28，1985.
- 9) 小川枝郎：数値解析概論，近代科学社，pp.39~45，1985.
- 10) Lawphongpanich, S. and Hearn, D.W. : Simplicial decomposition of the asymmetric assignment problem, *Transp. Res.* 18 B, pp.123~133, 1984.
- 11) Smith, M. J. : An algorithm for solving asymmetric equilibrium problems with a continuous cost-flow function, *Transp. Res.* 17 B, pp.365~371, 1983.
- 12) Pang, J.S. and Yu, C.S. : Linearized simplicial decomposition methods for computing traffic equilibria, *Networks* 14, pp.427~438, 1984.
- 13) Smith, M. J. : The existence and calculation of traffic equilibria, *Transp. Res.* 17 B, pp.291~303, 503, 1983.
- 14) Dafermos, S. : Traffic equilibrium and variational inequalities, *Transp. Sci.*, Vol.14, pp.43~54, 1980.
- 15) Pang, J.S. and Chan, D. : Iterative methods for variational and complementarity problems, *Mathe. Prog.* 24, pp.284~313, 1981.

(1989.1.23・受付)