

## 不飽和土の三軸圧縮状態における降伏関数

## YIELD FUNCTION OF UNSATURATED SOIL UNDER TRIAXIAL COMPRESSION

軽部大蔵\*・勝山潤一\*\*・西海健二\*\*\*・丹羽尚人\*\*\*\*

By Daizo KARUBE, Jun'ichi KATSUYAMA, Kenji NISHIUMI and Naoto NIWA

Unsaturated soil can be simulated to elasto-plastic material. Based on the test results of suction controlled triaxial test on compacted kaolin clay, theoretical initial yield function and subsequent loading function are induced. Then the theory is examined by stress-probe test. In this paper triaxial stress state is defined by three stress components, they are, effective average principal stress,  $p = \sigma_m - u_a$ , effective suction stress,  $f(S) = \chi(u_a - u_w)$  at failure condition, and deviator stress,  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ , in which  $u_a$  and  $u_w$  are pore air and pore water pressure, respectively. Only one loading function similar to Original Cam Clay is obtained from the theory, on the other hand, results of stress-probe test indicate the presence of additional yield surface like failure surface besides one theoretically predicted.

Keywords: unsaturated soil, suction, yield function, triaxial test

## 1. まえがき

不飽和土に作用する応力成分は、全応力、間隙空気圧および間隙水圧であるが、不飽和土塊のひずみや破壊を考察するためには、これらを「全応力-間隙空気圧」と「間隙空気圧-間隙水圧 (=サクション)」の2項にまとめると都合がよいことが1960年代の初めには明らかにされていた<sup>1)</sup>。以来20年間にわたる研究の系譜を、サクションを直接に制御・測定する力学試験に基礎を置く研究に限って概観すると、まずビショップの有効応力定義<sup>1)</sup>に依拠しつつも、その欠陥を補おうとするブライト<sup>2)</sup>やフレンド<sup>3)</sup>の研究活動と、ビショップへの批判としてジェニングスとパーランド<sup>4)</sup>およびコールマン<sup>5)</sup>が行った提案に基礎を置くマトヤスとラダクリシナ<sup>6)</sup>をはじめとする諸研究<sup>3),9)</sup>が併行していたが、加えてこの10年来、精密な三軸試験を行って新しい有効応力の定義を導く試み<sup>10)-12)</sup>がなされてきた。

一方、飽和土の分野では、弾塑性仮定に基づく構成方程式が高い水準に達し、普及・応用段階を迎えようとし

ている。その1つの応用として、軽部らは、締め固めた不飽和カオリンを三軸試験して、破壊応力に及ぼすダイレイタンスの影響や、ひずみの応力径路依存性を検討し、不飽和土の力学的特性が弾塑性仮定の適用性も含めて飽和土のその延長線上にあることを示唆し<sup>11)</sup>、また、等方応力状態における降伏関数(あるいは負荷関数)を提案した<sup>13),14)</sup>。同様にアロンソら<sup>15)</sup>は既往の圧密試験結果を収集・分析し、定性的ではあるが、3.で紹介するように、より詳細な降伏線を提案した。また彼らは、 $K_0$ 圧密中の降伏を説明するための、せん断応力軸を含む応力空間に仮想された降伏面を紹介した。これら<sup>13)-15)</sup>は、いずれも不飽和土特有のコラプス現象を弾塑性挙動の一部として説明できるものである。続いて軽部<sup>16)</sup>はカムクレイモデル<sup>17)</sup>にならって、先の等方応力面上の降伏線の上に立つ降伏面等を応力空間内に想定し、これと三軸ストレスプローブ試験結果<sup>18)</sup>を比較した。以上とは独立に、向後<sup>19)</sup>は「等価間隙水圧」を導入して有効応力を定義し、これを修正カムクレイ型の飽和土用構成式に適用して塑性ポテンシャル関数を得た。

本論文の目的は、著者の一部が加わった従来の諸論文を含めて、これまで飽和土からの類推として直感的に提案されてきた諸式を、不飽和土塊が満たすべき理論関係と矛盾しない形式に改め、それらを実験結果とつぎ合わ

\* 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部土木工学科  
(〒657 神戸市灘区六甲台町)

\*\* (株)リクルート RCS 科学システム部

\*\*\* 神戸大学大学院工学研究科修士課程

\*\*\*\* (株)建設技術研究所技術第1部

せて検討することにある。なお、本論文で提案する降伏関数等に基づいて誘導される構成方程式については、紙数の制約から続稿に譲っている。

〔記号の定義〕

$\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$  : 全応力表示の最大, 最小主応力。

$u_a, u_w$  : 間隙空気圧, 間隙水圧。飽和状態では形式上,  $u_a = u_w$  としておく。

$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} - u_a$  : 間隙空気圧を差し引いた平均主応力。

$q = \sigma_1 - \sigma_3$  : 主応力差。

$S = u_a - u_w$  : サクシオン。

$f(S)$  : 「サクシオン応力」と仮称。  $S$  が塑性ひずみに与える影響を等価の  $p$  に換算する関数。カオリン粘土供試体に対する実験式<sup>20)</sup>は、

$$f(S) = \left[ \sqrt{1 + \frac{3S}{98 \text{ kPa}}} - 1 \right] \times \frac{98 \text{ kPa}}{1.5}$$

$w$  : 含水比。

$e$  : 間隙比。

$\lambda = 0.434 C_c, k = 0.434 C_s$  : 片自然対数紙上での圧縮指数, 膨潤指数。

$\epsilon_1, \epsilon_2 = \epsilon_3$  : 最大, 最小主ひずみ。主応力方向に一致すると仮定。

$v$  : 体積ひずみ。

$\epsilon = (2/3)(\epsilon_1 - \epsilon_3)$  : せん断ひずみ。

$M, M'$  : せん断抵抗係数, ダイレイタンシー補正したせん断抵抗係数 (式 (1) 参照)。

$P = P(p, q, S)$  : 応力空間内の応力点。

$A = P_0(p=20, q=0, S=49 \text{ kPa})$  : ひずみ測定の原点

## 2. サクシオン一定の三軸圧縮試験に対する負荷曲線

軽部ら<sup>11)</sup>は、本論文5.の冒頭部に示された方法でカオリン粘土供試体について排気・排水三軸圧縮試験を行い、次の破壊応力条件式を得た。

$$q'_r = M'(p + f(S)) \dots \dots \dots (1)$$

ただし、 $q'_r$ は、破壊時の主応力差  $q_r$ に、次のダイレイタンシー補正を施した値である。

$$q'_r = q_r + p \left( \frac{\Delta v}{\Delta \epsilon} \right)_r \dots \dots \dots (2)$$

また、 $M'$ は  $q'_r \sim p$  座標に描いた破壊線 (式 (1)) の  $p$  軸に対する傾きであり、 $-f(S)$  は、その  $p$  軸切片である。したがって  $f(S)$  は、破壊条件におけるサクシオンの作用を等価の  $p$  に換算する関数であり、以下「サクシオン応力」と仮称する。式 (1), (2) より

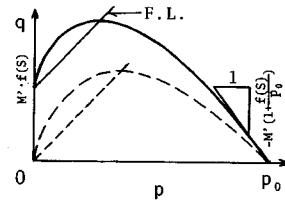


Fig. 1 Loading curves on suction constant plane.

$$\left( \frac{\Delta v}{\Delta \epsilon} \right)_r = M' \frac{p + f(S)}{P} - \frac{q_r}{p} \dots \dots \dots (3)$$

これとは別に、ロスコー<sup>17)</sup>がカムクレイモデルを導いた方法にならって、軸圧縮中の不飽和供試体のエネルギー-ひずみ合い式を書くと、

$$\left. \begin{aligned} p \cdot dv + q \cdot d\epsilon &= M' \{ p + f(S) \} d\epsilon + p \cdot dv^e \\ \therefore \frac{dv^e}{d\epsilon} &= M' \frac{p + f(S)}{p} - \frac{q}{p} \end{aligned} \right\} \dots \dots (4)$$

ただし、 $dv^e = dv - dv^p$

ここで、先の式 (3) は  $p$  と  $S$  を一定に保った場合であるから、 $\Delta v = \Delta v^e$ 、したがって理論式 (4) は破壊時において実験式 (3) に一致し、この限りで実証されたことになる。

さて、式 (4) は暗黙に、せん断ひずみをすべて塑性成分と仮定しているから、左辺は塑性ひずみ増分比である。ここで関連流動則を適用し、 $S$  一定面上の負荷曲線の勾配を  $(dq/dp)$  とすれば、

$$(dq/dp) = -(dv^e/d\epsilon)$$

これを式 (4) に代入すると、

$$\frac{dq}{dp} - \frac{q}{p} = -M' \frac{p + f(S)}{p} \dots \dots \dots (5)$$

上式を、 $q=0$  のとき  $p=p_0$  として解くと、サクシオン一定面上の負荷曲線の式が次のように得られる。

$$\frac{q}{M' p_0} = -\frac{p}{p_0} \log_e \left( \frac{p}{p_0} \right) + \frac{f(S)}{p_0} \left( 1 - \frac{p}{p_0} \right) \dots \dots \dots (6)$$

Fig. 1 の実線は上式を、また破壊線は、次のカムクレイモデルの負荷曲線を表わしている。

$$\frac{q}{M' p_0} = -\frac{p}{p_0} \log_e \left( \frac{p}{p_0} \right) \dots \dots \dots (7)$$

ただし、カムクレイモデルでは、 $M' = M = (q/p)_r$ 。

## 3. 等応力状態における負荷曲線

サクシオン  $S$  を独立応力成分と考え、三軸圧縮状態にある不飽和土の負荷関数は、3つの独立応力成分 ( $p, S, q$ ) で構成される三次元空間内の曲面として定義される。しかし、サクシオンが不飽和土のひずみに及ぼす影響の程度は土質によって大きな差があり、しかも同一土質であっても初期含水比等に影響されるので、サクシオン  $S$  をそのまま応力軸とすると関数が複雑となるおそれがある。これを避ける1つの方法として、 $S$

の代わりにサクシオン応力  $f(S)$  を用いると関数が単純となることがわかれば、以後は  $f(S)$  の性質を調べればよいことになる。

さて、等方応力状態あるいは一次元圧縮状態にある飽和土の降伏応力は、 $e \sim \log p$  線が曲線から直線に移行する点として定義されている。言い換えれば、飽和土は弾塑性状態（正規圧密域）では次の式に従うことが前提とされているわけである。

$$e - e_1 = -C_c(\log_{10} p - \log_{10} p_1) \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $p = p_1$  のとき、 $e = e_1$  とする。

上式を  $p$  で微分すると、次の式に到達する。

$$-\left(\frac{dp}{de}\right) = (2.3/C_c)p \dots\dots\dots (9)$$

したがって、飽和土は弾塑性状態においては、 $p$  に比例して硬くなることになる。一方、不飽和土の場合、弾塑性状態における硬さは  $[p + f(S)]$  に比例するであろう<sup>11)</sup>。すなわち

$$\frac{de}{dp} = \frac{0.434 C_c}{p + f(S)} \dots\dots\dots (10)$$

したがって、圧密中  $S$  が一定に保たれる場合は、

$$e = e_1 - C_c \log_{10} \frac{p + f(S)}{p_1 + f(S)} \dots\dots\dots (11)$$

ただし、 $p = p_1$  のとき、 $S = S_1$  および  $e = e_1$  とする。  
**Fig. 2** は、文献 11) の Table 1 および勝山ら<sup>20)</sup>の等方圧密中の  $e \sim \log_{10}[p + f(S)]$  関係を示している。 $S$  は実線部分で一定に保たれたが、図より  $[p + f(S)]$  が大きくなると直線関係となることが、測定点数の多い供試体から確認できる。ところが同じデータを  $\log_{10} p$  に対してプロットすると、直線区間が短くなることがわかった。また既往の文献<sup>6), 7), 9)</sup>においても、 $e \sim \log_{10} p$  関係の直線部分は  $S$  が小さい場合を除いて、ごく短いが無い。

式 (11) が不飽和土の弾塑性状態を表わすとすれば、不飽和土の降伏応力は、 $e \sim \log [p + f(S)]$  図上で、飽和

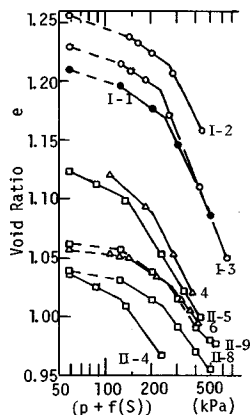


Fig. 2 Consolidation curves.

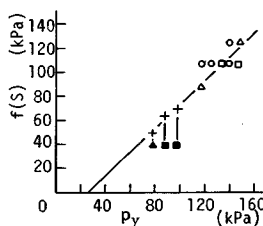


Fig. 3 Correlation of yield stress and suction.

土と同様にカサグランデ法等で決定できるはずである。しかし、**Fig. 2** の場合は測定点数が少ないことから同法の適用は困難であるため、2本の直線で近似し、折点の応力を  $[p_y + f(S)]$  とみなすこととした。**Fig. 3** において、+印以外の点は  $f(S)$  と  $p_y$  の関係を表わしている。図において注意すべきは、縦軸の  $f(S)$  は圧密試験中のものであり、いわば「先行サクシオン応力」ではないことである。実際、最初に供試体を応力状態 A ( $p = 20$ ,  $S = 49$  kPa) に置いたとき、ほとんどが吸水したから、供試体作製直後の初期サクシオン  $S_i$  は 49 kPa を超えていたと思われる。この  $S_i$  を、圧密中のサクシオン応力が  $f(S) = 39$  kPa (黒印) の3個の供試体について推定したところ、図中の+印を得た。+印と他の白印を総合すると、降伏応力  $p_y$  は、供試体はその時点までに受けた最大サクシオン応力  $f(S)$  に比例的に増大することがわかる。なお、 $S_i$  の推定は、各供試体について  $\Delta S = S_i - 49$  kPa とおいて、別に文献 11), **Fig. 7** から得られた実験式、 $\Delta S = \{(0.12 e - 0.11)^{-1}\} \Delta w$  を求めておき、各供試体の吸水量  $\Delta w$  を代入して行った。

供試体の初期状態をさらに検討するために、三軸試験とは別に **Fig. 4** に示す標準圧密試験を、気乾、飽和、不飽和カオリン試料について行った。図を用いて、三軸試験用供試体が供試体作製時に受けた応力  $p_y$  を次のように見積った。まず、 $e$  軸上に三軸供試体の平均初期間隙比 1.23 をとり、ここから不飽和試料の除荷曲線に平行線を引くと、不飽和圧密曲線と  $e = 1.17$  で交わるから、この間隙比を飽和試料の圧密曲線上にとると、 $p = 130$  kPa に対応する。一次元圧縮状態と **Fig. 3** の等方応力状態を比較するのは困難であるが、ダイレイタンスを無視したうえで  $K_0 = 0.5$  と仮定すれば、130 kPa の一次

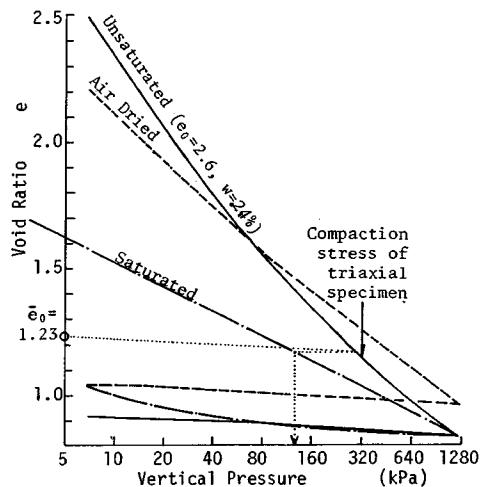


Fig. 4 Influence of degree of saturation on consolidation curves.

元圧縮応力は 87 kPa の等方応力に相当する。すなわち、三軸供試体の突固め力は等価圧密応力にして 87 kPa 程度と推定されたが、この値は偶然か、Fig. 3 の初期降伏応力（黒印）に一致する。また、Fig. 4 中の実線矢印は供試体の締固め応力を表わしているが、この応力も締固めに有効に作用したことがわかる。

等方応力条件下の降伏関数を考察するにあたっては、 $f(S)$  が土の骨格構造を強化するのに対して、 $p$  は逆に骨格を圧縮することに注意する必要がある。そのために、ここでは次のように応力面を 2 分して考察する (Fig. 5 参照)。まず、 $p \leq f(S)$  の領域では、サクシオン応力  $f(S)$  が支配的と考え、 $f(S)$  のみで降伏が起こるかを検討する。ヨソら<sup>21)</sup>は、カオリン粘土等をスラリー状からサクシオンのみで圧密して、 $S=0.1 \sim 100$  kPa の区間で大きな非可逆圧縮を認めた。また、アロンソら<sup>19)</sup>の引用によれば、Chu と Mou (3 IC-Expansive Soils) は、 $S_i > 300$  kPa の膨張性粘土のサクシオンをいったんゼロにしたところ、大きな非可逆膨張を起こした。アロンソらは、これらの現象を説明するために、サクシオン増大・減少両方向にそれぞれ  $S = \text{一定}$  という降伏線を設定した。しかし、前者のようにサクシオン圧密をスラリーから始めると、サクシオンがかなりの値に達するまで供試体内部は飽和状態にとどまるものであり（つまりサクシオンは供試体表面にしか現われない）、また後者の膨張性粘土はむしろ特殊土であって、結果の一般性に問題があろう。

一方、文献 11) の Fig. 9 によれば、 $p$  を一定に保ち、 $S$  を 49 kPa から供試体の推定初期サクシオンをはるかに超える 198 kPa までの範囲で増減させた場合の、体積ひずみ増分/サクシオン増分比 ( $\Delta v/\Delta S$ ) は、大きい  $p$  のもとで  $S$  を減少させてコラプス履歴をつくらない限り、載荷時と除荷時で大きな差は認められず、したがって降伏は起こっていないと考えられる。結局、サクシオンのみによって降伏が起こるかについては文献の結論は一致しないが、この原因は試料土の構造の差によると思われる。以下では、文献 11) で用いられたような、最適含水比付近の、したがって間隙水も間隙空気もともに連続している状態にある場合を中心に議論を進めるこ

ととする。

次に、 $p > f(S)$  の領域における降伏線を考察する。土の初期応力を  $P_i(p_i, S_i)$  とすると、 $p_i$  と  $f(S_i)$  の大小関係により降伏線は異なったものとなるであろう。

a)  $p_i \leq f(S_i)$  の場合 サクシオンの値が締固め直後より低下しても土の骨格構造は残留するとすれば、降伏線の式は Fig. 5 に示すように

$$p = p_y = f(S_i) \dots \dots \dots (12 \cdot a)$$

一方、サクシオンの低下により骨格構造が乱れるとすると、

$$p = f(S_i) \cdot (1 - b) + f(S) \cdot b \dots \dots \dots (12 \cdot b)$$

ただし、 $b$  はゼロと 1 の間に定義される新たな実験定数であり、 $b=0$  のときは、式 (12・b) は式 (12・a) に一致する。

b)  $p_i > f(S_i)$  の場合

$$p = p_y \dots \dots \dots (13)$$

ただし、式中の  $p_y$  は、初期サクシオン  $S_i$  を超えない一定サクシオンのもとで  $p$  を増加させる圧密試験を行い、直接に実測しなければならない (Fig. 2, 3 参照)。以上の式 (12・a) ~ (13) の成立範囲は、 $S \leq S_i$  としておく。

土に作用する応力 ( $p, f(S)$ ) が降伏線を超えて増加すると土は弾塑性状態となるが、この場合、塑性体積ひずみは応力径路によらず応力状態で決まることが実験的に確かめられているから<sup>6), 8)</sup>、式 (10) より

$$\frac{\partial v^p}{\partial p} = m_v - m_v^0 = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_a} \frac{1}{p + f(S)} \dots \dots \dots (14)$$

ただし、 $m_v^0$  は弾性体積圧縮係数、 $\lambda$  と  $\kappa$  は圧縮、膨潤指数、 $e_a$  はひずみ測定原点における間隙比である。

上式を積分し、降伏線上で  $v^p=0$  とおけば、式 (12・a) および式 (13) に対応する塑性体積ひずみは次式で与えられる。

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_a} \log_e \frac{p + f(S)}{p_y + f(S)} \dots \dots \dots (15 \cdot a)$$

また、式 (12・b) に対応する塑性体積ひずみは次式で与えられる。

$$v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_a} \log_e \frac{p + f(S)}{(1 - b)f(S_i) + (1 + b)f(S)} \dots \dots (15 \cdot b)$$

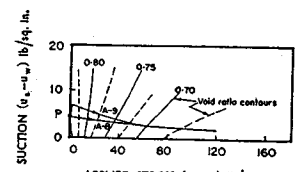
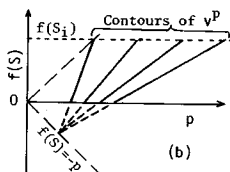
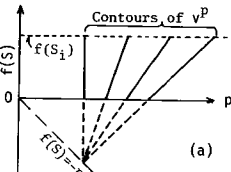
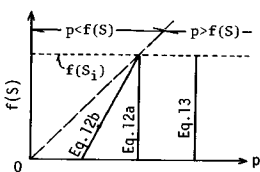


Fig. 5 Hypothetic yield curves.

Fig. 6 Characteristics of plastic volumetric strain on  $p-f(S)$  plane, (a) Eq. (16・a), (b) Eq. (16・b).

Fig. 7 Contours of volumetric strain<sup>6)</sup>.

ここで、負荷曲線は等塑性ひずみ線に一致するとすれば

$$C = \left( \frac{1 + e_A}{\lambda - \kappa} \right) v^p = \text{const.} \dots \dots \dots (16)$$

とにおいて、式 (15・a), (15・b) を書き直すことにより、次のように表わされる。

$$p = [\exp(C) - 1] f(S) + \exp(C) p_y \dots \dots \dots (16 \cdot a)$$

$$p = [\exp(C)(1 + b) - 1] f(S) + \exp(C)(1 - b) f(S_i) \dots \dots \dots (16 \cdot b)$$

これらの負荷曲線 (等塑性ひずみ線) の特徴は、Fig. 6 に示すように、直線  $p = -f(S)$  と降伏線の交点を通ることである。Fig. 7 はマトヤスら<sup>6)</sup> が実測した等ひずみ線であるが、Fig. 6 に類似している。

最後に、弾塑性状態にある土のサクシオンが先行サクシオンを超えて増大する場合については、降伏線が塑性ひずみを伴わずに  $p$  方向に平行移動すると仮定しておく (Fig. 8)。すなわち、

$$p = [\exp(C_i) - 1] f(S) + \exp(C_i) \times [p_y - f(S_i) + f(S')] \dots \dots \dots (17 \cdot a)$$

etc.

ただし、 $C_i$  は、 $(v^p)_i$  をサクシオンが増大の途上で  $S_i$  に達したときの塑性ひずみとすると、次の式で与えられる。

$$C_i = \left( \frac{1 + e_A}{\lambda - \kappa} \right) (v^p)_i$$

また、 $S'$  は、増大後の  $S (> S_i)$ 。式 (17・a) の適用例として、Fig. 3 において +印で表わした初期サクシオン  $S_i$  より大きなサクシオンを荷重された供試体の理論降伏応力を求めてみると、これらの応

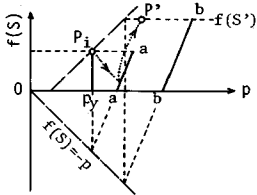


Fig. 8 Shift of loading curve.

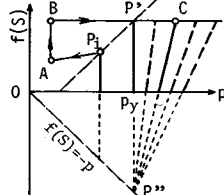


Fig. 9 Analysis of Fig. 3 using Fig. 8.

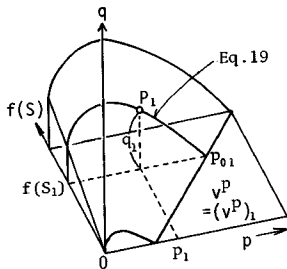


Fig. 10 Loading surface through stress point  $P_1$ .

力径路は Fig. 9 の  $P_i \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$  であるから、降伏応力は、Fig. 3 の +印を通る  $45^\circ$  線と圧密径路の交点  $P'$  となる。実測降伏点 (白抜印) 群は  $45^\circ$  線付近に分布しており、式 (17) を支持している。なお、新しい降伏線以後に発生する塑性ひずみの式は、

$$(v^p)' = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_A} \log_e \frac{p + f(S)}{p_y - f(S_i) + f(S') + f(S)} \dots \dots \dots (18 \cdot a)$$

となり、負荷曲線 (等塑性ひずみ線) は Fig. 9 の点  $P''$  を通る直線群となる。

#### 4. 空間負荷曲面

不飽和土が等方硬化材料であれば、応力空間 ( $p, f(S), q$ ) 内の負荷曲面の式は、等方応力面上の負荷曲線式 (16) の  $p$  を  $p_0$  と書き改め、 $f(S)$  一定面上の負荷曲線式 (6) に代入すれば得られる。

載荷応力径路が応力空間内の任意の点  $P_1(p_1, f(S_1), q_1)$  に達したとき、 $P_1$  が形成する負荷曲面は Fig. 10 を参照して、次のように決定できる。まず式 (6) に点  $P_1$  の座標を代入すると次式となる。

$$\frac{q_1}{M'} = -p_1 \log_e \left( \frac{p_1}{p_{01}} \right) + f(S_1) \left( 1 - \frac{p_1}{p_{01}} \right) \dots \dots \dots (19)$$

ただし、 $p_{01}$  は等方応力面上の点である。次に、上式を  $p_{01}$  について解き、式 (15) を式 (16) を用いて書き直しておいた式に、 $f(S_1)$  とともに代入する；

$$C_1 = \left( \frac{1 + e_A}{\lambda - \kappa} \right) (v^p)_1 = \log_e \frac{p_{01} + f(S_1)}{p_y + f(S_1)} \dots \dots \dots (20 \cdot a)$$

この  $C_1$  を元の空間負荷曲面の式に代入すると、最終的に  $P_1$  を通る負荷曲面の式が次のように求められる。

$$\frac{q}{M'} = -p \log_e \left( \frac{p}{p_0} \right) + f(S) \left( 1 - \frac{p}{p_0} \right) \dots \dots \dots (6)_{\text{bis}}$$

ただし、 $p_0 = [\exp(C_1) - 1] f(S) + \exp(C_1) p_y$

#### 5. ストレスプローブ試験

理論的に予測された負荷曲面 (関数) を実験的に検討するために、Table 1 に示す 6 シリーズのストレスプローブ試験を行った。基本的な試験方法は文献 11) のシリーズ II と同様であるが、その概略は、粉末カオリンの含水量を調整して、内径 35 mm のモールドに入れ、カリフォルニア・ミニチュアコンパクターで締め固めて高さ 80 mm の供試体を得、これを応力点 A ( $p=20, S=49$  kPa) から 1 段階 8 時間の段階応力制御法で三軸圧縮試験するものである。

##### (1) 等方応力面上の弾性域

等方応力履歴による弾性域の形成をシリーズ VII の 2 つの供試体で検討した。与えた応力履歴は Fig. 11 (a) の  $A \rightarrow B \rightarrow C$  であり、続いてストレスプローブ  $C \rightarrow 1 \rightarrow C \rightarrow 2 \rightarrow C \rightarrow 3 \rightarrow C$  を与えた。Fig. 11 (b) 上において、点 C

と任意の点の距離を、次の  $\Delta\sigma$  で定義すると、  

$$\Delta\sigma = \sqrt{(\Delta p)^2 + (\Delta f(S))^2}$$

ただし、 $\Delta p = p - (p)_c$ 、 $\Delta f(S) = f(S) - f(S)_c$ 。

Fig. 11(c), (d) に示すように、C→1に伴う間隙比変化率は、先の荷重径路 B→Cのそれに比べて非常に小さく、弾性域にあるとみられる。続く C→2は、変化成分  $\Delta p = -104$  kPa と  $\Delta f(S) = 23$  kPa に分解できる。これらに対応する間隙比変化量  $\Delta e_p$ 、 $\Delta e_s$  を、それぞれ C→1 と C→3 から読み取って加え合わせると、  

$$\Delta e_p + \Delta e_s = 0.004 - 0.002 = 0.002$$

この値は、C→2の実測間隙比変化量に等しい。以上より、全プローブは弾性域にあると結論でき、3.の負荷曲線に関する理論に矛盾しないことがわかる。なお、Fig. 11(c) 中の「gap」部分は、軸変位計の接点が動いたことによる誤差である。

(2) 等方応力履歴と後続のせん断特性の関係

シリーズⅡ' とⅢは、Fig. 12 に示すように、点 A から B (B') あるいは D (D') を経て C (C') まで圧密され、

Table 1 Conditions of stress-probe test.

Test Series	Specimen Number	Molded State			Stress Path	Ref.
		e	w(%)	S <sub>r</sub> (%)		
Ⅱ'	1	1.163	26.44	61.38	AB'C'→Ax. Comp. AD'C'→Ax. Comp. AB'C'E'C'→Ax. C.	Fig. 12
	2	1.121	25.45	61.31		
	3	1.277	23.90	50.72		
Ⅲ	4	1.261	26.51	59.99	ABC→Ax. Comp. ADC→Ax. Comp. ABCEC→Ax. Comp. ABCFC→Ax. Comp.	Fig. 16
	5	1.292	25.86	54.25		
	6	1.235	24.75	54.29		
	7	1.257	25.80	55.62		
Ⅳ	8	1.238	25.93	56.77	ABC J I J Δp>0 ΔS<0 Δp<0 Δp, ΔS<0	Fig. 16
	9	1.159	26.11	61.03		
	10	1.315	28.21	58.13		
	14	1.267	26.69	57.11		
Ⅴ	8*	1.282	26.42	55.84	ABC J Δp>0 ΔS<0 Δp<0 Δp, ΔS<0	Fig. 16
	9*	1.259	26.41	56.85		
	10*	1.281	26.40	55.86		
	14*	1.235	25.86	56.72		
Ⅵ	11	1.254	24.42	52.76	ABC J I J Δp>0 ΔS<0 Δp<0	Fig. 16
	12	1.270	23.67	50.51		
	13	1.257	25.69	55.39		
Ⅶ	7	1.136	25.21	59.91	C 1 C 2 C 3 C C 1 C 2 C 3 C	Fig. 11
	8	1.116	25.90	62.65		

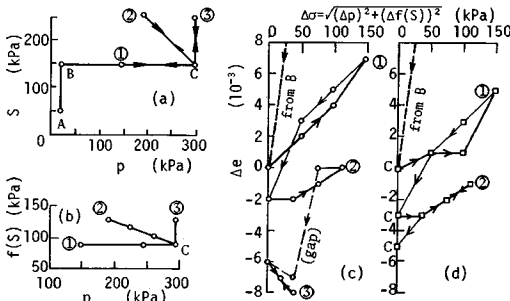


Fig. 11 Stress-probe test of series VII in elastic zone, (a), (b) stress paths tested, (c) void ratio change of specimen 7, and (d) specimen 8.

さらに一部は付加的荷重を受けた。Fig. 14, 15 は、それに続く軸圧縮過程を示しており、図中の矢印は Fig. 13 に示した各供試体の軸圧縮開始時における負荷曲線が軸圧縮径路を横切る点を示している。矢印が右に寄っているものほど初期部分の発生ひずみが小さいことがわかり (5 と 7 は逆転)、等方応力履歴により負荷曲面が三次元空間に広がるという理論が裏付けられた。

(3) せん断履歴に伴う負荷曲面

シリーズⅣは、圧密 A→B→C の後、Fig. 16(a) 中の C→I→J と荷重除荷され、最後に Fig. 16(b), (c) に示す 4 つの径路 8, 9, 10, 14 をたどった。各図中の実線曲線は、点 I における負荷曲線である。Fig. 17~20 中の実線曲線は、点 J 以後のひずみを表わし、曲線上の矢印は径路と理論負荷曲線の交点を表わしている。しかし、

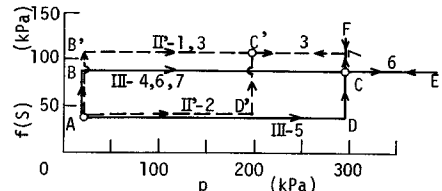


Fig. 12 Stress paths prior to axial compression.

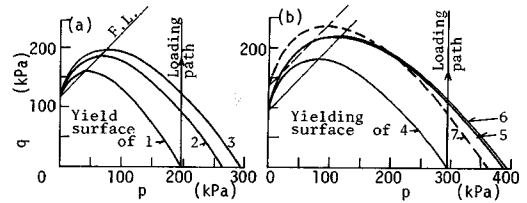


Fig. 13 Loading surfaces which each specimen had at point C.

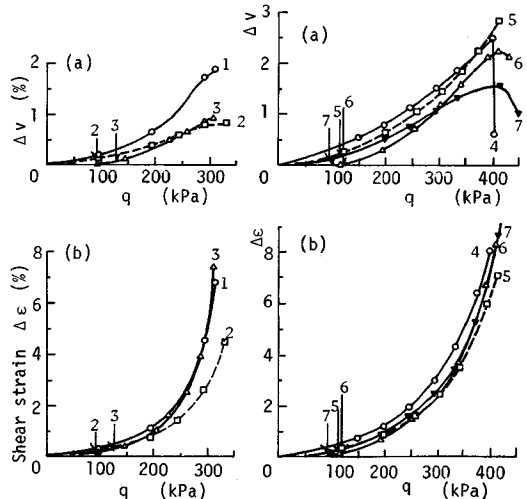


Fig. 14 Strains of Series II'. Fig. 15 Strains of Series III.

曲線は必ずしも急曲点などの特徴点をもっていないので、客観的に降伏点を決定するために、付加シリーズVを行った。このシリーズの応力経路はIまで行かず、Jから直ちに Fig. 16(b), (c) 中の4つの径路に入る。この場合点Jにおける負荷曲線は各図中の破線曲線となるから、10' 以外はJから弾塑性域を進行する。Jからのひずみは Fig. 17~20 中の破線で示されているが、これらの初期勾配は実線のそれより明らかに小さい。そこで実線の勾配が破線の初期勾配まで低下する点に×印を付け、「実測降伏点」と定義した。

一方、これらとは別にシリーズVIは、いったん点Iまで載荷してから点J'まで除荷した後、Fig. 16(a), (d) に点線で示す鉤形の径路をとらせた。Fig. 21 は、この最後の q 増加過程を示している。当初の直線関係が崩れる点を実測降伏点とした。

Table 2 と Fig. 22 は、シリーズIV~VIから得られた全降伏点を示している。これらは理論負荷曲面とおおむね対応しているようであるが、供試体10および13の付近には理論曲面がない。そこで次のいわば摩擦型の負荷曲面を追加することとした。

$$q = M' \cdot f(S) + \frac{q_1 - M' \cdot f(S_1)}{p_1} \cdot p \dots\dots\dots(21)$$

ただし、添字1は、点Iにおける各成分の値を表わし、式の形状は Fig. 22 中に太い破線で示されている。

6. まとめ

不飽和土の降伏関数と負荷関数を応力空間 (p, f(S),

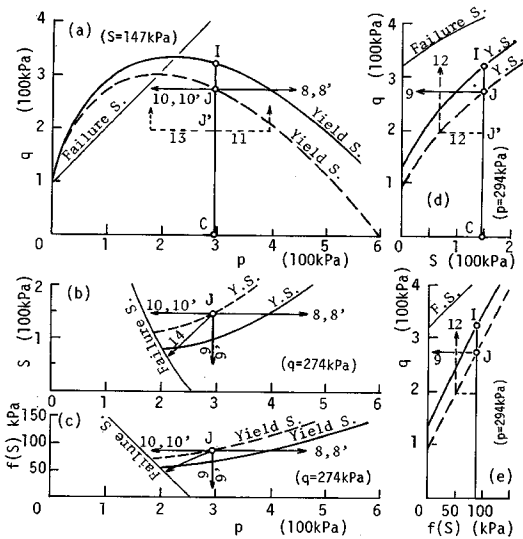


Fig. 16 Stress probes of Series IV-VI with relating theoretical loading surfaces through point I or J, (a) on S=147 kPa, (b), (c) q=274 kPa and (d), (e) p=294 kPa plane.

q) 内で理論的・実験的に調べた。その結果、カムクレイ型の負荷関数に加えて摩擦型の負荷関数が必要とわかった。また、不飽和土の塑性体積ひずみ式を誘導した。さらに、不飽和土の力学特性はサクシオン応力 f(S) を用いると簡潔に表わせることがわかった。

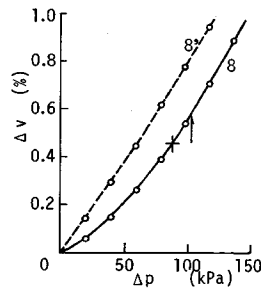


Fig. 17 Volumetric strains of specimen 8 and 8' of series IV and V.

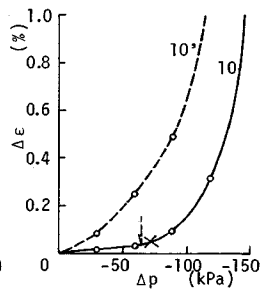


Fig. 18 Shear strains of specimen 10 and 10' of series IV and V.

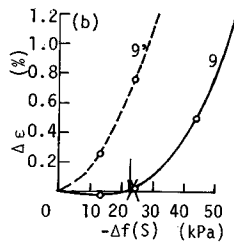
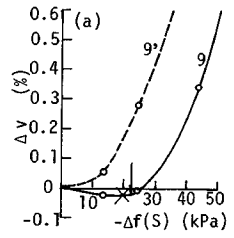


Fig. 19 (a) Volumetric and (b) shear strains of specimen 9 and 9'.

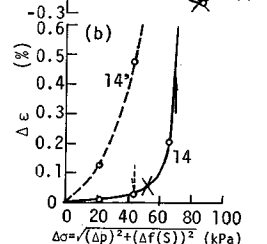
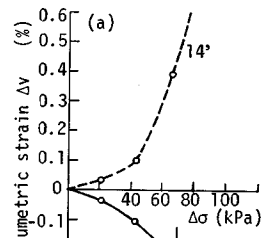


Fig. 20 (a) Volumetric and (b) shear strains of specimen 14 and 14'.

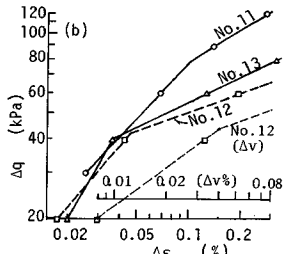
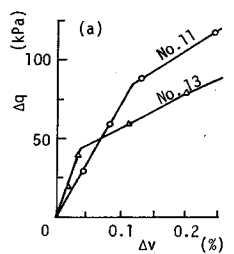


Fig. 21 Yield points appeared in stress-strain plots of specimen 11, 12 and 13 of series VI.

Table 2 Yield stresses induced by preceding axial loading.

Ser.	Spec. No.	Final Stress-Probe			Yield Stress*	
		p (kPa)	S (kPa)	q (kPa)	Volumetric	Shear
IV	8	$\Delta p > 0$	147	274	$p = 382$	$p = ?$
	9	294	$\Delta S < 0$	274	$S = 105$	$S = 97$
	10	$\Delta p < 0$	147	274	$p = ?$	$p = 221$
	14	$\Delta p < 0$	$\Delta S < 0$	274	$p = 217$ $S = 70$	$p = 245$ $S = 98$
VI	11	392	147	$\Delta q > 0$	$q = 280$	$q = 273$
	12	294	69	$\Delta q > 0$	$q = 239$	$q = 238$
	13	176	147	$\Delta q > 0$	$q = 239$	$q = 236$

\* unit: kPa

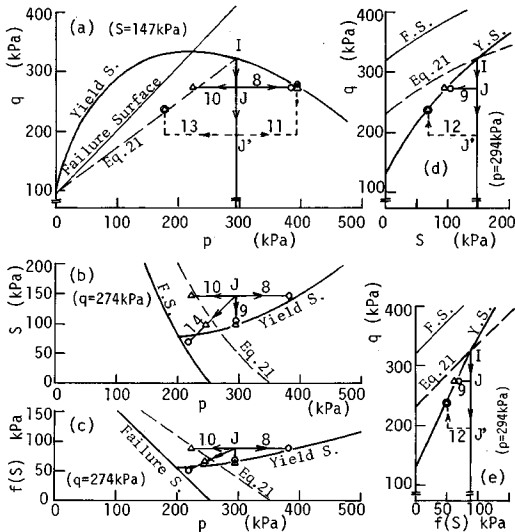


Fig. 22 Experimental yield points with relating theoretical loading surfaces; round mark and triangular mark denote volumetric and shear yield point, respectively.

本研究は、神戸大学名誉教授 谷本喜一氏のご指導と神戸大学 田中泰雄氏をはじめとする多くの方々のご助言のもとで、文部省科学研究費の補助（一般（B））を受けて行われたことを記し、深謝を表する。

参考文献

- 1) Bishop, A. W. et al. : Factors controlling the strength of partly saturated cohesive soils, Proc. ASCE Colorado Conf., pp. 503~532, June, 1960.
- 2) Blight, G. E. : Effective stress evaluation for unsaturated soils, Proc. ASCE, Vol. 93, SM 2, pp. 125~148, 1967.
- 3) Fredlund, D. G. : Soil mechanics principles that embrace unsaturated soils, Proc. 11th IC-SMFE, Vol. 2, pp. 465~472, Aug., 1975.
- 4) Jennings, J. E. and Burland, J. B. : Limitation to use of

effective stress in partly saturated soils, Geotechnique, Vol. 12, pp. 125~144, 1962.

- 5) Coleman, D. J. : Correspondence, Geotechnique, Vol. 12, pp. 348~350, 1962.
- 6) Matyas, E. L. and Radhakrishna, H. S. : Volume change characteristics of partially saturated soils, Geotechnique, Vol. 18, pp. 432~448, 1968.
- 7) Aichson, G. D. and Woodburn, J. A. : Soil suction in foundation design, Proc. 7th IC-SMFE, Vol. 2, pp. 1~8, 1969.
- 8) Barden, L., Mador, A. O. and Sides, G. R. : Volume change characteristics of unsaturated clay, Proc. ASCE, Vol. 95, SM 1, pp. 33~55, 1969.
- 9) Karube, D. : Effect of suction on soil behaviour, Proc. 7th ARC-SMFE, Vol. 1, pp. 30~35, Aug., 1983.
- 10) Kawakami, H. and Abe, H. : Volume change characteristics and collapse in unsaturated soils during triaxial test, Proc. 5th ARC-SMFE, Vol. 1, pp. 111~116, 1975.
- 11) 軽部大蔵・加藤正司・勝山潤一：不飽和カオリンの有効応力と力学定数, 土木学会論文集, No. 370, pp. 179~188, 1986.
- 12) 宇野尚雄・箕 正人・太田文晴：不飽和砂質土の3軸試験における状態量の計測, 不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム論文集, pp. 17~22, Dec., 1987.
- 13) Karube, D. : Basic stress-strain relations of unsaturated soil, Proc. 8th ARC-SMFE, Vol. 1, pp. 17~20, July, 1987.
- 14) Karube, D. : New concept of effective stress in unsaturated soil and its proving test, ASTM, STP 977, pp. 539~552, 1988.
- 15) Alonso, E. E., Gens, A. and Hight, D. : General report of Session 5, Preprint of 9th ERC-SMFE, Aug., 1987.
- 16) 軽部大蔵：不飽和土の構成式, 不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム論文集, pp. 59~68, Dec., 1987.
- 17) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A. : Yielding of clays in states wetter than critical, Geotechnique, Vol. 13, pp. 211~240, 1963.
- 18) 勝山潤一・西海健二・軽部大蔵：土木学会第42回年次学術講演会, III, pp. 190~191, Sep., 1987.
- 19) 向後雄二：不飽和土の力学的挙動に対する弾塑性論的解釈と解析, 土質工学会「不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム」論文集, pp. 69~78, Dec., 1987.
- 20) 勝山潤一・丹羽尚人・軽部大蔵：土木学会第41回年次学術講演会, III, pp. 295~296, 1986.
- 21) Yong, R. N., Japp, R. D. and How, G. : Shear strength of partially saturated clays, Proc. 4th ARC-SMFE, Vol. 1, pp. 183~187, July, 1971.

(1988. 10. 19・受付)