【土木学会論文集　第406号／Ⅲ-11　1989年6月】

エネルギー論に基づく双設トンネルの安定解析

STABILITY OF PARALLEL TUNNEL BY ENERGETICS

杉本光隆*・松本嘉司**・西岡　隆***

By Mitsutaka SUGIMOTO, Yoshiji MATSUMOTO and Takashi NISHIOKA

This paper aims to analyze stability of parallel tunnels on each stage of tunneling, to make clear the relations between stability and various physical values of ground and support. The stability of parallel tunnels is descussed from the point of distortional strain energy by stress function of bipolar coordinates. The preliminaly design method of parallel tunnels supported by shotcrete and rock bolts is presented. The results are applied to actual data of parallel tunnels, and then the relations between elastic constant of ground at the front tunnel excavation and that at the rear one is proposed.

Keywords : *stability of parallel tunnel, distortional strain energy, preliminaty design method*

1. はじめに

複線の鉄道トンネルは，双設トンネルとすることが多い．また，道路トンネルも2車線の道路トンネルを2本併列して,進行方向を分けたトンネルとすることがある．このように2つのトンネルを近接して建設する場合には，2つのトンネル間の応力場が複雑になるために，単一トンネルの設計方法がそのままの形では適用できない．従来，双設トンネルの中心間隔については「地山が完全弾性体と考えられる場合には掘削幅の2倍，粘性土等の軟弱な地山では5倍とすれば，静的には相互にほとんど影響がない」[1),2)]とされている．しかし，これは両トンネルが無支保の状態にあるものとして導かれたものであり，トンネルに支保が施工された場合については扱われていない．

双設トンネルの研究の主題は，相互の影響によるトンネル安定性の問題と，後行トンネルの発破振動によるトンネルの破壊に関する問題とに分けられる．前者については伊藤・久武[3)]がFEM・BEMを用い，弾性・粘弾性解析を行い，双設トンネルの覆工応力に影響を及ぼすいくつかのパラメーターについて研究している．後者については久武・桜井・伊藤[4)]がFEMを用いて発破時における双設トンネルの覆工の動的特性を，菊池ら[5)]が現場実験より発破振動の覆工に及ぼす影響を研究している．しかし，双設トンネルの安定性を全般的に論じた研究は少ない．

著者らは先に，形状弾性ひずみエネルギーを用いたトンネル周辺地山の安定解析法を提示し，単一トンネルの事前設計方法を提案した[6),7)]．本論文はこの安定解析法を用い，双設トンネルの事前設計方法を提案したものである．本論文では，①掘削前後とも地山は等方性弾性状態にある，②トンネル断面は円形断面である，③トンネル周辺地山の境界において，鉛直方向には上載圧が，水平方向には上載圧に側圧係数を乗じた圧力が，地圧として働く，④切羽は並列的に進行する，という仮定を用いている．

まず双設トンネル周辺地山の応力・変位の解析解を計算し，これより地山に蓄えられる形状弾性ひずみエネルギーを求め，双設トンネル周辺地山の安定性を規定するパラメーターの検討を行った．次にこの結果に基づき，双設トンネル周辺地山の事前設計方法を示した．さらに双設トンネルの逆解析を行い，事前設計方法を適用する

* 正会員　工博　東京大学助手　工学部土木工学科
（〒113　文京区本郷7-3-1）
** 正会員　工博　東京大学教授　工学部土木工学科（同上）
*** 正会員　工博　筑波大学教授　構造工学系
（〒305　茨城県新治郡桜村天王台1-1-1）

場合の地山物性値の推定式を求め，事前設計方法を実際の設計施工に適用できるようにした．

2. 双設トンネル周辺地山の応力

（1） 掘削後覆工前の周辺地山の応力

図—1 に示すように，平面ひずみ状態における二次元無限弾性体に 2 つの半径 r_0 の円孔を開けたモデルの円孔周辺の応力を，図—2(a) に示す双極座標系[8]を用いて考えることにする．このように考えると，この 2 円孔を含む弾性体はトンネル地山に，2 円孔は覆工を施さない双設トンネルに相当する．

図—1 の境界条件は次式で与えられる．

① トンネル外周上において（$\alpha=\alpha_0$）

$\sigma^R_{\alpha\beta}=\sigma^R_{\alpha\alpha}=0$

② トンネルより十分遠方において（$\alpha=\beta=0$）

$$\sigma^R_{xx}=-S,\quad \sigma^R_{yy}=-kS \qquad \cdots\cdots(1)$$

ここで，$-S$ はトンネル設置深度における上載圧，k は側圧係数である．

一方，トンネル周辺地山の α 方向，β 方向を法線とする面に働く直応力 $\sigma^R_{\alpha\alpha}$，$\sigma^R_{\beta\beta}$，せん断応力 $\sigma^R_{\alpha\beta}$ は，Airy の応力関数 χ を用いて次式で与えられる．

$$\frac{\sigma^R_{\alpha\alpha}}{S}=\left\{(\cosh\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}-\sinh\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\cosh\alpha\right\}(h\chi')$$

$$\frac{\sigma^R_{\beta\beta}}{S}=\left\{(\cosh\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}-\sinh\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\cos\beta\right\}(h\chi')$$

$$\frac{\sigma^R_{\alpha\beta}}{S}=-(\cosh\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}(h\chi') \qquad \cdots\cdots(2)$$

ここに，

$$\left.\begin{aligned} &h\chi'=h\chi/aS\\ &h=(\cosh\alpha-\cos\beta)/a\\ &a=r_0\sinh\alpha_0 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(3)$$

である．$h\chi$ が X 軸，Y 軸について対称であることを考慮すると，$h\chi'$ の一般解は次式で与えられる．

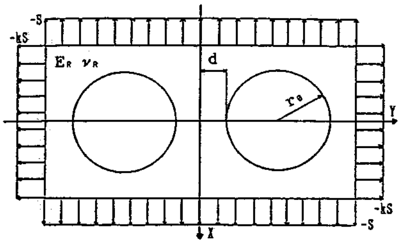
$$h\chi'=-K(\cosh\alpha-\cos\beta)\log(\cosh\alpha-\cos\beta)-\sum_{n=1}^{\infty}\psi_n(\alpha)\cos n\beta$$

$$\psi_n(\alpha)=A_n\cosh(n+1)\alpha+B_n\cosh(n-1)\alpha \qquad \cdots\cdots(4)$$

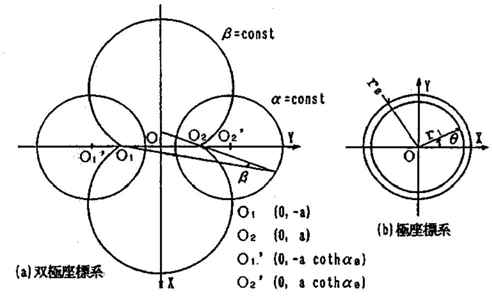
式（2）を式（1）に代入することにより，双設トンネル周辺地山の応力 σ^R_{ij} は次式で与えられる．

$$\sigma^R_{ij}=\sigma^{(0)}_{ij}+\sigma^{(1)}_{ij} \qquad (ij=\alpha\alpha,\ \beta\beta,\ \alpha\beta)\cdots(5)$$

$$\left.\begin{aligned} &\sigma^{(0)}_{ij}=\sigma^{(01)}_{ij}+(k-1)\sigma^{(02)}_{ij}\\ &\sigma^{(1)}_{ij}=\sigma^{(11)}_{ij}+(k-1)\sigma^{(12)}_{ij} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(6)$$



図—1 掘削後覆工前の双設トンネル周辺の応力状態



図—2 解析に使用した座標系

ここで，

$\sigma^{(0)}_{ij}$：初期地山の応力

$\sigma^{(01)}_{ij}$：XY 方向一様引張応力 $-S$ が作用するときの $\sigma^{(0)}_{ij}$

$\sigma^{(02)}_{ij}$：Y 方向一様引張応力 $-S$ が作用するときの $\sigma^{(0)}_{ij}$

$\sigma^{(1)}_{ij}$：双設トンネル掘削によって生ずる地山の乱れによる修正応力

$\sigma^{(11)}_{ij}$：XY 方向一様引張応力 $-S$ が作用するときの $\sigma^{(1)}_{ij}$

$\sigma^{(12)}_{ij}$：Y 方向一様引張応力 $-S$ が作用するときの $\sigma^{(1)}_{ij}$

である．各方向成分は以下のようになる[9)~11)]．

$$\left.\begin{aligned} &\sigma^{(01)}_{\alpha\alpha}/S=\sigma^{(01)}_{\beta\beta}/S=-1\\ &\sigma^{(01)}_{\alpha\beta}/S=0 \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(7)$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\sigma^{(02)}_{\alpha\alpha}}{S}=-\frac{(1-\cosh\alpha\cos\beta)^2}{(\cosh\alpha-\cos\beta)^2}\\ &\frac{\sigma^{(02)}_{\beta\beta}}{S}=-\frac{\sinh^2\alpha\sin^2\beta}{(\cosh\alpha-\cos\beta)^2}\\ &\frac{\sigma^{(02)}_{\alpha\beta}}{S}=\frac{\sinh\alpha\sin\beta(1-\cosh\alpha\cos\beta)}{(\cosh\alpha-\cos\beta)^2} \end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(8)$$

$$\frac{\sigma^{(11)}_{\alpha\alpha}}{S}=-K_{11}\left[\frac{1}{2}(2\cosh\alpha\cos\beta-\cosh 2\alpha-\cos 2\beta)+2\cdot f_{\alpha\alpha}(\Phi_1)\right]+1$$

$$\frac{\sigma^{(11)}_{\beta\beta}}{S}=-K_{11}\left[-\frac{1}{2}(2\cosh\alpha\cos\beta-\cosh 2\alpha-\cos 2\beta)+2\cdot f_{\beta\beta}(\Phi_1)\right]+1$$

$$\frac{\sigma_{\alpha\beta}^{(11)}}{S}=-K_{11}[-\sinh\alpha\sin\beta+2\cdot f_{\alpha\beta}(\Phi_1)]$$

$$\cdots\cdots(9)$$

$$\frac{\sigma_{\alpha\alpha}^{(12)}}{S}=-K_{12}\left[\frac{1}{2}(2\cosh\alpha\cos\beta-\cosh 2\alpha-\cos 2\beta)+2\cdot f_{\alpha\alpha}(\Phi_1)\right]+1+f_{\alpha\alpha}(\Phi_2)$$

$$\frac{\sigma_{\beta\beta}^{(12)}}{S}=-K_{12}\left[-\frac{1}{2}(2\cosh\alpha\cos\beta-\cosh 2\alpha-\cos 2\beta)+2\cdot f_{\beta\beta}(\Phi_1)\right]+1+f_{\beta\beta}(\Phi_2)$$

$$\frac{\sigma_{\alpha\beta}^{(12)}}{S}=-K_{12}[-\sinh\alpha\sin\beta+2\cdot f_{\alpha\beta}(\Phi_1)]+f_{\alpha\beta}(\Phi_2)$$

$$\cdots\cdots(10)$$

ここに,

$$f_{\alpha\alpha}(\Phi_i)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{(\cosh\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\beta^2}-\sinh\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\cosh\alpha\right\}(\Phi_{in}\cos n\beta)$$

$$f_{\beta\beta}(\Phi_i)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{(\cosh\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\alpha^2}-\sinh\alpha\frac{\partial}{\partial\alpha}-\sin\beta\frac{\partial}{\partial\beta}+\cos\beta\right\}(\Phi_{in}\cos n\beta)$$

$$f_{\alpha\beta}(\Phi_i)=\sum_{n=1}^{\infty}\left\{-(\cosh\alpha-\cos\beta)\frac{\partial^2}{\partial\alpha\partial\beta}\right\}\times(\Phi_{in}\cos n\beta)$$

$$\cdots\cdots(11)$$

$$\left.\begin{aligned}\Phi_{1n}&=\frac{A_n'}{n(n+1)}\cosh(n+1)\alpha-\frac{B_n'}{n(n-1)}\cosh(n-1)\alpha\\ \Phi_{2n}&=A_n''\cosh(n+1)\alpha-B_n''\cosh(n-1)\alpha\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots(12)$$

で, A_n', B_n', A_n'', B_n'' は

$$A_n'=\frac{1}{2}-\frac{n\sinh^2\alpha_0+\sinh^2 n\alpha_0}{n\sinh 2\alpha_0+\sinh 2n\alpha_0}\quad(n\geqq 1)$$

$$B_n'=\frac{1}{2}+\frac{n\sinh^2\alpha_0-\sinh^2 n\alpha_0}{n\sinh 2\alpha_0+\sinh 2n\alpha_0}\quad(n\geqq 2)$$

$$\frac{B_1'}{n(n-1)}=-\frac{1}{4}\cosh 2\alpha_0\tanh\alpha_0\quad(n=1)$$

$$\frac{B_1'}{n}=\frac{(n-1)B_1'}{n}=0\quad(n=1)$$

$$A_n''=\frac{1}{2}-\frac{n\sinh^2\alpha_0+\cosh^2 n\alpha_0}{n\sinh 2\alpha_0+\sinh 2n\alpha_0}\quad(n\geqq 1)$$

$$B_n''=\frac{1}{2}+\frac{n\sinh^2\alpha_0-\cosh^2 n\alpha_0}{n\sinh 2\alpha_0+\sinh 2n\alpha_0}\quad(n\geqq 1)$$

$$\cdots\cdots(13)$$

である. また, K_{11}, K_{12} は

$$K_{11}=1/G(\alpha_0)$$

$$K_{12}=(1-2\sinh^2\alpha_0\sum_{n=1}^{\infty}L_n)/G(\alpha_0)$$

$$G(\alpha_0)=\frac{1}{2}+\frac{\sinh^3\alpha_0}{\cosh\alpha_0}-4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2-1}M_n$$

$$M_n=\frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}+\frac{n^2\sinh^2\alpha_0-\sinh^2 n\alpha_0}{n\sinh 2\alpha_0+\sinh 2n\alpha_0}\right)$$

$$L_n=n/(n\sinh 2\alpha_0+\sinh 2n\alpha_0)$$

$$\cdots\cdots(14)$$

となる. また図—1に示す d, r_0 の比 d/r_0 を離間距離比とよぶことにすると, d/r_0 と α_0 には次のような関係がある.

$$d/r_0=\cosh\alpha_0-1\cdots\cdots(15)$$

これより掘削後無支保の地山の無次元化された応力状態は, 離間距離比 d/r_0・側圧係数 k によって左右されることがわかる.

(2) 吹付コンクリート施工後の周辺地山の応力

図—3に示すように, 平面ひずみ状態における二次元無限弾性体に地圧に相当する外力を加えた後, 変位を生じないように二次元無限弾性体を拘束して2つの半径 r_0 の円孔を開け, 2円孔にそれぞれリングをはめこんだ後に拘束を解除するというモデルの円孔周辺の応力・変位を, 弾性体については図—2(a) に示す双極座標系を, リングについては図—2(b) に示す極座標系を用いて考えることにする. このように考えると, この2円孔を含む弾性体はトンネル地山に, 2円孔は双設トンネルに, リングは吹付コンクリートに相当する.

図—3の境界条件は次式で与えられる.

① 吹付コンクリート内周上において ($r=r_1$)

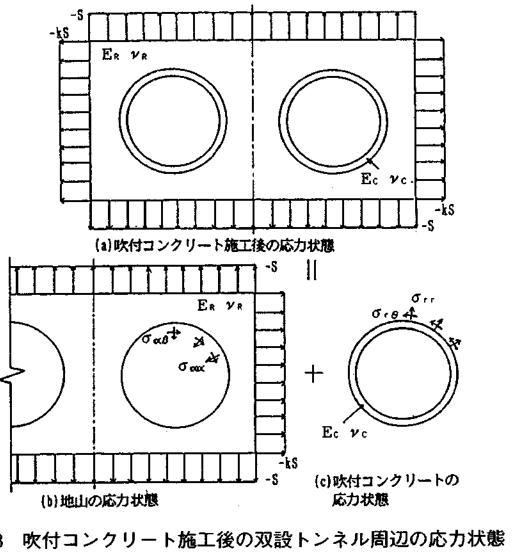
$$\sigma_{RR}^{c}=\sigma_{R\theta}^{c}=0$$

② 吹付コンクリート外周上において ($r=r_0$, $\alpha=\alpha_0$)

$$\sigma_{\alpha\alpha}^{R}=\sigma_{rr}^{c}$$

$$u_{\alpha}^{R}=-u_{r}^{c}$$

$$\sigma_{\alpha\beta}^{R}=\sigma_{r\theta}^{c}$$



図—3 吹付コンクリート施工後の双設トンネル周辺の応力状態

$u_\beta^R=-u_\theta^c$

③　トンネルより十分遠方において（$\alpha=\beta=0$）

$$\sigma_{xx}^R=-S$$
$$\sigma_{yy}^R=-kS \qquad \cdots\cdots(16)$$

一方，双設トンネル周辺地山の応力 σ_{ij}^R は次式で与えられる．

$$\sigma_{ij}^R=\sigma_{ij}^{(0)}+\sigma_{ij}^{(2)} \qquad (ij=\alpha\alpha,\ \beta\beta,\ \alpha\beta)\cdots(17)$$

ここで初期地山の応力 $\sigma_{ij}^{(0)}$ は式（６）で表わされ，トンネル掘削・吹付コンクリート施工による地山の乱れによる修正応力 $\sigma_{ij}^{(2)}$ の各方向成分は以下のようになる．

$$\frac{\sigma_{\alpha\alpha}^{(2)}}{S}=-\frac{1}{2}K_2(2\cosh\alpha\cos\beta-\cosh 2\alpha-\cos 2\beta)-f_{\alpha\alpha}(\Phi_3)$$
$$\frac{\sigma_{\beta\beta}^{(2)}}{S}=\frac{1}{2}K_2(2\cosh\alpha\cos\beta-\cosh 2\alpha-\cos 2\beta)-f_{\beta\beta}(\Phi_3)$$
$$\frac{\sigma_{\alpha\beta}^{(2)}}{S}=K_2\sinh\alpha\sin\beta-f_{\alpha\beta}(\Phi_3) \qquad \cdots\cdots(18)$$

ここに，$f_{\alpha\alpha}$，$f_{\beta\beta}$，$f_{\alpha\beta}$ は，式（11）に示すとおりであり，

$$\Phi_{3n}=A_n\cosh(n+1)\alpha+B_n\cosh(n-1)\alpha \qquad \cdots\cdots(19)$$

となる．ここで K_2, A_n, B_n は未定係数である．初期変位を除いた双設トンネル周辺地山の変位 u_i^R は次式で与えられる．

$$u_i^R=u_i^{(2)} \qquad (i=\alpha,\ \beta)\cdots(20)$$

トンネル掘削・吹付コンクリート施工による地山の乱れによる修正変位 $u_i^{(2)}$ の各方向成分は以下のようになる．

$$E_R u_\alpha^{(2)}/aS=-\Bigg[-(1+\nu_R)K_2\sinh\alpha+\sum_{n=1}^{\infty}\Bigg[A_n\times\Bigg[\Bigg[\{(1-\nu_R)(n+1)-2n\}\sinh(n+1)\alpha-(1-\nu_R)\frac{\sinh\alpha\cosh(n+1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\Bigg]\cos n\beta+2\frac{\sinh(n+1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\sin\beta\sin n\beta\Bigg]$$
$$+B_n\times\Bigg[\Bigg[\{(1-\nu_R)(n-1)-2n\}\sinh(n-1)\alpha-(1-\nu_R)\frac{\sinh\alpha\cosh(n-1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\Bigg]\cos n\beta+2\frac{\sinh(n-1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\sin\beta\sin n\beta\Bigg]\Bigg]\Bigg]$$

$$E_R u_\beta^{(2)}/aS=-\Bigg[-(1+\nu_R)K_2\sin\beta+\sum_{n=1}^{\infty}\Bigg[A_n\times\Bigg[\Bigg[\{-(1-\nu_R)n+2(n+1)\}\cosh(n+1)\alpha-2\frac{\sinh\alpha\sinh(n+1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\Bigg]\sin n\beta-(1-\nu_R)\frac{\cosh(n+1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\sin\beta\cos n\beta\Bigg]$$
$$+B_n\times\Bigg[\Bigg[\{-(1-\nu_R)n+2(n-1)\}\cosh(n-1)\alpha-2\frac{\sinh\alpha\sinh(n-1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\Bigg]\sin n\beta-(1-\nu_R)\frac{\cosh(n-1)\alpha}{\cosh\alpha-\cos\beta}\sin\beta\cos n\beta\Bigg]\Bigg]\Bigg] \qquad \cdots\cdots(21)$$

ここで，E_R, ν_R は平面ひずみ状態に換算した地山の変形係数・ポアソン比である．式（16）を考慮に入れると，吹付コンクリートの応力 σ_{ij}^c の各方向成分は以下のようになる．

$$\sigma_{rr}^c/S=-[2c_0(1-X^2)+2d_1Y(1-X^4)\cos\theta+\sum_{n=2}^{\infty}[(n+1)b_nY^n\{-X^{2n+2}+(n-1)X^2-(n-2)\}+(n-1)d_nY^{-n}\{X^{-2n+2}+(n+1)X^2-(n+2)\}]\cdot\cos n\theta]$$
$$\sigma_{\theta\theta}^c/S=-[2c_0(1+X^2)+2d_1Y(3+X^4)\cos\theta-\sum_{n=2}^{\infty}[(n+1)b_nY^n\{-X^{2n+2}+(n-1)X^2-(n+2)\}+(n-1)d_nY^{-n}\{X^{-2n+2}+(n+1)X^2-(n-2)\}]\cdot\cos n\theta]$$
$$\sigma_{r\theta}^c/S=-[2d_1Y(1-X^4)\sin\theta+\sum_{n=2}^{\infty}[(n+1)b_nY^n\{-X^{2n+2}-(n-1)X^2+n\}+(n-1)d_nY^{-n}\{-X^{-2n+2}+(n+1)X^2-n\}]\cdot\sin n\theta] \qquad \cdots\cdots(22)$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned}X&=r_1/r\\Y&=r/r_0\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(23)$$

で，c_0, d_1, b_n, d_n（$n\geqq 2$）は未定係数であり，r_0, r_1 はそれぞれ吹付コンクリート外周・内周半径を表わす．同様にして，吹付コンクリートの変位 u_i^c の各方向成分は以下のようになる．

$$E_Ru_r^c/aS=-[2c_0Y[(1-\nu_c)+(1+\nu_c)X^2]+d_1Y^2[(1-3\nu_c)+(1+\nu_c)X^4]\cos\theta+\sum_{n=2}^{\infty}[b_nY^{n+1}[(1+\nu_c)\{X^{2n+2}+(n+1)X^2-n\}+2(1-\nu_c)]+d_nY^{-n+1}[(1+\nu_c)\{X^{-2n+2}-(n-1)X^2+n\}+2(1-\nu_c)]]\times\cos n\theta+F_c\cos\theta]\times\frac{E_R}{E_c}\times\frac{r_0}{a}$$
$$E_Ru_\theta^c/aS=-[d_1Y^2[(5+\nu_c)+(1+\nu_c)X^4]\sin\theta+\sum_{n=2}^{\infty}[b_nY^{n+1}[(1+\nu_c)\{X^{2n+2}-(n+1)X^2+n\}+4]+d_nY^{-n+1}[(1+\nu_c)\{-X^{-2n+2}-(n-1)X^2+n\}-4]]\times\sin n\theta-F_c\sin\theta]\times\frac{E_R}{E_c}\times\frac{r_0}{a} \qquad \cdots\cdots(24)$$

ここに，F_C は極座標系表示におけるトンネル中心の水平方向の剛体変位を表わす未定係数であり，E_C，ν_C は平面ひずみ状態に換算した吹付コンクリートの変形係数・ポアソン比である．

式 (17)，(20)，(22)，(24) を式 (16) に代入し，選点法を用いて各未定係数を求めた．この未定係数をそれぞれの式に代入すれば，地山・吹付コンクリートの応力・変位を求めることができる．

吹付コンクリートの巻厚を t とすると，式 (22)，(24) に含まれる X は，$r=r_0$ において $X=r_1/r_0=1-t/r_0$ で表わされる．以後 t/r_0 を巻厚比とよび，δ で表わす．また，式 (24) に含まれる E_R/E_C を変形係数比とよび，e で表わす．このようにすると，吹付コンクリート施工後の地山・吹付コンクリートの無次元化された応力・変位の状態は，離間距離比 d/r_0・側圧係数 k・巻厚比 δ・変形係数比 e・地山と吹付コンクリートのポアソン比 ν_R・ν_C によって左右されることがわかる．

(3) ロックボルト施工後の周辺地山の応力

本論文では，トンネルの終局耐力を検討するという観点から，ロックボルトのモデル化にあたって，①ロックボルトは完全弾塑性体であるとし，降伏応力に到達している，②ロックボルトの効果を局所的・集中的でなく，全体的・分布的に捉えて，トックボルトはトンネル外周から地山内に，一様な分布力が作用するように働く，という仮定を用いた．

等分布力 σ^{BL} は次式で与えられる．

$$\frac{\sigma^{BL}}{S}=\frac{nA_B}{2\pi r_0 L}\frac{\sigma_B}{S}=\alpha_B>0 \quad\cdots\cdots(25)$$

ここで，A_B はロックボルト断面積，σ_B はロックボルトの降伏応力，n はトンネル軸方向長さ L 当たりのロックボルトの本数である．α_B はロックボルト比[6]であり，ロックボルトに関する無次元量である．この α_B を用いると，ロックボルト施工による地山の応力変化 $\Delta\sigma^R_{ij}$ は次式で与えられる．

$$\Delta\sigma^R_{ij}=-\alpha_B\cdot\sigma^{(11)}_{ij} \qquad (ij=\alpha\alpha,\ \beta\beta,\ \alpha\beta)\cdots(26)$$

式 (5)，(17) に式 (26) を加えることにより，双設トンネル周辺地山の応力 σ^R_{ij} は次式で与えられる．

① ロックボルトのみを施工した場合

$$\sigma^R_{ij}=\sigma^{(01)}_{ij}+(k-1)\sigma^{(02)}_{ij}+(1-\alpha_B)\sigma^{(11)}_{ij}+(k-1)\sigma^{(12)}_{ij}$$

② 吹付コンクリートとロックボルトを施工した場合

$$\sigma^R_{ij}=\sigma^{(01)}_{ij}+(k-1)\sigma^{(02)}_{ij}-\alpha_B\sigma^{(11)}_{ij}+\sigma^{(2)}_{ij} \qquad (ij=\alpha\alpha,\ \beta\beta,\ \alpha\beta)\cdots(27)$$

これより，吹付コンクリート・ロックボルト施工後の地山の無次元化された応力・変位の状態は，前節で記した6つのパラメーターとロックボルト比 α_B によって左右されることがわかる．

表―1 各種降伏条件に対する $\overline{F}$ の値

降伏条件	$\overline{F}$
Von Mises	$\frac{1}{3}\frac{\sigma_y^2}{S^2}$
Drucker-Prager	$\frac{\{3(2\sigma_m/S)\sin\phi-3(2c/s)\cos\phi\}^2}{3(3-\sin\phi)^2}$

ここで σ_y：一軸圧縮強度　-S：上載圧
σ_m：平均応力　C：粘着力　ϕ：内部摩擦角

3. 双設トンネル周辺地山の安定解析法

(1) 形状弾性ひずみエネルギーを用いた安定解析法

形状弾性ひずみエネルギーを用いた安定解析法[6]における地山に発生する単位体積当たりの形状弾性ひずみエネルギー U_S，地山に蓄えられ得る単位体積当たりの最大形状弾性ひずみエネルギー $\overline{U_S}$，地山ポテンシャル ΔU_S は次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}
&U_S=\frac{1}{4G}[(\sigma_1-\sigma_m)^2+(\sigma_2-\sigma_m)^2+(\sigma_3-\sigma_m)^2]=\frac{S^2}{2G}F\\
&\overline{U_S}=\frac{S^2}{2G}\overline{F}\\
&\Delta U_S=\overline{U_S}-U_S=\frac{S^2}{2G}(\overline{F}-F)=\Delta F\frac{S^2}{2G}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(28)$$

ここで，σ_1，σ_2，σ_3 は主応力，σ_m は平均応力，G はせん断弾性係数である．また，式 (28) の記号については，各施工段階に対応する添字 (1)：掘削前，(2)：掘削後無支保，(3)：吹付コンクリート施工後，(4)：ロックボルト施工後，を付けて表示する．

$\overline{F}$ は表―1 で表わされる．一方，F は式 (5)，(17)，(27) で与えられる各施工段階の応力より主応力を求め，式 (28) に代入することにより次式で与えられる．

$$\left.\begin{aligned}
&F^{(1)}=(1-k)^2/3^{6)}\\
&F^{(2)}=f(k,\ d/r_0,\ \alpha,\ \beta)\\
&F^{(3)}=f(k,\ d/r_0,\ \alpha'_A,\ \nu_R,\ \nu_C,\ \alpha,\ \beta)\\
&F^{(4)}=f(k,\ d/r_0,\ \alpha'_A,\ \nu_R,\ \nu_C,\ \alpha_B,\ \alpha,\ \beta)
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(29)$$

ただし，三次元応力状態では $\sigma^R_{zz}=-kS$，$\sigma^R_{z\alpha}=\sigma^R_{z\beta}=0$ とした．ここで α'_A は地山に対する吹付コンクリートの相対的剛性を表わす無次元量で，次式で与えられる．

$$\alpha'_A=\delta/e=(E_C\times t)/(E_R\times r_0)\cdots\cdots(30)$$

α'_A が一定であると，地山が弾性領域にとどまるために必要な地山強度比 σ_y/S も一定となるので，ここでは，以後 α'_A を構造係数比[6]とよび，e と δ のかわりに α'_A を用いて地山の安定性を検討する．

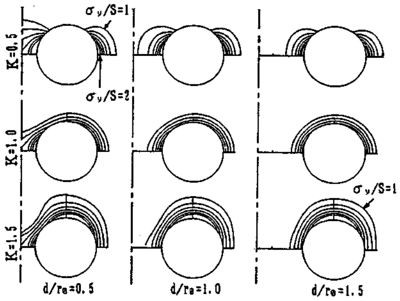
トンネル周辺地山の安定性については ΔU_S の正負，すなわち，ΔF の正負を用いて，$\min \Delta F<0$ であればある点において地山は塑性化していて安定でないとし，$\min \Delta F>0$ であればあらゆる点において地山は弾性領

域にとどまっていて安定であると判断する．式(28)，(29)より明らかなように，min ΔF は F に含まれる6つのパラメーターと $\overline{F}$ に含まれる各降伏条件に対応したパラメーターによって規定される．

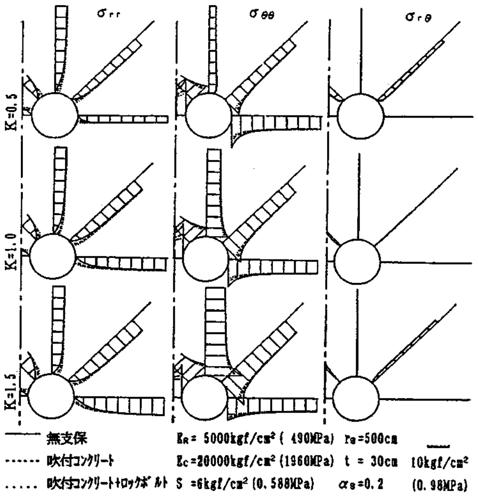
（2） 双設トンネル周辺地山の塑性領域発生タイプ

図—4 は掘削後無支保のトンネル周辺地山の地山ポテンシャル ΔU_s が負となる領域を示したものである．この図は，地山の塑性領域の大まかな形状を知ることができるとともに，トンネル周辺地山に塑性領域が発生しているか否かの判定に用いることができる．**図—5** は各施工段階におけるトンネル周辺地山の応力を示したものである．これらより，地山の塑性領域発生には以下に示す2つのタイプがあることがわかる．

① TYPE 1（双設トンネルの近接点で地山に塑性領域が発生する場合）：単一トンネルにおいて $k<1$ の場合，周方向応力の増加はトンネル側壁部で生じ，k が小さいほど大きくなる[6]．一方，双設トンネルの幾何形状による周方向応力の増加は，双設トンネルの近接点で生じ，d/r_0 が小さいほど大きくなる．これらが重ね合わせられることにより，同一の σ_y/S では，k が小さいほど・d/r_0 が小さいほど地山は塑性化しやすく，双設トンネルの近接点で地山は最も塑性化しやすくなっている．



図—4 地山ポテンシャルが負となる領域
（Von Mises の降伏条件適用時）



図—5 地山に発生する応力分布（d/r_0=0.5）

② TYPE 2（双設トンネルの上下端近傍で地山に塑性領域が発生する場合）：単一トンネルにおいて $k>1$ の場合，周方向応力の増加はトンネルの上下端で生じ，k が大きいほど大きくなる[6]．一方，$k>1$ になると双設トンネルの幾何形状による応力軽減作用はトンネル上下端近傍で生ずるが，この作用は $d/r_0=0.5$ 近傍で最も大きい[11]．これらが重ね合わせられることにより，同一の σ_y/S では，k が大きいほど・d/r_0 が大きいほど地山は塑性化しやすく，トンネルの上下端近傍で地山は最も塑性化しやすくなっている．

（3） 双設トンネルとして取り扱うべき離間距離比

双設トンネルと単一トンネルの周辺地山の応力の解析解を用いて，両者の安定性の比較を行った．**図—6** は，次式に示す割増率 f_s を用いて，比較結果を示したものである．

$$f_s=\sqrt{U_s^D/U_s^S} \qquad \cdots\cdots(31)$$

ここで，

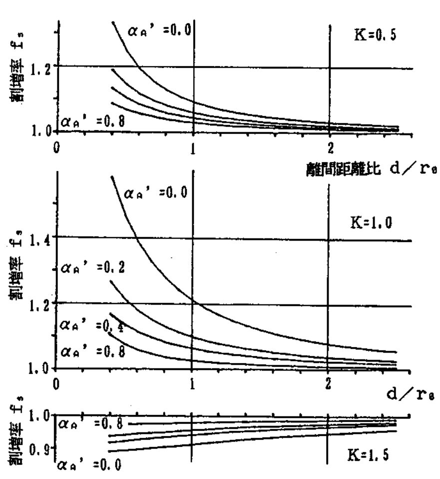
U_s^D：双設トンネル周辺地山に発生する U_s の最大値

U_s^S：単一トンネル周辺地山に発生する U_s の最大値

で，右辺を1/2乗したのは，従来設計に使われている応力度に合わせるためである．これより以下のことがわかる．

① $k\leqq1$，$d/r_0<1$ で f_s が急増する．これは，d/r_0 が小さい双設トンネルを掘削すると，双設トンネル近接点の応力集中が顕著になるためである．

② $k>1$ で $f_s<1$ となる．これは，k が1より大きい地山に双設トンネルを掘削すると，トンネル上下端近



図—6 離間距離比と割増率の関係

傍に応力軽減作用が働くためである．

③　覆工の巻厚を厚くすることにより，双設トンネルの安定性は単一トンネルの安定性に近づく．

ここで，$|f_S-1|<0.1$ であれば両者の差がないと判断することにすると，$d/r_0 \leq 1.7$ では双設トンネルとしてトンネルの安定性を論じなければならないことになる．

4.　双設トンネルの周辺地山の安定性

図―7は，Von Misesの降伏条件を適用した場合の，吹付コンクリートとロックボルトによる支保を用いた双設トンネルの事前設計図表である．図中の側圧係数 k・構造係数比 α'_A・ロックボルト比 α_B の値域は松本ら[12]の研究をもとに，離間距離比 d/r_0 の値域は発破振動の影響[13]と双設トンネルとして扱うべき d/r_0 を考慮して決めた．また，地山のポアソン比は軟岩地山を想定し $\nu_R=0.30$ とし，吹付コンクリートのポアソン比は $\nu_C=0.17$ とした．

(1)　地山の安定性の検討

「掘削前に地山が塑性化している領域」は $\min \Delta F^{(1)}<0$ の領域で，たとえ掘削後直ちに吹付コンクリートやロックボルトを施工してもその効果は期待できない．

(2)　支保工の必要性の検討

「無支保で地山が自立する領域」は $\min \Delta F^{(2)}>0$ の領域で，地山に塑性化が起こらず支保工も不要となる．

(3)　支保工諸元の検討

「掘削前に地山が塑性化している領域」と「無支保で地山が自立する領域」で囲まれた領域で支保工は有効に働く．図の下側の破線は α'_A を一定としたときの $\min \Delta F^{(3)}=0$ を表わしており，図の上側の破線は α_B を一定としたときの地山が弾性領域にとどまるために必要な地山強度比の減少分 $\Delta\sigma_y/S$ を示している．この $\Delta\sigma_y/S$ は次式で与えられる．

$$\Delta\sigma_y/S=\sigma_y/S\Big|_{\min\Delta F^{(3)}=0}-\sigma_y/S\Big|_{\min\Delta F^{(4)}=0} \quad \cdots\cdots(32)$$

図―7より，以下のことがわかる．

①　支保工が有効に働く地山強度比 σ_y/S の範囲は3以下である．

②　$k>1$ の地山では，k，d/r_0 の増大とともに塑性領域発生のタイプがTYPE 1からTYPE 2へ移行していっている．

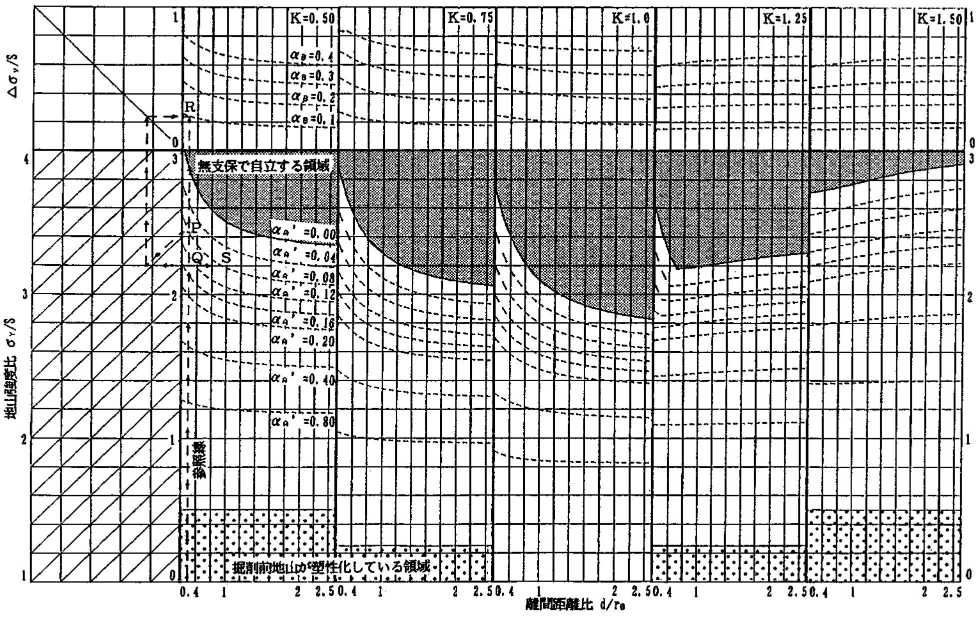
③　吹付コンクリートとロックボルトの支保効果は，α'_A と α_B を用いて，単一トンネルと同様に説明できる[6]．

支保工諸元の導出の一例として参照線で示すように，$d/r_0=0.5$，$k=0.5$，$\alpha'_A=0.08$ の場合を考えると，地山の状態は図上点Pで表わされる．$\sigma_y/S=2.2$ とすると，地山を弾性領域にとどめるためには，

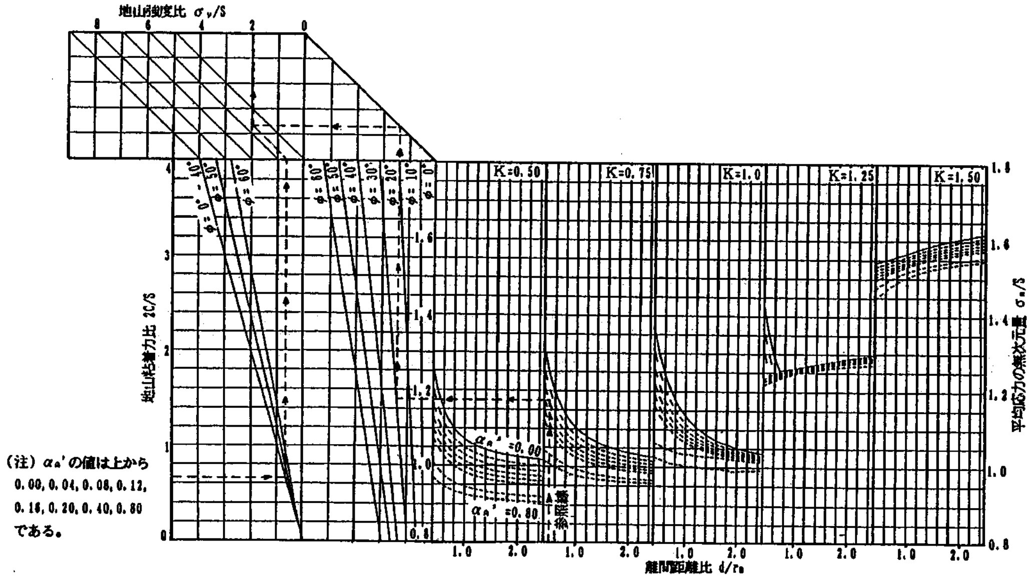
①　巻厚を厚くし，トンネルの状態を点Qにもってくる．図より $\alpha'_A=0.14$ とする．

②　ロックボルトを施工し，トンネルの状態を点Qにもってくる．必要な α_B は点Rで表わされ，$\alpha_B=0.1$ とする．

③　離間距離を大きくとり，トンネルの状態を点Sにもってくる．図より $d/r_0=0.95$ とする．



図―7　地山を塑性化させないために必要な構造係数比とロックボルト比（Von Misesの降伏条件適用時）



図—8　2 C/S，ϕ から，等価な σ_y/S を求めるための換算図（Drucker-Prager の降伏条件適用時）

という3つの方法がある．実際には，上記の方法を組み合わせ，最も経済的になるようにすればよい．

一方，数値計算の結果，Von Mises の降伏条件を適用した場合と Drucker-Prager の降伏条件を適用した場合とでは min ΔF を示す点が一致しない場合もあるが，両者の F の差は地山強度比 σ_y/S の表示で 0.2 以下であり，後者より前者の F を使用する方が設計上安全側であることがわかった．これより Drucker-Prager の降伏条件を適用した場合の min ΔF を示す点の $\overline{F}$ を，地山粘着力比 2 C/S・内部摩擦角 ϕ による表示から，これと等価なVon Misesの降伏条件における地山強度比 σ_y/S の表示に換算し，図—7 に適用すれば，Drucker-Prager の降伏条件を適用した場合も，Von Mises の降伏条件と同様にして，地山の安定性を判定することができる．図—8 はこの換算図である．一例として参照線で示すように，$k=0.75$，$d/r_0=0.5$，$\alpha'_A=0.08$，$\phi=30°$，2 $C/S=0.65$ の場合を考えると，$\sigma_y/S=1.95$ となる．

これまで双設トンネルの事前設計図表について述べてきたが，支保工が有効に働く軟岩地山を対象として，$k=0.7$ とし，地山の安定性の安全側の判定条件式（以後，判定式とよぶ）を求めると次式で表わされる．

$$\sigma_y/S \geqq (2.04-3.44\,\alpha'_A-1.69\,\alpha_B)+(d/r_0)^{-1.30}(0.240+0.284\,\alpha'_A-0.343\,\alpha_B) \quad \cdots\cdots(33)$$

既往の研究[6]では，$(\sigma_y/S)^2$ の判定式を用いているが，これは式 (33) を2乗して1次近似したものに相当する．

5.　実測データへの理論の適用

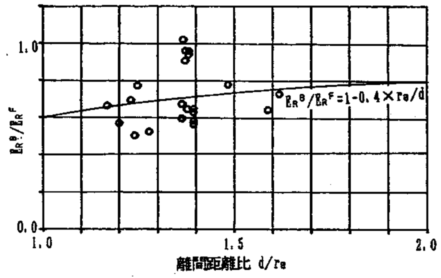
現実にはトンネルを2本同時に並列して掘削することはないし，トンネル掘削にともないトンネル周辺地山の変形係数は低下する[14]．このため，ここでは，先行トンネルと後行トンネルの切羽位置のズレ，先行トンネル掘削によるトンネル周辺地山の変形係数の低下等をも考慮に入れた形で，後行トンネル解析用の変形係数の推定式を作成する．ここで得られた推定式を用いれば，より精度よく双設トンネル周辺地山の安定性を把握することができる．

（1）　使用した実測データ

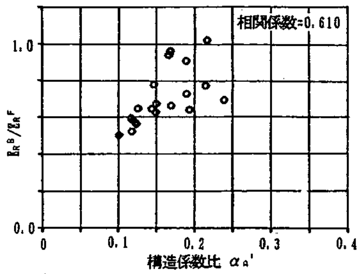
仙台地区の3つの鉄道用単線双設トンネルを解析の対象とした．これらのトンネルは，新第3紀層の軟岩地山に，吹付コンクリートとロックボルトを支保工とするショートベンチ工法を用いて，トンネル外周半径 2.975～3.350 m，土被り 10～40 m，トンネル中心間距離 11～15 m，で施工されたものである．用いた計測データは，①先行トンネルと後行トンネルの変位測定位置のズレが，トンネル軸方向の距離で 10 m 以下であること，②後行トンネルの変位が収束するまで，先行トンネルの2次覆工が行われていないこと，③補助工法を使用していないこと，④地山が緩んで塑性化していないこと，⑤土被り比 $h/r_0 \geqq 6.5$ であること，⑥計測開始時刻が切羽通過後2日以内であること，という解析上必要な条件を満たす 30 断面の内空変位・天端沈下の実測データである．

（2）　先行トンネルと後行トンネルの逆解析

単一トンネルの解析解を用いて先行トンネルの逆解析[12]を行い，側圧係数 k，地山の変形係数 E_R^F を求めた．次に，双設トンネルの解析解を用いて後行トンネルの逆



図—9　離間距離比 d/r_0 と E_R^B/E_R^F の関係



図—10　構造係数比 α'_A と E_R^B/E_R^F の関係

解析を行い，地山の変形係数 E_R^B を求めた．ここでは，トンネルより遠方における水平方向荷重は，単一トンネルを掘削しても双設トンネルを掘削しても変位はしないと考えられるので，側圧係数 k は先行トンネルの逆解析より得られた値を用いた．

（3）　後行トンネル解析用の変形係数の推定

離間距離比 d/r_0 が十分に大きいときには E_R^B と E_R^F は一致するということを考慮して，E_R^B/E_R^F を d/r_0 で整理すると図—9のようになる．d/r_0 の小さい方が E_R^B/E_R^F は小さくなっていて，d/r_0 の小さい方が先行トンネル掘削の影響を受けやすいことを示している．

一方，E_R^B/E_R^F を α'^F_A で整理すると図—10のようになる．α'^F_A の大きい方が E_R^B/E_R^F は1に近くなっている．これをいいかえれば，先行トンネルの覆工の支保効果が大きいほど，E_R^B/E_R^F は1に近づくことになる．これは，覆工の支保効果が大きい軟岩地山においてトンネル掘削による地山の変形係数の低下を論ずる場合には，覆工の効果も考慮する必要があることを示している．ところで，本解析に用いたデータは r_0，t，E_C が一定で，α'^F_A の変動は E_R^F の変動のみに依存している．このことを考慮に入れると，α'^F_A を E_R^B/E_R^F の説明変数とするためには，r_0，t，E_C が異なる，より多くのデータを必要とすると考えられる．

これらを考慮すると，軟岩地山における後行トンネル解析用の変形係数の推定式は次式で表わされる．

$$E_R^B/E_R^F=1-0.4\times r_0/d \qquad (d/r_0\geqq 1.0) \cdots(34)$$

6.　結　　論

本論文は双設トンネルの安定性を明らかにしたものであり，結論は以下のようにまとめられる．

（1）　離間距離比が1.7以下であれば，双設トンネルとしてトンネルの安定性を論じなければならない．

（2）　双設トンネル施工時の地山の安定性は，側圧係数・離間距離比・構造係数比・ロックボルト比・地山と吹付コンクリートのポアソン比の6つのパラメーターと，適用する降伏条件に含まれるパラメーターによって規定される．Von Misesの降伏条件を適用する場合には，安全な施工をするための判定図として，図—7を用いることができる．Drucker-Pragerの降伏条件を適用する場合には，図—8を用いて地山粘着力比，内部摩擦角からこれと等価な地山強度比を求めることにより，Von Misesの降伏条件と同様に取り扱うことができる．また，軟岩地山における安全側の判定式は式（33）で与えられる．

（3）　双設トンネルは，先行トンネルを掘削した後，後行トンネルを掘削するが，この後行トンネルの解析を行う場合には，式（34）を用いて地山の変形係数を修正する必要がある．

参　考　文　献

1）日本鉄道技術協会：双設隧道の離隔距離に関する研究報告書，日本鉄道技術協会，1959，1960，1961．
2）土木学会：トンネル標準示方書（山岳編）・同解説（昭和52年版），土木学会，pp.30～31，1977．
3）伊藤富雄・久武勝保：新設トンネルがそれに平行な既設トンネルの覆工応力に与える影響，土木学会論文報告集，No.308，pp.77～84，1981．
4）久武勝保・桜井春輔・伊藤富雄：既設トンネルの振動挙動に及ぼす近接発破の影響，土木学会論文報告集，No.332，pp.67～74，1983．
5）菊池章裕ほか：近接した双設トンネル施工時における挙動計測について　その1発破試験における振動計測，第39回年次学術講演会講演概要集Ⅲ，pp.417～418，1984．
6）西岡　隆・松本嘉司：形状弾性ひずみエネルギーによるトンネル周辺地山の安定解析，土木学会論文集，No.376，pp.151～160，1986．
7）松本嘉司・西岡　隆・佐野可寸志：土被りの浅いトンネルの設計方法に関する研究，土木学会論文集，No.394，pp.105～114，1988．
8）Jeffery, G.B.：Plane Stress and Plane Strain in Bipolar Co-ordinates, Phil. Trans. Roy. Soc. London. A, Vol.221, pp.265～293, 1921.
9）鵜戸口英善：2円孔を有する板の平面応力利用問題(1)，応用数学力学，Vol.1，No.1，pp.14～28，1947.6．
10）鵜戸口英善：2円孔を有する板の平面応力利用問題(2)，応用数学力学，Vol.1，No.2，pp.61～81，1947.7．
11）Ling, C.B.：On the Stresses in a Plate containing two Circular Holes, J. Apl. Phy., Vol.19, pp.77～82,

1948. 1.
12) 松本嘉司・西岡　隆・鹿野正人：吹付コンクリートとロックボルトを用いたトンネルの特性と事前設計方法，土木学会論文集，No. 376，pp. 161～169，1986.
13) 田島利男：近接トンネルの経済性，トンネルと地下，Vol. 9，No. 12，pp. 45～52，1978.
14) 桜井春輔：トンネル掘削に伴うゆるみ領域の研究，トンネルと地下，Vol. 14，No. 1，pp. 35～41，1983.

（1988. 9. 19・受付）