

密閉型の凍結工法施工時における凍土壁の 閉塞とその判定について

JUDGING TECHNIQUE OF IMPERMEABILITY OF FROZEN WALL FORMED UNDER CLOSURE TYPE FREEZING PROCEDURE

戸部 暢*

By Noburu TOBE

The confirmation method of watertight frozen wall is an important subject to execute freezing.

A judging technique whether thoroughly waterproof frozen shaft is formed or not is suggested in the previous paper (4th. Int. Symp. of Ground Freezing in Japan, 1985).

The judging method concerning the closure type frozen wall, which has been utilized recently in a various freeze works, is described. Furthermore comparison between calculation values and observation results is carried out.

Keywords: freezing method, closure type freezing, judging technique of impermeability

1. 緒 言

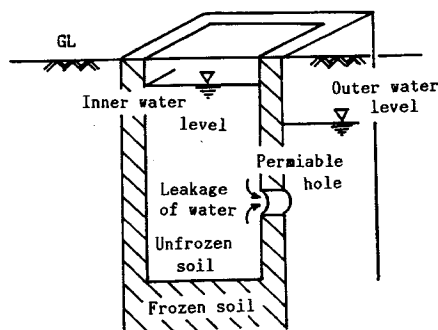
連続した凍土壁の造成は、地盤凍結工法（以下、凍結工と略称する）の要求項目の第一に挙げられるもので、凍結工の施工時には、窓明き部のない完全な遮水壁としての凍土を造成しなければならないが、凍土の造成過程では、これを阻害する要因が多々ある。たとえば、地盤条件では、加熱源、地下水流、埋設物、地盤の乱れ等が存在し、施工上では、凍結管の埋設誤差、凍結管を冷却するブラインの循環不良、凍結期間の不足等がある。

さて、このような状況下で、凍土壁の造成を管理する場合に、凍土壁の連続性の検査方法には次のものがある。

- ① 凍土の温度を計測することにより、凍土壁の厚みが推定されるが、凍土壁全周に配置された測温点の温度状況より連続した凍土壁の造成を判定する方法。
- ② 凍土により圍繞されていて、地盤の凍結によって閉塞される領域（以下、閉塞領域と略称する）内の間隙水圧は、凍土の内側方向への成長によって発生する凍結による排水水（以下、絞り水と呼称する）によって、連続した凍土壁が完成する時期には上昇

してくる。これは凍土壁の被閉塞開口部の孔径の縮小に起因しているが、この現象を利用して、閉塞領域内の間隙水圧、もしくは、内部水位の上昇を計測することにより、連続した凍土壁の完成を判定する方法¹⁾。

が、現在行われているが、①の方法は、測温点を設けた測温管を地中に埋設する数量の制限より、点の管理となり、凍土壁の連続性の検査には、不十分といえる。②の方法は、検査が、凍土壁全域を、カバーしているので、その点では、魅力的な方法といえるが、残念ながら、理



Longitudinal section

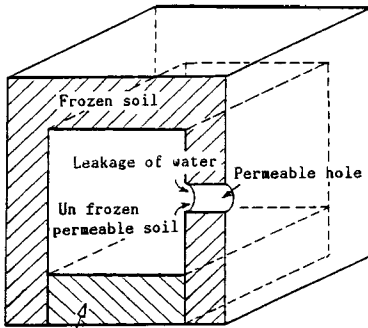
Fig.1 A freezing style of the open type.

* 正会員 (株)精研・東京支店 技師長
(〒102 千代田区九段南2-2-5 九段ビル)

論的な裏付けに欠けており、凍土壁の閉塞と閉塞領域内の間隙水圧の上昇との因果関係（以下、閉塞問題と略称する）の解明が待たれていたものである。

凍結工は大別して、解放型と密閉型の凍結様式に分かれる。前者の代表的なものに、Fig. 1 に示すような凍結立坑があるが、このタイプの閉塞問題については、第4回国際凍結工法学会（ISGF, 1985 札幌）で著者らがすでに発表済みである²⁾。本研究は、後者の「密閉型凍結様式」（Fig. 2 参照）の閉塞問題について、解明を試みたものである。

文中の単位は、実用の便を考慮して、慣用単位を使用し、SI 単位を [] 内に併記することとしたが、両者が一致している場合は、併記は省略した。また、巻末には、単位の換算表（Table 1）を付した。



Frozen soil or unfrozen soil of water-tight

Longitudinal section

Fig. 2 A freezing style of the closure type.

2. 解 析

解析は、次の二現象に分けて考える。

- (1) 開口部の凍結進行
 - (2) 閉塞領域内外の間隙水圧差の変動
- 以下、上記の項目に従って検討を行う。

(1) 開口部の凍結進行について

凍土壁に存在する開口部を、Fig. 3 に示すような円形断面の筒形の形状と仮定し、土の凍結温度を 0°C とする。また、流れ方向の熱の伝播は、流体の移動によって

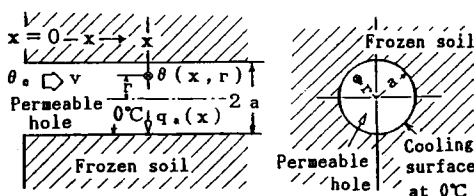


Fig. 3 Analytic model of the temperature distribution in a permeable hole.

のみ行われるものとみなすと³⁾、この熱伝導系の微分方程式および、境界条件は、下記のようになる。

微分方程式⁴⁾

$$x_2 \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) - u \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

境界条件

$$x=0; \theta(0, r) = \theta_0 \dots \dots \dots (2)$$

$$r=a; \theta(x, a) = 0 \dots \dots \dots (3)$$

$$r=0; \theta(x, 0) = \text{有界} \dots \dots \dots (4)$$

式 (1) の微分方程式を、式 (2)~(4) の境界条件で解けば、解が得られる。著者は、Laplace 変換による演算法を用いて下記の解を得たが、解の誘導は、補遺 (1) に譲ると、開口部孔内の温度分布式は、次のようになる。

$$\theta(x, r) = \theta_0 \times 2 \sum_{\alpha_n} \frac{J_0\left(\frac{r}{a} \alpha_n\right)}{\alpha_n J_1(\alpha_n)} \times e^{-\frac{x}{2u} \alpha_n^2} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、

$\theta(x, r)$: 開口部孔内 x, r 点の温度分布 (°C [K])

θ_0 : 水流入口温度 (°C [K])

x, r : 開口部孔内の入口または、中心よりの距離 (m)

a : 開口部孔半径 (m)

v : 水流速 (tracer velocity) (m/h [ms⁻¹])

u : $c_w \rho_w n_f v (c_2 \rho_2)^{-1}$ (m/h [ms⁻¹])

c_w : 土中水の比熱 (kcal/kg°C [Jkg⁻¹K⁻¹])

ρ_w : 土中水の単位体積重量 (kg/m³)

c_2 : 未凍土の比熱 (kcal/kg°C [Jkg⁻¹K⁻¹])

ρ_2 : 未凍土の単位体積重量 (kg/m³)

n_f : 土の自由水含有率 (土の単位容積に対して流動することができる水分の容積比率) (m³/m³)

x_2 : 未凍土の温度伝播率 (m²/h [m²s⁻¹])

k_2 : 未凍土の熱伝導率 (kcal/mh°C [Wm⁻¹K⁻¹])

$q_d(x)$: 凍結面の取得熱量 (kcal/m²h [Wm⁻²])

α_n : $J_0(z)=0$ の正根の値 ($n=1, 2, 3, \dots$)

$J_0(z)$: 0 階第 1 種 Bessel 関数

$J_1(z)$: 1 階第 1 種 Bessel 関数

とすると、凍結面の取得熱量は、

$$q_d(x) = -k_2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=a} = 2 \theta_0 k_2 \frac{1}{a} \sum_{\alpha_n} e^{-\frac{x}{2u} \alpha_n^2} \dots \dots \dots (6)$$

となる。いま凍土壁の厚みを、 l_1 (m) とし、 $x=0$ より l_1 までの $q_d(x)$ の平均値を、 $\bar{q}_d(l_1)$ (kcal/m²h [Wm⁻²]) で表わすと、

$$\bar{q}_d(l_1) = \frac{1}{l_1} \int_0^{l_1} q_d(x) dx = \frac{\theta_0 c_2 \rho_2 a u}{2 l_1} \times \left[1 - 4 \sum_{\alpha_n} \frac{1}{\alpha_n^2} e^{-\frac{x_2 l_1}{2u} \alpha_n^2} \right]$$

$$\left[\because \frac{1}{4} = \sum_{\alpha_n} \frac{1}{\alpha_n^2} \right] \dots \dots \dots (7)$$

となる。一方凍結面に供給される冷却熱量を、 q_c (kcal/m²h [Wm⁻²]) で表わし、凍土内の温度分布を定常状態とみなすと、

$$q_c = k_1(-\theta_c)\{a \ln(A/a)\}^{-1} \dots\dots\dots (8)$$

となる。

ここに、 k_1 : 凍土の熱伝導率 (kcal/mh°C [Wm⁻¹K⁻¹])

A : 冷却面半径 (m)

θ_c : 冷却面温度 (°C [K])

である。したがって、開口部の凍結縮小に寄与する冷却熱量 q (kcal/m²h [Wm⁻²]) は、

$$q = q_c - \bar{q}_a(h) \dots\dots\dots (9)$$

で表わされる (Fig. 4 参照)。

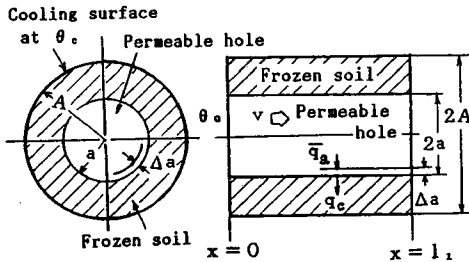


Fig. 4 Analytic model of the growth of frozen soil in a permeable hole.

開口部内凍土の凍結潜熱を、 L (kcal/kg [Jkg⁻¹])、凍土の単位体積重量を、 ρ_1 (kg/m³) とし、単位時間当たりの開口部孔径 a の変化量を、 Δa (m/h [ms⁻¹]) とすると、孔径の縮小時は、 Δa が負の値となるから、

$$-\Delta a = q(L\rho_1)^{-1} = k_1(-\theta_c)\{L\rho_1 a \ln(A/a)\}^{-1} - \theta_0 c_w \rho_w n_f v \{2 L L \rho_1\}^{-1} \cdot [1 - 4 \sum_{\alpha_n} \alpha_n^{-2} \cdot \exp\{-\alpha_n^2 \kappa_2 h (a^2 u)^{-1}\}]$$

t を経過時間 (h [s]) として、 Δa を、

$$\Delta a = da/dt$$

と表わすと、上式は、

$$-da/dt = k_1(-\theta_c)\{L\rho_1 a \ln(A/a)\}^{-1} - \theta_0 c_w \rho_w n_f v \{2 L L \rho_1\}^{-1} a N \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここに、

$$N = 1 - 4 \sum_{\alpha_n} \alpha_n^{-2} \cdot \exp\{-\alpha_n^2 \kappa_2 h (a^2 u)^{-1}\}$$

である。式 (10) を積分すると、

$$t_2 - t_1 = \int_{a_2}^{a_1} [k_1(-\theta_c)\{L\rho_1 a \ln(A/a)\}^{-1} - \theta_0 c_w \rho_w n_f v \{2 L L \rho_1\}^{-1} N a]^{-1} \cdot da \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに、 $t_2 > t_1$ とし、

a_1 : t_1 時点の開口部半径 (m)

a_2 : t_2 時点の開口部半径 (m)

とする。開口部が縮小してゆくからには、

$$a_2 < a_1$$

の関係が成立する。式 (11) の解析的な積分は困難なので、その値は、数値積分で求めることになるが、右辺積分項の分母中の v は、 a と t の関数となっているので、式 (11) を数値積分する場合には、積分区間を細分して、区間中は v の値は不変とみなして計算し、次の区間では、 a 、 t の変化に応じて修正された v を使用して被積分項を計算する。式 (11) 中の N において、

$$4 \sum_{\alpha_n} \alpha_n^{-2} \cdot \exp\{-\alpha_n^2 \kappa_2 h (a^2 u)^{-1}\} < 1 \dots\dots\dots (12)$$

のときは、 $N=1$ となる。

式 (11) で、被積分項の分母の第 2 項が省略できる場合、たとえば、 $\theta_0=0$ のようなときには、式 (11) は簡単な積分形となり、

$$t_2 - t_1 = \int_{a_2}^{a_1} a \ln(A/a) \{k_1(-\theta_c)\{L\rho_1\}^{-1}\}^{-1} \cdot da \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) は積分できて、

$$t_2 - t_1 = a_1^2 \{2 k_1(-\theta_c)\{L\rho_1\}^{-1}\}^{-1} \cdot [(a_2/a_1)^2 \cdot \{\ln(a_2/A) - 1/2\} - \ln(a_1/A) + 1/2] \dots\dots\dots (14)$$

となる。

(2) 閉塞領域内外の間隙水圧差の変動について

この解析の仮定条件として、下記のものを設定する。

- ① 開口部孔内は円形で、式 (5) で示す温度分布をもち、孔径の変化は、式 (11) で表わされる。
- ② 閉塞領域内の形状は計算期間中は変化しない。
- ③ 開口部孔内およびバイパス漏水部地盤中の水流は閉塞領域内部より外方向に向かうものとし、Darcy の法則に従う。

上記の仮定条件で、②は、凍土の内側への成長が、1日に、1~3 cm 程度の緩慢なものであり、計算期間も、たかだか数日間であるから、その間の未凍土部分の変化量はわずかで、特に未凍土部の内空断面の形状が比較的大きい場合は、凍土の張出しによる影響は、無視できるであろう。

仮定条件の③の Darcy 流の仮定は、補遺 (3) で触れるように、層流域での水位勾配の上限値は、0.3 m/m 程度といわれているので閉塞過程では、開口部の水流は層流域を越えて乱流遷移領域に入ることが、十分想定される。このような場合には、対象土質の透水係数の値を、補遺 (3) の式 (59) によって修正する必要がある。

解析は、次の 3 つのパターンに分けて行う。

不完全密閉型、完全密閉型、水抜き管がある場合の不完全密閉型。

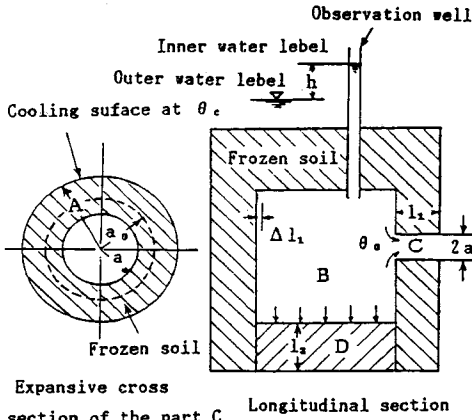
a) 不完全密閉型

この場合の計算モデルとして、Fig. 5 に示すものを考える。解析に先立って記号を下記のように定める。

θ_0 : 閉塞領域内の地盤温度 (°C [K])

M : 閉塞領域内の凍土表面積 (m²)

n_f : 閉塞領域内地盤の自由水含有率 (m³/m³)



B ; Unfrozen permeable soil of the closure part
 C ; Permeable hole
 D ; Unfrozen permeable soil of the bottom part
 Fig. 5 Analytic model of the uncomplete closure type.

- Δl_1 : 凍土内側方向への凍結進行速度 (m/h [ms⁻¹])
- a_0 : 開口部初期半径 (m)
- a : 開口部Cの半径 (m)
- l_1 : C部の凍土厚み (m)
- λ_1 : C部未凍土の透水係数 (m/h [ms⁻¹])
- l_2 : 底部未凍結地盤Dの厚み (m)
- λ_2 : D部地盤の透水係数 (m/h [ms⁻¹])
- s_2 : D部の水平断面積 (m²)
- h : 閉塞領域内外の間隙水圧の水頭圧差 (m)

(以下、水頭圧差と略称する)

- Q : 凍結進行による絞り水の発生量 (m³/h [m³s⁻¹])
- Γ : 水の凍結膨張率 (m³/m³)
- ξ : 修整された土中水の凍結膨張率 (m³/m³)

上記以外の記号は、既出のものを踏襲する。

本解析では、凍土基準としている。したがって ξ は、
 $\xi = \Gamma(1 + \Gamma)^{-1}$ (15)

で表わされる数値で、したがって Q は下式で計算される。

$$Q = \xi M \Delta l_1 n_f \dots \dots \dots (16)$$

閉塞領域内での自由水の平衡条件より、下式が成立する。

$$Q = h s_2 \lambda_2 / l_2 + h \pi \lambda_1 a^2 / l_1$$

ここで、 $c_1 = s_2 \lambda_2 / l_2$ 、 $c_2 = \pi \lambda_1 / l_1$ とおけば、 h は水抜き管よりの溢水がない場合には、

$$h = Q(c_1 + c_2 a^2)^{-1} \dots \dots \dots (17)$$

と表わされる。Darcy の法則より v は、

$$v = \lambda_1 h (l_1 n_f)^{-1} \dots \dots \dots (18)$$

と表わされる。

さて、開口部の凍結閉塞所要時間の計算は、式 (11) で行うが、式中の N について考察を加えると、式 (10)

での N の表式中の $a^2 u$ は、式 (17)、(18) より、

$$a^2 u = Q \lambda_1 c_w \rho_w (c_2 \rho_2 l_1)^{-1} \cdot a^2 (c_1 + c_2 a^2)^{-1}$$

となる。よって、水抜き管より溢水が、起こらない場合の N の表式は、 $\kappa_2 = k_2 / (c_2 \rho_2)$ を考慮すると、

$$N = 1 - 4 \sum_{a_n} a_n^{-2} \exp \{-a_n^2 \pi k_2 l_1^2 (Q c_w \rho_w \lambda_1)^{-1} \times (c_1 + c_2 a^2) a^{-2} \dots \dots \dots (19)$$

となる。式 (19) を一瞥すればわかるように、 $c_1 \neq 0$ の不完全密閉型では、 N は a の関数となっているが、 c_1 が零となる完全密閉型では、 a に無関係な定数となる。すなわち、

$$N = 1 - 4 \sum_{a_n} a_n^{-2} \exp \{-a_n^2 \pi k_2 l_1 (Q c_w \rho_w)^{-1} \dots \dots \dots (20)$$

さて、式 (18) を考慮すると、式 (11) は、

$$t_2 - t_1 = \int_{a_2}^{a_1} [k_1(-\theta_c) \{L \rho_1 a \ln(A/a)\}^{-1} - \theta_0 \times c_w \rho_w \lambda_1 (2 l_1^2 L \rho_1)^{-1} h N a]^{-1} da \dots \dots \dots (21)$$

式 (21) による、 $t \leftrightarrow a$ の計算では、 a の変域幅の小さい範囲では、 h 、 N を定数とみなして数値計算を行う。また、水抜き管より溢水が起こらない場合の h の値は、式 (17) より求められる。開口部が閉塞して後は、 h の上昇は停止し、以後一定値となるが、この h の最大値を、 h_{4max} で表わすと、

$$h_{4max} = Q / c_1 \dots \dots \dots (22)$$

である。この場合の限界孔半径 a_{c4} が存在する条件については、次項 (3) で考察を加える。

b) 完全密閉型

Fig. 5 のD部が、完全な遮水層を形成する場合、すなわち、 $c_1 = 0$ で、 $\theta_0 \neq 0$ のときは、式 (11) によれば、 $(t_2 - t_1) \rightarrow \infty$ となる限界孔半径 a_{c3} が存在することになる。すなわち、式 (11) の右辺 [] 内を零とする a が、 a_{c3} である。

$$Q = \pi a^2 v n_f \dots \dots \dots (23)$$

の関係式を使い、 N が a に無関係な定数であることを考慮すれば、

$$a_{c3} = A \exp \{-2 \pi k_1 (-\theta_c) l_1 (\theta_0 c_w \rho_w Q N)^{-1} \} \dots \dots \dots (24)$$

が求められる。水頭圧差 h は、式 (17) より、

$$h = Q(c_2 a^2)^{-1} \dots \dots \dots (25)$$

として求められる。 a が限界孔半径 a_{c3} となったときには、 h は限界水頭圧差 h_{c3} となる。

$$h_{c3} = Q(c_2 a_{c3}^2)^{-1} \dots \dots \dots (26)$$

また、 $t \leftrightarrow a$ の関係は、式 (21)、(25) より、

$$t_2 - t_1 = \int_{a_2}^{a_1} [k_1(-\theta_c) \{L \rho_1 a \ln(A/a)\}^{-1} - \theta_0 \times c_w \rho_w (2 \pi l_1 a L \rho_1)^{-1} Q N]^{-1} da \dots \dots \dots (27)$$

により求められる。ただし、 $a_2 > a_{c3}$ とする。

c) 水抜き管がある場合の不完全密閉型

Fig. 5 で水抜き管兼用の水位観測井が立ち上がってい

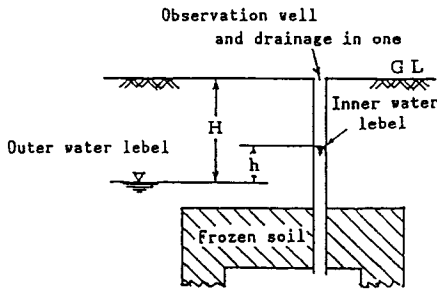


Fig. 6 Analytic model of the uncomplete closure type with drainage.

る場合を想定して、Fig. 6 に示す計算モデルを考える。

このような状況は、実施工での密閉型タイプの凍結工にはしばしば現われるものである。観測井内の水位が上昇して地表面上の観測井上端に達してから後は、絞り水は管外に溢れ出るため、 h の上昇は、この位置で停止する。

以下の議論では、開口部孔半径および水頭圧を表わす記号の単位は、すべて m とするものとする。

外部水位と、水位観測井（水抜き管）上端位置とのレベル差を H とし、観測井内の水位が、その上端位置に達した時点での開口部孔半径を、 a_H で表わせば、

$$a_H = \sqrt{(Q/H - c_1)/c_2} \dots\dots\dots(28)$$

が求められる。開口部の閉塞後に生じる最高水頭圧差 h_{5max} は、式 (22) で、 h_{4max} を、 h_{5max} と置き換えることにより計算される。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} Q/c_1 < H \text{ の場合, } h_{5max} &= Q/c_1 \\ Q/c_1 \geq H \text{ の場合, } h_{5max} &= H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

となる。 h が H に到達して後に、限界孔半径の a_{c_1} が存在する場合は、 a_{c_1} は、後出の式 (41) を満足する値として決定される。

$$\begin{aligned} a_{c_1} \text{ に対する限界水頭圧差を, } h_{c_1} \text{ で表わすと,} \\ h_{c_1} &= H \dots\dots\dots(30) \end{aligned}$$

である。 h が、 H まで上昇しない場合は、 a の不完全密閉型での計算と同条件となる。

h が、 H に到達して後の、 $t \leftrightarrow a$ の関係は、後出の式 (39) により求められる。

(3) 凍結閉塞可能な条件

以上の議論によって、 $c_1=0$ の完全密閉型凍結の場合には、式 (24) による限界孔半径 a_{c_3} が存在して、凍土壁は閉塞しないことがわかった。そうすると、 $c_1 \neq 0$ の場合、換言すれば“閉塞領域より、わずかでも漏水があれば、凍土壁は閉塞するのか？”という疑問が湧いてくる。以下この問題について考察を加える。

閉塞領域より漏水がある一般的な場合の $t \leftrightarrow a$ の関係は、式 (21) で表わされる。式 (21) の被積分項の [] 内を、 Y_1 で表わし、 h に式 (17) を代入すると、

$$Y_1 = E \{ a \ln(A/a) \}^{-1} - GNa(c_1 + c_2 a^2)^{-1} \dots\dots\dots(31)$$

となる。ここに、

$$\begin{aligned} E &= k_i(-\theta_c)/(L\rho_i) \\ G &= \theta_0 c_w \rho_w \lambda_1 Q (2 l_1^2 L \rho_i)^{-1} \end{aligned}$$

である。この場合の限界孔半径 a_{c_1} が存在する条件は、式 (31) の Y_1 を零とするものである。この条件式より c_1 をくくり出すと、

$$c_1 = a^2 \{-c_2 + (GN/E) \ln(A/a)\} \dots\dots\dots(32)$$

となる。式中の N は、 a と関数関係をもつが、計算の便宜上ここでは、定数とみなすことにする [補遺 (2)]。

式 (32) の右辺の関数を y_1 で表わすと、 y_1 は Fig. 7 に示すように、上方に凸形の曲線を形成し、 $a = a'$ において極大値 y_{1max} をもつ。すなわち、

$$a' = A \exp[-\{Ec_2(GN)^{-1} + 1/2\}] \dots\dots\dots(33)$$

$$y_{1max} = \{GNA^2(2E)^{-1}\} \exp[-2\{Ec_2 \times (GN)^{-1} + 1/2\}] \dots\dots\dots(34)$$

である。Fig. 7 で、

$$y_{1max} < c_1 \dots\dots\dots(35)$$

(c_1 は、Fig. 7 で一点鎖線で示す値)

であれば、 a_{c_1} は存在しない。また、

$$y_{1max} > c_1 \dots\dots\dots(36)$$

(この場合の c_1 は、Fig. 7 で実線で示す値)

であれば、 c_1 と y_1 とは、点 d, e で交わる。d に対応する a_1 より初期孔半径 a_0 が大きいときは (Fig. 7 で右方に示す a_0 の場合)、孔径の縮小は、 a_1 で停止する。したがって、この a_1 が限界孔半径 a_{c_1} となる。 a_0 が、 $a_2 < a_0 < a_1$ にある場合には、孔径 a は、 a_0 より拡大してゆくが、 a_1 で孔径の拡大は停止する。もし、 a_0 が、e 点に対応する a_2 より小さければ (Fig. 7 で左方に示す

The expression of calculation

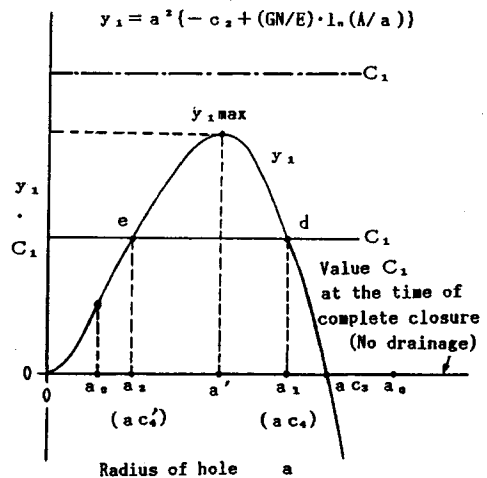


Fig. 7 Freezing blockade condition of the uncomplete closure type (In case of $h > H$).

a_0 の場合), 限界孔半径は存在しない. すなわち,

「凍結閉塞が成就するためには, 閉塞部の漏水係数 c_1 が y_{1max} より大きいか, もしくは, 初期孔半径 a_0 が $a'_{c1}(a_2)$ より小さいことが必要条件となる」

a が a_{c1} に収束するときは, また h は, h_{c1} に収束するが, h_{c1} は, 式 (17) より,

$$h_{c1} = Q \{c_1 + c_2 a_{c1}^2\}^{-1} \dots \dots \dots (37)$$

と求められる.

次に, 水抜き管があり, h の上昇が, H で制限される場合を考える. 水位の上昇が, $h=H$ となった時点での開口部の孔半径 a_H は, 式 (28) で表わされる. これより a が縮小して, $a < a_H$ となっても, h は H 一定で, 開口部の水流速 v は, Darcy の法則より,

$$v = \lambda_1 H (l_1 n_f)^{-1} \dots \dots \dots (38)$$

で表わされ, これも一定値となる. したがって, この過程での $t \leftrightarrow a$ の関係は, 式 (11), (38) より,

$$t_2 - t_1 = \int_{a_2}^{a_1} [k_1(-\theta_c) \{L\rho_1\} a \ln(A/a)]^{-1} - \theta_0 c_w \rho_w \lambda_1 (2 l_1^2 L \rho_1)^{-1} H N a]^{-1} da \dots \dots \dots (39)$$

と求められる. この場合の限界孔半径を, a_{cs} で表わせば, a_{cs} が存在する条件は, 式 (39) の右辺の [] 内を零とするものである. さて, 式 (39) の N は,

$$N = 1 - 4 \sum_{a_n} a_n^{-2} \exp \{-a_n^2 k_2 l_1^2 (c_w \rho_w \lambda_1 H a^2)^{-1}\} \dots \dots \dots (40)$$

で表わされ, a とは関数関係をもっている. ここで, 計算の便宜上, N を a に無関係な定数とする [補遺 (2) 参照]. そうすると, 条件式は下式ようになる.

$$a_{cs}^2 \ln(A/a_{cs}) = 2 k_1(-\theta_c) l_1^2 (\theta_0 c_w \rho_w \lambda_1 H N)^{-1} \dots \dots \dots (41)$$

式 (41) の右辺を, c_s とおくと, 開口部が縮小してゆく条件は,

$$a^2 \ln(A/a) < c_s \dots \dots \dots (42)$$

で示される.

式 (42) は, 上部開放型凍結立坑の閉塞の条件式 [文献 2) の式 (19)] と同型となっている.

不等式 (42) の左辺の関数を y_2 で表わすと, y_2 は, Fig. 8 に示すように, 上に凸型の曲線で, $a = a''$ で, 極大値 y_{2max} をもつが, それぞれの値は,

$$a'' = A \exp(-1/2) = 0.60653 A \dots \dots \dots (43)$$

$$y_{2max} = (1/2) A^2 \exp(-1) = 0.18394 A^2 \dots \dots \dots (44)$$

で表わされる. 以上の議論より,

$$y_{2max} < c_s(H_1) \dots \dots \dots (45)$$

の場合, すなわち, Fig. 8 で一点鎖線の c_s と, y_2 の関係にあるときは, 両者は交わらず, したがって, a_{cs} は存在しないから, 無条件に凍結閉塞が可能である.

$$y_{2max} > c_s(H_2) \dots \dots \dots (46)$$

の場合には, 両者は, Fig. 8 で示すように, d (a_3), e (a_4) の二点で交わる. a_H が,

The expression of calculation

$$C_s = \frac{2k_1(-\theta_c)l_1^2}{\theta_0 c_w \rho_w \lambda_1 N} \frac{1}{H}$$

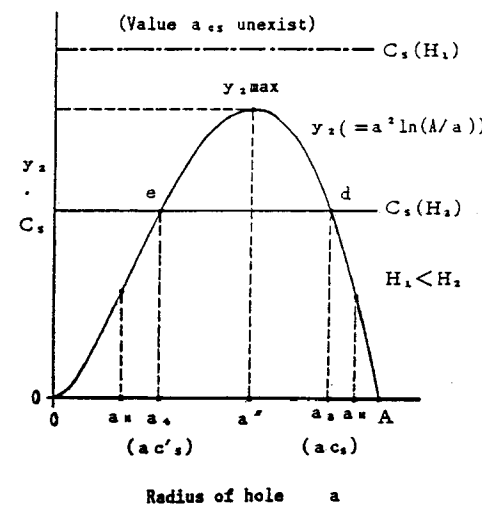


Fig. 8 Blockade condition in case of rising water level on the value H (In case of $h=H$).

$$a_3 < a_H \dots \dots \dots (47)$$

のときは (Fig. 8 では, 右方に示す a_H の場合), 孔径の縮小は, a_3 で停止する. したがって, この a_3 が限界孔半径 a_{cs} となる. また, a_4 が小さい方の限界孔半径の a'_{cs} となる. もし, a_H が,

$$a_H < a_{cs} \dots \dots \dots (48)$$

の条件を満足しておれば (Fig. 8 で左方の a_H の場合), 凍結閉塞は可能となる.

水位が H まで上昇しないときは, 水抜き管の存在は, 閉塞条件に影響を与えないから, 前期 Fig. 7 で示される場合の閉塞条件となる.

次に, 完全密閉型凍結で, 水抜き管の設置により凍結閉塞させる場合を考える. 水抜き管は, 内外水頭圧差が H 以上には上昇しない性能をもつものとする.

式 (21) より, 完全密閉型の凍結では,

$$k_1(-\theta_c) \{a \ln(A/a)\}^{-1} > \theta_0 c_w \rho_w \lambda_1 h N a (2 l_1^2)^{-1} \dots \dots \dots (49)$$

であれば, 開口部は, 凍結進行して縮小に向かう. 式中の N は, この場合 a に無関係な定数である.

式 (49) より, h に対する閉塞条件は,

$$h < 2 k_1(-\theta_c) l_1^2 \{ \theta_0 c_w \rho_w \lambda_1 N a^2 \ln(A/a) \}^{-1} \dots \dots \dots (50)$$

となる. h に, 式 (25) を代入して整理すると,

$$a > A \exp \{-2 \pi k_1(-\theta_c) l_1 (\theta_0 c_w \rho_w Q N)^{-1}\} \dots \dots \dots (51)$$

の関係が求められるが, 不等式の右辺は, 式 (24) で示される a_{cs} にほかならない. よって,

$$a > a_{cs} \dots \dots \dots (52)$$

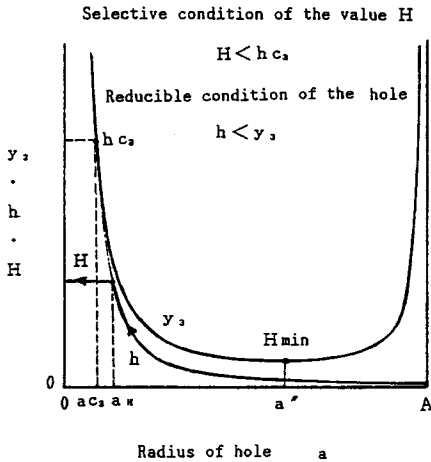


Fig. 9 The value H of which produced freezing blockade on the complete closure type.

となる。 a の代わりに、 h で表わすと、式 (52) の関係は、

$$h < h_{c3} \dots \dots \dots (53)$$

となる。したがって、

$$H < h_{c3} \dots \dots \dots (54)$$

であるように、 H を選定すれば、開口部は閉塞することになる。

これらの関係を、 Fig. 9 に示す。図中での y_3 は、不等式 (50) の右辺の関数を表わすものとする。

ここで、混乱を避けるために、限界孔半径、および限界水頭圧差等を表わす記号をまとめて、掲げる。

- a_{c3} : 完全密閉型の場合の限界孔半径 (m)
- h_{c3} : 完全密閉型の場合の限界水頭圧差 (m)
- a_{c4} : バイパス漏水部が存在する場合の限界孔半径 (m)
- h_{c4} : a_{c4} が存在する場合の限界水頭圧差 (m)
- h_{4max} : バイパス漏水部が存在する場合の閉塞後の水頭圧差 (m)
- a_{c5} : H をもつ不完全密閉型での限界孔半径 (m)
- h_{c5} : a_{c5} が存在する場合の限界水頭圧差 (m)

3. 凍結閉塞完了の判定法

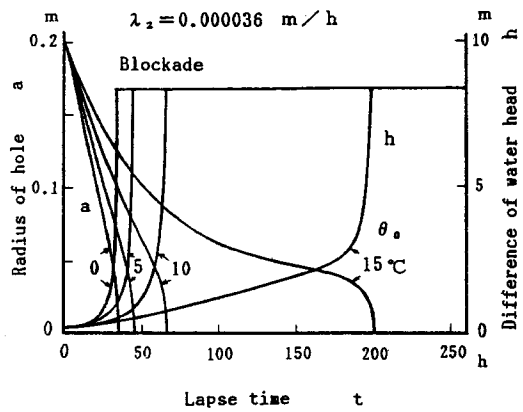
(1) 不完全密閉型

Fig. 10 の計算例よりわかるように、開口部の閉塞後は h の変化曲線は、上昇を停止して一定値を保持する。

このように、 h の観測値には、顕著な変化を示すので、閉塞の判定は、容易に行えるであろう。

(2) 完全密閉型

このタイプでは、限界孔半径 a_{c3} および限界水頭圧差 h_{c3} が存在するが、 h_{c3} は大きい値となる可能性があり時として、凍土に接する構造物に被害を与えたり、凍土



Calculation constant		
$\theta_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$	$C_w \cdot \rho_w = 1000$	kcal/m ³ °C
$\theta_c = -10 \text{ }^\circ\text{C}$	$l_1 = 1$	m
$Q_0 = 0.006 \text{ m}^3/\text{mh}^\circ\text{C}$	$l_2 = 2.5$	m
$k_1 = 2.468 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$	$\lambda_1 = 0.36$	m/h
$k_2 = 1.525 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C}$	$\lambda_2 = 0.000036 \text{ m/h}$	m/h
$L \cdot \rho_i = 36067 \text{ kcal/m}^3$	$A = 0.4$	m

Fig. 10 Calculative examples of freezing blockade on the uncomplete closure type.

壁にクラックを発生させる危険がある。そのため、この凍結様式を採用するときは、水抜き管の設置は不可欠となる。

閉塞後は、水抜き管よりの排水量が一定値となるので、間隙水圧の値、もしくは、排水量を、経時的に計測することにより、閉塞の完了を判定することができる。

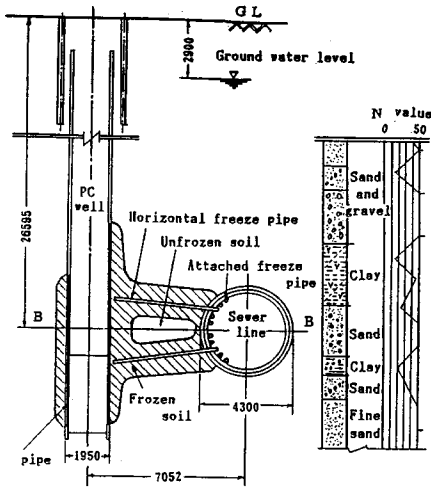
この場合の計算例を、 Fig. 12 に示す。

(3) 水抜き管のある場合

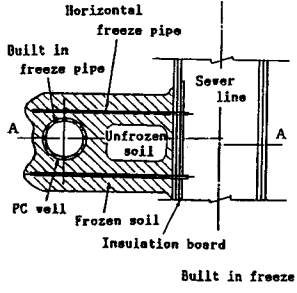
この場合には、閉塞領域内の間隙水圧の上昇は、水抜き管の排水高さ H によって抑制される。したがって、密閉型、不完全密閉型の別なく、同じ考え方で処理することができる。不完全密閉型では、間隙水圧の上昇は、底部不透水層の遮水性能に大きく左右される。たとえば、 Fig. 10 のモデルが、水抜き管 ($H=5 \text{ m}$) をもてば、 h は 5 m を越えているので、水抜き管上部より溢水が起こるが、 λ_0 が 10 倍の値となると、 h の上昇は、 0.8 m 程度に収まるので、水抜き管よりの溢水は起こらない。凍結閉塞完了の判定は、後者では、観測井の水位の上昇、ならびに、停止の状況より容易に判定できる。前者の場合は、水抜き管よりの排水量が一定値となったことより判定することができる (文献 5) の施工例参照)。

4. 計算例と実測値

ここに示すのは、完全密閉型凍結の例で、下水道幹線管渠に点検人孔を接続する際の防護を、凍結工法により



Longitudinal section A-A



Horizontal section B-B

Fig. 11 Actual example of the form of freezing blockade on complete closure type.

行ったときのものである。この工事の概要を、Fig. 11に示す。凍結様式が密閉型となるため、当然 a_{c3} , h_{c3} の存在が予想される。計算定数を下記のようにとる。

- $\theta_0 = 15.2$ (°C) [288.4 K]
- $\theta_c = -15$ (°C) [258.2 K]
- $n_f = 0.6$ (m³/m³), $\Gamma = 0.09$ (m³/m³)
- $k_1 = 2.314$ (kcal/mh°C) [2.691 Wm⁻¹K⁻¹]
- $k_2 = 1.225$ (kcal/mh°C) [1.425 Wm⁻¹K⁻¹]
- $\rho_1 = 1649$ (kg/m³), $\rho_w = 1000$ (kg/m³)

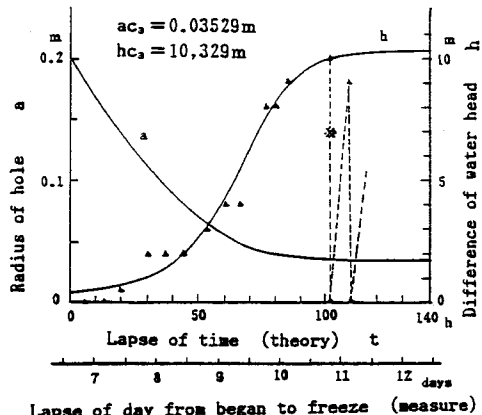


Fig. 12 The value of which calculation and measured on the complete closure type.

- $c_w = 1$ (kcal/kg°C) [4187 Jkg⁻¹K⁻¹]
- $L = 28.93$ (kcal/kg) [1.211 × 10⁵ Jkg⁻¹]
- $\lambda_1 = 9.3 \times 10^{-3}$ (m/h) [2.583 × 10⁻⁶ ms⁻¹]
- $l_1 = 0.25$ (m)
- $\Delta l_1 = 1.458 \times 10^{-3}$ (m/h) [4.05 × 10⁻⁷ ms⁻¹]
- $M = 20.8$ (m²)
- $A = 0.4$ (m), $a_0 = 0.2$ (m)

なお、 k_1 , k_2 , ρ_1 , L 等の数値は、地盤の容積含水率を n_f と同じに0.6 m³/m³にとり、文献6)より求めた。

式 (15) より、
 $\xi = 0.09 / (1 + 0.09) = 0.08257$
 式 (16) より、
 $Q = 0.08257 \times 20.8 \times 1.458 \times 10^{-3} \times 0.6$
 $= 0.001503$ m³/h [4174 × 10⁻⁷ m³s⁻¹]

式 (20) より、 N を求めると、 N は一定値で、
 $N = 0.9829$

である。以上の数値を使って、式 (24), (26) より、 a_{c3} , および h_{c3} をそれぞれ求めれば、

$a_{c3} = 0.03529$ (m)
 $h_{c3} = 10.33$ (m)

となる。

$t \leftrightarrow a, h$ の関係を、式 (27), (25) を使用して求めたものを、Fig. 12に示す。図中の▲印は、 h の実測値

Table 1 Conversion Tables for units.

Physical quantities	common units	SI units
temperature	θ °C	(273.15 + θ) K
velocity	1 m/h	0.2778×10^{-3} m · S ⁻¹
Coefficient of Permeability		
current	1 m ³ /h	0.2778×10^{-3} m ³ · S ⁻¹
heat flux	1 Kcal/m ² h	1.163 W · m ⁻²
Specific heat	1 Kcal/kg°C	4187 J · kg ⁻¹ · K ⁻¹
thermal conductivity	1 Kcal/mh°C	1.163 W · m ⁻¹ · K ⁻¹
thermal diffusivity	1 m ² /h	2.778×10^{-4} m ² · S ⁻¹
latent heat	1 Kcal/kg	4187 J · kg ⁻¹

である。完全密閉型凍結であるため、この状態では閉塞しないが、式 (54) で示すように、 $H < h_{c3}$ の水頭圧差をもつ水抜き管を設ければ、閉塞させることができる。この実施例では、閉塞領域内の水圧の上昇を見極めたうえで、適時、水抜き管より排水し、 h を低下させて閉塞を成就させたが、図中の※印は、水抜きの操作を開始した時点を示す。

5. 結 言

本研究は、密閉型凍結様式での各要素間の関係を明らかにし、凍結工法施工時における凍結閉塞確認の手段を与えた。以下、研究の要旨を記す。

(1) 完全密閉型凍結方式の場合には、限界孔半径の a_{c3} が存在して、閉塞しないが、 $y_{2max} < c_5$ の水抜き管を設けるか、あるいは、 $a_{c3} < a''$ の条件下では、 $H < h_{c3}$ の水抜き管を設ければ、凍結閉塞させることができる。閉塞完了の確認は、水抜き管よりの排水量が一定値となったことより判定する。

(2) 不完全密閉型式で、水抜き管のない場合には、 $y_{1max} < c_1$ であれば、無条件に凍結閉塞が行われる。 $y_{1max} > c_1$ のときは、限界孔半径 a_{c4} 、 a'_{c4} が存在し、初期孔半径 a_0 が、 $a_{c4} < a_0$ のときは、開口部孔半径 a の縮小は、 a_{c4} で停止する。 $a_0 < a'_{c4}$ のときは、限界孔半径は存在せず、開口部は、凍結閉塞する。閉塞完了の確認は、観測井の水位が一定値をとることにより判定する。

(3) 不完全密閉型式で、水抜き管のある場合には、 $y_{2max} < c_5$ であれば、無条件に凍結閉塞が行われる。 $y_{2max} > c_5$ のときは、限界孔半径 a_{c5} 、 a'_{c5} が存在し、 a_H (水抜き管より溢水が始まる時の孔半径) が、 $a_{c5} < a_H$ のときは、 a の縮小は、 a_{c5} で停止する。 $a_H < a'_{c5}$ であれば、限界孔半径は存在せず、開口部は、凍結閉塞する。閉塞の確認は、観測井の水位が、 $h < H$ のときは、 h の上昇が停止したことより、 $h = H$ のときは、水抜き管よりの排水量が、一定値となったことより判定する。

終わりに、本研究の端緒を開いて戴いた(株)精研桐山司郎専務に感謝の意を表す。

補 遺

(1) 微分方程式の解の導出について

最初は、境界条件の (2)、(3) を、それぞれ、 $\theta_0 = 0$ 、 $\theta(x, a) = \theta_r$ (定数) として解を求める。まず、微分方程式 (1) を、 s を変換変数として $x \rightarrow s$ に L 変換を行う。 $\theta(x, r) \rightarrow U(s, r)$ が得られる。境界条件 (4) で、 $U(s, 0) = 0$ (有界であることより)、 $U(s, r) = B J_0(\mu, r)$ が求められる。ここに、 B は未定定数で、 μ は s の関数である。この B を式 (3) により決定し $U(s, r)$ が求まる。よって、 $s \rightarrow x$ に逆変換を行えば、この条

件での $\theta(x, r)$ が求められる。著者は、この逆変換には、Heaviside の展界定理を用い、留数計算によりこれを求めた。この $\theta(x, r)$ に、 $\theta(0, r) = \theta_0$ の条件を入れ、 $\theta_r = 0$ とおくことにより求める解が得られる。

(2) 近似計算法による誤差の評価

式 (21) による、 $t \leftrightarrow a$ の計算では、 N は、完全密閉型の場合には、1 に近い定数となるが、不完全密閉型の場合には、 a と関数関係をもつ 1 に近い数値で、 a が零に近づけば、1 に近づく特性をもっている。

N の値自身は、1 とみなし得る数値であるが、 $t \leftrightarrow a$ の計算時で、 $N = 1$ とした近似計算では、閉塞に近づくに従って、 $\Delta t / \Delta a$ の値が大きくなり、閉塞完了時点では、 t の値に 10 % 以上の誤差を生じる場合がある。 N を求める数値計算は、収斂が早く、ただか二項もとれば、実用上十分の精度が得られるので、別に近似計算に頼らずとも、計算は容易であろう。

(3) 開口部孔内の水流について

本解析では、土中の水流は、層流で、Darcy の法則に従うものとしている。密閉型凍結では、閉塞領域内外の水頭圧差は、比較的大きい値となり、乱流遷移領域内に入ることが予想される。乱流遷移領域に入る限界の水位勾配を、 i_{crit} (m/m) で表わすと、これに対応する水頭圧差 h_{crit} は、

$$h_{crit} = i_{crit} \times l \dots \dots \dots (55)$$

となる。ここに、 l は土中の流路長 (m) である。

乱流遷移領域内の地山の透水係数を、 λ (m/h) [ms^{-1}] で表示すると、 λ は、文献 7) によれば、

$$\lambda = \lambda / (1 + 0.02 Re) \dots \dots \dots (56)$$

で表わされ、この λ を、層流領域内での透水係数の λ の代わりに使用すれば、乱流遷移領域内でも、Darcy の法則を、そのまま適用することができる。式 (56) での Re は、土中の Reynolds 数で、

$$Re = ch \dots \dots \dots (57)$$

で表わされる。ここに、 h : 水頭圧差 (m) で、 c は土に固有の特性値である。 h の変域内で、 $c = const.$ とみなすと、 Re の h と考えることができる。また、層流限界の Re 数は、文献 9) によれば、おおよそ 1 に等しい。よって、式 (55)、(57) より、乱流遷移領域内の Re 数は、

$$Re = 1 \times h' / (i_{crit} \times l) \dots \dots \dots (58)$$

で表わされる。

ここに、 h' : 乱流遷移領域内での閉塞領域内外の水頭圧差 (m) である。式 (56)、(58) より、

$$\lambda = \lambda \times [1 + 0.02 \times h' / (i_{crit} \times l)]^{-1} \dots \dots \dots (59)$$

ここで、 i_{crit} の値は、文献 8) より、

$$i_{crit} = 0.3 \text{ (m/m)}$$

にとるものとする。計算例として、 H をもつ不完全密

閉型の場合をとりあげ、計算数値として、

$$l=l_1=0.95 \text{ (m)}, \quad h'=H=5.5 \text{ (m)}$$

にとると、式 (59) より、

$$\chi=\lambda \times \{1+0.02 \times 5.5 / (0.3 \times 0.95)\}=\lambda \times 0.722$$

が得られる。したがって、この場合の計算に使用する透水係数の値としては、実際の地山の透水係数の約 70 % の数値にとれば、計算理論は、そのまま使用することができる。

参 考 文 献

- 1) Y. A. ドルマン, N. G. トルウバック (原田千三訳) : 凍結工法, 鹿島出版会, p.103, 1972 年.
- 2) Tobe, N. et al. : Monitoring The Closure of A Freeze Wall Cofferdam by Water Level Observation, Proc. 4th Int. Symp. Ground Freezing in Japan, pp.285~290, 1985.
- 3) Giedt, W. H. (横堀ほか訳) : 基礎伝熱工学, 丸善, p.120, 1960 年.
- 4) Eckert · Drake : Heat & Mass Transfar, 2nd ed., McGraw-Hill, p.32, 1974.
- 5) Takashi, T. et al. : Artificial Ground Freezing In Shield Work, Proc. 3th Int. Symp. Ground Freezing in U. S. A, pp.61~65, 1982.
- 6) 高志 勤 · 和田正八郎 : 土壌凍結工法 (I), 冷凍, 第 36 卷, 第 408 号, p.5.
- 7) 建設産業調査会編 : 地下水ハンドブック, p.81, 1979 年 9 月.
- 8) 土質工学会編 : 土質試験法, 1979 年改訂版, p.353.
- 9) 土質工学会編 : 土質工学ハンドブック, p.79, 1965 年. (1988.8.8・受付)