

繰り返し拡張カルマンフィルターによる異方性岩盤物性の同定と 地下空洞計測管理への適用[†]

IDENTIFICATION METHOD FOR ANISOTROPIC MECHANICAL CONSTANTS OF ROCK MASS BY LOCAL ITERATED EXTENDED KALMAN FILTER AND APPLICATION TO EXCAVATION CONTROL OF UNDERGROUND OPENINGS

門田俊一*・斎藤悦郎**・和久昭正***・後藤哲雄****

By Shunichi KADOTA, Etsuro SAITO, Akimasa WAKU and Tetsuo GOTO

This is a report on a study of parameters identification of mechanical constants of anisotropic rock mass and initial ground pressure from set of displacements on assumption that rock mass is anisotropic continuous elastic medium, and applicability of this method to excavation control of underground openings are also shown. A local iterated extended Kalman filter of control theory combined by Finite Element Method are applied to the parameter identification method in order to consider probabilistic feature of measured datum.

It is concluded that this identification method is effective for excavation control of underground openings excavated in anisotropic rock mass.

Keywords: extended Kalman filter, FEM, back analysis, anisotropy, underground openings

1. はじめに

最近、地下空洞・トンネル・斜面等の岩盤構造物において、設計時に評価した設計条件の見直しや構造物全体の安定性評価を施工過程に応じて時々刻々を行うために、観測データから岩盤の力学定数や初期地圧を同定する逆解析手法が示されている^{1),2)}。

この方法で用いられている力学モデルは、岩盤を等方等質な線形弾性体とした場合が多いが、岩盤の力学特性は、岩盤中に含まれる種々の不連続面の力学特性や空間における分布性状によって異方性を示すことが最近の研究成果から明らかとなっている^{3),4)}。また、初期地圧に関しては、掘削を伴う岩盤構造物の外力として位置づけられることから、その推定は慎重になされるべきであるが、逆解析で求められる初期地圧は、逆解析に用いた力学モデルの構造特性に対応した値として評価される。す

なわち、力学モデルの異方性と初期地圧の異方性を明確に区別する必要がある。このため、初期地圧の推定をより正確に行うためには、より現実の岩盤挙動に近い力学モデルを採用する必要がある。したがって、岩盤物性を逆解析する場合には、その状況に応じて、異方性を考慮した力学モデルを用いて検討しておく必要がある。

一方、逆解析において安定性の良い解を得るためには、できる限り単純なモデルを採用し未知パラメーターの数を減らしておくことが重要である。等方等質モデルは、上述の点から優れたモデルであり、実務的にも有効な方法といえるが、異方性の強い岩盤に適用する場合、逆解析された結果の適用範囲について検討しておく必要がある。

本論文は、異方性を示す岩盤を線形直交異方連続体としてモデル化したうえで、この力学モデルによる岩盤物性と初期地圧を逆解析する方法、および、地下空洞の計測管理に対する本逆解析手法の適用性について示すものである。同定手法には、観測データを確定論的に取り扱った数値計画の最適化手法に対し、確率論的に取り扱った繰り返し拡張カルマンフィルター⁵⁾を用いた。本論文で対象とする未知パラメーターの同定問題は、未知パラメーターに関して非線形である。繰り返し拡張カルマンフィルターは、非線形のシステム、観測系のデータ処理

[†] 本論文の一部は、第7回岩の力学国内シンポジウム¹⁴⁾において発表している。

* 正会員 工修 フジタ工業(株)技術研究所第一研究部岩盤研究室(〒223 横浜市港北区大綱町74)

** 正会員 工博 フジタ工業(株)技術研究所研究企画室(同上)

*** 正会員 フジタ工業(株)技術研究所第一研究部岩盤研究室長(同上)

**** 正会員 フジタ工業(株)技術研究所第一研究部長(同上)

としての拡張カルマンフィルターを修正し、観測系における非線形性の影響を小さくするアルゴリズムを構成したものであり、著者の一人が山留め架構の逆問題で、観測データの計測誤差や未知パラメーターの推定誤差を表現する確率量を適切に設定しておけば、実測データを対象とした場合の解の安定性が良いことを数値的に確認しているものである⁵⁾。なお、上述の計測誤差等については、過去のデータをもとに設定している。

本研究は、次のような理論展開から構成されている。

① 繰り返し拡張カルマンフィルターによる逆解析手法の概要を示すとともに、本論文で対象とした異方性岩盤物性・初期地圧に関する未知パラメーターを明らかにする。

② 異方性モデルによる順解析からシミュレーションデータを求め、これを観測データとして①の方法による同定精度を検討する。

③ 異方性を示す岩盤に対する等方等質モデルの適用範囲を示すために、異方性モデルの順解析結果を観測データとして等方等質モデルにより逆解析を行い、異方性モデルとの差異について検討する。

④ 感度解析を介して、本逆解析に必要な観測位置について示す。

⑤ 片理構造の発達した地山中に掘削された NATM トンネルにおける観測データを用い、本逆解析手法の実測データに対する適用性を示す。

2. 拡張カルマンフィルターによる逆解析

一般に、システム同定は、ブラックボックスであるシステム（ここでは地下空洞周辺地山の力学モデル）を通じた出力データ、および、入力データより、システムの数学モデルそのものを同定する場合と、既知として設定できる数学モデルの未知パラメーターを推定する場合に分類できる。特に、後者の場合は逆解析とよばれ、本論文では、逆解析という用語をこのような意味に用いるものとする。

有限要素法において、構成式に直交異方性を考慮した支配方程式を定式化して、

$$P = K\delta \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 P ：外力ベクトル

K ：剛性マトリックス

δ ：変位ベクトル

のように示し、式（1）の部分マトリックス、部分ベクトルを、

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & \cdots & K_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_M & \cdots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_N \end{bmatrix} \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 P_i ： P の部分ベクトル

δ_i ： δ の部分ベクトル

K_{ij} ： K の部分マトリックス

とする。

次に、観測データとして、任意の位置の変位 δ_i 、および、任意の外力 P_j が得られるものとし、これらによって作られる観測ベクトルを次式のように y とする。

$$y = \begin{bmatrix} \delta_i \\ P_j \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

そして、未知パラメーター θ を変数とし、式（1）を y について展開した式を次式のように示すものとする。

$$y = h(\theta) \dots \dots \dots (4)$$

拡張カルマンフィルター^{6),7)}は、線形ダイナミックシステムに対する最適状態推定のカルマンフィルターに対して、より一般的に非線形システムに対して適用できるように拡張されたものである。一般に拡張カルマンフィルターの基本式である非線形の状態方程式、および、観測方程式は、それぞれ、式（5）、式（6）のように示される。

$$dX_t/dt = f(X_t, t) + G_t W_t \dots \dots \dots (5)$$

$$y_{tk} = h(X_{tk}, t_k) + V_{tk} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、

X_t, X_{tk} ：それぞれ連続型、離散型の状態ベクトル

Y_{tk} ： t_k 時間での観測ベクトル

W_t ：状態方程式に付加されるガウス性ホワイトノイズ $E[W_t W_t^T] = Q_t(t - \tau)$

V_{tk} ：観測方程式に付加されるガウス性ホワイトノイズ $E[V_{tk} V_{tk}^T] = R_{tk} \delta_{kj}$

(δ_{kj} ：クロネッカーのデルタ関数)

G_t ：変換行列

ただし、本論文では、線形直交異方性を対象とするため、未知パラメーターは定数とみなすことができることから、式（5）は線形と考えることができ、ノイズも含まれないものとする。また、観測方程式（6）は、式（4）に対応することに注意する必要がある。なお、式（6）は非線形の観測方程式となることから、推定値を収束させるための反復計算には、非線形性の影響を小さくするアルゴリズムを構成した繰り返し拡張カルマンフィルター⁵⁾を用いた。この方法は、観測方程式に Taylor 展開に基づく線形化を行い、非線形問題を線形問題に近似して扱うものである。そして、初期の状態ベクトル X_0 （ここでは未知パラメーター θ ）の値、および、初期の誤差の共分散行列 P_0 の値を与え、観測データ y を取り込むことにより、その観測データをもとにした未知パラメーター θ の最適推定値を求めることができる（APPENDIX I, II 参照）。

さて、逆解析の定式化⁸⁾は、逆定式化法と直接定式化

法とに分類することができる。逆定式化法は、式(4)を関数形として定式化し直す方法であるが、複雑な数学モデルの場合には、この定式化はかなり困難である。そこで、ここでは、任意の観測データを簡単に選択できる点等も考慮して、直接定式化法を用いて計算を行うこととした。計算に必要な $h(\theta)$ は、推定された未知パラメーター θ に対して順解析により直接求める。また、繰り返し拡張カルマンフィルターのアルゴリズム中に必要なヤコビ行列⁹⁾は、次式に示す影響係数法による感度解析により求めた。なお、式(7)の誘導については、APPENDIX Iに示した。

$$\frac{\partial h_i(\theta)}{\partial \theta_j} = \frac{h_i(\theta_j + \Delta \theta_j, e_i) - h_i(\theta_j)}{\Delta \theta_j} \dots\dots\dots (7)$$

ここで、

- $h_i(\theta)$: $h(\theta)$ の i 番目の観測点
- $\Delta \theta_j$: j 番目のパラメーター θ_j の微小増分
- e_j : j 番目の単位行列

以上より、ここでの直接定式化法では、繰り返し拡張カルマンフィルターと順解析可能なプログラム(有限要素法や境界要素法等の解析プログラム)が準備されていれば、特別な定式化を行うことなく確率論的手法による未知パラメーターの推定が可能となる。なお、トンネル等の地下空洞を対象とする直接定式化法の適用には、荒井¹⁰⁾、久武¹¹⁾による既往の研究がある。

3. 同定対象としたパラメーター

(1) 基本的な考え方

本論文においては、異方性を示す岩盤の等価力学モデルを直交異方性としたうえで、そのモデルのパラメーターを計測データから逆解析すると同時に、初期地圧を求めるものである。

上述した直交異方連続体における逆解析すべきパラメーターの数は、等方等質モデルの場合に比較してかなり多くなる。一方、逆解析においては、解の安定性からできる限り未知パラメーターの数を絞り込む必要がある。また、前章でも示したように、逆解析では、入力(初期地圧)、システム(力学モデル)、出力(変位、応力等)の三要素において、入力・出力の観測データが得られることを前提としてそのシステムの力学モデルに対するパラメーターの推定が可能であることに注意を要する。すなわち、逆解析ではシステムを構成する力学モデルの物性値のみを求める場合が最も合理的である。このため、ここでは、工学的に許容し得る範囲内で推定するパラメーターを以下に示すように限定した。

(2) 岩盤物性値

異方弾性体とした場合の応力・ひずみ関係式は、一般化 Hooke の法則として次式で示される。

$$\epsilon_{ij} = C_{ijkl} \sigma_{kl} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 C_{ijkl} は弾性コンプライアンス、 ϵ_{ij} はひずみテンソル、 σ_{ij} は応力テンソルである。次に直交異方性体の特別な場合で、全体座標形 x, y, z の座標軸と弾性主軸 1, 2, 3 が一致する場合について考える。そして、 E_i を i 方向の主弾性係数、 G_{ij} を ij 面内におけるせん断弾性係数、 ν_{ij} を j 軸荷重による i 軸方向のポアソン比とする。

これらの未知パラメーターのうち、ポアソン比については、ひずみエネルギー関数の存在から、

$$E_i \nu_{ij} = E_j \nu_{ji} \dots\dots\dots (9)$$

が成立するので、6個のポアソン比のうち、3個は独立ではない。

また、本論文で対象とする二次元平面ひずみ問題を扱う場合には、次式に示す関係を考慮する必要がある。

$$\epsilon_3 = 0, \gamma_{13} = 0, \gamma_{23} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

式(8)、(9)、(10)より、二次元平面ひずみ問題における応力・ひずみ関係を求めると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_1} (1 - \nu_{13} \nu_{31}) - \frac{\sigma_y}{E_2} (\nu_{12} + \nu_{13} \nu_{32}) \\ \epsilon_y &= -\frac{\sigma_x}{E_1} (\nu_{21} + \nu_{23} \nu_{31}) + \frac{\sigma_y}{E_2} (1 - \nu_{23} \nu_{32}) \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_{12}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

さらに、ポアソン比は解に大きな影響を与えないことから、 ν_{ij} の一方を既知量(以後、すべての解析において、 $\nu_{23}, \nu_{33}, \nu_{31}$ を 0.25 とする。)とすれば、式(11)から、逆解析すべきパラメーターは E_1, E_2, G_{12} の3個である。ただし、ポアソン比 ν_{ij} は、 E_i の値の変化に対応して式(9)の形で変化させる。

なお、式(11)で定義される弾性コンプライアンスマトリックスは、この関係を構成式とする有限要素法による解が有意に存在するためには、その行列式が非負となることが必要十分な条件である¹²⁾。繰り返し拡張カルマンフィルターによる逆解析においては、推定されるパラメーターが常にこの条件を満足するとは限らないため、逆解析された値の行列式が負となる場合には、そのパラメーターは意味をなさないものと考え、初期値や推定誤差に関するパラメーターを設定し直し再計算を行った。

(3) 弾性対称主軸

直交異方性岩盤においては、図-1に示すように、全体座標軸 x, y と弾性主軸との傾きを示す角度 θ も逆解析すべきパラメーターである。一方、弾性主軸は、節理・層理等の不連続面の空間における幾何学的条件に強く依存することから、事前調査結果、あるいは、工事中の目視観察結果からその値を類推することが可能である。そこで、本論文においては、パラメーターの数を限定させ

る観点からこのパラメーターを固定した。なお、図示するように、 θ は、 x 軸正方向より E_1 方向反時計回りを正とした。

(4) 初期地圧

3.(1)でも述べたように、初期地圧は、逆解析する系において入力条件となるため、一般には、逆解析するのは困難である。したがって、引張りを正とし、図-2に示す初期応力状態について以下に示す仮定を設けてパラメーター数を限定した。

① 初期地圧の鉛直成分 σ_{y0} は、物体力に基づく自重解析から求まる鉛直成分とする。また、自重解析に必要な地山の単位体積重量は既知量とする。

② 初期地圧の鉛直成分と水平成分の比を、ここでは、側圧係数 K_0 と定義することとし、初期地圧の水平成分 σ_{x0} は σ_{y0} に K_0 を乗じて評価する。

③ せん断成分 τ_{xy0} は、最大主応力 σ_{10} の作用方向と x 軸正方向との傾きを θ_s とし、主応力を定める条件より、以下の式で評価する。

$$\tau_{xy0} = 0.5 \times \tan 2\theta_s \times (\sigma_x - \sigma_y) \dots \dots \dots (12)$$

以上より、 K_0 、 θ_s を初期地圧に関する推定パラメーターとした。

4. シミュレーションデータによる手法の検証

直接定式化法による本逆解析によって得られる未知パラメーターの推定結果の検証は、以下に示す方法により

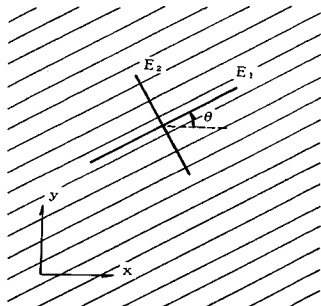


図-1 弾性対称主軸

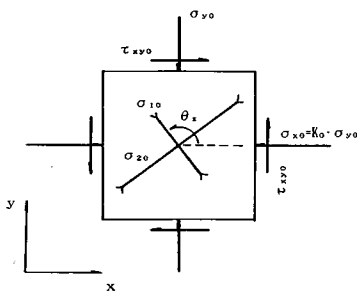


図-2 初期地圧に対する未知パラメーター

行った。まず、図-3に示すように、物性が既知である地山中に全断面素掘り掘削されたトンネルを検証モデルとし、掘削解析より得られた変位を仮の観測データとみなす。次に、この観測データを用いて本手法により未知パラメーターの推定を行った。そして、推定したパラメーターと事前の掘削解析に用いた既知パラメーターとの数値比較により、その精度について検討を行う。なお、検証モデルに与えた初期地圧と弾性対称主軸を図-4に示す。

検証結果として、収束した各パラメーターと検証モデルに使用したパラメーターとの比較を表-1に示した。また各未知パラメーター、および、観測変位の収束状況を図-5、表-2に示した。表-2で、内空変位については伸びが正であり、地表面沈下、天端沈下については沈下が負である。以上の図表から、数回の繰返し計算により各未知パラメーターは一定値に収束し、正解値に比較してその精度も良好であり、また、観測変位と未知パラメーターによる確認変位ともかなり良い精度でフィッ

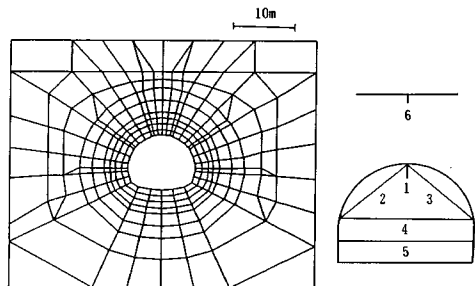


図-3 検証に使用した解析モデル

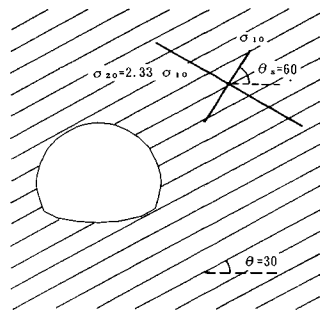
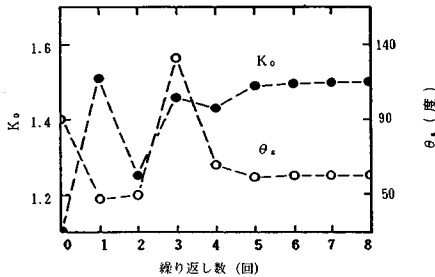
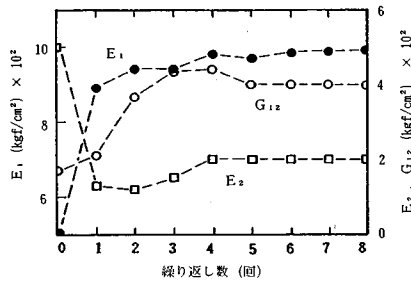


図-4 検証モデルの初期地圧と弾性対称主軸

表-1 未知パラメーターの正解値および推定値

	正解値	推定値
E_1 (kgf/cm ²)	1000	984
E_2 (kgf/cm ²)	200	200
G_{12} (kgf/cm ²)	400	402
K_0	1.5	1.5
θ_s (deg)	60.0	60.0



図—5 パラメータの収束状況 (シミュレーションデータ)

表—2 観測変位および確認変位

観測位置	正解値 (cm)	確認値 (cm)
1	-6.80	-6.80
2	2.67	2.67
3	-19.92	-19.92
4	-12.58	-12.59
5	-4.06	-4.06
6	-11.30	-11.30

ティングできることが確認できた。なお、図—5の0回目の繰り返しは、初期値として与えた値である。

5. 地下空洞計測管理における本逆解析手法の適用性

(1) 異方性岩盤における等方等質モデルとの等価性
 本論文においては、異方性を示す岩盤を直交異方連続体としてモデル化したうえで逆解析を実施するが、同様な岩盤物性を等方等質モデルを用いて逆解析することは、計算上の取り扱いが容易であることから、異方性岩盤においても工学的に有意な解が得られる範囲内の適用であれば、実務上非常に有効であり、その範囲について検討しておくことは重要である。

ここでは、各種物性値による直交異方性モデルの順解析結果を観測データとして等方等質モデルにより逆解析を行い、推定された結果の比較から、等方等質モデルによる逆解析の適用範囲について検討を行った。順解析モデルは、4. で示した検証モデルであり、異方性モデルは E_2, G_{12} を 500 kgf/cm^2 とし、 $n = (E_1/E_2)$ を 2, 4,

表—3 逆解析されたパラメーター (CASE-1)

	E (kgf/cm ²)	K ₀	θ _s (deg)
n=2	941	1.08	54
n=4	1145	1.08	50
n=6	1259	1.09	49
n=8	1302	1.08	48

表—4 逆解析されたパラメーター (CASE-2)

	E (kgf/cm ²)	K ₀	θ _s (deg)
n=2	880	0.95	62
n=4	1129	0.96	66
n=6	1098	0.81	115
n=8	1112	0.77	115

表—5 逆解析されたパラメーター (CASE-3)

	E (kgf/cm ²)	K ₀	θ _s (deg)
n=2	981	1.19	53
n=4	1151	1.18	51
n=6	1207	1.16	50
n=8	1225	1.14	49

6, 8 に変化させた場合とした。また、検討には、初期地圧の相違から以下に示す 3 ケースの異方性モデルを設定した。

CASE-1 $K_0 = 1.2 \quad \theta_s = 0^\circ$

CASE-2 $K_0 = 1.2 \quad \theta_s = 120^\circ$

CASE-3 $K_0 = 1.2 \quad \theta_s = 60^\circ$

なお、等方等質モデルにおいて逆解析した未知パラメーターは E, K_0, θ_s であり、逆解析手法は直交異方性の場合と同様である。

解析結果として、各ケース、各 n で求められた等方等質モデルの推定パラメーターを表—3~5 に、観測変位 (異方性モデルで求めた変位) と等方等質モデルにおける確認変位の比較、および、壁面変位ベクトルに関する等方等質モデルと異方性モデルの差ベクトルのノルムを表—6~8 にそれぞれ示す。さらに、両モデルのパラメーターから計算されるせん断ひずみ $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ の分布比較を CASE-1 について図—6 に示す。なお、CASE-1 は、両モデルのひずみ分布の差が 3 ケースのうちで中位の場合である。

これらの図表より、まず、表—3~5 から、等方等質モデルを用いた場合、構造モデルの相違を主として初期地圧の方向や大きさを調整しようとするのが理解でき、推定された等価初期地圧は、正解値とかなり異なることがわかる。表—6~8 の観測変位については、 n の値が大になるに従って誤差が大きくなるのが理解できる。また、図—6 から、せん断ひずみの分布の相違を調

べてみると、異方性モデルは等方等質モデルに比較して大きめのひずみ分布を与え、等方等質モデルは空洞の安定性に対して危険側の評価を与えること、および、 $n=4$ からせん断ひずみ分布域に有意な差が生ずることがわかる。

一般に、地下空洞の計測管理においては、逆解析から推定されたパラメータを用いて予想解析を実施し、周辺地山のひずみやゆるみ域を再評価することにより、空洞の安定度や事後の支保規模等を決定する。このような観点から、等方等質モデルの異方性岩盤中における適用範囲について考察してみると、まず、図-6で示した程度の小規模な地下空洞では、異方性がかかり強い岩盤に等方等質モデルを適用したにしても、ひずみ分布域の相違は最も差の大きな(d)の場合において両モデルで1~2mである。したがって、トンネルのような小規模地下空洞であれば、異方性岩盤中に等方等質モデルを適用することは、得られるパラメータはあくまでも仮想的な値であることを認識し、ひずみ分布域の推定のみを目的として用いるのであれば、実用上問題ないものと考えられる。一方、地下発電所のような大規模地下空洞においては、図-6の結果を空洞規模に応じて相似に拡大評

価するものとすれば、ひずみ分布域の相違は数mにも及ぶものと考えられ、この推定誤差は空洞の安定性評価に対して大きな影響を及ぼすものと考えられる。このため、大規模地下空洞においては、掘削する岩盤に異方性が予想される場合には異方性モデルを用いて検討しておく必要がある。

(2) 感度解析による最適観測位置の検討

本逆解析手法では、式(7)で示したように、計算途中で各パラメータの感度を算定する。このように算定された感度は、その値の高い範囲の観測量が未知パラメータの収束に与える影響が大きい。すなわち、感度の高い位置を観測位置に選ぶことによって、未知パラメータの収束に関して効率の良い計算が可能となる。

表-6 確認変位の比較 (CASE-1)
(上段：異方性モデル, 下段：等方等質モデル) (cm)

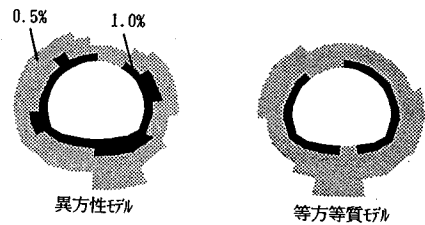
	1	2	3	4	5	6	ノルム
n=2	-4.71 -4.44	-3.52 -3.60	-5.84 -5.52	-6.51 -6.67	-5.79 -6.13	-2.68 -2.51	2.48
n=4	-4.49 -3.59	-2.04 -1.99	-5.97 -5.44	-4.88 -5.46	-4.32 -5.01	-2.46 -2.03	4.81
n=6	-4.42 -3.33	-1.50 -1.45	-6.05 -5.42	-4.29 -5.08	-3.79 -4.67	-2.38 -1.86	5.87
n=8	-4.38 -3.22	-1.22 -1.09	-6.09 -5.54	-3.98 -4.85	-3.54 -4.45	-2.33 -1.82	6.08

表-7 確認変位の比較 (CASE-2)
(上段：異方性モデル, 下段：等方等質モデル) (cm)

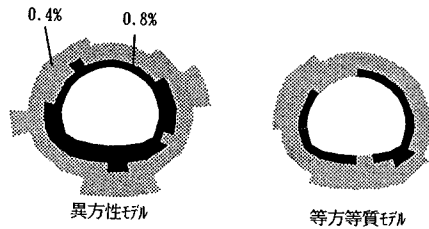
	1	2	3	4	5	6	ノルム
n=2	-4.64 -4.99	-5.22 -4.88	-3.75 -4.20	-6.23 -5.89	-5.51 -5.41	-2.59 -2.83	2.25
n=4	-4.29 -3.87	-3.27 -3.72	-4.10 -3.38	-4.43 -4.64	-3.88 -4.26	-2.32 -2.19	4.04
n=6	-4.17 -4.19	-2.51 -2.54	-4.29 -4.18	-3.78 -3.68	-3.31 -3.39	-2.22 -2.38	1.90
n=8	-4.10 -4.19	-2.10 -2.25	-4.41 -4.2	-3.44 -3.31	-3.02 -3.04	-2.17 -2.39	2.08

表-8 確認変位の比較 (CASE-3)
(上段：異方性モデル, 下段：等方等質モデル) (cm)

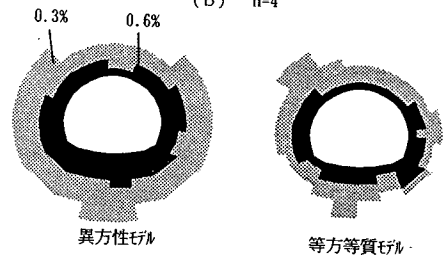
	1	2	3	4	5	6	ノルム
n=2	-4.79 -4.10	-1.82 -1.90	-7.92 -7.35	-6.78 -7.29	-6.06 -6.70	-2.78 -2.31	4.50
n=4	-4.70 -3.52	-0.81 -0.79	-7.85 -7.10	-5.32 -6.20	-4.74 -5.69	-2.61 -1.98	6.55
n=6	-4.67 -3.36	-0.49 -0.38	-7.80 -7.06	-4.80 -5.77	-4.28 -5.30	-2.54 -1.90	7.05
n=8	-4.66 -3.35	-0.34 -0.18	-7.78 -7.08	-4.53 -5.54	-4.05 -5.09	-2.49 -1.89	7.06



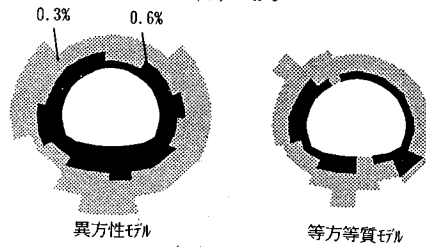
(a) n=2



(b) n=4



(c) n=6



(d) n=8

図-6 せん断ひずみの比較

ここでは、5.(1) で用いた CASE-1~3 の初期地圧、および、 $n=6$ の解析モデルを使用し、各 5 つのパラメーターに対する感度解析を実施することにより、本論文で対象とする直交異方性岩盤物性を逆解析する場合の最適

観測位置について検討を加えることにした。

計算結果として、図-7(a)~(e) には、CASE-1 の x, y 方向変位に対する各パラメーターの感度について、各方向の最大感度で 1 に正規化し、さらにこれらを加えあわせ、0~2 の間を 4 レベル (0~0.5, 0.5~1.0, 1.0~1.5, 1.5~2.0) に分割して表示した。また、図-8(a) にはこれらの値をすべてのパラメーターについて合計した全体感度を 1~10 の得点を与えて表示した。図-8(b), (c) は、同様な全体感度を CASE-2, 3 について示したものである。なお、全体感度は、全未知パラメーターを平均的に効率よく逆解析することのできる観測位置の分布を示しているものといえる。

以上の図から、感度に大きく影響を与えるパラメーターは、初期地圧に関するものであることがわかる。通常、ここで対象とした程度の小規模地下空洞においては、事前に初期地圧を評価することは少ない。このため、図-7 で実施したような感度解析から最適観測位置を求めることは難しく、たとえば図-8(a), (b), (c) で示したように、初期地圧の大きさ・方向をパラメトリックに変化させた全体感度解析から最適観測位置を推定する必要がある。この場合、通常 NATM トンネルの B 計測で実施される内空変位や地中変位の計測位置を図-8 の各図にあてはめてみると、これらの観測位置は感度の比較的高い領域を包含しているものと考えられる。したがって、B 計測で得られる観測データは、本逆解析手法を有効に適用できる条件を十分に満たしているものといえる。一方、大規模地下空洞においては、初期地圧の測定や岩盤調査・試験が詳細に実施され、事前に空洞周辺地山の力学モデルやそのパラメーターの概略値が推定されている場合が多いため、図-7, 8 に示した感度解析から最適観測位置を比較的簡単に定めることが可能である。また、事前に推定しにくいパラメーターについては、そのパラメーターの推定を優先させた計測計画を立案することも可能である。

なお、村上ら¹³⁾は、カルマンフィルターを用い、式(7)と同様に求められる感度、および、影響指数からダム基礎の最適観測位置等について考察している。本論文においても式(7)から求められる感度を用いているが、新たに全体感度を定義し、平均的に最も効率の良い観測点位置を考察している点で村上らの方法とは異なる。

6. 実測データに対する適用性の検討

実測データに対する本逆解析手法の適用性を検討するために、黒色片岩中の片理構造が発達する地山中に掘削された NATM トンネルの観測データを用いた。

検証データには、河床下土被り 16 m の断層破碎中の B 計測断面の計測データを用いた。解析モデルと観測

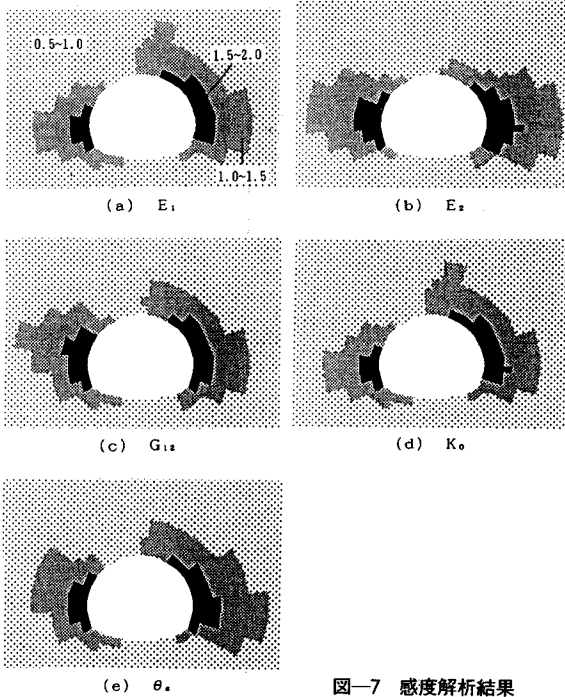


図-7 感度解析結果

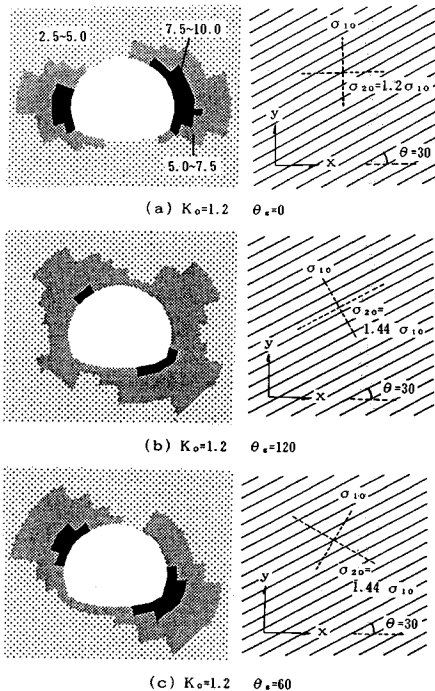


図-8 全体合計感度

データ位置を図-9, 10に示す。図-10中、観測位置1~4は内空変位であり、5~16は地中変位である。逆解析した未知パラメーターは、 $E_1, E_2, G_{12}, K_0, \theta_s$ であり、弾性対称軸を定める θ は切羽観察結果より30度の既知量として与えた。

解析モデルについて、対象としたNATMトンネルにおいては、吹付けコンクリート、ロックボルト、鋼アーチ支保工等を支保部材に用いて掘削されたが、地盤物性を正確に評価するためには、これらの支保部材を考慮した計算モデルを採用する必要がある。さらに、トンネル構造物は一般に三次元的な挙動を示し、施工手順と支保工設置時期の関係を考慮できる解析を実施する必要がある。そこで、ここでは、三次元挙動を二次元で表現するために、以下に示す切羽の進行を考慮した段階掘削解析を実施することにした。また、上記した解放外力は、等方等質地山内に素掘り掘削されたトンネルの三次元弾性解析結果を参考に決定した。

- step 1 自重解析 (初期地圧評価)
- step 2 上半掘削 (上半解放外力 40%)
- step 3 上半支保 (上半解放外力 60%)
- step 4 下半掘削 (下半解放外力 40%)
- step 5 下半支保 (下半解放外力 60%)

なお、支保部材のモデル化は、ロックボルトはトラス要素、鋼アーチ支保工は、ビーム要素、吹付けコンクリートは通常の平面要素を使用した。

繰り返し拡張カルマンフィルターによる逆解析手法の

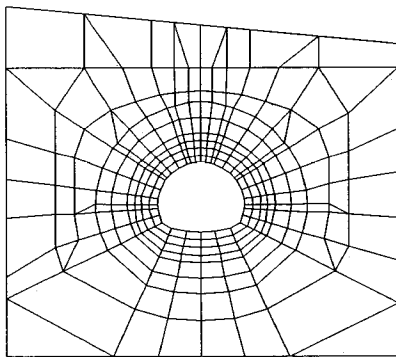


図-9 実測データに対する解析モデル

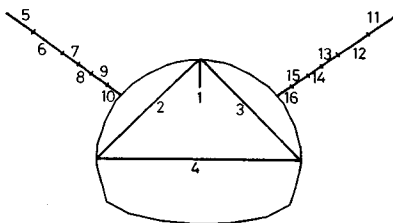


図-10 実測データの観測位置

実測データに対する適用性を検討するためには、未知パラメーターが一定値に安定して収束することを確認する必要がある。これらの収束性に大きな影響を与える因子については、繰り返し計算開始時に与える未知パラメーターの初期値、および、式(5)、(6)で示されている未知パラメーターや観測データに与えるノイズである。ここでは、ノイズについては文献5)で収束性の良好な値として経験的に決定されている値、すなわち、観測変位については最大変位の10%、未知パラメーターについては初期値の50%を与えることにし、異なる2ケースの初期値を与えて実測データに対する収束性を検討することにした。さらに、5.(1)で示した等方等質モデルとの等価性を実測データについても検討した。

その結果として、表-9、図-11に収束した未知パラメーター、および、確認変位と観測データの比較を示した。これらの図表には同一の観測データを等方等質モデルで逆解析した結果も示している。さらに、図-12には初期値がCASE-1の場合のパラメーターの収束状況を示し、図-13にはCASE-1の異方性モデルと等方等質モデルのせん断ひずみ分布の比較を示している。

これらの図表より、初期値の違いにもかかわらず、直交異方性モデルにおける未知パラメーターは、ほぼ一定値に収束して推定されることがわかる。この場合、観測変位に対する収束程度は、異方性モデルを用いた方が等方等質モデルに比較して観測変位と確認変位が良い対応

表-9 実測データに対する未知パラメーターの比較

	異方性%		等方等質%
	CASE-1)	CASE-2)	
E_1 (kgf/cm ²)	1715 (1000)	1720 (1500)	572 (600)
E_2 (kgf/cm ²)	498 (400)	498 (400)	
G_{12} (kgf/cm ²)	197 (200)	198 (200)	
K_0	1.23 (1.20)	1.24 (1.20)	1.17 (1.20)
θ_s (deg)	58.0 (62.0)	58.0 (62.0)	54.0 (62.0)

() 内は初期値

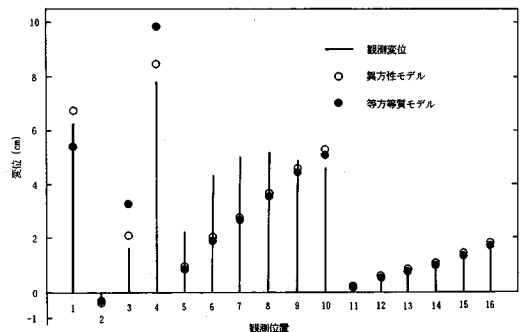


図-11 実測値と確認変位の比較 (CASE-1)

を示すことが理解できる。なお、左肩（観測位置 5, 6, 7, 8）付近の変位が一致しない理由は、掘削による地山の非線形挙動によるものと考えられ、特に、不連続面の剝離を伴う挙動を線形モデルで逆解析したためであると考えられる。また、図-13のせん断ひずみ分布の比較において、両モデルではほぼ同様な結果が得られたが、この原因をさらに詳細に検討するために、表-9で得られた異方性モデルのパラメーターを用いて、5.(1)と同様な両モデルの等価性の検討を図-3の要素分割図を使用して実施した。結果として、両モデルのせん断ひずみ分布の比較を図-14に示した。この図においても両モデルのひずみ分布がほぼ一致することから、図-13でひずみ分布が両モデルで同様に推定された原因は、ここで扱った実測データにおいては、異方性モデル、および、等方等質モデルで逆解析したパラメーターから推定した地山内ひずみが、たまたま両モデルで良い一致を示す事例であったと考えられる。

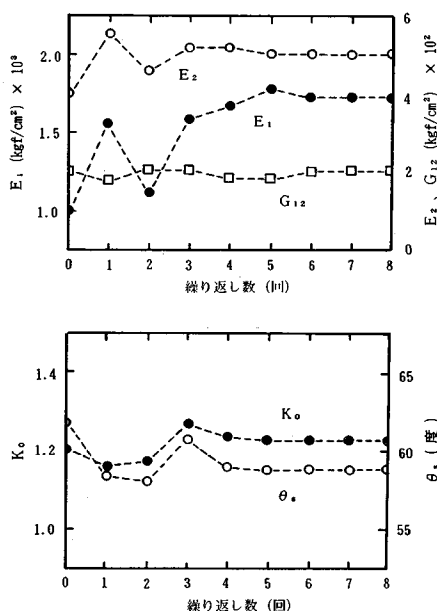


図-12 パラメーターの収束状況 (CASE-1) (実測データ)

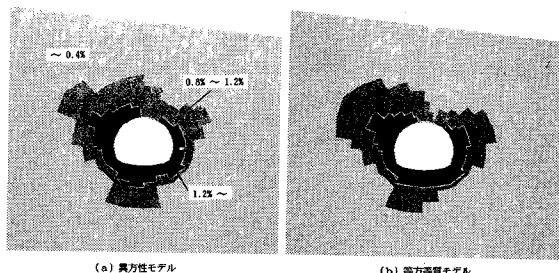


図-13 せん断ひずみの比較 (実測データ)

以上から、本逆解析手法は、対象とした実測データに対しては十分に適用可能なことが明らかとなった。しかし、本検討は、本来三次元的に扱うべき問題を二次元問題として扱っていることなど、解決すべき課題は多い。したがって、今後さらに多数の現場実測データに適用し、地下空洞計測管理に対する本逆解析手法の工学的有用性を検証する予定である。

7. 結 論

繰り返し拡張カルマンフィルターと有限要素法を組み合わせた方法により、異方性岩盤物性の逆解析を行った結果、以下の点が明らかとなった。

(1) 直交異方性岩盤の物性値、および、初期地圧を評価するパラメーター ($E_1, E_2, G_{12}, K_0, \theta_0$) を逆解析することができ、その精度も良好であることが確認できた。

(2) 異方性岩盤における等方等質モデルの等価性を検討した結果、等方等質モデルによる逆解析結果は空洞の安定性に対して危険側の評価を与え、空洞規模が大になるに従ってこれらの影響が大となることが確認できた。ただし、小断面地下空洞においては、両モデルで推定されるひずみ分布域の差異が小であることから、異方性岩盤中に等方等質モデルを適用することは実用上十分可能である。

(3) 本逆解析手法の計算過程で求められる未知パラメーターの感度を利用して、最適観測位置を決定する方法を示した。この場合、トンネル程度の小規模空洞においては、B計測が実施される計測位置を最適観測位置とすることができる。

(4) 実測データに本逆解析手法を適用した結果、良好な収束性を示すと同時に、等方等質モデルに従って逆解析した結果と比較して、観測データとのフィッティングが良好であった。

なお、本論文においては、地下空洞を対象岩盤構造物としたが、今後は、岩盤斜面への適用も考えている。また、未知パラメーターの推定精度について、岩盤調査・試験結果から異方性を定める方法^{3),4)}との対応性を考慮

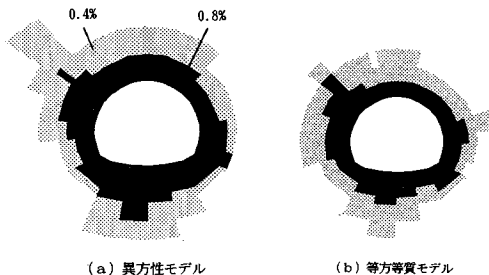


図-14 せん断ひずみの比較 (等価性の検討)

しつつ、さらに詳細な検討を行う予定である。

最後になりましたが、本論文の岩盤工学上の位置付けに対し、有益なご助言をいただいた名古屋大学工学部地盤工学教室 川本眺万教授に深く謝意を表します。

APPENDIX I

本文中、式(5)、式(6)に対する最適状態推定の漸化的アルゴリズムは、非線形の観測方程式を非確率関数である基準軌跡のまわりで線形化し、次に示すように、カルマンフィルターのアルゴリズムに代入して構成したものである。

$$\hat{X}(t_{k+1}|t_k) = \hat{X}(t_k|t_k) \dots \dots \dots (A.1)$$

$$\hat{P}(t_{k+1}|t_k) = \hat{P}(t_k|t_k) \dots \dots \dots (A.2)$$

$$\hat{X}(t_{k+1}|t_{k+1}) = \hat{X}(t_{k+1}|t_k) + K[t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)] \times [y_{t_{k+1}} - h[\hat{X}(t_{k+1}|t_k), t_{k+1}]] \dots (A.3)$$

$$\begin{aligned} \hat{P}(t_{k+1}|t_{k+1}) &= [I - K|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)]M|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)]\hat{P}(t_k|t_k) \\ &\times [I - K|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)]M|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)]^T \\ &+ K|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)]R_{t_{k+1}}K^T|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)] \dots \dots \dots (A.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)] &= \hat{P}(t_{k+1}|t_k)M^T|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)] \\ &\times [M|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)]\hat{P}(t_{k+1}|t_k) \\ &\times M^T|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)] + R_{t_{k+1}}]^{-1} \dots \dots \dots (A.5) \end{aligned}$$

ここで、

$\hat{X}(t_k|t_k)$: Y_{t_k} が与えられたときの t_k 時間における状態推定ベクトル (最適推定値)

$\hat{P}(t_k|t_k)$: $X(t_k|t_k)$ と真の値 X_{t_k} との差の共分散行列

$\hat{X}(t_{k+1}|t_k)$: Y_{t_k} が与えられたときの t_{k+1} 時間における状態推定ベクトル。

$\hat{P}(t_{k+1}|t_k)$: $X(t_{k+1}|t_k)$ と真の値 X_{k+1} との差の共分散行列

$K|t_{k+1}; \hat{X}(t_{k+1}|t_k)$: t_{k+1} 時間でのフィルターゲイン行列

Y_{t_k} : $\{y_{t_1} \dots y_{t_k}\}$ 観測データ

また、次式で示されるヤコビ行列は、影響感度解析⁹⁾により求めることとする。

$$M[t_k; X(t_k|t_k)] = M(\theta) = \left[\frac{h_i(\theta)}{\theta_j} \right] \dots \dots \dots (A.6)$$

ここで、 $h_i(\theta)$ は $h(\theta)$ の i 番目の要素、 θ_j は θ の j 番目の要素である。なお、式(A.6)は本文中、式(7)により、未知パラメーターを順次変化させ有限要素法の繰り返し計算により求められる。

APPENDIX II

繰り返し拡張カルマンフィルターは、式(A.3)を

$$\begin{aligned} \eta_{i+1} &= \hat{X}(t_{k+1}|t_k) + K(t_{k+1}; \eta_i)[y_{t_{k+1}} - h(\eta_i, t_{k+1}) \\ &- M(t_{k+1}; \eta_i)\{\hat{X}(t_{k+1}|t_k) - \eta_i\}] \dots \dots \dots (A.7) \end{aligned}$$

ただし、 $i = i-1$

$$\eta_1 : \hat{X}(t_{k+1}|t_k)$$

$$\eta_i : \hat{X}(t_{k+1}|t_{k+1})$$

として置き換えたもので、観測データ y と推定値 $\hat{X}(t_{k+1}|t_k)$ の差を繰り返し計算により順次小さくしていくとするものである。

参考文献

- 1) 桜井・武内：トンネル掘削時における変位計測の逆解析法，土木学会論文報告集，No. 337，pp. 137~145，1983.
- 2) 桜井・清水・壺内：地下空洞における計測変位の三次元境界要素法による逆解析法，土木学会論文報告集，No. 382/Ⅲ-7，pp. 55~61，1987.
- 3) 京谷・市川・川本：岩盤の力学的評価における損傷テンソルの適用について，土木学会論文報告集，No. 358/Ⅲ-3，pp. 27~35，1985.
- 4) 山辺・小田：クラックテンソルによる節理性岩盤の弾性変形と入力パラメーターの決定に関する研究，土木学会論文報告集，No. 382/Ⅲ-7，pp. 121~130，1987.
- 5) 斎藤・古賀・鎌田：拡張カルマンフィルター支援による山留め工事の計測管理手法，土木学会論文報告集，No. 391/Ⅵ-8，pp. 115~124，1988.
- 6) Jazwinski, A. H. : Stochastic process and filtering theory, Academic Press, pp. 272~286, 1970.
- 7) Hoshiya, M. and Saito, E. : Structural identification by extended Kalman filter, Jour. of Eng. Mech., ASCE, Vol. 110, No. 12, pp. 1757~1770, 1984.
- 8) Gioda, G. : Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics, Proc. Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya, pp. 47~61, 1985.
- 9) William W-G. Yen : Review of parameter identification-procedures in groundwater hydrology : The inverse problem, Water Resources Research, Vol. 22, No. 2, pp. 95~108, 1986.
- 10) 荒井・片瀬：トンネル内空変位計測に基づく地盤変形・強度定数の推定，土質工学会論文報告集，第24巻，第2号，pp. 171~179，1984.
- 11) Hisatake, M. and Ito, T. : Back analysis for tunnels by optimization method, Proc. Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, pp. 1301~1307, 1985.
- 12) Fung, Y. C. : 固体の力学/理論，培風館，pp. 10~15.
- 13) 村上・長谷川：Kalman フィルター有限要素法による逆解析と観測節点配置，土木学会論文報告集，No. 388/Ⅲ-8，pp. 228~235，1987.
- 14) 門田・斎藤・和久・鎌田：拡張カルマンフィルターによる異方性岩盤物性の同定，第7回岩の力学国内シンポジウム講演概要集，pp. 123~128，1987.

(1988. 7. 5・受付)