

# 温度勾配の存在する土壌内の水蒸気移動量の 間隙モデルによる評価

## DETERMINATION OF WATER VAPOR FLUX IN THE SOIL UNDER THE TEMPERATURE GRADIENT BY A PORE MODEL

田中靖治\*・玉井信行\*\*・浅枝 隆\*\*\*

By Yasuharu TANAKA, Nobuyuki TAMAI and Takashi ASAEDA

A constricted tube model is proposed for pores in soil and the relationship between water content and suction is derived for a single pore. Assuming that the size of minimum pore radius is log-normally distributed, the moisture characteristic curve of actual soil can be simulated very nicely by this pore model. Considering that the temperature gradient of the air in the soil under temperature gradient is different from the overall temperature gradient, the magnitude of water vapor flux in the soil computed by this pore model is in better agreement with experimental data than that by the simple diffusion theory. The pore model developed herein possibly enables to determine exactly the magnitude of water vapor flux in the soil under the temperature gradient.

*Keywords* : temperature gradient, water vapor flux, moisture characteristic curve

### 1. はじめに

不飽和土壌内の水分移動は、雨水の流出、灌漑など非常に広い分野で問題となる現象であり、大きく液体での移動と水蒸気での移動に分けられ、しかも、それぞれが土壌内の温度勾配と水分量差の関数として表わされる。

通常、土壌の地表面付近にはきわめて急激な温度勾配がみられ、それが土壌内での水分移動および地表面からの蒸発に大きく関与している。温度勾配による土壌内の水分移動は、水分量が少ない場合、主に水蒸気の形で生ずる。すなわち、土壌中の液相・気相の界面において蒸発した水分が、水蒸気として空隙中を拡散し、別の液相面で凝結するという過程の繰り返しである。しかし、従来の温度勾配下での水蒸気移動についての研究は、Philip and de Vries<sup>1)</sup> や Cary<sup>2)</sup> の研究に代表されるように、土壌を均一な物質と考え、水分の移動はいわゆる拡散型微分方程式の解で表わされるとして解析されてきた。こうした方法は、当然の結果としてその場その場で実験的に定まる多くの定数を含むことになり、しかも、水分移

動の機構に対する十分な理解を与えるものではない。現に、土壌内の空隙の形状は非常に複雑で不規則なものであり、また、Philip らが指摘するように、土壌を構成する土粒子、水、空気、熱伝導率は互いにきわめて異なっており、水蒸気の拡散移動に寄与する空隙内の温度勾配も巨視的なものとは大きく異なっているのが普通である<sup>3)</sup>。こうした点を正しく把握するためには、土壌中での実際の物理現象の機構をよりよく理解する必要がある。

本研究はこのような点を目的とし、土壌中の空隙形状の不規則性を表現し、かつ水分特性曲線を正確に再現し得る空隙モデルを用いて、水分の移動をできるだけ実際の物理機構に即して表現し得る評価方法を提案するものである。

### 2. 空隙および空隙保水のモデル化

#### (1) X型およびO型の空隙モデル

本研究においては、中野<sup>4)</sup>に倣い土壌中の空隙が図—1(a)に示す形状の空隙（以下O型の空隙とよぶ）と図—1(b)に示す形状の空隙（以下X型の空隙とよぶ）の2種類の空隙から構成されていると仮定する。

O型、X型それぞれの空隙の座標系を図—2のように定める。いずれの空隙においても空隙半径の最小値、最

\* 正会員 工修 電力中央研究所地下水理研究室  
(〒270-11 我孫子市我孫子 1646)

\*\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科  
(〒113 文京区本郷 7-3-1)

\*\*\* 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科(同上)

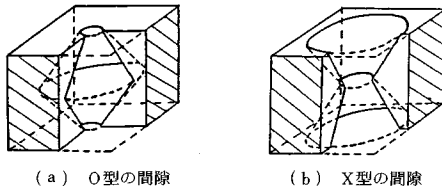


図-1 間隙の形状

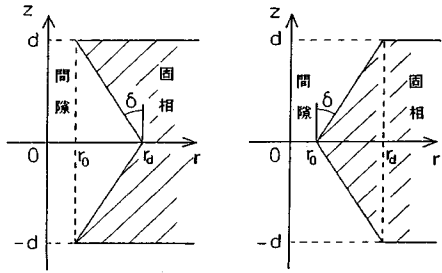


図-2 間隙の座標系

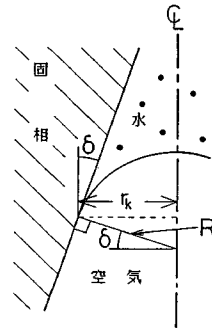


図-3 臨界間隙半径  $r_k$  とメニスカスの曲率半径  $R$  との関係

$$\phi = -(p - p_0) / \rho g = 2\sigma / \rho g R \dots\dots\dots (3)$$

となる。ただし、 $\rho$  は水の密度、 $g$  は重力加速度である。

図-3 の  $r_k$  (以下臨界間隙半径とよぶ) は式 (3) より

$$r_k = R \cos \delta = 2\sigma \cos \delta / \rho g \phi \dots\dots\dots (4)$$

で表わすことができる。

土中の水が吸引圧水頭  $\phi$  で平衡しているとき、各間隙の含水量は、式 (4) より求まるその  $\phi$  に対応する臨界間隙半径  $r_k$  の値と  $r_0$  および  $r_a$  の値の大小関係で決まる<sup>4)</sup>。

O型の間隙内の水の存在形態は図-4 に示すとおりであり、O型の間隙ではインク瓶効果により図-4 (b) のように間隙の一部だけに水が存在するということはないとする。したがって、O型の間隙においては、個々の間隙の含水量  $W$  は次式のようなになる。

$$W = V_p = 2\pi d \cdot r_a^2 (r_0 / r_a)^2 + r_0 / r_a + 1 / 3 \dots r_k \geq r_0$$

$$W = 0 \dots r_k < r_0 \dots\dots\dots (5)$$

X型の間隙内の水の存在形態は図-5 に示すとおりであるが、X型の間隙においてはO型の間隙の場合とは異なり、 $r_a > r_k > r_0$  の間隙においては  $r_k / \cos \delta$  の曲率半径のメニスカスを境界として間隙の中心部に水をもつこ

大値をそれぞれ  $r_0$ 、 $r_a$  で表わし、間隙の軸方向の長さを  $2d$ 、固相と間隙との境界線と  $z$  軸のなす角を  $\delta$  で表わす。このとき、いずれの間隙においても間隙1個の体積  $V_p$  は次式で与えられる。

$$V_p = 2\pi d \cdot r_a^2 (r_0 / r_a)^2 + r_0 / r_a + 1 / 3 \dots\dots\dots (1)$$

中野<sup>4)-6)</sup> はこのO型およびX型の間隙モデルを用いて土壌の水分特性曲線の再現を試みている。その際、中野はすべての間隙に対して  $\delta$  の値を一定としているが、本研究においては  $d$  および  $r_a$  の値はすべての間隙に対して一定とするが  $r_0$  は個々の間隙において異なる値をとる、すなわち  $\delta$  がさまざまな値をとるものとする。また、中野は一定数の間隙にさまざまな間隙体積の値を割り当てる組合せの数が最大となるように個々の間隙の体積の確率密度関数を定めているが、本研究においては Burger<sup>9)</sup> に従い最小間隙半径  $r_0$  が対数正規分布をするを仮定しその確率密度関数を求めた。

(2) 吸引圧水頭と個々の間隙の含水量との関係

土中の水が吸引圧水頭  $\phi$  で平衡しているとき、吸引圧は個々の間隙に独立に作用するものと仮定する。図-3 は、1つの間隙内において水が吸引圧水頭  $\phi$  で平衡している状態である。

メニスカス内の水の圧力を  $p$ 、空隙内の圧力 (大気圧に等しいものとする) を  $p_0$  とすると、メニスカスの形状を球形とした場合両者の差は

$$p - p_0 = -2\sigma / R \dots\dots\dots (2)$$

で表わすことができる。ただし、 $\sigma$  は水の表面張力、 $R$  はメニスカスの曲率半径である。

式 (2) より土壌の吸引圧水頭  $\phi$  は

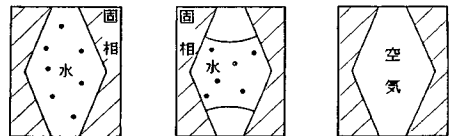


図-4 O型の間隙内の水の存在形態

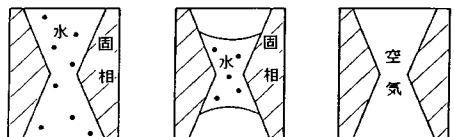


図-5 X型の間隙内の水の存在形態

となる(図一5(b)). したがって,  $r_a > r_k > r_o$  の間隙においてメニスカスを平面で近似すると, X型の間隙においては個々の間隙の含水量  $W$  は次式ようになる.

$$W = V_p = 2\pi d \cdot r_a^2 \left\{ \left( \frac{r_o}{r_a} \right)^2 + \frac{r_o}{r_a} + 1 \right\} / 3 \cdots r_k \geq r_a$$

$$W = 2\pi d \cdot r_a^2 (r_k - r_o) \left\{ \left( \frac{r_k}{r_a} \right)^2 + r_k \cdot r_o / r_a^2 + \left( \frac{r_o}{r_a} \right)^2 \right\} / \{ 3(r_a - r_o) \} \cdots r_a > r_k > r_o$$

$$W = 0 \cdots r_o \geq r_k \cdots \cdots \cdots (6)$$

以上に示したように, 中野により導入された土壌間隙のX型とO型の2種類のモデルにより, 個々の間隙の含水量を吸引圧水頭と対応させることだけでなく, 間隙保水における“インク瓶効果”も再現することが可能となる.

(3) XO 混合型の間隙モデル

O型の間隙とX型の間隙の数の比は, 土が homogeneous であるとすれば確率的に1対1と考えてよいと思われる<sup>4)</sup>. そこで, 土壌間隙の構成単位のモデルとして, 図一6に示すようにX型の間隙の中央にO型の間隙を組み込んだモデル(以下XO混合型の間隙とよぶ)を考える. XO混合型の間隙は, X型の間隙とO型の間隙の両方の特徴を兼ね備えたもので,  $r_k \geq r_a$  の間隙はすべて水で満たされており(図一6(a)),  $r_a > r_k \geq r_o$  の間隙においては中央のO型の間隙にあたる部分はすべて水で満たされ, 両端のX型の部分は  $r_k / \cos \delta$  の曲率半径のメニスカスを境界として部分的に水をもつとし(図一6(b)),  $r_o > r_k$  の間隙内には水は存在しないものとする(図一6(c)). ただし, 1つのXO混合型の間隙を構成するX型, O型の間隙の最小間隙半径  $r_o$  は等しいとする.

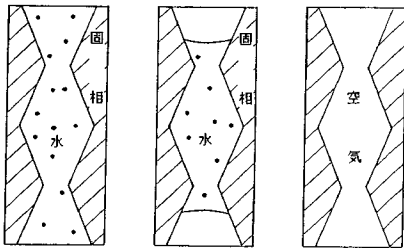
したがって, XO混合型の間隙1個の体積を改めて  $V_p$  と表わすことにすると, 式(1)より  $V_p$  は次式で与えられる.

$$V_p = 4\pi d \cdot r_a^2 \left\{ \left( \frac{r_o}{r_a} \right)^2 + \frac{r_o}{r_a} + 1 \right\} / 3 \cdots \cdots \cdots (7)$$

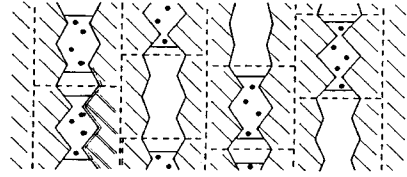
また, 式(5), (6)よりXO混合型の間隙1個当たりの含水量  $W$  は次式ようになる.

$$W = V_p \cdots r_k \geq r_a$$

$$W = 2\pi/3 \cdot d \cdot r_a^2 \left[ \left( \frac{r_o}{r_a} \right)^2 + \frac{r_o}{r_a} + 1 + (r_k - r_o) / \right.$$



(a)  $r_k \geq r_a$  (b)  $r_a > r_k \geq r_o$  (c)  $r_o > r_k$   
 図一6 XO混合型の間隙内の水の存在形態



図一7 土壌間隙をXO混合型の間隙でモデル化した概念図

$$(r_a - r_o) \cdot \left[ \left( \frac{r_k}{r_a} \right)^2 + r_k / r_a \cdot r_o / r_a + \left( \frac{r_o}{r_a} \right)^2 \right] \cdots r_a > r_k \geq r_o \cdots \cdots \cdots (8)$$

$$W = 0 \cdots r_o > r_k$$

図一7は土壌中の間隙をXO混合型のモデルで模擬した場合の概念図である.

(4) 間隙サイズの分布

(1)でも述べたように, 間隙の軸方向の長さの基準である  $d$  および最大間隙半径  $r_a$  の値はすべての間隙について一定とするが, 最小間隙半径  $r_o$  は間隙により異なる値をもち, Burger<sup>9)</sup> に従い対数正規分布をすと仮定した. 対数正規分布の確率密度関数は,  $x$  を確率変数としたとき次式で与えられる.

$$g_x(x) = \exp[-(\ln x - \lambda)^2 / \zeta^2] / 2\pi \zeta x \cdots \cdots \cdots (9)$$

ただし,  $\lambda, \zeta$  はそれぞれ  $\ln x$  の平均値と標準偏差である. 最小間隙半径の最小値を  $r_{o\min}$ , 最大値を  $r_{o\max}$  としたとき,  $x_{\min} = r_{o\min} / r_a, x_{\max} = r_{o\max} / r_a$  とおくと,  $x = r_o / r_a$  の確率密度関数  $f_x(x)$  は

$$f_x(x) = g_x(x) / \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} g_x(x) dx \cdots \cdots \cdots (10)$$

で与えられる. したがって, XO混合型の間隙1個当たりの体積の平均値  $\bar{V}_p$  および含水量の平均値  $\bar{W}$  はそれぞれ

$$\bar{V}_p = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_x(x) V_p(x) dx \cdots \cdots \cdots (11)$$

$$\bar{W} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} f_x(x) \cdot W(x) dx \cdots \cdots \cdots (12)$$

で与えられる.

一方, 中野<sup>4), 6)</sup> は最初に個々の間隙の体積に対する確率密度関数を求め, 次にそれを変形して最小間隙半径  $r_o$  に対する確率密度関数を求めているが, その  $r_o$  に対する確率密度関数の導出の過程に誤りがみられる. したがって, 中野の得た水分特性曲線のシミュレーション結果<sup>5), 6)</sup> は修正を必要とすると思われる.

ところで, ここで注意しておかなければいけないことは, このモデルで考慮しているのはいわゆる間隙保水であり, その結果, 表面保水により土壌中に保持される不動水についてはこのモデルで固相とよんでいる部分に含めて考えているということである. つまり, 今まで間隙とよんできたものは可動水分が占め得る空間のことである<sup>4)</sup>.

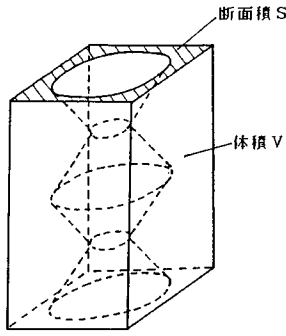


図-8 土の構成単位

したがって、図-8のように間隙1個を含む土の体積要素を  $V$  (断面積  $S$ ) とすると

$$(w_s - w_0) \cdot V = \bar{V}_p \dots\dots\dots (13)$$

となる。ただし、 $w_s$  は土の飽和体積含水率 (すなわち間隙率)、 $w_0$  は体積含水率で表わした不動水分量である。

ゆえに、XO 混合型の間隙1個当たりの含水量の平均値が  $\bar{W}$  のときの土壤全体の体積含水率を  $w$  とすると

$$\bar{W} / \bar{V}_p = (w - w_0) / (w_s - w_0) \dots\dots\dots (14)$$

という関係が成り立つ。

### 3. 水分特性曲線のシミュレーション

2. で示した間隙保水モデルを用いて実際の土壤の水分特性曲線に対するシミュレーションを行った。その際、間隙の軸方向の長さの基準である  $d$ 、最大間隙半径  $r_d$ 、最小間隙半径  $r_0$  の最小値  $r_{0min}$  および最大値  $r_{0max}$  等の値を決定する必要がある。

まず、 $d$  の値であるが、XO 混合型のモデルの形状から考えて、 $2d$  が土粒子の50% 粒径  $D_{50}$  と一致するように定めるのが妥当と考えられる。

次に  $r_d$  について考える。 $r_k > r_d$  の場合間隙はすべて水で満たされており、 $r_k < r_d$  となると間隙内に空気が侵入し始める。このことを考慮して、水分特性曲線における吸引圧水頭の空気侵入値を  $\phi_e$  としたとき、式(4)よりこの  $\phi_e$  に対する臨界間隙半径  $r_k$  の値を求め、その値を  $r_d$  の値とすることにする。

次に  $r_{0min}$  について考える。水分特性曲線においては、吸引圧水頭の値が大きくなるほど体積含水率の値は減少していくが、体積含水率がある値に達するといくら吸引圧水頭を大きくしても体積含水率の値は変化しなくなる。この体積含水率を  $w_0$  とすれば、 $w_0$  が体積含水率で表わした不動水分量である。2. (4) で述べたように、この間隙モデルで表わすのは可動水分のみで不動水分については考えない。したがって、水分特性曲線から体積含水率が  $w_0$  に達する吸引圧水頭  $\phi_0$  を読み取り、式(4)より  $\phi_0$  に対する  $r_k$  の値を求め、その値を  $r_{0min}$  とする。

表-1 水分特性曲線のシミュレーションに用いたパラメーターの値

試料	実測値			推定値			経過反復値	
	$w_s$ ml/ml	$w_0$ ml/ml	$2d$ m	$r_d$ m	$r_{0min}$ $r_d$	$r_{0max}$ $r_d$	$\lambda$	$\zeta$
Columbia fine sandy loam <sup>9)</sup>	0.35	0.018	$2.4 \times 10^{-4}$	$2.5 \times 10^{-4}$	$4.3 \times 10^{-5}$	1.0	0	6.0
Bradwell fine sandy loam <sup>11)</sup>	0.51	0.12	$8.8 \times 10^{-5}$	$2.4 \times 10^{-5}$	$5.9 \times 10^{-6}$	1.0	0	4.0

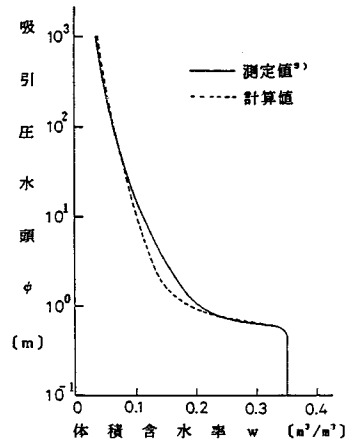


図-9 Columbia fine sandy loam の水分特性曲線に対するシミュレーション

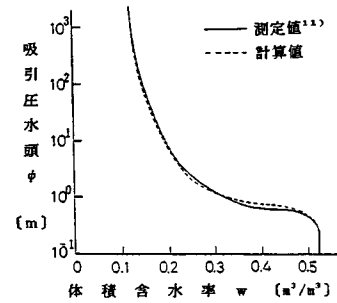


図-10 Bradwell fine sandy loam の水分特性曲線に対するシミュレーション

$r_{0max}$  については、 $r_d$  に等しい値をとるものとする。

以上のような方法でシミュレーションに必要な諸定数を定め、新庄・井井<sup>8)</sup>の砂土、Cassel et al.<sup>9)</sup>の Columbia fine sandy loam、Weeks, et al.<sup>10)</sup>の Pachappa soil、Joshua et al.<sup>11)</sup>の Bradwell fine sandy loam の4種類の土壤の水分特性曲線のシミュレーションを行った。式(9)の  $\lambda$  および  $\zeta$  の値は、測定値とシミュレーションの結果が最も近くなるような値を試行錯誤により求めた。シミュレーションの結果の一部を図-9、10に示す。ただし、図の中の実線は測定値から求めた水分特性曲線であり、点線は計算によるものである。また、シミュレーションに用いた諸定数の具体的な数値を表-1に示した。図-9、10において、計算値と測定値とは非常によく一致しており、他の2例においても同様な結果が得られた。

なお、図9, 10における測定値は吸水・脱水いずれの過程のものであるかは不明である。しかし、X型、O型の土壌空隙モデルに関するヒステリシスの問題については中野<sup>6)</sup>が詳細に解説しており、また、ヒステリシスの問題は本論文の主題ではないため、この問題についてはここでは議論しないこととする。

#### 4. 温度勾配下でのモデル内の水分移動

分子拡散による「単純な拡散理論」によれば、温度勾配の存在する土壌中の水蒸気移動量  $q_v$  [kg/(m<sup>2</sup>·s)] は次式で与えられる<sup>1)</sup>。

$$q_v = -D \cdot P / (P - p_v) \cdot \alpha \cdot \{ h \cdot d\rho_s / dT \cdot dT / dz + \rho_s \cdot \partial h / \partial \phi \cdot \partial \phi / \partial w \cdot dw / dz \} \dots \dots \dots (15)$$

ただし、 $D$  [m<sup>2</sup>/s] は空気中での水蒸気の拡散係数、 $P$  [Pa] は全圧、 $p_v$  [Pa] は水蒸気分圧、 $\alpha$  は屈曲度係数、 $\alpha$  は土壌中の気相率、 $h$  は相対湿度、 $\rho_s$  [kg/m<sup>3</sup>] は飽和状態の水蒸気密度、 $T$  [K] は絶対温度、 $z$  [m] は位置、 $\phi$  [m] は吸引圧水頭、 $w$  [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>] は体積含水率である。

しかし、式(15)で表わされる「単純な拡散理論」は、空隙空気中の温度傾度と土壌全体の温度傾度との差および水蒸気-水-土粒子間の相互作用を考慮していない。そのため、「単純な拡散理論」では温度傾度が存在する場合の土壌中の水蒸気輸送量の実態を説明することはできないと考えられる<sup>1)</sup>。そこで、本論文においてはXO混合型の空隙モデルを用いて、温度勾配下での水蒸気の移動量をできる限り実際の物理機構に即して評価することを試みる。

##### (1) 空隙空気中の水蒸気フラックス

土壌中の1つの空隙内での水蒸気フラックス  $q_{vp}$  [kg/(m<sup>2</sup>·s)] は次式で表わすことができる<sup>12)</sup>。

$$q_{vp} = -D \cdot (P / P - p_v) \cdot \{ h \cdot d\rho_s / dT \cdot (dT / dz)_a + \rho_s \cdot \partial h / \partial \phi \cdot \partial \phi / \partial w \cdot dw / dz \} \dots \dots \dots (16)$$

ただし、 $(dT / dz)_a$  は土壌空隙中の空気の温度勾配である。式(16)の右辺第1項は温度差による水蒸気フラックスを、第2項は水分量差による水蒸気フラックスを表わす。ここでは、主に温度差による水蒸気移動について考える。

絶対温度  $T$  における拡散係数  $D$  の値は、次式のように表わすことができる<sup>13)</sup>。

$$D = 5.82 \times 10^{-11} T^{2.3} \dots \dots \dots (17)$$

飽和水蒸気圧  $p_s$  および飽和水蒸気密度  $\rho_s$  は、263 K から 323 K の温度範囲で次のように表わすことができる<sup>14)</sup>。

$$p_s = \exp(60.21 - 5.133 \ln T - 6829 / T) \dots \dots \dots (18)$$

$$\rho_s = 2.171 \times 10^{-3} p_s / T \dots \dots \dots (19)$$

相対湿度  $h$  は次式により求めることができる。

$$h = \exp(-g\phi / R_v T) \dots \dots \dots (20)$$

ここで、 $g (= 9.8 \text{ [m/s}^2])$  は重力加速度、 $R_v \text{ [J/(kg} \cdot \text{K)]}$  は水蒸気の気体定数で、 $R$  を一般の気体定数、 $M$  を水の分子量とすると、 $R_v = R / M = 4.62 \times 10^2$  である。

水蒸気分圧  $p_v$  は次式により求めることができる。

$$p_v = h \cdot p_s \dots \dots \dots (21)$$

また、式(19)の両辺を  $T$  で微分すると、 $p_s$  も  $T$  の関数として式(18)で表わされるので、次式のようになる。

$$d\rho_s / dT = 1.331 \times 10^{-2} (1113 / T - 1) p_s / T^2 \dots \dots \dots (22)$$

##### (2) 空気の見掛けの熱伝導率

空気自体の熱伝導率  $\lambda_{am}$  は  $0.0257 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$  である。しかし、本研究におけるように温度勾配のある空気中へ水蒸気が移動する場合には、水蒸気の潜熱という形での熱輸送が空気の実質的な熱伝導率に大きく影響してくる。

式(16)の右辺第1項より温度差がある場合の水蒸気の潜熱による熱輸送量  $q_a$  [J/(m<sup>2</sup>·s)] は次式のように表わすことができる。

$$q_a = -L \cdot D \cdot P / (P - p_v) \cdot h \cdot d\rho_s / dT \cdot (dT / dz)_a \dots \dots \dots (23)$$

ここで、 $L$  [J/kg] は水蒸気の潜熱であり、絶対温度  $T$  における水蒸気の潜熱  $L$  は次式で与えられる。

$$L = -2.3 \times 10^3 T + 3.12 \times 10^6 \dots \dots \dots (24)$$

$$\text{式(23)より、潜熱による熱伝導率 } \lambda_v \text{ [W/(m} \cdot \text{K)] は } \lambda_v = LDhP / (P - p_v) \cdot d\rho_s / dT \dots \dots \dots (25)$$

で表わされる。ゆえに、空気の見掛けの熱伝導率  $\lambda_a$  は次式で与えられる。

$$\lambda_a = \lambda_{am} + \lambda_v \dots \dots \dots (26)$$

##### (3) モデル内の空気の温度勾配

土壌を構成する土粒子、水および空気の熱伝導率は互いにかなり異なる(たとえば、石英の熱伝導率は  $8.67 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 、水は  $0.594 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ 、空気は  $0.0257 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ )。そのために、土壌の空隙内の温度勾配は土壌全体の平均的な温度勾配とは異なると考えられる。しかし、実際の土壌中の空隙内の温度勾配を測定するのは不可能である。そこで、Woodside et al.<sup>3)</sup>は、熱伝導率の比が土粒子と空気の熱伝導率の比にほぼ等しい2種類の物質で土粒子と空気を模擬し、土壌空隙内の温度勾配の土壌全体の温度勾配に対する比を調べるための実験を行った。土粒子は完全な球形で模擬された。実験の結果を図-11に示す。図中の  $F$  はその場所における空気に相当する物質の温度勾配の装置全体の温度勾配に対する比である。

Woodside et al. の実験結果について、図-12のような座標系により考察を行う。 $z = R$ 、 $z = 0$  における温度をそれぞれ  $T_R$ 、 $T_0$  ( $T_R$ 、 $T_0$  は  $r$  軸方向に一樣) とすると、実験装置全体の温度勾配  $\nabla T$  は次式で与えられる。

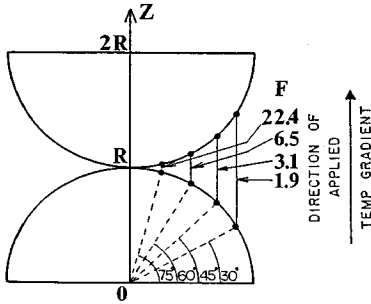


図-11 Woodside et al.<sup>3)</sup>の実験結果

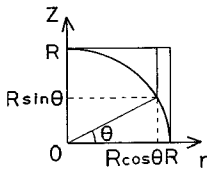


図-12 座標系

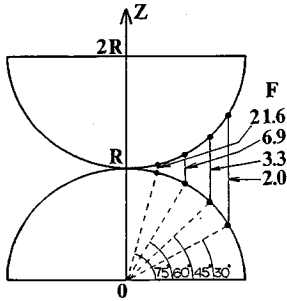


図-13 Woodside et al.<sup>3)</sup>の実験に対する計算結果

$$\nabla T = (T_R - T_0)/R \dots \dots \dots (27)$$

いま、問題を簡単にするため熱の流れは  $z$  軸方向のみに生じ一次元的である、つまり  $r$  軸方向への熱の流れはないと仮定する。  $r = \text{const.}$  としたとき、土粒子内の熱フラックスと空気内の熱フラックスは等しくなければならないから、次式が成立する。

$$-\lambda_a \cdot (\nabla T)_a = -\lambda_s \cdot (\nabla T)_s \dots \dots \dots (28)$$

ただし、 $\lambda$  は熱伝導率を、 $\nabla T$  は温度勾配をそれぞれ表わし、添字  $a$  は空気を、 $s$  は土粒子をそれぞれ表わす。また、土粒子内の温度差と空気内の温度差の合計は、全体の温度差と一致しなければならないから次式が成立する。

$$(R - R \sin \theta) \times (\nabla T)_a + R \sin \theta \times (\nabla T)_s = T_R - T_0 = R \cdot \nabla T \dots \dots \dots (29)$$

式 (28) および (29) より次式が得られる。

$$(\nabla T)_a = \nabla T / \{1 - \sin \theta \times (1 - \lambda_a / \lambda_s)\} \dots \dots \dots (30)$$

式 (30) による計算結果を示したのが図-13 である。

図-11 の測定結果と図-13 の計算結果とはほぼ一致している。したがって、空気内の温度勾配を計算する際

に熱の流れを一次元で考えても差し支えないと思われる。

以上に述べたのと同じ方法で XO 混合型間隙における空隙の温度勾配を考える。

a)  $r_0 > r_k$  の間隙

間隙の対称性を考えて、図-14 に示したように  $z$  軸方向の長さ  $d$  の部分のみを考慮する。

$0 < r < r_0$  の部分においては、空気温度勾配  $(\nabla T)_a$  は全体の温度勾配  $\nabla T$  に等しい。

$r_0 < r < r_a$  の部分に対しては、式 (28) および (29) と同様に次式が成立する。

$$-\lambda_s \cdot (\nabla T)_s = -\lambda_a \cdot (\nabla T)_a \dots \dots \dots (31)$$

$$z \cdot (\nabla T)_s + (d - z) \cdot (\nabla T)_a = d \cdot \nabla T \dots \dots \dots (32)$$

ただし、 $z$  は次式で表わされる。

$$z = d \cdot (r - r_0) / (r_a - r_0) \dots \dots \dots (33)$$

したがって、空気温度勾配  $(\nabla T)_a$  は、 $r_0 > r_k$  の間隙については  $r$  の関数として次のように表わせる。

$$(\nabla T)_a = \nabla T \cdot \{1 - (1 - \lambda_a / \lambda_s) \cdot (r - r_0) / (r_a - r_0)\} \dots \dots (34)$$

b)  $r_a > r_k > r_0$  の間隙

この場合間隙の一部に水が存在する。対称性を考慮して図-15 に示したように間隙の半分のみを考える。

$0 < r < r_0$  の部分においては、水の熱伝導率を  $\lambda_w$  とすると式 (28) および (29) と同様に次式が成立する。

$$-\lambda_w (\nabla T)_w = -\lambda_a (\nabla T)_a \dots \dots \dots (35)$$

$$(z_k + d) (\nabla T)_w + (d - z_k) (\nabla T)_a = 2d \cdot \nabla T \dots \dots \dots (36)$$

ただし、 $z_k$  は次式で表わされる。

$$z_k = d \cdot (r_k - r_0) / (r_a - r_0) \dots \dots \dots (37)$$

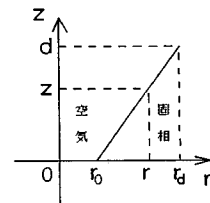


図-14  $r_0 > r_k$  の場合の座標系

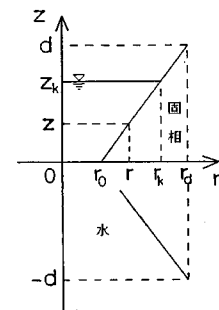


図-15  $r_a > r_k > r_0$  の場合の座標系

同様に、 $r_0 < r < r_k$ の部分では次式が成立する。

$$-\lambda_s(\nabla T)_s = -\lambda_w(\nabla T)_w = -\lambda_a(\nabla T)_a \dots\dots\dots(38)$$

$$(d-z)(\nabla T)_a + (z_k-z)(\nabla T)_w + 2z(\nabla T)_s + (d-z)(\nabla T)_w = 2d \cdot \nabla T \dots\dots\dots(39)$$

さらに、 $r_k < r < r_a$ の部分においては次式が成立する。

$$-\lambda_s(\nabla T)_s = -\lambda_w(\nabla T)_w = -\lambda_a(\nabla T)_a \dots\dots\dots(40)$$

$$(d-z)(\nabla T)_a + 2z(\nabla T)_s + (d-z)(\nabla T)_w = 2d \cdot \nabla T \dots\dots\dots(41)$$

したがって、空気温度勾配  $(\nabla T)_a$  は、 $r_a > r_k > r_0$ の間隙についても式 (34) と同様に式 (35)~(41) より  $r$  の関数として表わすことができる。

(4) 最大蒸発可能速度

水蒸気の拡散速度が比較的遅いときには、空気中への水分の蒸発はそれに応じた速度で行われる。しかし、拡散速度がある限界を越えて速くなると、蒸発はある一定の速度でしか行われなくなり、水蒸気の拡散速度は蒸発速度に支配されるようになる。宮崎<sup>15)</sup>によれば最大蒸発可能速度  $q_e$  [kg/(m<sup>2</sup>·s)] は次式で表わすことができる。

$$q_e = \alpha \cdot p_v / \sqrt{2\pi R_v T} \dots\dots\dots(42)$$

ただし、 $\alpha$  は凝縮・蒸発係数で、本研究においては Alty が主張している  $\alpha = 0.036$  を用いる<sup>16)</sup>。

空気中の水蒸気の拡散速度が、蒸発速度によって決定される状態に達する境目の、空気温度勾配を臨界温度勾配とよび、 $(\nabla T)_{acr}$  で表わすこととすると、式 (16) および (42) により  $(\nabla T)_{acr}$  は次式で与えられる。

$$(\nabla T)_{acr} = \alpha / \{ D \cdot P / (P - p_v) \cdot 1 / p_s \cdot d\rho_s / dT \cdot \sqrt{2\pi R_v T} \} \dots\dots\dots(43)$$

(5) 水蒸気流束の算出

土中の水分に関して、2. および 3. においては、可動水分のみを考慮した。しかし、実際の土粒子の表面には薄膜として不動水が存在する。そこで、XO 混合型の間隙モデルにおいても、固相と間隙との境界面に水の薄膜が存在すると考える (図-16)。

いま、空隙内の水蒸気の流れも  $z$  軸方向のみに生じ一次元的であると仮定する。すなわち、図-16において点 A, B で蒸発した水蒸気はそれぞれ点 A', 点 B' で凝縮し、その後は液状水として他の場所へ移動すると考える。したがって、1個の XO 混合型の間隙においては、 $z$  軸に垂直な断面を通過する水蒸気の流量は、断面により異なり、 $z$  の関数となる。

まず、間隙の一部に水を含む場合 ( $r_a > r_k > r_0$ ) を考える。温度勾配による水蒸気フラックスは式 (16) の右辺第 1 項にあるように次式で表わすことができる。

$$q_{vp} = -D \cdot P / (P - p_v) \cdot h \cdot d\rho_s / dT \cdot (\nabla T)_a \dots\dots\dots(44)$$

$D, p_v, h, d\rho_s / dT$  は温度の関数だが、1個の間隙内では温度差が微小なため一定値をとると考えて差し支えない

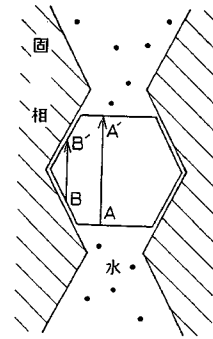


図-16 モデル間隙内の水蒸気の流れ

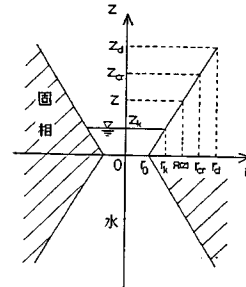


図-17 座標系

い、空隙の温度勾配が臨界温度勾配  $(\nabla T)_{acr}$  となる  $r$  の値を  $r_{cr}$  とする。以下、 $r_k \leq r_{cr} \leq r_a$  の場合について考える。間隙の対称性により図-17に示したように間隙の上半分のみを考慮する。

断面  $z$  の空隙部の半径を  $R(z)$  とし、 $R(z) = r_{cr}$  となる  $z$  の値を  $z_{cr}$ 、 $R(z) = r_k$  となる  $z$  の値を  $z_k$  とする。断面  $z$  を通過する水蒸気流量を  $Q(z)$  [kg/s] とすると、

$$Q(z) = \int_0^{R(z)} q_{vp} \cdot 2\pi r dr \dots\dots\dots(45)$$

であるが、 $z_k \leq z \leq z_{cr}$  の断面では、式 (44) より

$$Q(z) = -DP / (P - p_v) \cdot h \cdot d\rho_s / dT \cdot \int_0^{R(z)} (\nabla T)_a \cdot 2\pi r dr \dots\dots\dots(46)$$

となり、 $z_{cr} \leq z \leq d$  の断面では、式 (44) および最大蒸発可能速度を考慮することにより、 $Q(z)$  は次式となる。

$$Q(z) = -DP / (P - p_v) \cdot h \cdot d\rho_s / dT \cdot \left\{ \int_0^{r_{cr}} (\nabla T)_a \cdot 2\pi r dr + \int_{r_{cr}}^{R(z)} (\nabla T)_{acr} \cdot 2\pi r dr \right\} \dots\dots\dots(47)$$

また、以上の計算方法によれば図-18において面 A で凝縮する水蒸気量と面 B から蒸発する水蒸気量は等しい。したがって、計算上は  $-d \leq z \leq z_k$  の範囲において  $Q(z_k)$  の水蒸気流量が存在すると仮定する。

ここで、土壌中の間隙が図-7のように中心軸が平行

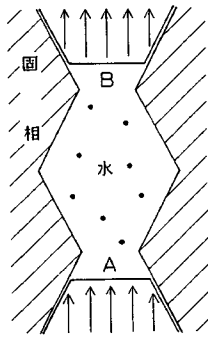


図-18 メニスカス付近の水蒸気の流れ

な多数の XO 混合型の間隙により構成されており、しかもその間隙群の最小間隙半径  $r_0$  の値がすべて同じであると仮定する。その場合、中心軸に垂直な任意の平面により切断される XO 混合型間隙の断面の  $z$  座標の値は、確率的に  $-d \leq z \leq d$  の範囲（図-17 のように間隙の対称性を考慮している）に一樣に分散していると考えられる。したがって、最小間隙半径  $r_0$  が等しい XO 混合型の間隙群の中心軸に垂直な任意の平面を通過する温度勾配による水蒸気流束  $q_{r0}$  [kg/(m<sup>2</sup>・s)] は次式で表わせる。

$$q_{r0} = 1/2d \cdot \int_{-d}^d Q dz / S \dots\dots\dots (48)$$

ただし、 $S$  は図-8 に示したように土の体積要素  $V$  の断面積である。

間隙内に水が存在しない場合 ( $r_0 > r_k$  の場合) についても同様にして  $q_{r0}$  が求まる。

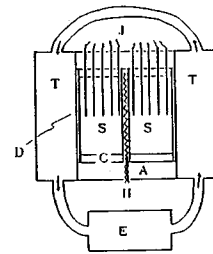
ここで、 $q_{r0}$  は  $r_0$  の関数であり、2.(4) で考えたように  $r_0$  は  $r_{0min}$  と  $r_{0max}$  の間で対数正規分布をすれば、温度勾配による水蒸気流束  $q_{v,T}$  [kg/(m<sup>2</sup>・s)] は、次式のように表わすことができる。

$$q_{v,T} = \int_{x_{min}}^{x_{max}} f_x(x) \cdot q_{r0} dx \dots\dots\dots (49)$$

なお、水蒸気流束を式 (46), (47) において断面について積分し、式 (48) において  $-d$  から  $d$  まで積分し平均化したことで、水蒸気の流れを一次元としたことによる誤差はかなり打ち消されたと思われる。

5. 密閉容器内での実験との比較

温度勾配を与えた不飽和土壌での実験結果を用いて式 (49) の妥当性を検討する。実験装置の代表例として新庄・白井の用いた装置を図-19 に示した。水分量および温度の分布が一樣な初期状態の試料を密閉容器内に入れ、試料の両側にヒーターと恒温水槽を置くことにより温度勾配を与えている。試料内の各点における温度は熱電対により測定された。検討を行った 4 種類の実験のほとんどは、 $\gamma$  線透過法により水分量分布の経時変化を測



A: Adiabatic material  
C: Cylindrical container of vinyl chloride make  
D: Duralumin plate  
E: Water circulation equipment with a thermostat  
J: Thermojunctions  
H: Heater  
S: Sample  
T: Tank of constant temperature water

図-19 新庄・白井<sup>9)</sup>の実験装置

定している。

試料中の水分移動フラックス  $q$  は、各成分フラックスを用いて次式のように表わすことができる。

$$q = q_{l,w} + q_{l,T} + q_{v,w} + q_{v,T} \dots\dots\dots (50)$$

ただし、添字  $l$  は液状水の移動を、 $v$  は水蒸気の移動を表わし、 $w$  は水分量差に起因する水分の移動を、 $T$  は温度差に起因する水分の移動を表わす。  $q_{l,w}$ ,  $q_{l,T}$  は、それぞれ次のように与えられる。

$$q_{l,w} = \rho_w k_w \cdot \partial \phi / \partial w \cdot dw / dz = -\rho_w D_w dw / dz \dots (51)$$

$$q_{l,T} = \rho_w k_w \cdot \partial \phi / \partial T \cdot dT / dz \dots\dots\dots (52)$$

ここで、 $\rho_w$  [kg/m<sup>3</sup>] は水の密度、 $k_w$  [m/s] は不飽和透水係数、 $D_w$  [m<sup>2</sup>/s] は水分拡散係数である。また、 $q_{v,w}$  は次式に示すように式 (16) の右辺第 2 項である。

$$q_{v,w} = -D \cdot P / (P - p_v) \cdot \rho_s \cdot \partial h / \partial \phi \cdot \partial \phi / \partial w \cdot dw / dz \dots\dots\dots (53)$$

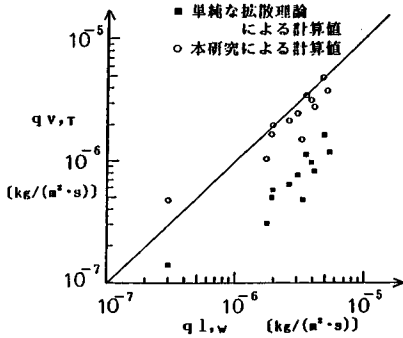
そして、 $q_{v,T}$  は式 (49) により与えられる。

検討を行う 4 種類の実験が行われた含水量においては、 $q_{l,T}$ ,  $q_{v,w}$  は、どちらも  $q_{l,w}$ ,  $q_{v,T}$  の 1/100 程度の量で無視し得る。

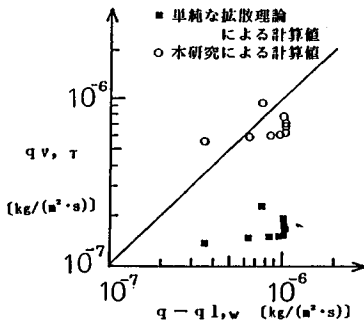
水分量と温度の分布が一樣な試料を密閉容器に入れ両端に温度差を与えると、まず、高温側から低温側へ温度差による水蒸気の形での水分の移動が生じる。その結果試料の水分量分布に偏りが生じ、低温側から高温側への水分量差による液状水の移動が生じる。そして、水蒸気の流束とそれと反対方向の液状水の流束が等しくなったとき、見掛け上平衡状態となり水分量の分布は定常となる。

新庄・白井, Joshua et al., Weeks, et al. の 3 つの実験に対しては、容器内の水分量分布が定常になった状態について解析を行った。実験が正確に行われ、式 (51) が正しいものであるとするとすれば、式 (51) により計算した  $q_{l,w}$  の絶対値と式 (49) により計算した  $q_{v,T}$  の





図—20 Joshua et al.<sup>11)</sup>の水分移動実験に対する計算結果



図—21 Cassel et al.<sup>9)</sup>の水分移動実験に対する計算結果

絶対値が等しくなるはずである。Joshua et al. の実験に対する計算結果を図—20に示す。なお、式(49)を計算する際に必要な間隙のサイズに関する諸数値は、表—1に示した数値を用いた。また、新庄・白井、Weeks et al. の実験に対しても同様な結果が得られた。

Cassel et al. の実験については容器内の水分移動が平衡となる前の過渡的な状態について解析を行った。この場合には、各断面において、式(51)、(49)により計算した  $q_{l,w}$ 、 $q_{v,\tau}$  の和  $q_{l,w} + q_{v,\tau}$  と  $q$  とが等しければ、式(49)の妥当性が実証されることになる。計算結果は図—21に示すとおりである。

図—20、21より、間隙モデルを用いて導いた式(49)は、温度勾配による土壌中の水蒸気流束を評価するのに非常に有効であるといえる。

## 6. むすび

土壌の間隙形状の不規則性を表わし、かつ水分特性曲線も再現できるモデルを用いて、温度勾配下におかれた不飽和土壌内の水蒸気移動量の評価を行い、次のような結論を得た。

(1) 土壌間隙を単純な幾何形状の変断面モデルで近似し、水分量と吸引圧の関係をそのモデルに対し導いた。

(2) 間隙モデルにおける水分量と吸引圧の関係を実際の土壌に適用したところ、モデルの最小間隙半径の確

率密度関数として対数正規分布を用いると、水分特性曲線を非常によく再現できることがわかった。そのため、土壌中の間隙径の分布は対数正規分布に非常に近いものと思われる。

(3) 温度勾配下におかれた土壌内の空隙の温度勾配は土壌全体のそれとは異なると考え、従来の成果を用いてモデル内の空隙の温度勾配を求めた。この定式化に基づいて水蒸気流束の算定を行ったところ、土壌内空隙の温度勾配を土壌全体のものと同じであるとした単純な拡散理論に比べ、実験値とはるかによい一致をみた。

実際の土壌においては、本研究において取り扱ったように空隙の向きは同一方向を向いているわけではなく、また、間隙どうしの連結の仕方もより複雑になっている。しかし、これらのことによる誤差はそれほど大きなものとは考えられず、本研究において考察した機構により温度勾配下での水蒸気の移動が生じており、その定量的な予測も前進したものと考えられる。

ただ、本研究において取り扱った方法は、砂質土のように粒子構造が単粒状の土壌における水蒸気移動の機構を説明するにはかなり有効であるが、粘土のように団粒状の土壌に対しては適用がやや困難であると思われる。また、X型、O型の土壌間隙モデルにおけるヒステリシス現象に対する中野<sup>6)</sup>の説明は完璧なものとは思われず、同様に本論文で用いたXO混合型の間隙モデルについてもヒステリシスの問題が今後の課題として挙げられる。

## 参考文献

- 1) Philip, J.R. and de Vries, D.A. : Moisture movement in porous materials under temperature gradients, Trans., AGU., Vol. 38, pp. 222~232, 1957.
- 2) Cary, J.W. : Onsager's Relation and the Non-Isothermal Diffusion of Water Vapor, J. Phys. Chem., pp. 126~129, 1963.
- 3) Woodside, W. et al. : Effect of temperature distribution on moisture flow in porous materials, Trans., AGU., Vol. 39, pp. 676~680, 1958.
- 4) 中野政詩：土の水分量と毛管張力の関係(脱水過程) 1, 農業土木学会論文集, Vol. 35, pp. 1~9, 1971.
- 5) 中野政詩：土の水分量と毛管張力の関係(脱水過程) 2, 農業土木学会論文集, Vol. 35, pp. 10~14, 1971.
- 6) 中野政詩：土とくに砂質の土の保水の構造, 土壌の物理性, 第28号, pp. 15~22, 1973.
- 7) Burger, H. : Log-normal interpolation in grain size analysis, Sedimentology, Vol. 23, pp. 395~405, 1976.
- 8) 新庄 彬・白井清恒：有限密閉容器内における土壌の水および温度変化について—土壌内における熱と水分の移動に関する研究(I)—, 農業土木学会論文集, Vol. 74, pp. 1~6, 1978.
- 9) Cassel, D.K. et al. : Soil-water movement in response to imposed temperature gradients, Soil Sci. Soc. Amer.

- Proc., Vol. 33, pp. 493~500, 1969.
- 10) Weeks, L.V. et al. : Water and salt transfer in soil resulting from thermal gradients, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 32, pp. 193~197, 1968.
- 11) Joshua, W.D. et al. : Soil moisture movement under temperature gradients, Can. J. Soil Sci., Vol. 53, pp. 49~57, 1973.
- 12) 土壤物理研究会編：土の物理学—土質工学の基礎—, 森北出版, pp. 265~267, 1979.
- 13) Kruger, A.J. et al. : Condensation phenomena in capillaries with diffusion of water vapor in air under influence of a constant temperature gradient, App. Sci. Res., Vol. 22, pp. 390~399, 1970.
- 14) 白井清恒・松井重光・新庄 彬：散水水滴の温度に関する研究(I), 農業土木学会論文集, Vol. 35, pp. 24~29, 1971.
- 15) 宮崎 毅：土壤中の水分凝縮, 東京大学大学院学位論文, pp. 124, 1973.
- 16) 慶伊富長：相変化を伴う物質移動, 化学工学, Vol. 28, pp. 547~552, 1964.

(1988. 2. 16・受付)