

# 上水道配水管網系の節点需要量のオンライン予測に関する研究

## STUDY ON ON-LINE PREDICTION OF NODE WATER DEMANDS IN WATER SUPPLY NETWORK

河村 明\*・神野健二\*\*・上田年比古\*\*\*・土井敬介\*\*\*\*

By Akira KAWAMURA, Kenji JINNO, Toshihiko UEDA and Keisuke DOI

A method to predict on-line the node water demands, node hydraulic pressures and pipe discharges in city water supply network is proposed. This prediction algorithm is developed based on the Kalman filtering theory, where the equation of continuity and linearized equation of head loss are transformed into observation equation. Sensor information on some of the pipe discharges, node hydraulic pressures and valve openings in the network are the observable variables in the prediction algorithm.

To demonstrate the accuracy of the method, it is applied to the Fukuoka City water supply network using synthetically generated node water demands. Moreover, the basic characteristics of the method such as the effect of changing valve openings on the accuracy of the prediction are investigated in detail.

*Keywords: on-line prediction, node water demands, water supply network, sensor information, Kalman filtering theory*

### 1. はじめに

近年、都市の上水道の配水施設が大規模・複雑化するに伴い、配水の最適運用を行うことが困難となってきている。配水の最適運用を行うには、配水管網内の水圧分布を適正化して、漏水量の抑制と管路事故の防止および需要者への供給水圧の確保を図り、水資源の有効利用と配水施設能力の最大限の活用を図ることが必要である。このため、福岡市では昭和53年の大濁水をきっかけとして配水調整事業に取り組み、現在は市内配水管網の各要所に、流量計47個、水圧計99個、電動調整バルブ123個を設置している。そして、本局の中央監視装置で流量計、水圧計から時々刻々得られるセンサ情報に基づいて給水の状況を把握し、遠隔操作による電動調整バルブの作動により余剰水圧の抑制や各浄水場相互の流量調節を行っている<sup>1)</sup>。

一般に、水圧分布の適正化を図るためのバルブの最適

制御には、時々刻々変動するすべての節点需要量、管路流量および節点水頭をリアルタイムで精度よく予測することが必要不可欠となる。しかし従来、配水池からの総配水量を季節、曜日、気温、天候などを考慮しつつ長期的あるいは短期的に予測するといった、いわゆる総量としての需要量予測に関する研究は数多く見受けられる<sup>2)~6)</sup>が、上記目的のための需要量予測については、電気工学の分野で若干見受けられる程度である<sup>7)</sup>。

以上のことを考慮して、本論文ではまず配水管網内に設置された流量計と水圧計から時々刻々得られるセンサ情報を利用して、すべての節点での非定常の水需要量と管路流量および節点水頭をカルマンフィルター理論でオンライン予測する手法を提案している。次いで、電動調整バルブの開度が変化する場合にも本手法が適用できるよう本手法の拡張を行っている。次に、系統別配水エリア等を考慮して計画区分された福岡市の20の配水区画のうちの第9区画配水管網系を対象として、あらかじめ需要量、流量、水頭を模擬発生させたシミュレーションデータに本手法を適用して、その結果より本手法の妥当性および有用性の検討を行い、また本予測手法の種々の特性について考察を行っている。

その結果、本手法が節点需要量、管路流量ならびに節点水頭の予測に非常に有効であることが確かめられ、今

\* 正会員 工博 九州大学助手 工学部水工土木学科  
(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

\*\* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学科  
(同上)

\*\*\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科  
(同上)

\*\*\*\* 工修 (株)富士通

後、配水調整システムをもつ都市において、配水運用管理の自動化へのアプローチとして期待されるものと考えられる。

## 2. 予測手法の定式化

### (1) カルマンフィルターの算定

カルマンフィルターは式(1)で表わされる状態方程式により遷移するシステム状態量  $x$  を推定するのに適用される理論で、 $x$  は式(2)の観測方程式を通してのみ観測される<sup>8)-12)</sup>。

$$x(k+1) = \Phi(k)x(k) + u(k) \dots\dots\dots (1)$$

$$y(k+1) = \Gamma(k+1)x(k+1) + s(k+1) + w(k+1) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、

- $k$  : 時点
- $x$  : システムの状態量ベクトル
- $\Phi$  : 既知の状態遷移行行列
- $u$  : システム雑音ベクトルで、平均値0、分散共分散行列  $U$  の独立な正規性白色雑音
- $y$  : 観測量ベクトル
- $\Gamma$  : 既知の観測行列
- $s$  : 既知の定数ベクトル
- $w$  : 観測雑音ベクトルで、平均値0、分散共分散行列  $W$  の独立な正規性白色雑音

次に、以下において、たとえば  $(k+1)$  時点の  $x$  の値を  $x(k+1)$  とし、 $k$  時点までの観測量を用いて得られる  $(k+1)$  時点の最適推定値を  $\hat{x}(k+1|k)$  と表示することにす。いま  $\hat{x}(k|k)$  を既知とすれば、 $\hat{x}(k+1|k)$ 、 $\hat{x}(k+1|k+1)$  は、カルマンフィルターによれば、次式で求められる<sup>8)-12)</sup>。

$$\hat{x}(k+1|k) = \Phi(k)\hat{x}(k|k) \dots\dots\dots (3)$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)v(k+1) \dots\dots (4)$$

ここに、

$$v : 1 \text{ 時点先の観測量の予測誤差(イノベーション)で、} \\ v(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1|k) \dots\dots\dots (5)$$

$$\hat{y}(k+1|k) : k \text{ 時点までの観測量が得られた場合の} (k+1) \text{ 時点の観測量の予測値で、式(2)より} \\ \hat{y}(k+1|k) = \Gamma(k+1)\hat{x}(k+1|k) + s(k+1) \dots\dots (6)$$

$$K : \text{カルマンゲインマトリックスで、} \\ K(k+1) = P(k+1|k)\Gamma^T(k+1)[\Gamma(k+1)P(k+1|k) + \Gamma^T(k+1) + W(k+1)]^{-1} \dots\dots\dots (7)$$

$T$  : 転置記号

$P(k+1|k)$  :  $k$  時点までの観測量を用いた  $(k+1)$  時点のシステム状態量の推定誤差共分散行列で

$$P(k+1|k) = \Phi(k)P(k|k)\Phi^T(k) + U(k) \dots\dots\dots (8)$$

また  $(k+1)$  時点までの観測量を用いた  $(k+1)$  時点のシステム状態量の推定誤差共分散行列  $P(k+1|k+1)$

は次式によって更新される。

$$P(k+1|k+1) = [I - K(k+1)\Gamma(k+1)]P(k+1|k) \dots\dots\dots (9)$$

以下に、このカルマンフィルターの計算手法を、ここで考えている管網系の諸量の推定計算に適用することを考えよう。

### (2) 管網計算の基礎式

配水管網の基礎式は、任意の節点  $i$  における連続式(10)、任意の2節点  $i, j$  間の管路についての水頭損失式(11) (ここでは水道管網の計算でよく用いられている Hazen-Williams の式を用いる)である。

$$\sum_j Q_{ij}(k) = -q_i(k) \dots\dots\dots (10)$$

$$H_i(k) - H_j(k) = r_{ij}^{-1/\alpha} |Q_{ij}(k)|^{\alpha/\alpha-1} Q_{ij}(k) + 8 f_{v_{ij}} / (g\pi^2 d_{ij}^4) |Q_{ij}(k)| Q_{ij}(k) \dots\dots (11)$$

(ただし、式(11)の右辺第2項はバルブを有する管路についてのみ必要)

ここに、

- $| \ |$  : 絶対値記号  $\alpha$  : 定数で0.54
- $Q_{ij}$  : 節点  $i$  から  $j$  に流れる流量 ( $m^3/h$ ) で  $Q_{ij} = -Q_{ji}$
- $q_i$  : 節点  $i$  における需要量 ( $m^3/h$ )
- $H_i, H_j$  : 節点  $i, j$  における全水頭<sup>13)</sup> (m) で以下単に水頭と記す。
- $f_{v_{ij}}$  : 節点  $i, j$  間に存在するバルブの損失係数
- $g$  : 重力加速度 ( $m/h^2$ )
- $r_{ij}$  : 管路  $ij$  の固有の定数と仮定し、
- $r_{ij} = 0.27853 c_{ij} d_{ij}^{2.63} L_{ij}^{0.54} (m^{2.46}/h) \dots\dots\dots (12)$
- $c_{ij}$  : 節点  $i, j$  間の管路の流速係数 ( $m^{0.37}/h$ )
- $d_{ij}$  : 節点  $i, j$  間の管路の管径 (m)
- $L_{ij}$  : 節点  $i, j$  間の管路の管路長 (m)

なお、ここでいう管路は配水本管であり、管路  $i, j$  間の途中からの水の抜取りはないとし、水需要量に必ずずる配水支管は各節点に取り付けられている。節点需要量  $q_i$  は、節点  $i$  の配水支管に接続しているすべての給水管から取水される水需要量の総和を意味している。

次に、時点が  $k$  から  $(k+1)$  に遷移したとき、流量が  $Q$  から  $(Q + \Delta Q)$  に変化した場合の  $(k+1)$  時点の水頭差  $\Delta H_{ij}(k+1) = H_i(k+1) - H_j(k+1)$  の遷移式を求める。この場合、流量の変化は各節点の水需要量の変化およびバルブ開度の変化に起因するが、ここではまずバルブ開度は一定とし、水需要量に変化する場合の水頭差の変化の遷移式を導く。

$$t \text{ を時間変数として } H_i(t) - H_j(t) = \Delta H(t) \text{ とおき、Taylor 展開の2次の項以下を小さいとして無視すると、} \\ \Delta H(t + \Delta t) = \Delta H(t) + (\partial \Delta H(t) / \partial t) \Delta t \\ = \Delta H(t) + (\partial \Delta H(t) / \partial Q) (\partial Q / \partial t) \Delta t$$

$$= \Delta H(t) + (\partial \Delta H(t) / \partial Q) \Delta Q \dots \dots \dots (13)$$

式 (11) より,

$$\begin{aligned} \partial \Delta H(t) / \partial Q &= (1/\alpha) r_{ij}^{-1/\alpha} |Q_{ij}(t)|^{\alpha-1} \\ &+ [16 f_{vij} / (g \pi^2 d_{ij}^5)] |Q_{ij}(t)| \dots \dots \dots (14) \\ & (= F_{ij}(t) \text{ とおく}) \quad (h/m^2) \end{aligned}$$

(ただし, 式 (14) の右辺第 2 項はバルブを有する管路についてのみ必要)

ここで,  $\Delta Q = Q_{ij}(t + \Delta t) - Q_{ij}(t)$  とし,  $t$  を  $k$  時点,  $t + \Delta t$  を  $(k+1)$  時点とすると式 (13) は

$$\begin{aligned} H_i(k+1) - H_j(k+1) - F_{ij}(k) Q_{ij}(k+1) \\ = H_i(k) - H_j(k) - F_{ij}(k) Q_{ij}(k) \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

となる。これは線形化した水頭損失の遷移式である。したがって, 管網計算の基礎式は, 連続式 (10) と水頭損失式 (11) または (15) となる。ここで式 (11) は  $k$  時点についての式で, 式 (15) は  $k$  時点から  $(k+1)$  時点への遷移式の形となっている。管網計算は  $k$  時点については式 (10) と式 (11) を用い, また,  $k$  時点から  $(k+1)$  時点の遷移状態での管網計算は式 (10) と式 (15) を用いる。以下に述べるカルマンフィルターの計算では式 (10) と式 (15) を主として用いる。

いま管網の節点数  $n_1$ , 管路数  $n_2$ , 外部からの流入出量数  $N$  とすれば, 変数は節点水頭  $n_1$  個, 節点需要量  $n_1$  個, 管路流量  $n_2$  個, 外部からの流入出量  $N$  個の合計  $(2n_1 + n_2 + N)$  個となる。次に管網の基礎方程式は,  $n_1$  個の節点に対する連続式 (10) および  $n_2$  個の管路に対する水頭損失式 (15) の合計  $(n_1 + n_2)$  個であるから, 管網の流れを解くには, 未知変数は  $(n_1 + n_2)$  個で, 残りの  $(n_1 + N)$  個の変数は既知数として与えなければならない。この既知数として, ここでは, まず  $n_1$  個の節点需要量を取り, 次に, 節点水頭 ( $n_1$  個), 管路流量 ( $n_2$  個) および管網系における外部流入出量 ( $N$  個) の合計  $(n_1 + n_2 + N)$  個のうちから選んだ  $N$  個を既知数として与える。この既知量にとる  $N$  個の量は管網の流れが一意に定まるように選ぶ必要があり, ここでは, 外部流入出量から  $(N-1)$  個と基準節点の水頭 1 個を選ぶことにする。

以後の説明において用いる諸量を次の記号で示すことにする。

- $z_v$ : 管網計算における未知量から成る  $(n_1 + n_2)$  次元ベクトルで, その要素は  $n_2$  個の管路流量, 1 個の外部流入出量および  $(n_1 - 1)$  個の節点水頭で構成。
- $z_c$ : 管網計算における既知量 (与える量) から成る  $(n_1 + N)$  次元ベクトルで, その要素は  $n_1$  個の節点需要量,  $(N-1)$  個の外部流入出量および 1 個の基準節点水頭で構成。
- $z_a$ : ベクトル  $z_v$  とベクトル  $z_c$  を結合したものか

ら  $n_1$  個の節点需要量の要素を取り去った  $(n_1 + n_2 + N)$  次元ベクトルで, その要素はすべての外部流入出量, 管路流量, 節点水頭で構成。

(3) 節点需要量, 管路流量および節点水頭のカルマンフィルターによる予測計算の定式化

管網計算において与える量  $z_c$  を関数モデルで表わす。ここでは, 節点需要量が一般的にはほぼ周期的に変動し, したがってこれに伴って管網の流れの諸量もまたほぼ周期的に変動すること<sup>6),14)</sup>を考慮して,  $z_c$  を次式の周期的確率モデル<sup>8)</sup>で表わすことにする。

$$\{z_c(k)\}_i = M_i + \sum_{m=1}^{l_i} (a_{im} \sin 2\pi f_{im} k + b_{im} \cos 2\pi f_{im} k) + v_i(k) \dots \dots \dots (16)$$

ここに,

- $i$ : 1, 2, ...,  $n_1 + N$
- $M_i$ : 平均値  $l_i$ : 周波数成分の個数
- $f_{im}$ : 周波数成分  $a_{im}, b_{im}$ :  $f_{im}$  に対する振幅
- $v_i$ :  $N(0, \sigma_i^2)$  の正規性白色雑音

ここで, カルマンフィルターの状態量  $x$  には, 式 (16) におけるパラメーター  $M_i, a_{im}, b_{im}$  をとることにする。この場合, 状態方程式 (1) 中の遷移行行列  $\Phi$  は単位行列  $I$  となり<sup>9)</sup>, 状態方程式は

$$x(k+1) = I \cdot x(k) + u(k) \dots \dots \dots (17)$$

となる。また式 (16) をマトリックス表示すると,

$$z_c(k) = E(k)x(k) + v(k) \dots \dots \dots (18)$$

ここに,

- $x$ : 状態量で  $\{(1+2l_i) \cdot (n_1 + N)\}$  次元ベクトル, その要素は  $M_i, a_{im}, b_{im}$  で構成。
- $E(k)$ :  $(n_1 + N) \times \{(1+2l_i) \cdot (n_1 + N)\}$  の行列, その要素は 0, 1,  $\sin 2\pi f_{im}(k), \cos 2\pi f_{im}(k)$  で構成。
- $v$ :  $(n_1 + N)$  次元ベクトル, その要素は  $v_i$  で構成。

ただし,  $i=1, \dots, (n_1 + N), m=1, \dots, l_i$  である。次にカルマンフィルターの観測量  $y$  には, 流量計, 水圧計から時々刻々センサ情報として観測される管路流量と節点水頭をとることにする。これには,  $z_c$  のうちの, 観測される流量と水頭 ( $S_1$  個とする) および  $z_c$  における外部流入出量および基準節点水頭のうちの観測される量 ( $S_2$  個とする) が挙げられる。いま観測される  $S_1$  個,  $S_2$  個の諸量をそれぞれベクトル  $y_1, y_2$  で表わすと, 観測方程式 (2) における観測量ベクトル  $y(k+1)$  は  $S (= S_1 + S_2)$  次元ベクトルとなり, これをマトリックス表示すると,

$$y(k+1) = [y_1(k+1) \ y_2(k+1)]^T \dots \dots \dots (19)$$

$$y_1(k+1) = D_1 z_c(k+1) + w_1'(k+1) \dots \dots \dots (20\text{-a})$$

$$y_2(k+1) = D_2 z_c(k+1) + w_2'(k+1) \dots \dots \dots (20\text{-b})$$

ここに,

- $D_1$ :  $S_1 \times (n_1 + n_2)$  行列, その要素は 0, 1 で構成。
- $D_2$ :  $S_2 \times (n_1 + N)$  行列, その要素は 0, 1 で構成。

$w_1, w_2$ : センサ情報に加わる観測雑音ベクトルで平均値 0 の正規性白色雑音

さて式 (20・a) の管網計算における未知量  $z_v$  は式 (10), (15) を解いて得られ, それをマトリックス表示すると, 次式のようになる.

$$A(k)z_d(k+1) = Cz_d(k+1) + B(k)z_d(k) \dots\dots\dots (21)$$

ここに,

$A: (n_1 + n_2) \times (n_1 + n_2)$  の正則行列で, その要素は 0, 1, -1,  $-F_{ij}$  で構成.

$C: (n_1 + n_2) \times (n_1 + N)$  の行列で, その要素は 0, 1, -1 で構成.

$B: (n_1 + n_2) \times (n_1 + n_2 + N)$  の行列で, その要素は 0, 1, -1,  $-F_{ij}$  で構成.

したがって, 式 (21) から

$$z_d(k+1) = A^{-1}(k)\{Cz_d(k+1) + B(k)z_d(k)\} \dots\dots\dots (22)$$

次に式 (20・b) の  $z_c$  は式 (18) で示される. したがって, 式 (22), 式 (18) を式 (20・a), 式 (20・b) に代入すれば, 観測方程式は次式となる.

$$y_1(k+1) = D_1 A^{-1}(k) C E(k+1) x(k+1) + D_1 A^{-1}(k) B(k) z_d(k) + D_1 A^{-1}(k) C v(k+1) + w_1(k+1) \dots\dots\dots (23\cdot a)$$

$$y_2(k+1) = D_2 E(k+1) x(k+1) + D_2 v(k+1) + w_2(k+1) \dots\dots\dots (23\cdot b)$$

これらの式を式 (2) と比較すると,

$$\Gamma(k+1) = [\Gamma_1(k+1) \quad \Gamma_2(k+1)]^T \dots\dots\dots (24)$$

$$s(k+1) = [s_1(k+1) \quad s_2(k+1)]^T \dots\dots\dots (25)$$

$$w(k+1) = [w_1(k+1) \quad w_2(k+1)]^T \dots\dots\dots (26)$$

とおき,

$$\Gamma_1(k+1) = D_1 A^{-1}(k) C E(k+1) \dots\dots\dots (27\cdot a)$$

$$\Gamma_2(k+1) = D_2 E(k+1) \dots\dots\dots (27\cdot b)$$

$$s_1(k+1) = D_1 A^{-1}(k) B(k) z_d(k) \dots\dots\dots (28\cdot a)$$

$$s_2(k+1) = 0 \dots\dots\dots (28\cdot b)$$

$$w_1(k+1) = D_1 A^{-1}(k) C v(k+1) + w_1(k+1) \dots\dots\dots (29\cdot a)$$

$$w_2(k+1) = D_2 v(k+1) + w_2(k+1) \dots\dots\dots (29\cdot b)$$

となる.

(4) 節点需要量, 管路流量および節点水頭の予測計算

まず状態量  $x$  (式 (16) のパラメーター  $M_i, a_{im}, b_{im}$ ) の初期推定値  $\hat{x}(0|0)$  および状態量の推定誤差共分散行列の初期値  $P(0|0)$ , システム雑音ベクトルの分散共分散行列  $U$  および観測雑音ベクトルの分散共分散行列  $W$  を与える. 次いで, 式 (18) の両辺の期待値をとれば,

$$\hat{z}_d(0|0) = E(0)\hat{x}(0|0) \dots\dots\dots (30)$$

これより  $\hat{z}_c(0|0)$  を求め, これを用いて式 (10), 式 (11) より管網計算を行うことにより,  $z_d(0)$  の初期推定値  $\hat{z}_d(0|0)$  を求める. 以上のように初期値を整備すれば, 状態方程式 (17) と観測方程式 (19) すなわち (23・a),

(23・b) を用いて, カルマンフィルターの計算式 (1) ~ (9) に従って, 各時点ごとに管網の諸量の最適推定値が求められる<sup>8)~12)</sup>.

いま  $\hat{x}(0|0), \hat{z}_d(0|0)$  から出発して,  $\hat{x}(k|k)$  および  $\hat{z}_d(k|k)$  が求まった状態から,  $\hat{x}(k+1|k+1)$  および  $\hat{z}_d(k+1|k+1)$  を求める計算過程を説明しよう.

① まず  $\hat{x}(k+1|k)$  を式 (17) で述べたように  $\Phi = I$  として, 式 (3) から求める.

②  $\hat{z}_d(k+1|k)$  を次式から求める.

$$\hat{z}_d(k+1|k) = E(k+1)\hat{x}(k+1|k) \dots\dots\dots (31)$$

式 (31) は, 式 (18) を  $(k+1)$  時点について表わし,  $k$  時点までの観測量が得られたとする条件つき期待値をとって得られる.

③  $\hat{z}_d(k+1|k)$  を次式から求める.

$$\hat{z}_d(k+1|k) = \hat{A}^{-1}(k|k)\{C\hat{z}_d(k+1|k) + \hat{B}(k|k)\hat{z}_d(k|k)\} \dots\dots\dots (32)$$

式 (32) は, 式 (22) の  $z_d(k+1)$  および  $z_c(k+1)$  に  $k$  時点までの観測量が得られたとする条件つき期待値をとり, 行列  $A(k), B(k)$ , ベクトル  $z_d(k)$  にはその推定値  $\hat{A}(k|k), \hat{B}(k|k), \hat{z}_d(k|k)$  を用いて得られる. なお  $\hat{A}(k|k), \hat{B}(k|k)$  はすでに求められている  $\hat{z}_d(k|k)$  の成分のうち, 管路流量の推定値より式 (14) の  $F_{ij}(k)$  を計算することにより求められる.

④ 観測値 ( $S$  個) の予測値  $\hat{y}(k+1|k)$  を式 (6) から求める. 式 (6) における行列  $\Gamma(k+1)$ , ベクトル  $s(k+1)$  は式 (24), 式 (25) すなわち式 (27・a), (27・b) および式 (28・a), (28・b) で求められる. なお  $\Gamma(k+1), s(k+1)$  には  $z_d(k), A(k), B(k)$  が含まれているが, これらの値には前述の  $\hat{z}_d(k|k), \hat{A}(k|k), \hat{B}(k|k)$  を用いる.

⑤ イノベーション  $v(k+1)$  を式 (5) から求め, カルマンゲイン  $K(k+1)$  を, 式 (8) から計算される  $P(k+1|k)$  を用いて式 (7) から求め, これらを用いて, 状態量の最適推定値  $\hat{x}(k+1|k+1)$  を式 (4) から求める.

⑥  $P(k+1|k+1)$  を式 (9) から求める.

⑦  $\hat{z}_d(k+1|k+1)$  を次式から求める.

$$\hat{z}_d(k+1|k+1) = E(k+1)\hat{x}(k+1|k+1) \dots\dots\dots (33)$$

式 (33) は  $(k+1)$  時点までの観測量が得られたとする式 (18) の条件つき期待値をとることにより得られる.

⑧  $\hat{z}_d(k+1|k+1)$  を次式から求める.

$$\hat{z}_d(k+1|k+1) = \hat{A}^{-1}(k|k)\{C\hat{z}_d(k+1|k+1) + \hat{B}(k|k)\hat{z}_d(k|k)\} \dots\dots\dots (34)$$

式 (34) は, 式 (22) の  $z_d(k+1)$  および  $z_c(k+1)$  に  $(k+1)$  時点までの観測量が得られたとする条件つき期待値をとり, 式 (32) 同様  $z_d(k), A(k), B(k)$  にはその推定値  $\hat{z}_d(k|k), \hat{A}(k|k), \hat{B}(k|k)$  を用いて得ら

れる。

⑨  $z_d(k+1|k+1)$  と  $z_v(k+1|k+1)$  のうちから節点需要量の成分を取り去って  $z_a(k+1|k+1)$  が得られる。

以上により  $\hat{x}(k+1|k+1)$  および  $\hat{z}_a(k+1|k+1)$  などが求められる。以後は①～⑨の手順を繰り返せば、各時点の管網諸量の推定値が算定してゆける。

(5) バルブ開度が変わる場合の管路流量および節点水頭の予測計算

式 (14) ではバルブ損失係数  $f_{vij}$  は一定としているので、式 (15) は  $f_{vij}$  一定のもとに流量  $Q$  が変わる場合の水頭損失の遷移式である。したがって  $k$  時点から  $(k+1)$  時点の間で、バルブ開度が変わり  $f_{vij}$  が変化する場合には、これまでの算定法をそのまま用いることはできない。この場合、 $f_{vij}$  を一定とするこれまでの手法をなるべく踏襲できるように次のように行う。これは、バルブ開度が  $k$  時点でも、 $(k+1)$  時点のバルブ開度と同じであったとして、バルブ開度  $\theta$  は  $k$  から  $(k+1)$  時点で変化しないとして、そのバルブ開度  $\theta$  に対する  $k$  時点の流れを新たに求めて、これを  $k$  時点から  $(k+1)$  時点の計算の出発点として、 $f_{vij}$  を一定とするこれまでの手法を用いようとするものである。

さて、バルブ開度  $\theta$  に対する  $k$  時点の流れ  $z_d(k)$  は基礎式 (10), (11) から求められる。すなわちこれらの式において、 $z_c$  すなわちここでは  $z_d(k|k)$  は  $\theta$  には無関係であるので、これまでの手法により  $k$  時点で得られる値を用い、また  $f_{vij}$  にはバルブ開度  $\theta$  に対する値を用いれば、 $k$  時点の流れ  $z_d(k|k)$  が求められる。またその結果  $z_d(k|k)$  および  $\hat{A}(k|k)$ ,  $\hat{B}(k|k)$  が求められる。こうして、バルブ開度を  $(k+1)$  時点と同じ  $\theta$  とした新たに求めた  $k$  時点の管網の流れ  $z_d(k|k)$  および  $\hat{A}(k|k)$ ,  $\hat{B}(k|k)$  を式 (32), (34) に用いれば、その他は前節の計算手順①～⑨に従って、 $(k+1)$  時点の管網の諸量の推定計算を行うことができる。

(6) 予測手法のアルゴリズム

Fig. 1 にバルブ開度が変わる場合も考慮した節点需要量、管路流量および節点水頭の予測手法のアルゴリズムを示している。

3. 適用例

ここでは、本手法の有用性およびその特性の把握のため、Fig. 2 に示す福岡市第 9 区画管網系を例にとり、あらかじめ節点需要量、管路流量および節点水頭を模擬発生させて得られた値に対して本手法を適用し、これによる予測値と上記の模擬発生値との比較検討を行ってみよう。Fig. 2 の管網系はすべて配水本管であり、管径は 200~900 (mm)、管路長は 100~1 200 (m) の範囲にあっ

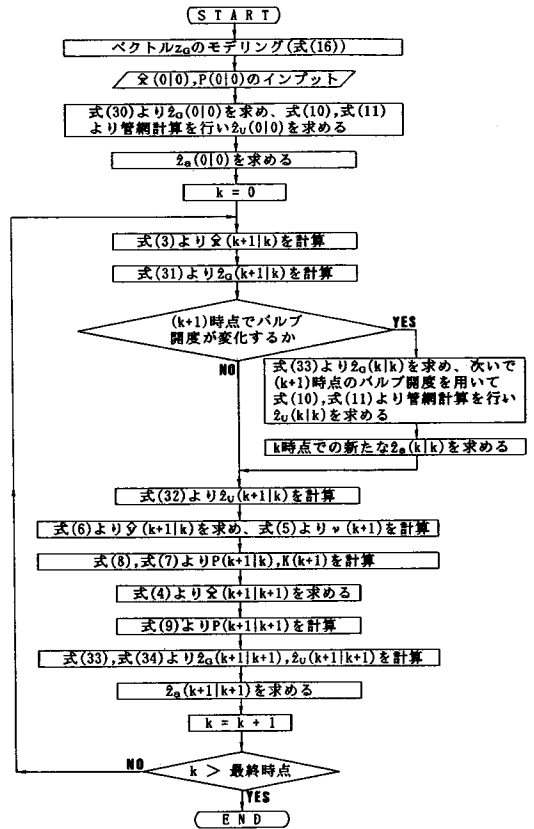


Fig. 1 Algorithm of proposed method.

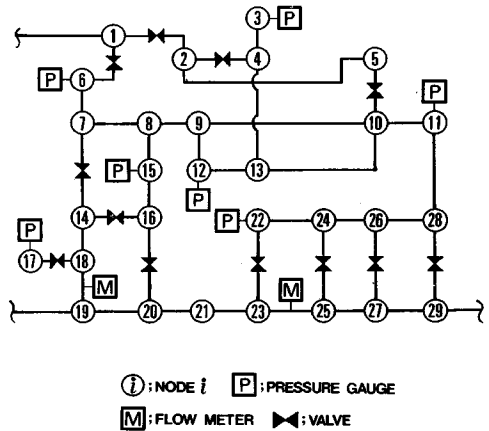


Fig. 2 Block No. 9 of the Fukuoka City water supply network.

て<sup>15)</sup>、式 (12) 中の  $c_{ij}$  については、配水管路が鑄鉄管であることから、鑄鉄管の上水道設計用として普通用いられる  $3.6 \times 10^5$  ( $m^{0.37}/h$ ) を用いた。Fig. 2 の管網系では総節点数  $n_1=29$ 、総管路数  $n_2=37$ 、外部からの流入出量数  $N=3$  であり、流量計 2 個、水圧計 7 個、電動調整バルブ 12 個が設置され、観測量は管路流量  $Q_{18,19}$ 、

$Q_{23,25}$ (2個)と節点水頭  $H_3, H_5, H_{11}, H_{12}, H_{15}, H_{17}, H_{22}$ (7個)であって、 $S_1=9, S_2=0, S=9$ である。

まず、式(16)の周期的確率モデルを用いて節点需要量を模擬発生させる。ここでは需要量および流量、水頭がおおむね24時間周期、12時間周期で変動することを想定して<sup>6)</sup>、すべての節点需要量に対して式(16)の  $l_i=2$  とし、その2つの周波数成分  $f_{i1}=1/24(1/h)$ 、 $f_{i2}=1/12(1/h)$  を設定する。そしてカルマンフィルターにおける状態量すなわち、各節点  $i(i=1\sim 29)$  ごとにたてた式(16)のパラメーターである平均値  $M_i$ 、振幅  $a_{i1}, b_{i1}, a_{i2}, b_{i2}$  (以後単にパラメーターと記す) および雑音の標準偏差  $\sigma_i$  を与え、時間間隔を10分として各節点の需要量時系列を時点で288すなわち48時間まで模擬発生させた。次に、 $(N-1)=2$  個の外部流入量として、節点1と19における値  $Q_{0,1}, Q_{0,19}$  (添字0は外部を意味し、たとえば  $Q_{0,1}$  は外部より節点1に流入する流量である)と基準節点水頭として節点1における水頭  $H_1$  をとり、これらも式(16)の周期的確率モデルを用いて288時点まで模擬発生させた。こうして得られた各時点ごとの節点需要量  $q_1\sim q_{29}$  と  $Q_{0,1}, Q_{0,19}, H_1$  を  $z_c$  とした。次に以上のように模擬発生させた  $z_c$  を用いて、各時点ごとに式(10)、(11)による管網計算を行い、 $z_v$  を算出した(ここでは節点法<sup>13),16)</sup>を用いた)。ここでバルブ操作については次のように設定した。オンラインで予測計算をするにあたり、計算時間間隔を10分とし、連続的に入ってくる流量と水頭に関するセンサ情報については、計算時間間隔の始めの時点で入手した情報をその時間間隔での値(時間間隔内では一定)として取り扱い、またバルブ操作は、時間間隔の始めの時点で入手した情報に従って、必要があれば、その時点で操作を行うことにする。なお、福岡市では、バルブの操作は、管路内の水圧が振動を起こさないように急激な開閉をしないようにしている。またバルブの全開から全閉または全閉から全開に要する時間は、最長と考えられる管径最大の900mmの管でも約300秒としている。すなわち一般的にいうと、バルブ操作時間は、計算間隔10分に比べ十分短い。したがって、本計算では、バルブ操作の次の計算時点では、管路内の流れはその時点のバルブ開度に応じた定常状態になっているとして解析する。本計算で設定したバルブ操作は、Fig.2の12個のバルブのうち節点1~2間、2~4間、7~14間、16~20間、22~23間、26~27間はFig.3(a)のようにし、また節点1~6間、5~10間、14~16間、17~18間、24~25間、28~29間はFig.3(b)のようにした。図の横軸の数字は計算時点である。またバルブ損失係数  $f_{v,i}$  は、バルブ開度  $\theta$  (%) の関数として、福岡市水道局管網計算資料で与えている次式を用いた。

$$f_{v,i}(\theta) = \begin{cases} 165 \cdot 226 \times 10^{-0.18\theta} & (0 < \theta < 12.5) \\ 3 \cdot 696 \times 10^{-0.06\theta} & (12.5 \leq \theta < 45) \\ 221 \times 10^{-0.03\theta} & (45 \leq \theta \leq 100) \end{cases} \dots\dots\dots(35)$$

以上のような模擬発生によって得られた  $z_c$  と  $z_v$  をカルマンフィルター計算における真値として取り扱い、以後単に真値と記す。次に、式(20・a)、(20・b)に示すように、観測雑音  $w'_1, w'_2$  を発生させて、上記の真値に加えてカルマンフィルター計算における観測量とする。観測雑音としては、管路流量に対して平均値0、標準偏差1(m<sup>3</sup>/h)、水頭に対して平均値0、標準偏差0.1(m)の正規性白色雑音を与えた。式(1)のシステム雑音の分散共分散行列  $U=0$  とし、式(2)の観測雑音の分散共分散行列  $W$  は対角成分に100、非対角成分に10を与えた。パラメーターの初期値  $\hat{x}(0|0)$  には、 $z_c$  を模擬発生させたときに用いたパラメーターの値よりも50%小さめの値を与えた。 $\hat{x}(0)$  の推定誤差共分散行列  $P(0|0)$  は、 $z_c$  の各パラメーターの値の大きさを考慮して、 $P(0|0)$  の対角成分のうち節点需要量と基準節点水頭との平均値の成分に対して100、振幅の成分に対して10を与え、また外部流入量の平均値の成分に対して10000、振幅の成分に対して100を与えた。また  $P(0|0)$  の非対角成分にはすべて10を与えた。

以上のようにして、初期値と各時点の観測量を設定して、カルマンフィルターにより  $z_c$  と  $z_v$  の1時点先の予測値を計算した。その結果の一部をFig.4、Fig.5、Fig.6に、またパラメーターの同定結果の一部をFig.7に、ここで設定した真値とともに示している。

### 4. 考 察

#### (1) 予測結果の検討

Fig.4より節点需要量の予測結果をみると、時点が最初のうちは、パラメーターの初期誤差のため予測誤差が生じているが、時点50~120くらいで、Fig.4(c)の  $q_{19}$  を除き、予測値は真値によく追従している。なお、パラメーターの初期誤差を小さくすると、追従する時点は早くなる。 $q_{19}$  の予測結果については、需要量の変動傾向

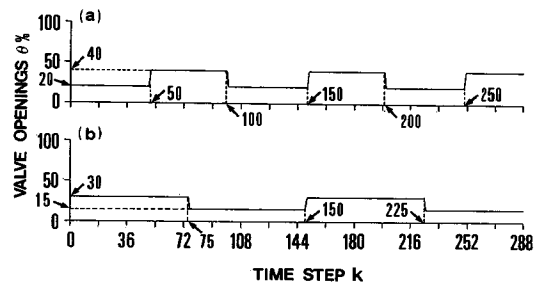


Fig.3 Valve openings used in the simulation.

はおおむね捉えているが、最後まで初期誤差によるバイアス（偏り）が残っている。また、Fig.5(a) の外部流

入量  $Q_{0,19}$  の予測値にも同様のバイアスがみられる。これは、節点 19 には  $q_{19}$  と外部からの流入量  $Q_{0,19}$  があり、配水管網系の内部に設置された流量計、水圧計からのセンサ情報のみでは  $q_{19}$  と  $Q_{0,19}$  の流量を区別することができないため、 $q_{19}$  と  $Q_{0,19}$  の間に当初生じたバイアスは最後まで改善されずに残るためと考えられる。

次に Fig.5(d) に示す流量計が取り付けられている節点 18~19 間の管路流量  $Q_{18,19}$ （観測量）の 1 時点先の予測値は非常に精度よく予測されている。このことはもう 1 つの流量計設置管路の  $Q_{23,25}$  についても同様であった。また、Fig.5(b), (c) に示す流量計の取り付けられていない管の流量（非観測量）の予測値は、バルブの

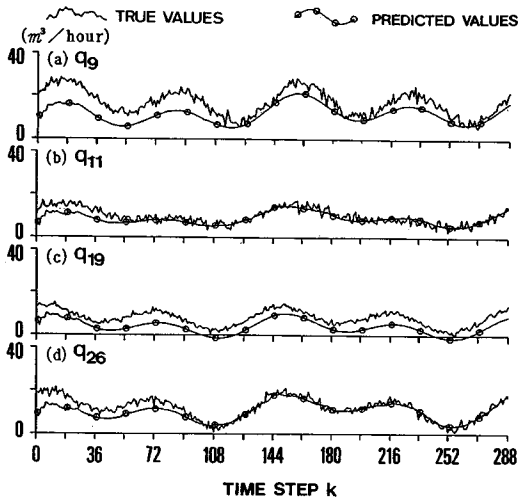


Fig. 4 Results of the one-step ahead prediction for node water demands.

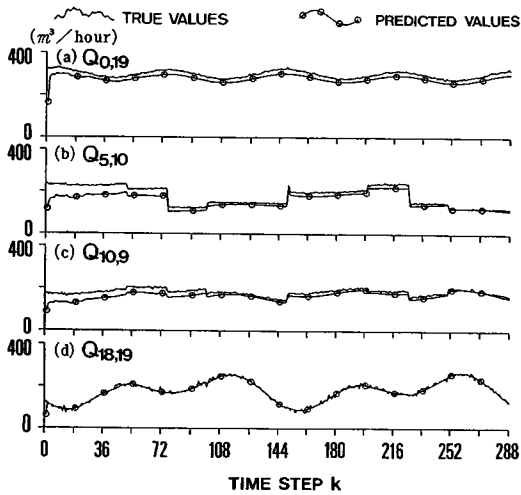


Fig. 5 Results of the one-step ahead prediction for pipe discharges.

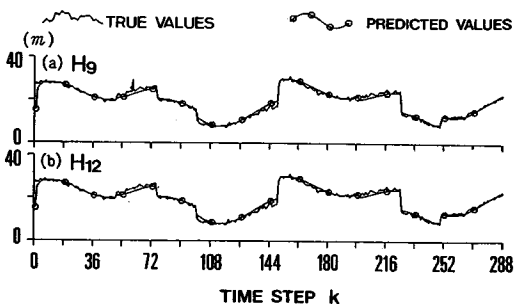


Fig. 6 Results of the one-step ahead prediction for node hydraulic pressures.

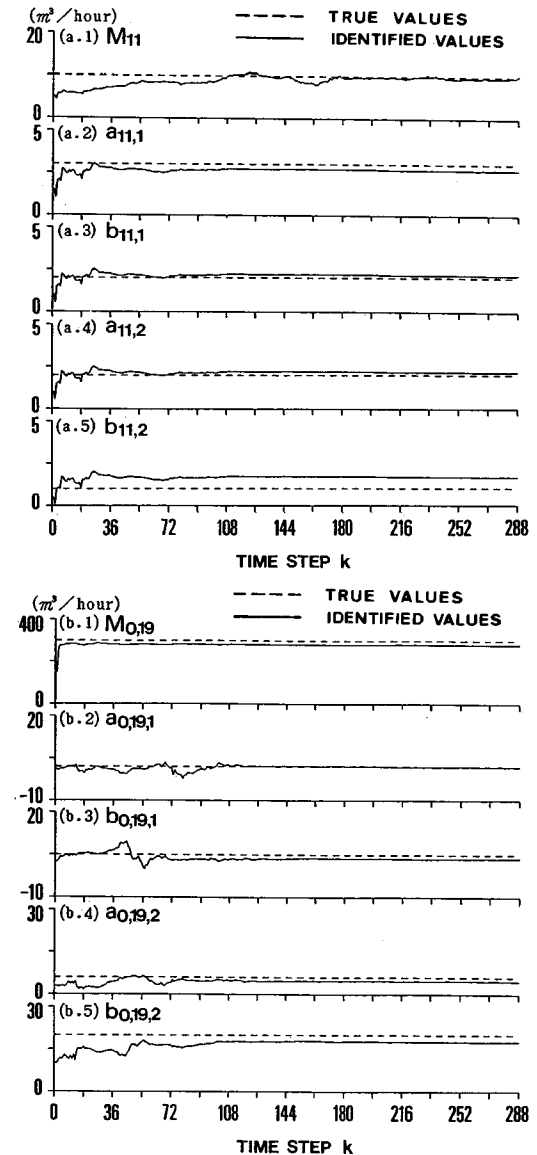


Fig. 7 Identified parameters for  $q_{11}$  and  $Q_{0,19}$ .

設置されていない管路の  $Q_{10,9}$ 、およびバルブの設置管路の  $Q_{5,10}$  いずれでも、初期値誤差の影響が100時点程度までに収束し、精度よく予測されている。さらに、この図以外の非観測管路流量についても同様のことがいえた。また流れ方向が時間的に変化する管路流量の場合でも精度よく予測されていた。

次に、Fig. 6より節点水頭の予測結果をみると、水圧計が設置されている観測節点の水頭  $H_{12}$  および水圧計が設置されていない非観測節点の水頭  $H_9$  の予測値はともに、節点需要量変化による水圧変化およびバルブ変化による階段状の水圧変化に対しても正確に予測されている。他の節点水頭の予測値についても同様に精度よく予測されていた。

次に、Fig. 7(a.1)~(a.5) に示す  $q_{11}$  のパラメータの同定結果をみると、各パラメータとも100時点程度ではほぼ収束している。これらのパラメータのうち平均値  $M_{11}$  以外の振幅パラメータ  $a_{11,1} \sim b_{11,2}$  は真値から少しバイアスを生じて収束しているが、 $q_{11}$  の予測値そのものは Fig. 4(b) のように精度よく求まっている。これはおのおののパラメータの同定値にバイアスが生じても、式(16)に示す周波数成分の重ね合わせによって相補って予測値は真値に近づくためと考えられる<sup>11)</sup>。

以上により、節点水頭については、水圧計が設置されていても、いなくても、その予測精度は非常によい。また管路流量については、流量計が設置されている場合は予測精度は非常によく、流量計が設置されていない場合は、最終的には予測精度はよくなるが、パラメータの初期誤差が収束するのに時間を要することが示された。また節点需要量については、これらがパラメータの同定結果より予測されることから、予測精度は節点水頭、管路流量のそれに比べてやや低下するようである。

(2) 外部からの流入流出が観測される場合

ここでは、Fig. 2の第9区画管網系に外部から流入流出する管に流量計が設置される場合を考える。いまこの設定により  $Q_{0,1}$ 、 $Q_{0,19}$ 、 $Q_{0,29}$  の3個の流量情報をオンラインで入手できるとした場合すなわちセンサ情報として得られる数が3個増え  $S_1=10$ 、 $S_2=2$  の  $S=12$  とした場合、節点需要量、外部流入流出の予測精度がどの程度改善されるかを調べる。この場合の節点需要量  $q_9$ 、 $q_{19}$  および外部流入流出  $Q_{0,19}$  の1時点先の予測結果を Fig. 8に、また  $Q_{0,19}$  の平均値  $M_{0,19}$  の同定結果を Fig. 9に示している。

Fig. 8を Fig. 4(a), (c)、Fig. 5(a)と比較すると、節点19の  $q_{19}$ 、 $Q_{0,19}$  については著しく予測精度が向上している。これは Fig. 7(b.1)における  $M_{0,19}$  のバイアスが Fig. 9のように改善されたことに起因している(なお  $Q_{0,19}$  の  $M_{0,19}$  以外の振幅のパラメータについてはあま

り改善されていなかった)。また、 $q_9$  についても著しい予測精度の向上がみられる。このような予測精度の著しい向上は他のすべての節点需要量および管路流量にもみられた。しかし、管網系内部の管路に外部流入流出の数と同じ3個の流量計を設置した場合は、上述のように全節点需要量、全管路流量にわたっての著しい予測精度の向上は得られなかった。

以上により、外部からの流入流出が観測されれば、外部流入流出のある節点のみならず管網系内部のすべての節点需要量および管路流量に著しい予測精度の向上が期待されるといえる。このため配水管網系を形成する場合、節点需要量の予測精度の観点からみれば、流量計が設置されているところで管網系を区切ることが節点需要量の予測精度の向上につながると思われる。

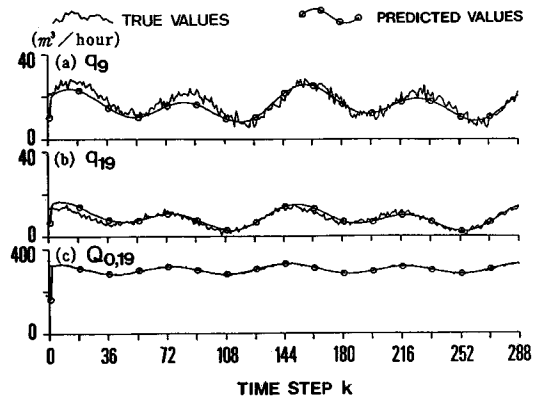


Fig. 8 Results of the one-step ahead prediction of  $q_9$ ,  $q_{19}$ ,  $Q_{0,19}$  when all inflows are observable.

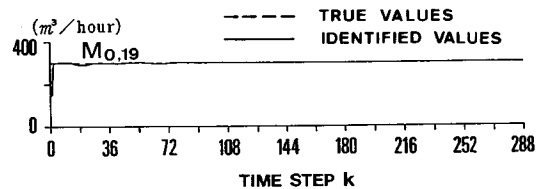


Fig. 9 Identified parameter  $M_{0,19}$  for  $Q_{0,19}$  when all inflows are observable.

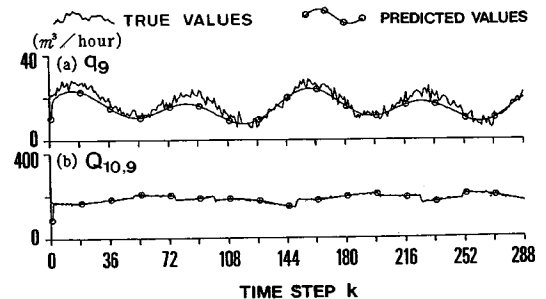


Fig. 10 Results of the one-step ahead prediction of  $q_9$ ,  $Q_{10,9}$  when a flow meter is set between nodes 9 and 10.



(3) 流量計・水圧計の設置と予測精度について

ここでは配水管網内に新たに流量計, 水圧計を設置した場合の節点需要量などの予測精度の向上について検討してみよう. まず Fig. 2 の節点 9, 10 間の管路に流量計を 1 つ設置した場合の  $q_9, Q_{10,9}$  の 1 時点先の予測結果を Fig. 10 に示している. この図を Fig. 4(a), Fig. 5(c) と比較すると, 非常に予測精度が向上していることがわかる. さらにこの場合流量下流側の数節点の需要量 ( $q_6, q_7, q_{14}, q_{15}$  など) の予測精度もかなり向上している. しかし節点 9 および節点 10 の 2 節点に水圧計を取り付けた場合は,  $q_9, Q_{10,9}$  の予測精度はほとんど改善されなかった. 以上のことは別の 2 節点を選んで同様の結果となった. すなわち管網の予測精度の向上には, 水圧計よりも流量計の設置が非常に効果的であるといえる. これは, 水頭は Fig. 6 でわかるように観測量, 非観測量ともに精度よく予測されるので水圧計を取り付けても, フィードバックすべき誤差が余りなく, パラメーターひいては流量の予測精度の向上に寄与しないためと考える. また流量の予測には, 流量の観測値の影響は直接的であるのに比べ, 水頭の観測値の影響は間接的であるためと考えられる.

(4) 線形化誤差の影響について

式 (32) を用いて管路流量と節点水頭の予測値  $\hat{z}_i(k+1|k)$  を求める場合, 式 (32) は式 (22) より導かれ, 式 (22) は式 (11) を線形化した式 (15) より導かれているので, 式 (32) で求められる管路流量および節点水頭には線形化による誤差, すなわち式 (11) の Taylor 展開における 2 次項以降の切り捨て誤差が含まれる. この線形化誤差について検討するため, 基礎式 (10), (11) を用いて計算される管路流量・節点水頭の値  $\eta(k)$  と, 基礎式 (10), (15) より計算される管路流量・節点水頭の値  $\zeta(k)$  との相違を次式の  $\epsilon$  により検討した.

$$\epsilon = \sqrt{\sum_k |\eta(k) - \zeta(k)|^2 / N_k} \dots \dots \dots (36)$$

ここに,  $N_k$ : 全時点数で  $N_k = 288$   
 なお  $\zeta(k)$  には, ここでは式 (22) を用いた.  
 その結果, 管路流量については  $\epsilon = 1.3 \times 10^{-10} \sim 0.23$  (平均 0.047) ( $m^3/h$ ), 節点水頭については  $\epsilon = 5.9 \times 10^{-5} \sim 0.012$  (平均 0.0041) (m) となり, これを Fig. 5, Fig. 6 と照合すると, 図上の縦軸の目盛りからみてこれらの  $\epsilon$  の値がほとんど無視できるほど小さいことがわかる. 事実, 線形化による誤差を平均誤差率で表わすと, たとえば Fig. 5 (b) の管路流量  $Q_{5,10}$  では 0.002%, Fig. 6 (b) の水頭  $H_{12}$  では 0.013% となり線形化による誤差はほとんど無視できるものと考えられる.

(5) 初期値誤差の影響について

初期値誤差が大きくなると予測精度は低下し, 特に流

量計, 水圧計の設置されていない管路流量, 節点水頭および節点需要量の予測精度の低下が著しいが, 流量計, 水圧計の設置されている管路流量, 節点水頭の予測精度は余り低下しない. これはカルマンフィルターが観測量の予測誤差のみをフィードバックして, 観測量に適合するようにパラメーターを修正する手法であることから首肯されよう. なお, 観測雑音の共分散行列  $W$  が予測精度に及ぼす影響等については参考文献 14) を参照されたい.

5. む す び

本論文は, 配水管網内に設置された流量計および水圧計から時々刻々得られるセンサ情報を利用して, カルマンフィルター理論により配水管網内の節点需要量と管路流量および節点水頭をオンライン予測する手法を提案した. 次いで, 配水管網内のいくつかの管路に取り付けられている電動調整バルブの開度が変化する場合にも, 管路流量および節点水頭が予測できるよう本手法を拡張し, そのアルゴリズムを示した. 次に, 福岡市の第 9 区画配水管網系を例にとり, バルブ開度が変化する場合について, 節点需要量, 管路流量および節点水頭をあらかじめ模擬発生させ, これに本手法を適用して, 予測精度を検討した. その結果, 本手法による節点需要量, 管路流量および節点水頭の予測は, 観測量と非観測量との違い, 観測量の数および観測量の設定条件により, それらの精度に相違はあるが, 実用上十分精度よく行うことができることを示した. また流量計の設置の方が水圧計の設置よりも管網全体の予測精度の向上に有効であること, 外部流入出量の観測によって, 管網系全体の予測精度の著しい向上が得られることなど, 本手法の種々の特性を明らかにした.

現在, 福岡市第 9 配水区画においては, 適正水圧の維持を目的として電動バルブを操作していることから, 水圧計を重視して, 7 個設置しているが, 流量計は管の流量異常のチェック程度にしか用いていないため 2 個しか設置していない. しかし, 管網系全体の予測精度の向上の観点からすれば, 前述の理由により流量計を多く設置する方が望ましいと考えられる. また, 流量計, 水圧計を新たに設置する場合, 本手法を用いてシミュレーションすることにより, 管網システム全体の予測精度の向上に有効な最適な設置点を決定することが可能であると考えられる.

次に, 本論文では福岡市の第 9 配水区画を適用例として取り上げたが, 大都市の全配水区画を対象とする場合でも, 現在の電算機容量からみて, 必要があれば行列の計算方式の工夫などの可能性を考慮すれば, 本法による一括計算は十分可能と考える.

今後は、需要量モデル式の検討、初期値、観測雑音の与え方など本手法の適用にあたっての諸問題を研究するとともに、本手法により得られる流量、水頭の予測値に基づいて、管網内の水圧分布を適正化するバルブの最適コントロールについて研究をしてゆきたいと考えている。

おわりに、本研究を遂行するにあたり、福岡市水道局水管理センターならびに水道局計画課の方々に懇切なご助言を賜りました。ここに記して深謝申し上げます。

#### 参 考 文 献

- 1) 大橋星太：水管理都市宣言，水道協会雑誌，第52巻，第8号，pp.16~22，1983年8月。
- 2) 坂根稟一郎・室屋浩一郎・西川真正：配水コントロールにおける配水量推定に関する研究，水道協会雑誌，第411号，pp.10~17，1968年12月。
- 3) 斎藤 肃：カルマンフィルターを用いた配水量予測，第28回全国水道研究発表会講演集，pp.105~107，1977年。
- 4) 田宮正康：札幌市における配水量予測手法—短日予測—，第33回全国水道研究発表会講演集，pp.144~146，1982年。
- 5) 長谷川進・宮沢雄一郎：天候履歴を考慮した配水量予測，第33回全国水道研究発表会講演集，pp.147~149，1982年。
- 6) 神野健二・河村 明・上田年比古：福岡市の浄水場における日配水量の変動特性と予測について，九大工学集報，第59巻，第4号，pp.495~502，1986年8月。
- 7) 瀬古沢照治・松橋誠壽・宮岡伸一郎・嶋内繁行：カルマンフィルタによる需要推定を用いた配水管路網の流量，圧力制御，昭和56年電気学会全国大会講演集，pp.1806~1807，1981年。
- 8) 河村 明・神野健二・上田年比古：周期関数時系列に対する適応的カルマンフィルターの異常値検出特性について，第28回水理講演会論文集，pp.383~390，1984年2月。
- 9) 日野幹雄：水文流出系予測へのカルマンフィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，pp.39~47，1974年1月。
- 10) 日野幹雄：Kalmanの予測推定理論の平易な誘導について，東工大土木工学科研究報告，No.15，pp.91~99，1973年12月。
- 11) 上田年比古・河村 明・神野健二：適応的カルマンフィルターによる異常値検出について，土木学会論文集，第345号/II-1，pp.111~121，1984年5月。
- 12) 河村 明・上田年比古・神野健二：降水時系列の長期的パターン変動の解析，土木学会論文集，第363号/II-4，pp.155~164，1985年11月。
- 13) 高桑哲男：配水管網流量計算法に関する研究(Ⅲ)，水道協会雑誌，第423号，pp.46~60，1969年12月。
- 14) 上田年比古・神野健二・河村 明・土井敬介：センサ情報を用いた配水管網の流量・水圧・需要量の予測，九大工学集報，第59巻，第5号，pp.667~684，1986年10月。
- 15) 土井敬介・河村 明・神野健二・上田年比古：センサ情報を用いた大規模配水ネットワークの水需要量の予測手法について，第31回水理講演会論文集，pp.277~282，1987年2月。
- 16) 河村 明・小谷辰士・上田年比古・神野健二：バルブ損失水頭を考慮した節点法による管網計算法について，水道協会雑誌投稿予定。

(1988.6.20・受付)