

流れおよび水深の非定常変化を考慮した不規則波の 屈折変形の数値モデル

A NUMERICAL MODEL FOR REFRACTION COMPUTATION OF IRREGULAR WAVES DUE TO TIME-VARYING CURRENTS AND WATER DEPTH

山口正隆*・畑田佳男**・早川 淳***

By Masataka YAMAGUCHI, Yoshio HATADA and Jun HAYAKAWA

This paper presents a numerical model for the refraction computation of irregular waves due to time-varying currents and water depth. It is a generalization of the previous grid model by the authors in the case of steady input conditions. The model solves a set of equations for wave number vector components and the conservation equation of wave action spectral density. Current-depth refraction of irregular waves due to time-varying one-dimensional and two-dimensional model currents on a uniformly sloping beach is computed. Time-dependency of currents brings about a time lag between time variations of directional spectra and currents and a change in the amplification effect of directional spectra due to currents. Comparison of the results to the authors' point grid model shows that both models agree well except for a slight smoothing in the present grid model.

Keywords: time-varying current-depth refraction, irregular waves, wave action spectral density, grid model

1. 緒 言

波浪が潮流や河口流のような流れの影響により増加あるいは減少し、波向も変化することはよく知られているが、近年、強い潮流域での波浪はほぼ潮流周期で著しく変動するという興味深い観測結果が報告されている^{1)~3)}。波と流れの相互干渉の結果と考えられるこうした現象の解明と予測法の確立は海岸や海洋の開発利用を推進するうえで重要な課題の1つである。

従来、流れと水深変化が同時に存在する場合の広領域における不規則波の屈折変形の数値計算法として、wave action 方向スペクトル⁴⁾あるいは wave action 波数スペクトル^{5)~8)}の保存則に基づくモデルが開発されている。しかし、これらは著者らのモデル⁸⁾や Tolman³⁾のモデルを除き、いずれも流れや水深の場の定常性を仮定しており、上記の問題の解析に直接適用できない。

著者らのモデル⁸⁾の数値計算は、この種の問題で採用される、①特定の1地点に到達する各成分波の波向線上での計算から特定地点の方向スペクトルの時間変化を算出する1点法^{5), 6)}および②計算対象領域の全格子点上で

同時に方向スペクトルの時間変化を求める格子点法^{4), 7)}のうち、前者の方法によっている。

1点法に基づくモデル(定常および非定常1点モデル)は単純な流れおよび水深条件のもとでは非常に良好な計算精度をもち、プログラムの作成も容易であるうえに、非定常1点モデルの場合、任意の指定時刻における方向スペクトルを計算できるという特徴をもつ。反面、1点モデルは平面的な波浪場を知るには計算時間の面で不適切であるし、現象の線形性の仮定に立脚するので、砕波など波浪の非線形性の影響を考慮することが難しく、モデルの発展性に乏しい。一方、格子点法に基づくモデル(定常および非定常格子点モデル)は1点モデルのもつ問題を解消するけれども、非定常格子点モデルは長時間の計算機の使用を必要とすることから、現在開発中である、wave action 方向スペクトルの保存則の差分近似に基づく Tolman のモデル³⁾を除き、いまだその開発はほとんど試みられていないようである。

本研究は、wave action 波数スペクトルの保存則を数値積分することによって流れおよび水深さらに入射波が非定常変化する場合の不規則波の屈折変形を計算する非定常格子点モデルを提案しようとするものである。すなわち、本論文ではまず、場の非定常変化を考慮した場合の不規則波の屈折変形計算モデルを、特に数値計算法(特

* 正会員 工博 愛媛大学教授 工学部海洋工学科
(〒790 松山市文京町3番)

** 正会員 工修 愛媛大学助手 工学部海洋工学科(同上)

*** 学生会員 愛媛大学大学院工学研究科(同上)

性曲線法の一種である piecewise ray method) および数値計算手順に焦点をあてて述べる。ついで、正弦的時間変化を伴う一次元モデル流れ場に対し、格子点モデルおよび1点モデルによる数値計算を行い、両者の比較から格子点モデルの精度や波浪変形に及ぼす流れの非定常性の影響を検討する。また正弦的時間変化を伴う河口付近での二次元モデル流れ場に対する同様の計算結果の考察に基づき、非定常流れに伴う波浪の変形特性を調べる。なお、この数値モデルは流れや水深の場の定常性を仮定した著者らの定常格子点モデル⁷⁾を場の非定常性を考慮できるように拡張したものに相当する。

2. 屈折変形の数値モデル

(1) 基礎方程式

非定常状態における wave action 波数スペクトルの保存則は次式で表わされる⁹⁾。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial x} \\ & + (C_g \sin \theta + V) \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial y} \\ & + \frac{dk_x}{dt} \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial k_x} + \frac{dk_y}{dt} \frac{\partial N(\mathbf{k})}{\partial k_y} = 0 \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

ここに、 $N(\mathbf{k})$: wave action 波数スペクトル、 \mathbf{k} : 波数ベクトル、 $k_x (=k \cos \theta)$ および $k_y (=k \sin \theta)$: 波数 k の x および y 方向成分、 C_g : 群速度、 θ : 成分波の方向角、 U および V : 鉛直方向に一様な流れの x および y 方向成分、である。また C_g は、水深を h 、 g を重力加速度とすれば、次式で表わされる。

$$C_g = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right) \sqrt{\frac{g}{k} \tanh kh} \dots\dots\dots (2)$$

一方、波数成分の支配方程式は、波数成分 (k_x, k_y) をもつ波が流れ (U, V) に乗って伝播する場合、波数の保存則、波数の非回転条件および微小振幅波理論に基づく分散関係式から、次式のように導かれる⁵⁾。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial k_x}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \frac{\partial k_x}{\partial x} + (C_g \sin \theta + V) \frac{\partial k_x}{\partial y} \\ & = - \frac{gk^2 \operatorname{sech}^2 kh}{2\sigma_m} \frac{\partial h}{\partial x} - k_x \frac{\partial U}{\partial x} - k_y \frac{\partial V}{\partial x} \\ & \frac{\partial k_y}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \frac{\partial k_y}{\partial x} + (C_g \sin \theta + V) \frac{\partial k_y}{\partial y} \\ & = - \frac{gk^2 \operatorname{sech}^2 kh}{2\sigma_m} \frac{\partial h}{\partial y} - k_x \frac{\partial U}{\partial y} - k_y \frac{\partial V}{\partial y} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに、式(3)の左辺はそれぞれ dk_x/dt および dk_y/dt を表わし、 $\sigma_m (= \sqrt{gk \tanh kh})$ は流れに相対的な角振動数である。また、絶対角振動数 σ は流れの影響を考慮すれば、

$$\sigma = \sigma_m + k_x U + k_y V \dots\dots\dots (4)$$

で表わされる。流れおよび水深の場が定常である場合、 $\sigma = \text{const.}$ であるが、これらが非定常変化を伴う場合には、

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma}{\partial t} + (C_g \cos \theta + U) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + (C_g \sin \theta + V) \frac{\partial \sigma}{\partial y} \\ & = \frac{gk^2 \operatorname{sech}^2 kh}{2\sigma_m} \frac{\partial h}{\partial t} + k_x \frac{\partial U}{\partial t} + k_y \frac{\partial V}{\partial t} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

となる⁵⁾。したがって、場の非定常性を考慮するとき、 σ は時間とともに変化する。ただし、式(5)が式(3)および式(4)から導かれることから明らかなように、式(3)~式(5)は相互に独立でないので、実際計算では式(3)~式(5)の4つの式のうち3つを使えば十分である。

通常の数値計算では、格子点での絶対角振動数が入力条件として固定されるので、本研究でも著者らの1点モデル⁸⁾と同様、式(3)および式(4)を解いて波向線および波向線上の波特性を計算する方法を採用する。すなわち、

$$\frac{dx}{dt} = C_g \cos \theta + U, \quad \frac{dy}{dt} = C_g \sin \theta + V \dots\dots\dots (6)$$

で移動する点 (x, y) からみれば、式(3)の左辺は時間に関する常微分項 dk_x/dt および dk_y/dt となり、

$$\left. \begin{aligned} \frac{dk_x}{dt} &= - \frac{gk^2 \operatorname{sech}^2 kh}{2\sigma_m} \frac{\partial h}{\partial x} - k_x \frac{\partial U}{\partial x} - k_y \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{dk_y}{dt} &= - \frac{gk^2 \operatorname{sech}^2 kh}{2\sigma_m} \frac{\partial h}{\partial y} - k_x \frac{\partial U}{\partial y} - k_y \frac{\partial V}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

で表わされる。そして、式(6)および式(7)から計算される点 (x, y) の軌跡、すなわち波向線上では、式(1)から $N(\mathbf{k}) = N(k_x, k_y) = \text{const.}$ が成立し、wave action 波数スペクトルが保存される。この wave action 波数スペクトルの保存則を周波数・方向空間で表わせば、

$$\begin{aligned} \psi(f, \theta) &= [(C_{g1} + U_1 \cos \theta_1 + V_1 \sin \theta_1) / \\ & \quad 2\pi k_1 \sigma_{m1}] E(f_1, \theta_1) \\ &= [(C_{g2} + U_2 \cos \theta_2 + V_2 \sin \theta_2) / \\ & \quad 2\pi k_2 \sigma_{m2}] E(f_2, \theta_2) \\ &= [(C_g + U \cos \theta + V \sin \theta) / 2\pi k \sigma_m] E(f, \theta) \\ &= \Phi(f, \theta) E(f, \theta) = \text{const.} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

となる。ここに、 f : 絶対周波数、 $E(f, \theta)$: 方向スペクトル、および $\psi(f, \theta)$: 周波数・方向空間で表わした wave action 波数スペクトル、である。また、添字 '1' および '2' は異なる場所および時間を表わし、非定常モデルではすべての諸量が時空間変化するの、この区別が重要である。結局、式(8)は格子点モデルにおいて方向スペクトルを計算するための基本的関係式となる。

なお、この種の問題では砕波の影響を考慮することが

重要になるが、本モデルでは波浪変形に及ぼす場の非定常性の影響を検討することに重点を置いているので、碎波の影響を全く考慮していない。

(2) 数値計算法

場の非定常性を考慮した波浪変形計算は各タイムステップごとに、①全周波数・方向および全格子点について式(4)、式(6)および式(7)から1タイムステップ Δt だけ移動する波向線とそこでの波特性(波数, 波向, 周波数)および入力場の条件(水深, 流れおよびこれらの空間勾配)を評価する過程と、②波特性および入力場の条件を用いた wave action 波数スペクトルの計算から式(8)により方向スペクトルを算出する過程, より構成され、それぞれにおいて、① piecewise ray method の適用と、② wave action 波数スペクトルに対する空間, 方向および周波数内挿, が行われる。

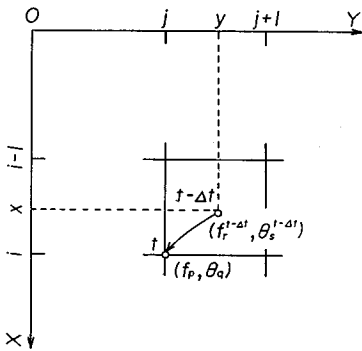


Fig.1 Schematic diagram illustrating the computational method of wave propagation.

いま、Fig.1 に示すように、格子内点 (x, y) より $t - \Delta t$ 時刻に出発した方向 $\theta_s^{t-\Delta t}$ 、絶対周波数 $f_r^{t-\Delta t}$ の成分波に対する wave action 波数スペクトル $\psi(f_r^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ が各成分波ごとに定義される波向線を通り、あらかじめ設定された方向 θ_q および周波数 f_p をもって t 時刻に格子点 (i, j) に到達し、 $\psi(f_p, \theta_q; i, j, t)$ になると考える。この場合、入力周波数 f_p および波向 θ_q は一定値であるのに対し、波向線出発位置 (x, y) の周波数 f_r および波向 θ_s は時空間変化する。また、時刻 $t - \Delta t$ 、位置 (x, y) における周波数, 方向および wave action 波数スペクトルを強調するため、それぞれ $f_r^{t-\Delta t}$ 、 $\theta_s^{t-\Delta t}$ および $\psi(f_r^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ と記されており、他の場合も同様である。

さて、①の計算は次のように行われる。すなわち、任意格子点 (i, j) で周波数 f_p 、方向値 θ_q と t 時刻の水深, 流速を入力条件として、まず式(4)を regula-falsi 法で解くことにより格子点 (i, j) における k_x, k_y および C_g を算出する。ついで、これらを初期値として3次の

Runge-Kutta 法により、式(6)および式(7)を1タイムステップ Δt だけ解き、 $t - \Delta t$ 時刻における波向線先端位置 (x, y) と、そこでの波数, 波向および絶対角振動数(式(4))あるいは絶対周波数 $(\sigma = 2\pi f)$ を求める。これは格子点 (i, j) を出発点とした過去にさかのぼる逆屈折計算であるので、計算にあたっては、波向のみならず、流向をも逆転させる必要がある。また、Runge-Kutta 法に基づく計算に用いられる $t - \Delta t/2$ および $t - \Delta t$ 時刻の波向線先端位置に対応した諸量 $(h, U, V, \partial h/\partial x, \partial h/\partial y, \partial U/\partial x, \partial U/\partial y, \partial V/\partial x, \partial V/\partial y)$ は単位時間ごとに全格子点で与えられた水深および流れの入力値に対する二次元4点補間式と時間に關する1次補間式の適用により推定される。

一方、②の計算は次のようである。すなわち、①の計算で $t - \Delta t$ 時刻において格子内点にある波向線先端位置 (x, y) での波特性(波数, 波向, 周波数)と入力条件(水深, 流速)が得られるので、この位置における wave action 波数スペクトル $\psi(f_r^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ を周囲の格子点における $t - \Delta t$ 時刻での $\psi(f_k^{t-\Delta t}, \theta_i^{t-\Delta t}; i, j, t - \Delta t)$ の空間, 方向および周波数に関する内挿から推定する必要がある。この場合、波向線先端位置における時刻, 空間位置, 方向および周波数のすべてが出発格子点でのそれらと異なり、特に非定常計算では周波数も時空間変化する。

また、定常格子点モデル⁷⁾と同じく、空間内挿には二次元3次 Lagrange 補間式, 方向内挿には1次補間式, また非定常格子点モデルに特有の周波数内挿には対数2次補間式を使用し、できるだけ数値分散を減少させる努力をする。

そこで、まず波向線先端位置 (x, y) での周波数 $f_r^{t-\Delta t}$ および $\theta_s^{t-\Delta t}$ をはさみ込む6つの入力周波数・方向データの組合せ $(f_{m-1}, \theta_n), (f_{m-1}, \theta_{n+1}), (f_m, \theta_n), (f_m, \theta_{n+1}), (f_{m+1}, \theta_n), (f_{m+1}, \theta_{n+1})$ のそれぞれの場合に、周囲の格子点における wave action 波数スペクトル ($t - \Delta t$ 時刻) に対する二次元3次 Lagrange 補間式の適用から波向線先端位置 (x, y) での6組の wave action 波数スペクトル $\psi(f_k, \theta_i; x, y, t - \Delta t)$ を $k = m-1, m, m+1$ および $l = n, n+1$ において推定する。ここに、添字 'm', 'n' はそれぞれ $f_{m-1} < f_r^{t-\Delta t} < f_{m+1}$ および $\theta_n < \theta_s^{t-\Delta t} < \theta_{n+1}$ となる入力周波数および方向データの番号を表わす。

ついで、周波数 f_{m-1}, f_m および f_{m+1} をもつ3つの wave action 波数スペクトルに対し、方向 θ_n と θ_{n+1} に關する1次補間、

$$\begin{aligned} \psi(f_k, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t) &= \psi(f_k, \theta_n; x, y, t - \Delta t) \\ &+ \{ \psi(f_k, \theta_{n+1}; x, y, t - \Delta t) \\ &- \psi(f_k, \theta_n; x, y, t - \Delta t) \} \cdot (\theta_s^{t-\Delta t} - \theta_n) / (\theta_{n+1} - \theta_n) \\ &\dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

を行い、 $\psi(f_k, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$, $k = m-1, m, m+1$ の3つを求める。さらに、周波数に関する $\psi(f_k, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ の変化が大きいことを考慮し、周波数に関する内挿の精度を確保するため、これら3つの $\log \psi(f_{m-1}^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t) = a(\log f_{m-1}^{t-\Delta t})^2$

$$+ b(\log f_m^{t-\Delta t}) + c \dots \dots \dots (10)$$

から、波向線先端位置 (x, y) での波特性に対応する wave action 波数スペクトル $\psi(f_{m-1}^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ を推定する。ここに、 a, b および c は $\psi(f_k, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$, $k = m-1, m, m+1$ の3つの値で決まる係数である。ただし、周波数データは一般に不等間隔で与えられるので、式 (10) の適用にあたり、中間周波数番号 m は、

$$(f_m - f_{m-1})/2 < |f_{m-1}^{t-\Delta t} - f_m| < (f_{m+1} - f_m)/2 \dots \dots \dots (11)$$

を満足するように決定する。

また、3つの周波数 (f_{m-1}, f_m, f_{m+1}) に対する $\psi(f_k, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ のうち、両端の1つが0である場合には、2つの周波数 $(f_{m-1}, f_m$ あるいは $f_m, f_{m+1})$ とこれに対応する $\psi(f_k, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ を使用して対数1次式、

$$\log \psi(f_{m-1}^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t) = a'(\log f_{m-1}^{t-\Delta t}) + b' \dots \dots \dots (12)$$

をあてはめる。ここに、 a' および b' は対数1次式の係数である。この式は格子点での入力周波数 f_k , $k = m-1, m, m+1$ と波向線先端位置 (x, y) での周波数 $f_{m-1}^{t-\Delta t}$ の大小関係により、外挿式として働く場合もある。

以上のようにして入力データとして与えた周波数と方向に関する6つの組合せに対応する wave action 波数スペクトルの内挿から、 $t - \Delta t$ 時刻において波向線先端位置 (x, y) で周波数 $f_{m-1}^{t-\Delta t}$ 、方向 $\theta_s^{t-\Delta t}$ をもつ成分波の wave action 波数スペクトル $\psi(f_{m-1}^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t - \Delta t)$ が1個推定されるので、これを波向線出発点である格子点 (i, j) における (f_p, θ_q) 成分に対する t 時刻での wave action 波数スペクトル $\psi(f_p, \theta_q; i, j, t)$ とみなし、さらに t 時刻における格子点 (i, j) での波、水深および流れ特性 $(C_s^t, k_x^t, \sigma_m^t, h^t, U^t, V^t)$ を使用すれば、方向スペクトル $E(f_p, \theta_q; i, j, t)$ が算出される。そして、この過程を全格子点で全周波数・方向成分に対して繰り返すことにより、1タイムステップ当たりの伝播計算が完了する。したがって、非定常計算では、①および②の計算を全タイムステップについて継続するが、定常計算では②の計算を、方向スペクトルの計算結果がほとんど変化しなくなるまで実行すればよい。

数値計算においては、沖側の流入境界で方向スペクトル値を与える必要がある。本研究では、酒井ら⁴⁾あるいは著者ら⁷⁾の定常格子点モデルと同様に、スペクトルパ

ラメーターを有義波高 $H_{1/3}$ と有義波周期 $T_{1/3}$ で表示した光易II型周波数スペクトルと光易型方向分布関数の積で表わされる方向スペクトルモデルを用いる。

$$\left. \begin{aligned} E_0(f, \theta) &= E_0(f) \cdot D_0(f, \theta) \\ E_0(f) &= 0.257 H_{1/3}^{0.2} T_{1/3}^{0.3} (T_{1/3}^0 f)^{-5} \\ &\quad \cdot \exp \{-1.03 (T_{1/3}^0 f)^{-4}\} \\ D_0(f, \theta) &= \frac{1}{\pi} 2^{2s-1} \frac{\Gamma^2(s+1)}{\Gamma(2s+1)} \cos^{2s} \frac{(\theta - \theta_w)}{2} \\ S &= \begin{cases} S_{\max}(f/f_{op})^5 & ; f < f_{op} \\ S_{\max}(f/f_{op})^{-2.5} & ; f \geq f_{op} \end{cases} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 $E(f)$: 周波数スペクトル, $f_{op} (=1/1.05 T_{(1/3)0})$: ピーク周波数, θ_w : 主波向あるいは風向, $D(f, \theta)$: 方向分布関数, Γ : Gamma 関数, S : エネルギー集中度係数, および添字 '0': 沖側境界での値, を意味する。そして $\theta \leq 0^\circ$ あるいは $\theta \geq 180^\circ$ では $E_0(f, \theta) = 0$ とする。また入射波浪の非定常変化は $H_{1/3}^0, T_{1/3}^0$ および θ_w を時間的に変化させることにより得られる。一方、空間内挿に二次元3次 Lagrange 補間式が使用できない岸側境界は、二次元4点補間式によって wave action 波数スペクトルが計算される流出境界とする。なお、計算開始時点の領域内部における方向スペクトルの値は0とおく。

(3) 数値計算の流れ

具体的な計算手順は以下のように記述される。

- ① 格子間隔 $\Delta x, \Delta y$, 格子点数, 周波数個数, 周波数データ (通常, 不等間隔), 方向個数, 方向データ (等間隔), およびタイムステップ Δt を与える。
- ② 正方向格子網に分割した計算対象領域の全格子点で水深および流速を適当な時間間隔 (たとえば, 12時間変動周期をもつ流れに対しては1時間) ごとに与え, すべて記憶させる。
- ③ 時刻 t を指定し, 沖側の境界で有義波高 $H_{1/3}^0$, 有義波周期 $T_{1/3}^0$, 主方向 θ_w を与え, 式 (13) より入力方向スペクトル $E_0(f, \theta)$ を計算する。
- ④ 単位時間ごとに与えられた水深および流速を時間に関して1次補間することにより, $t, t - \Delta t/2$ および $t - \Delta t$ 時刻の全格子点における水深 h , 流れ U, V を算出する。また, h, U, V の空間に関する中央差分を取ることで, 3時刻での全格子点における $\partial h/\partial x, \partial h/\partial y, \partial U/\partial x, \partial U/\partial y, \partial V/\partial x, \partial V/\partial y$ を求める。
- ⑤ 絶対周波数 f_p , 波向 θ_q をもつ成分波に対し式 (4) を regula-falsi 法で解き, t 時刻における波数成分 k_x^t, k_y^t , 群速度 C_g^t などを全格子点で算出する。式 (4) の解が得られない場合には, t 時刻でその成分波に対するエネルギーは存在しないので, wave action 波数スペクトルあるいは方向スペクトルの値を0とする。

⑥ ⑤の値を出発値として3次のRunge-Kutta法により逆屈折計算を行い、 Δt 前($t-\Delta t$ 時刻)における波向線先端位置(x, y)および波数 $k^{t-\Delta t}$ 、波向 $\theta_s^{t-\Delta t}$ 、式(4)による絶対周波数 $f_r^{t-\Delta t}$ 、水深 $h^{t-\Delta t}$ 、流れ $U^{t-\Delta t}$ 、 $V^{t-\Delta t}$ 、群速度 $C_g^{t-\Delta t}$ を求め、記憶させる。この計算過程における波向線先端位置での水深および流れとその空間勾配は④に対する二次元4点補間式の適用により推定される。ただし、波向線先端位置が出発格子点より岸側にある場合および波向線が岸側を向く場合には、その成分波に対する伝播計算を行わないものとする。

⑦ ⑤, ⑥の計算を全周波数・方向について繰り返す。

⑧ $t-\Delta t$ 時刻の方向スペクトルと波浪特性から全格子点におけるwave action波数スペクトル $\phi(f_p^{t-\Delta t}, \theta_q^{t-\Delta t}; i, j, t-\Delta t)$ を全入力周波数・方向データについて算出する。

⑨ 波向線先端位置(x, y)において1つの周波数 $f_r^{t-\Delta t}$ および波向 $\theta_s^{t-\Delta t}$ をそれぞれはさみ込む6つの入力周波数・方向データの組合せ、 (f_{m-1}, θ_n) , (f_{m-1}, θ_{n+1}) , (f_m, θ_n) , (f_m, θ_{n+1}) , (f_{m+1}, θ_n) , (f_{m+1}, θ_{n+1}) を見出し、これらに対応する波向線先端位置(x, y)でのwave action波数スペクトル $\phi(f_n, \theta_l; x, y, t-\Delta t)$ を $k=m-1, m, m+1$ および $l=n, n+1$ において二次元3次Lagrange補間式から内挿する。時点はもちろん $t-\Delta t$ である。また3次補間式が適用できない流出境界および流入境界の隣の格子点では二次元4点補間式を使用する。

⑩ $t-\Delta t$ 時刻の $\phi(f_{m-1}, \theta_n; x, y, t-\Delta t)$ と $\phi(f_{m-1}, \theta_{n+1}; x, y, t-\Delta t)$ を方向に関して1次補間(式(9))し、 $\phi(f_{m-1}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ を求める。 $\phi(f_m, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ および $\phi(f_{m+1}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ も同様である。

⑪ $\phi(f_{m-1}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$, $\phi(f_m, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ および $\phi(f_{m+1}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ に対数2次式の式(10)をあてはめ、 $\phi(f_r^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ を内挿する。 $\phi(f_{m-1}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ あるいは $\phi(f_{m+1}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ が0である場合および入力周波数データ両端近くのように対数2次式が使用できない場合には、対数1次式による内挿あるいは外挿を行う。

⑫ $t-\Delta t$ 時刻における周波数 $f_r^{t-\Delta t}$ 、方向 $\theta_s^{t-\Delta t}$ の成分波に対する $\phi(f_r^{t-\Delta t}, \theta_s^{t-\Delta t}; x, y, t-\Delta t)$ は、 Δt 時間の波向線に沿う伝播の後、 t 時刻における格子点(i, j)での周波数 f_p 、方向 θ_q の成分波に対する $\phi(f_p, \theta_q; i, j, t)$ となるので、 $\phi(f_p, \theta_q; i, j, t)$ を格子点(i, j)での t 時刻における $\Phi(f_p, \theta_q; i, j, t)$ (式(8))で割ることにより、 t 時刻における方向スペクトル $E(f_p, \theta_q; i, j, t)$ を算出する。

⑬ ④~⑫の計算を繰り返し、 t 時刻における全成分波に対する全格子点での方向スペクトル $E(f, \theta)$ を算出したのち、周波数スペクトルおよび有義波などの平均波特性を次式により算出する。

$$\left. \begin{aligned} E(f) &= \int_0^\pi E(f, \theta) d\theta, \quad \epsilon = \int_0^\infty E(f) df \\ H_{1/3} &= 4\sqrt{\epsilon}, \quad T_{1/3} = 1.22 \sqrt{\epsilon / \int_0^\infty f^2 E(f) df} \\ \bar{\theta} &= \tan^{-1} \left\{ \frac{\int_0^\infty \int_0^\pi E(f, \theta) \sin \theta d\theta df}{\int_0^\infty \int_0^\pi E(f, \theta) \cos \theta d\theta df} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

ここに、 ϵ :波の全エネルギーおよび $\bar{\theta}$:平均波向、である。

⑭ 時刻を Δt 進め、 $t+\Delta t$ 時刻について③~⑬の計算を行う。流れおよび水深の場合と入射波条件が定常の場合には⑧に戻る。

以上が計算プログラムの流れであるが、各タイムステップで波向線の計算が行われるので、タイムステップが小さい場合には全体として膨大な計算時間を必要とする。しかし、定常条件の計算では波向線の計算は1時点で済むうえに、周波数に関する内挿が不要であり、wave action波数スペクトルの空間内挿回数が1/3になるので、計算時間は大幅に短縮される。

3. 一次元モデル流れに対する波浪変形計算

(1) 計算条件

ここでは新しく開発した格子点モデルの妥当性を著者らの1点モデル⁸⁾に基づく計算結果との比較から検討する。1点モデルは、波向線計算において水深および流れの時空間内挿を行うにすぎないので、岸沖方向に直線変化する単純な流れおよび水深場の場合には、ほとんど誤差を生じない。

計算領域は海底勾配1/1000(最大水深40m)の一樣勾配地形において x 軸を沿岸方向、 y 軸を沖から岸方向へ取り、格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 4000$ mで 5×12 に分割したものである。計算ケースは12時間の変動周期をもつ最大空間勾配1/20000の流れ、

$$U=0, \quad V = \begin{cases} -0.2(j-4) \sin \{(k-1)\pi/6\}; & j \geq 4 \\ 0 & j < 4 \end{cases} \dots\dots\dots(15)$$

が存在する場合であり、実際の計算時刻における流速は、上式に従って格子点上で1時間ごとに計算した流速を時間に関し1次補間して与えた。ここに、 j :沖から岸方向へ取った格子点の番号、および k :1時間単位で与える入力流速データの時刻を表わす指数、である。

格子点モデルで使用した周波数データは0.09~0.571

Hz 間の 30 個 (不等分割), 方向データは $0 \sim 180^\circ$ 間の 37 個 (方向幅 $\Delta\theta = 5^\circ$), タイムステップは $\Delta t = 5 \text{ min}$ である. 数値計算は流速変動の 2 周期分に相当する 24 時間について行い, 2 周期目の結果を採用する. これは, 格子点モデルでは沖側から入射した波が岸側境界に到達したのち, 安定した解を形成するまでに遷移過程が存在するためである.

一方, 1 点モデルでも同じ周波数および方向データを用い, タイムステップは最低周波数 $f = 0.09 \text{ Hz}$ に対し $\Delta t = 72 \text{ s}$ で, 高周波側ほど比例的に Δt を増加させて計算を行った. 1 点モデルでは任意の指定時刻について独立に計算が進められることから, 30 分ごとに計算を行ったが, この際, 計算開始時刻から波向線先端が境界へ到達する時刻 (指定時刻より過去にさかのぼる) 間における流れおよび水深の経時変化と到達時刻での入射波条件が与えられなければならない.

沖側での入射波条件は $H_{1/3}^{(0)} = 3 \text{ m}$, $T_{1/3}^{(0)} = 7 \text{ s}$, $S_{\max} = 10$, $\theta_w = 60^\circ$ を与えて式 (13) から計算した方向スペクトル $E_0(f, \theta)$ である.

実際計算では, 格子点モデルおよび 1 点モデルの両者によって, まず式 (15) で正弦関数を除去した定常一次元モデル流れ場に対する波浪変形計算を上述と同じ条件 (ただし, 方向分割数は 73 個, $\Delta\theta = 2.5^\circ$) のもとで行ったのち, 式 (15) による非定常一次元モデル流れ場に対する変形計算を実施した. 一次元モデル流れ場の場合に対する両モデルの計算結果の比較は水深 8 m, 流速の絶対値の最大が 1.4 m/s である地点 ($j = 11$) について行う.

なお, 一次元条件に対する実際の計算は計算時間を節

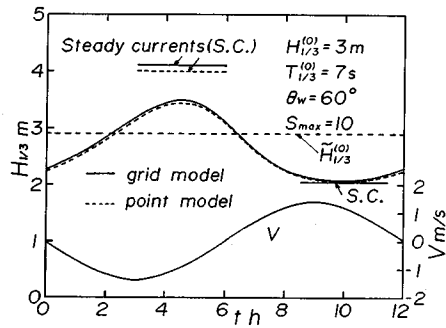


Fig. 2 Time variation of wave heights with unsteady one-dimensional currents on a uniformly sloping beach.

約するため, 両モデルについて沿岸方向の一様性を仮定し, 任意の二次元流れおよび地形に適用可能なモデルを一次元モデルに再編成して行った.

(2) 計算結果

まず, Fig. 2 は両モデルによる波高の経時変化を $h = 8 \text{ m}$ 地点について示したものであり, 入射波高, 流速の経時変化および流速の最大・最小値に相当する定常流れの場合の波高の計算結果も与えられている. これによると, 格子点モデルによる結果は 1 点モデルによる結果とほぼ同じ値を取り, 波高が流速より 1 時間程度遅れて周期的に変動する挙動を示すが, 定常逆流の場合には両者の間に若干の相違が現われる. また, 定常流れの場合の波高は非定常流れの場合の値と比べて逆流の場合に大きく, 順流の場合にはほとんど変わらない. すなわち, 非定常流れの場合には各成分波が異なる時刻の流れの影響を受け, 特に方向スペクトル値が増加する逆流時にはこの影響が顕著になるので, 定常流れの場合ほど著しい波

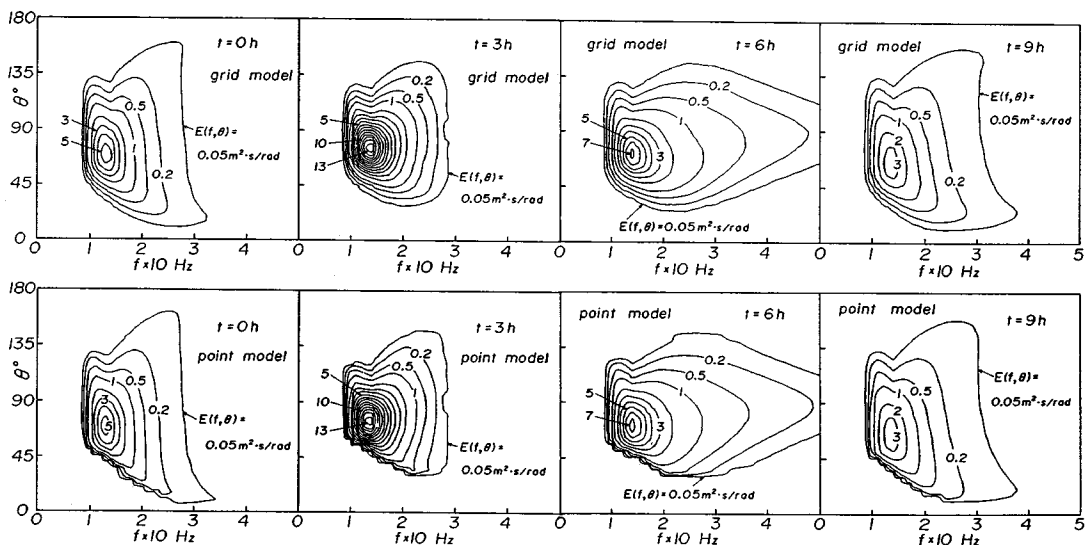


Fig. 3 Time variation of directional spectra with unsteady one-dimensional currents on a uniformly sloping beach.

高増加を示さない。ただし、全平面で定義された方向スペクトル値のうち、 $0 < \theta < 180^\circ$ の区間のものを使用しているため、入射波高の計算結果 $\tilde{H}_{1/3}^{(0)}$ は入力として与えられた入射波高 $H_{1/3}^{(0)}$ よりやや小さい。

Fig. 3 は両モデルに基づく水深 8 m 地点での方向スペクトルの等値線分布を 3 時間ごとに示したものである。一般に、水深変化に伴う屈折により、波は等深線直角方向 ($\theta = 90^\circ$) に変化するので、水深の小さい岸側地点で低周波側ほど方向スペクトルの存在する方向幅が沖側に比べて狭くなり、 $\theta = 90^\circ$ をはさむ 2 つの方向 (限界波向) に方向スペクトルの急変部が形成される^{7), 10)}。特に、本ケースでは入力する入射波向 ($\theta_w = 60^\circ$) に対応して、 $\theta < 90^\circ$ における方向スペクトルの値が大きいので、そこでの方向スペクトルの変化が顕著になる。

一方、定常流れの影響を検討した著者らの結果¹⁰⁾によれば、逆流時には方向スペクトルが存在する周波数および方向範囲が狭くなる。すなわち、高周波側の成分波ほど絶対群速度が小さくなるので、波が流れを遡上できない限界周波数が存在するし、この限界周波数は同一周波数に対して絶対群速度が小さい成分波 (本ケースでは $\theta = 90^\circ$ に近い波向をもつ成分波) ほど小さい値を取る。そして限界周波数よりやや小さい周波数では、流れにより方向スペクトルの値が著しく増大するため、限界周波数付近に方向スペクトルの急増部が形成される。逆に、順流時には流れが存在しない場合に比べて方向スペクトルの存在する方向範囲が拡大し、方向スペクトルの値が減少する。

こうした観点から Fig. 3 を順次みると、低周波側ほど流速変化に対する応答に時間を要するので、順流から逆流に変化する $t=0$ では順流の影響を受けた方向スペクトルの特徴が低周波側ほど残るが、時間の経過とともにしだいに逆流の影響が卓越し、逆流最強時 ($t=3$ h) では方向スペクトルの集中傾向が増大する。しかし、高周波側の方向スペクトルは山口ら¹⁰⁾の定常逆流に対する結果ほど急激な増加を示さないことから、高周波側での等値線分布の変化も比較的滑らかである。これは、逆流による方向スペクトルの増幅効果が各成分波に対して最大限発揮される定常流れの場合と異なり、非定常流れの場合には低周波成分ほど以前の時刻における逆流の影響を受けることから、各成分波に対し増幅効果が最大となる時刻に時間的なずれが生じ、同時に重ならないためである。この結果、方向スペクトルの経時変化は流れの変化より遅れることになり、波高変化も同様の挙動を示す。

ついで、逆流から順流に変化する $t=6$ h では、低周波側ほど以前の時刻における、より大きな値をもつ逆流の影響を受けるので、方向スペクトルの低周波側の等値線分布には強い逆流の影響が残る。しかし、高周波側で

は弱い逆流 (限界周波数が計算で使用する最大周波数より高周波側に位置する) によっても方向スペクトルの値が増大するので、その等値線が高周波側に伸びる。さらに、順流最強時 ($t=9$ h) では順流の影響が再び増加する結果、方向スペクトルの等値線幅が広がり、方向スペクトルの値も減少する。もちろん、順流により方向スペクトルの値が最も小さくなる時刻も各成分波ごとに異なるけれども、順流による方向スペクトルの減少量は逆流による増加量ほど大きくないので、順流時には流れの非定常性の影響は逆流時ほど顕著に現われないと考えられる。

次に、両モデルによる計算結果を比較すると、1 点モデルは岸沖方向に直線変化を伴う単純な流れおよび水深場ではほとんど計算誤差を生じないので、 $\theta < 60^\circ$ の波向における低周波側から高周波側にかけての方向スペクトルの急変を十分に再現し得る。これに対し、格子点モデルでは場の変化が急激な場合ほど空間、方向および周波数に関する内挿を通じて導入される数値分散が増大する。この結果、両モデルによる方向スペクトルの等値線の全体的形状はかなりよく対応するけれども、方向スペクトルの急変部では、格子点モデルはやや平滑化された結果を与える。

4. 二次元モデル流れに対する波浪変形計算

(1) 計算条件

ここでは、Fig. 4 に示す流速分布が 6 時間周期で正弦的に変化する場合の格子点モデルおよび 1 点モデルに基づく計算結果の考察から、非定常二次元モデル流れ場における波浪変形特性を検討する。この流速分布は感潮河川の河口付近における流れを想定したものである。しかし、計算機の使用時間および記憶容量の制約を考慮して、計算領域の空間スケールおよび計算時間間隔をかなり大きく取るとともに、入射角に $\theta_w = 90^\circ$ を与えて解を領域中心線に関し対称とする条件を設けた。また計算は流れの 2 周期 (12 時間) にわたって行い、定常振動解が得られる後半の 6 時間相当分を考察に用いた。

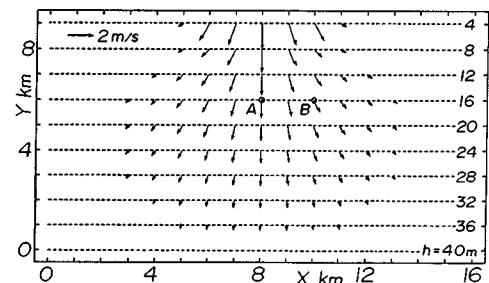


Fig. 4 An example of two-dimensional current patterns given in the computation.

数値計算は格子間隔 $\Delta x = \Delta y = 1000$ m で 17×10 に分割した海底勾配 $1/250$ ($h = 40 \sim 4$ m) をもつ正方形格子網で定常流れ (非定常流れの場合の最大あるいは最小流速分布をそれぞれ与える) および非定常流れの場合について行った. この場合, 周波数は $0.09 \sim 0.351$ Hz 間を不等分割した 18 個, 方向は $0 \sim 180^\circ$ 間を $\Delta\theta = 5^\circ$ で等分割した 37 個である. 一方, タイムステップは格子点モデルの場合には $\Delta t = 1.5$ min であり, 1 点モデルの場合には最低周波数 $f = 0.09$ Hz に対し $\Delta t = 20$ s とし, 高周波例ほど比例的に Δt を増加させた. また, 計算過程において流速の時間内挿に伴う誤差をなくすため, いずれのモデルにおいても流速を各時刻ごとに計算した.

格子点モデルにおける境界条件として, 沖側境界では $H_{1/3}^{(0)} = 1$ m, $T_{1/3}^{(0)} = 8$ s, $S_{\max} = 10$, $\theta_w = 90^\circ$ に対して式(13)から計算した方向スペクトルを与え, 岸側境界は二次元 4 点補間式が適用される流出境界とした. また, 側方境界では, 流れが存在しない場合の平行等深線地形が無限に続くとして仮定し, wave action 波数スペクトルの沿岸方向勾配を 0 とした.

一方, 1 点モデルにおける入射波の方向スペクトルも全く同じである. また, 流れが存在しない側方境界に波向線先端が到達する場合には, 平行等深線地形上の水深屈折に対する解析解 (Snell の法則) によって数値解を接続し, 沖側境界における波特性および方向スペクトルを算出した.

格子点モデルに基づく実際の計算では, 計算機の使用時間を節約するため, プログラムを以下のように変更した.

① 水深および流速が沿岸方向格子線 $i = 9$ ($x = 8$ km) に関して, また方向スペクトルが $\theta = 90^\circ$ に関して対称であるので, 逆屈折計算および伝播計算を $0 \sim 90^\circ$ の角度について行い, 残りの方向成分に対応する方向スペクトルは $0 \sim 90^\circ$ の結果を空間および方向に関して折り返すことにより与える.

② 波向線およびそこの波特性が流れの非定常変化

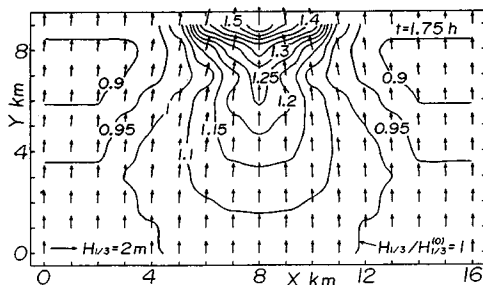


Fig. 5 Spatial distribution of wave heights and directions with unsteady two-dimensional currents on a uniformly sloping beach.

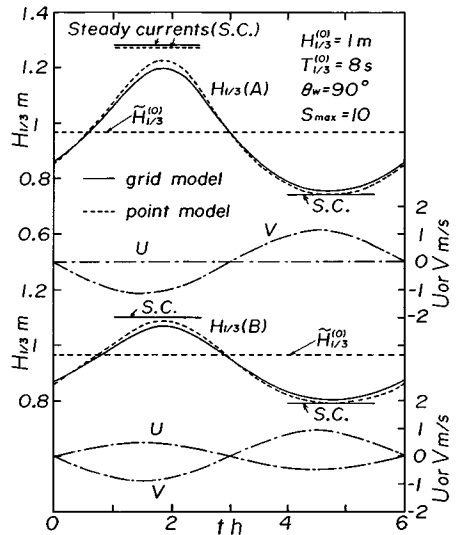


Fig. 6 Time variation of wave heights with unsteady two-dimensional currents on a uniformly sloping beach.

の影響を受けるのは, 水深の時間変化を考慮しない本ケースの場合, 流速が有限値を取る格子点のみであるので, それ以外の格子点では逆屈折計算を 1 回のみ行う.

(2) 計算結果

Fig. 5 は逆流最強時近傍 ($t = 1.75$ h) における有義波高ベクトル図 (矢印の長さが有義波高を, 矢印の向きが平均波向を表わす) および有義波高の等値線分布を示したものである. これによると, 逆流時には波高ベクトルは河口に向かって集中する傾向を示し, 波高も入射波高の 1.55 倍程度にまで増加する. また, 順流時には波高ベクトルは河口から離れる方向に変化し, 波高も入射波高の 0.75 倍程度にまで減少する. こうした挙動は定常流れの場合の状況¹⁰⁾とよく似ている.

Fig. 6 は Fig. 4 に示した A および B 地点 (水深はそれぞれ $h = 16$ m) における波高および流速成分の経時変化を両モデルについて示したものであり, 非定常流れの最大流速 (順流) および最小流速 (逆流) に相当する定常流れの場合の波高の計算結果も同時に与えられている. これによると, いずれのモデルによる結果においても波高は流速に比べ 1 時間程度遅れて追従する経時変化を示すが, 逆流による方向スペクトルの増加量が順流による減少量より大きいので, 最大波高時近傍の時間波形が尖り, 最小波高時近傍の時間波形が平坦化する. また, 一次元モデル流れの場合と同様に順流最強時の波高は定常流れの場合の値とほとんど変わらないのに対し, 逆流最強時の波高は定常流れの場合の値よりも低い.

また, 両モデルの結果を比較すると, 定常流れの場合には波高の絶対値がほぼ等しいのに対し, 非定常流れの

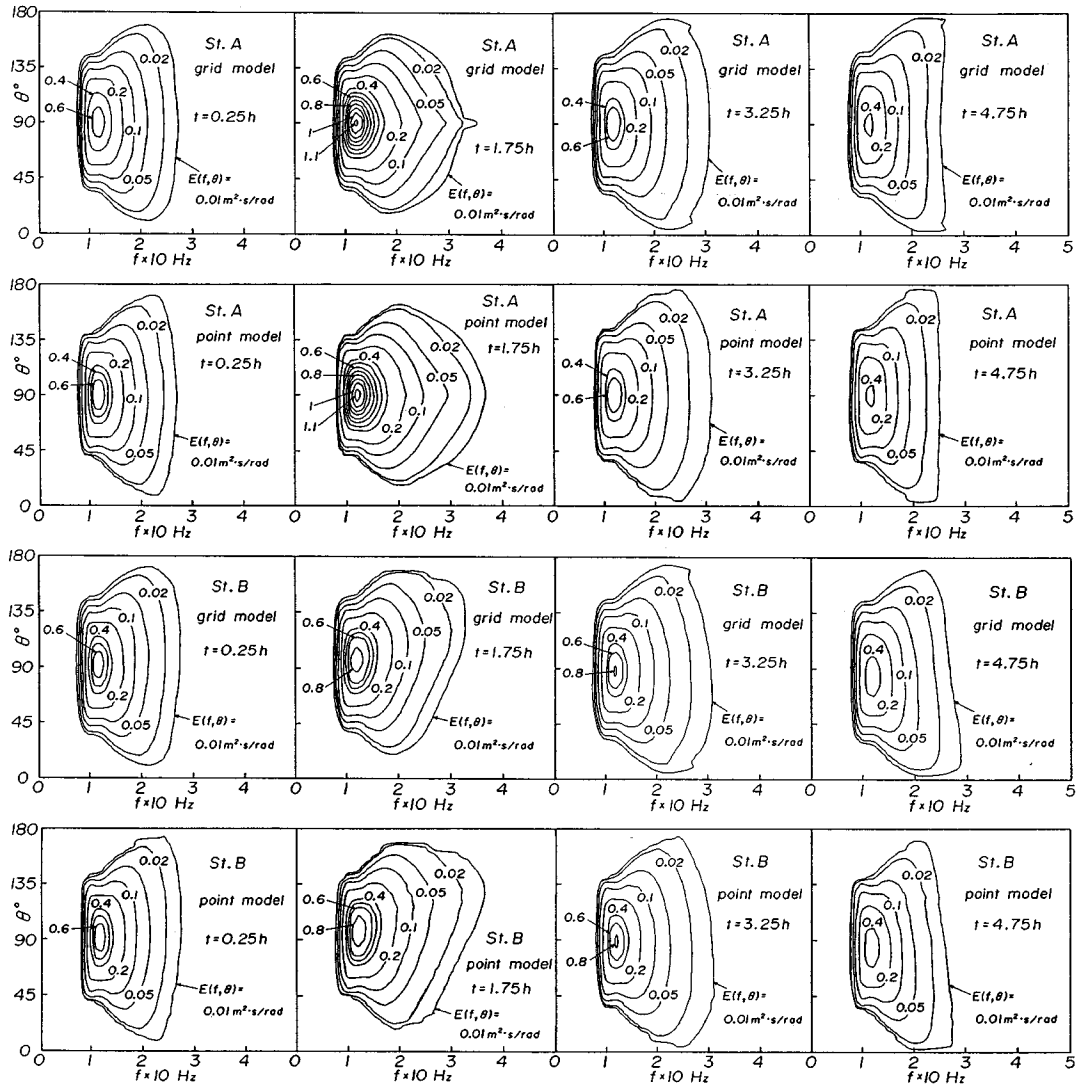


Fig. 7 Time variation of directional spectra with unsteady two-dimensional currents on a uniformly sloping beach.

場合には格子点モデルによる波高変化量がほとんど全期間で一点モデルの結果よりやや小さい。

Fig. 7は両モデルに基づくAおよびB地点での方向スペクトルを4時点 ($t=0.25, 1.75, 3.25$ および 4.75 h) について等値線分布として示したものである。A地点での方向スペクトルは計算上当然 $\theta=90^\circ$ に関して対称であり、逆流最強時近傍 ($t=1.75$ h) では方向スペクトルの存在する方向幅が狭くなるとともに、方向スペクトルの値が増大するのに対し、順流最強時近傍 ($t=4.75$ h) では逆の現象が生じる。また逆流から順流への遷移時点にはほぼ相当する $t=3.25$ h では、逆流の影響の減少と順流の影響の増大により方向スペクトルの存在する方向幅が拡大し、方向スペクトルの値も減少する。一方、順流から逆流へ遷移した直後の $t=0.25$ h では方向スペクトル

の存在可能な方向幅が縮小し、方向スペクトルの値が増大する。領域中心線より離れたB地点では、 $\theta=90\sim 180^\circ$ の成分波が $0\sim 90^\circ$ の成分波より流れの影響を強く受けるため、方向スペクトルが $\theta=90^\circ$ に関して非対称になるが、特に逆流最強時近傍 ($t=1.75$ h) では $\theta=90\sim 180^\circ$ の方向スペクトルが $0\sim 90^\circ$ における値より大きくなり、順流最強時近傍 ($t=4.75$ h) では逆の現象が生じる。この結果、領域全体として平均波向は逆流時には河口に集中する方向に、順流時には河口から離れる方向に変化することになる。また、流向転換時点近傍 ($t=0.25$ h および $t=3.25$ h) では、方向スペクトルは $\theta=90^\circ$ に関してほぼ対称であり、流れの影響はあまり明確でない。しかし、 $t=3.25$ h では順流の増加に伴う方向スペクトルの非対称性が高周波側に若干みられる。

次に、両モデルによる計算結果を比較すると、等値線の全体的な形状はいずれの時点および場所においてもかなりよく対応するといえる。より詳細には、たとえば、 $f < 0.2$ Hz のような低周波側では、水深変化に伴う屈折により形成される2つの限界波向の近傍において格子点モデルがやや平滑化された結果を与えるけれども、両者の対応は良好である。これに対し、高周波側では両者の対応が若干低下し、逆流最強時近傍 ($t=1.75$ h) では1点モデルが、順流最強時近傍 ($t=4.75$ h) では格子点モデルがより大きい値を与えることから、両モデルの等値線の位置にずれがみられる。この結果、格子点モデルによる波高は1点モデルによる波高に比べて逆流時に小さく、順流時にやや大きいことになる。この高周波側における両者の相違の原因は必ずしも明らかでないが、格子点モデルで使用する周波数の上限が計算時間の制約を考慮して低く取りすぎたため、逆流による高周波側での方向スペクトルの増大をうまく再現できなかったのではないかと推論される。

5. 結 語

本研究では流れおよび水深の場と入射波浪の非定常変化を考慮した不規則波の変形計算モデルを格子点法に基づいて開発した。まず、波浪変形モデルを数値計算および数値計算手順に焦点をあてて詳述した。ついで、非定常一次元モデル流れ場および二次元モデル流れ場に対する波浪変形計算を格子点モデルおよび以前に著者らが開発した1点モデルによって実施し、非定常流れ場における波浪の変形特性を考察するとともに、単純な場の条件では高精度を有する1点モデルに基づく計算結果との比較を試みた。

得られた結果は次のように要約される。

(1) 格子点モデルに基づく波浪変形の計算結果は1点モデルによる結果とよく対応するが、波が計算対象地点に到達しない限界波向付近や限界周波数付近のように、方向スペクトルの急変部では格子点モデルで用いられる内挿に起因する数値分散の影響が相対的に強くなり、1点モデルによる結果に比べて方向スペクトル分布が平滑化される。

(2) 流れが周期的な時間変化をする場合、波高は流速変化に遅れて追従する。また定常流れの場合ほど大きな逆流による波高の増加は生じない。これは、非定常流

れの場合、逆流による方向スペクトルの増幅効果が最大となる時刻が各成分波で異なり、定常流れの場合のように同時に重ならないためである。

(3) 河口部の流れが沖から入射する波浪に対して逆流として作用する場合には、波浪は河口部に向かって集中し、波高も増大するが、順流時には波向は河口部から発散する方向に変化し、波高も減少する。

最後に、本研究の数値計算や図の作成に助力願った愛媛大学工学部海洋工学科 大福 学技官に謝意を表わすとともに、数値計算は九州大学大型計算機センターのFACOM M-382 および愛媛大学情報処理センターのFACOM M-360 AP によったことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Vincent, C. E. : The interaction of wind-generated sea waves with tidal currents, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 9, pp. 748~755, 1979.
- 2) 運輸省第三港湾建設局関西国際空港計画室：関西国際空港建設工事における工事管理のための気象・海象予測, 5-2-4, 潮流と波高の関係, pp. 291~310, 1984.
- 3) Tolman, H. L. : Propagation of wind waves on tides and storm surges, *Proc. 21st International Conf. on Coastal Eng.* (abstract), pp. 65~66, 1988.
- 4) 酒井哲郎・小関仁彦・岩垣雄一：流れによる不規則波の屈折の数値計算, 第28回海岸工学講演会論文集, pp. 118~122, 1981.
- 5) Mathiesen, M. : Current-depth refraction of directional spectra, *Symp. on Description and Modelling of Directional Seas*, C-6-1~8, 1984.
- 6) Brink-Kjaer : Depth-current refraction of wave spectra, *Symp. on Description and Modelling of Directional Seas*, C-7-1~12, 1984.
- 7) 山口正隆・畑田佳男・日野幹雄・細野浩司：流れおよび海底地形による波浪の変形計算法, 土木学会論文集, 第357号/II-3, pp. 187~195, 1985.
- 8) 山口正隆・畑田佳男・宇都宮好博：流れ, 水深および入射波浪の非定常変化を考慮した不規則波浪の変形計算法, *自然災害科学*, 7-1, pp. 1~9, 1988.
- 9) Willebrand, J. : Energy transport in a nonlinear and inhomogeneous random gravity wave field, *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, Part 1, pp. 113~126, 1975.
- 10) 山口正隆・畑田佳男・日野幹雄・細野浩司：河口における不規則波の変形計算, 第32回海岸工学講演会論文集, pp. 219~223, 1985.

(1988. 9. 12・受付)