

# 没水球体に作用する波力の特性に関する研究

## WAVE FORCES ACTING ON A SUBMERGED SPHERE UNDER REGULAR PROGRESSIVE WAVE

岩田好一朗\*・水谷法美\*\*

By Koichiro IWATA and Norimi MIZUTANI

This paper aims to discuss the wave forces acting on a submerged sphere. Laboratory experiments were carried out to measure the wave forces and to investigate the flow conditions. The wave forces measured were decomposed into the drag and inertia forces using the Morison equation with engineering applications in mind. The maximum wave force, the applicable range of the Morison equation and the drag and inertia coefficients are mainly discussed in relation to the flow condition. The flow patterns can be classified into four types, such as the oscillating types with and without flow separation and rotating ones with and without flow separation. These flow types characterize well the wave forces. The drag and inertia coefficients, in the applicable range of the Morison equation, are given graphically as a function of the K.C. number,  $d/h$  and  $h/gT^2$ .

**Keywords:** wave force, sphere, the Morison equation, force coefficients, flow visualization

### 1. 緒 言

海岸・海洋構造物に作用する波力を正確に算定することは、工学面で非常に重要な課題の1つである。構造物に作用する波力に関する研究は、従来より数多く行われてきているが、そのほとんどが円柱を対象としたもの<sup>1)</sup>であり、球体に作用する波力を扱った研究は非常に少ない<sup>2)~7)</sup>。球体は、三次元構造物の代表的な形状として考えることができる。このため、二次元波動場に三次元物体が置かれた場合の作用流体力の基本的な特性を明らかにすることは水理学的な見地から重要である。また、球体は、等方性を有する水圧に対して、強度の面から最も有利な形状である。このため、海岸・海洋構造物の開発に伴い、たとえば、浮体構造物の係留の中間ブイ、あるいは海中備蓄タンクなどのように、球状構造物の必要性が考えられ、工学的な見地からもその作用波力の特性を明らかにすることは重要な課題である。

一般に、構造物の代表径が、入射波長に比べて十分小さく、波の変形が無視できる場合は、構造物に作用する

波力は、Morison式<sup>8)</sup>で算定されることが多い。河野<sup>2)</sup>は、波動場に置かれた球体に作用する波力の特性について水理実験を行って、検討を加えた。その結果、抗力係数は、Reynolds数の増加に伴い減少する傾向があること、また、慣性力係数はほぼ1.5で与えられることを報告している。Jenkins and Inman<sup>3)</sup>も同様な研究を行い、抗力係数がKeulegan and Carpenter数<sup>9)</sup>の増加に伴い減少する傾向があることを報告している。しかし、いずれの研究も水平方向波力のみを対象としており、鉛直方向波力の特性については議論していない。Iwata et al.<sup>4)</sup>は、没水球体に作用する不規則波力について検討を加え、不規則波中の波力係数は規則波中の値に比べて若干小さくなることを指摘した。しかし、慣性力が卓越する範囲のみを研究対象としており、抗力が卓越する領域についても、論議していない。

また、いうまでもなく物体に作用する波力の特性は、物体周りの流況の特性によって変化するため、球体に作用する波力を球体周りの流況の特性と関連づけて議論する必要がある。Jenkins and Inman<sup>3)</sup>は、球体近傍の流れの可視化を行い、Keulegan and Carpenter数が7程度で剥離が始まることを指摘している。しかし、球体周りの流れは、水深波長比、あるいは球体の設置水深などの球体周りの波動場の特性によっても大きく変化するこ

\* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科  
(〒464-01 名古屋市千種区不老町)

\*\* 正会員 工修 名古屋大学助手 工学部土木工学科  
(同上)

とが考えられるため<sup>5)</sup>、この点についてさらに検討を加える必要がある。

Morison 式は、本来直立円柱に作用する波力に対して提案された式である。このため球体に作用する波力を、Morison 式で算定できない場合のあることが著者ら<sup>6)</sup>によって指摘されている。Morison 式が適用できなくなる原因として Proximity Effect<sup>10)</sup>、揚力の影響などが考えられるが、その詳細についてはまだ十分には解明されていないのが現状である。

本研究では、二次元波動場におかれた没水球体に作用する波力をとりあげ、詳細な室内水理実験を行って波力の特性を明らかにしようとするものである。本論では、まず、球体周りの流れの特性について議論する。ついで、Morison 式の適用範囲を明らかにし、Morison 式の適用可能な範囲の波力については、同式中の波力係数の特性を流れの特性と関連づけながら明らかにするとともに、波力係数の定式化を行うものである。

## 2. Morison 式

球体に作用する波力ベクトル  $\mathbf{F}$  は、揚力が無視できることを仮定すれば、Morison 式により次式で与えられる。

$$\mathbf{F} = \frac{1}{8} C_D \rho \pi D^2 \mathbf{V} |\mathbf{V}| + \frac{1}{6} C_M \rho \pi D^3 \dot{\mathbf{V}} \quad (1)$$

ここに、 $C_D$ ：抗力係数、 $C_M$ ：慣性力係数、 $\mathbf{V}$ ：流速ベクトル、 $\rho$ ：水の密度、 $D$ ：球の直径、で上付ドット(・)は時間に関する微分を示す。式(1)を  $x$  方向成分、 $z$  方向成分に分離すれば、 $x$  方向波力  $F_x$ 、 $z$  方向波力  $F_z$  はそれぞれ式(2)、(3)で与えられる。なお、 $x$  は、波進行方向を正の向きとする水平軸、 $z$  は、静水面上に原点をもち、鉛直上向きを正の向きとする鉛直軸である。

$$F_x = \frac{1}{8} C_{Dx} \rho \pi D^2 u \sqrt{u^2 + w^2} + \frac{1}{6} C_{Mx} \rho \pi D^3 \dot{u} \quad (2)$$

$$F_z = \frac{1}{8} C_{Dz} \rho \pi D^2 w \sqrt{u^2 + w^2} + \frac{1}{6} C_{Mz} \rho \pi D^3 \dot{w} \quad (3)$$

ここに、 $u$ ： $x$  方向水粒子速度、 $w$ ： $z$  方向水粒子速度で、添字  $x$ 、 $z$  は、それぞれ  $x$  方向、 $z$  方向に関する量であることを示す。

式(1)から式(2)、(3)を導く際に、 $C_D = C_{Dx} = C_{Dz}$ 、 $C_M = C_{Mx} = C_{Mz}$  が成立するはずである。しかし実際に球体に作用する波力には、揚力も含まれている可能性があり、球体に作用する波力を Morison 式で表現する以上は、揚力の影響は両式中の波力係数に含まれることになる。また、その影響は、 $x$  方向と  $z$  方向では異なることが考えられる。したがって、球体に作用する波力に含まれる揚力の影響を波力係数に含ませる場合は、式(2)、(3)中の波力係数をそれぞれ独立した量として扱う必要がある。

## 3. 水理実験

### (1) 次元解析

球体に作用する波力  $F$  は、次に示される 9 個の物理量によって支配されると考えられる<sup>4)</sup>。

$$F = \phi(D, d, h, U, T, \rho, \mu, g; t) \dots \quad (4)$$

ここに、 $d$ ：静水面から球の設置水深までの距離、 $h$ ：静水深、 $U$ ：流速の振幅、 $T$ ：波の周期、 $\mu$ ：水の分子粘性係数、 $g$ ：重力加速度、 $t$ ：時間、である。

式(4)を無次元表示すると次式を得る。

$$\frac{F}{\rho U^2 D^2} = \phi' \left( \frac{UT}{D}, \frac{UD}{\nu}, \frac{h}{gT^2}, \frac{D}{h}, \frac{d}{h}, \frac{t}{T} \right) \dots \quad (5)$$

ここに、 $\nu (= \mu / \rho)$  は、水の動粘性係数である。式(5)の右辺で、第 1 項の  $UT/D$  は Keulegan and Carpenter 数(以下、K. C. 数と略記する)、第 2 項の  $UD/\nu$  は Reynolds 数(以下、Re 数と略記する)、第 3 項は水深波長比に相当する項、第 4 項は無次元球径、第 5 項は相対没水深、第 6 項は無次元時間、である。ただし、波力  $F$  については、その最大値  $F_m$ (添字  $m$  は最大値を示す)に着目すれば、 $t/T$  とは独立とみなすことができる。

球体周りの流況と波力とは密接な関係があるため、球体周りの流況も式(5)の右辺に示される無次元量によって支配されると考えられる。

### (2) 実験条件および実験方法

実験は、名古屋大学工学部土木工学科の片面ガラス張りの二次元鋼製水槽(長さ 25 m、幅 0.7 m、高さ 0.95 m)で行われた。水槽の一端にはフラップ型造波装置が設置されており、他端には反射波を極力小さくするために、捨石、消波ブロック、およびウレタンメッシュから構成される消波装置が設置されている。

本研究で行った実験は、その目的によって、大きく 2 種類の実験に分けられる。1 つは、波力の計測を目的とした実験(実験 I)であり、もう 1 つは、球体周りの流況の可視化実験(実験 II)である。実験 II では、球体周りの流況を水路の底面からも写真撮影するため、先端部に 1/8 の勾配をもつ高さ 25 cm のステップ型水平床を水路床に設置した。水平床の一部はアクリル製となっており、その下側には防水型のアクリル製カメラケースが取り付けてあり、水底からの写真撮影が可能となっている。

実験 I の条件を次元解析に基づき表-1 のように、また、実験 II の条件を実験 I の範囲の中から表-2 のように決めた。いずれの実験に対しても、実験波はすべて規則進行波とした。

実験種目は実験 I が合計 900 ケース、実験 II が合計 60 ケースとなった。そのすべてのケースに対して、水位変動( $\eta$ )と水深  $d$  における流速( $u$ 、 $w$ )、波力( $F_x$ 、

表一 実験Ⅰの諸元

$h(cm)$	70.0
$h/gT^2$	0.054, 0.028, 0.018, 0.011
$d/h$	0.179, 0.357, 0.536, 0.714, 0.929
$D/h$	0.091, 0.036, 0.014
$u_m T/D$	0.4 ~ 100
$u_m D/v$	320 ~ 21500

表二 実験Ⅱの諸元

$h(cm)$	45.0
$h/gT^2$	0.035, 0.020, 0.011
$d/h$	0.222, 0.356, 0.711, 0.889
$D/h$	0.141, 0.056, 0.021
$u_m T/D$	1.7 ~ 56
$u_m D/v$	880 ~ 16300

$F_z$ ) の計測を行い、さらに実験Ⅱについては、球体近傍の流況の可視化も行った。なお、水位を電気容量式水位計で、流速を電磁流速計で、波力を Cantilever 型波力計<sup>5)</sup>で計測した。計測された水位、流速と波力の時間波形は、すべて磁気テープとペン書レコーダーに記録された。計測時間は、いずれの場合も約 1 分間とした。流況の可視化方法は、コンデンスマイルク塗布法を採用し、流況をモータードライブ付 35 mm カメラ (5 コマ/秒) 2 台により側面と底面から同時に、また、16 mm 高速シネカメラ (50 コマ/秒) とビデオカメラ (30 コマ/秒) により側面から同時に、3~4 周期にわたって撮影し、解析に使用した。

### (3) 解析方法

実験で得られた水位変動、流速、波力の時間波形をサンプリングタイム 0.05 秒で離散化し、式(5)中の無次元量を計算した。計算に使用したデータの個数は 256 個 (12.8 秒間に相当) である。このサンプリングタイムとデータ数の値については、事前の計算において、本実験で対象とした波に対しては、十分な精度が得られることが確かめられている。

16 mm 高速シネカメラ、ビデオカメラによって撮影された流況をコマ送り再生しながら解析することにより、球体近傍の流況の詳細を求めた。さらに、2 方向からの 35 mm 連続写真を解析し、水槽奥行き方向の非対称性についても検討を加えた。

Morison 式中の波力係数の特性を明らかにするため、波力実験によって得られた実験結果を使い、式(2), (3) 中の波力係数を、両式の右辺に流速、加速度を代入して得られる計算波力の時間波形が、実測の波力の時間波形

に最もよく合うように最小二乗法<sup>4)</sup>により計算した。ただし、加速度の時間波形は、流速の時間波形を FFT 法により成分波に分離し、各成分波に、数値微分に相当する線形伝達関数をかけ、再合成することにより求めたものを使用した<sup>4)</sup>。

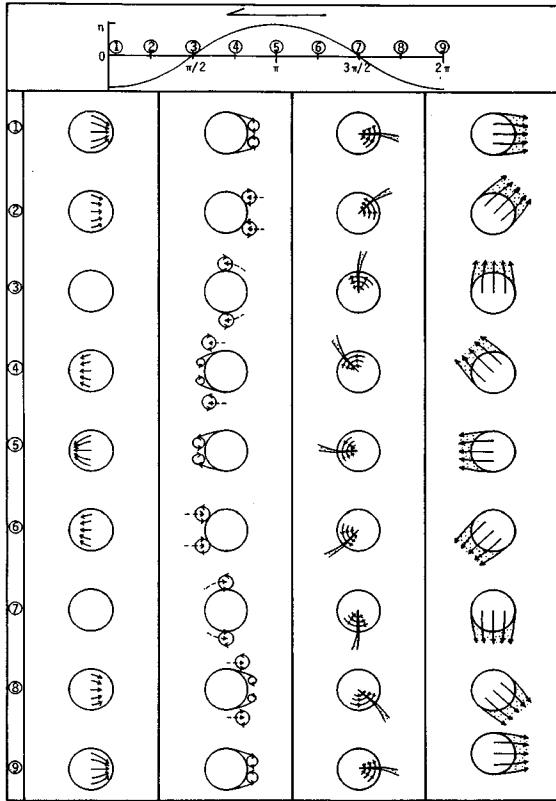
## 4. 実験結果とその考察

### (1) 球体近傍の流況の特性

本実験によると、波動場におかれた没水球体周りの流況は、まず、その運動成分により大きく 2 つのパターンに分類することが可能である。1 つは、振動流中におかれた球体周りの流況<sup>11)</sup>のように、水平方向の往復運動が卓越したパターン（本論では振動パターンと称する）で、もう 1 つは、球体近傍の水粒子の回転運動が卓越するパターン（回転パターンと称する）である。回転パターンは、静止流体中を球体が回転する場合の流況<sup>12)</sup>によく似ている。これら 2 つのパターンは、さらに、流線の剝離の有無によりそれぞれ 2 つのタイプに分類可能である。したがって、球体周りの流況は、合計 4 つのタイプに大別されることになる。すなわち、(a) 振動パターンで剝離のない振動非剝離型、(b) 振動パターンで剝離のある振動剝離型、(c) 回転パターンで剝離のない回転非剝離型、および、(d) 回転パターンで剝離がある回転剝離型、の 4 つのタイプである。これらの 4 つのタイプの代表的な流況の時間変動を図-1 に示す。図-1 は、4 つのタイプの側面からみた流況の時間変化の概略を、位相を 8 分割して図示したもので、図中の番号は、水位変動に示される番号の位相であることを示す。たとえば、①の位相は、波の谷の位相、③の位相は静水面を上向きに切る位相、⑤の位相は波の峰の位相である。以下に各タイプの流況の時間変化の特徴の説明を行う。

#### a) 振動非剝離型（図-1(a) 参照）

このタイプの流況は、波一周期内で、球表面を水粒子が往復運動をする。しかし球背後での流線の剝離はない。波の谷が通過する①の位相では、波進行方向と逆向きの水平方向流速が最大となり、球表面の水粒子の動きも大きい。しかし、流線は球表面に沿って流れ、球の後部に集まり球から離れる。②の位相になると、流速は小さくなり、球表面の水粒子の動きは小さくなる。波が静水面を上向きに切る③の位相では、水平方向流速がゼロとなり、球表面での水粒子の動きはほとんどない。④の位相では、流速は逆転し、水粒子は波進行方向に動き出し、波の峰が通過する⑤の位相では、波進行方向の流速が最大となり、水粒子の動きも大きくなるが、剝離はなく、流線は球表面に沿って流れる。⑥⑦⑧⑨の位相では、②③④⑤の位相と同様の現象が対称な向きに繰り返される。



(a) 振動非剥離型 (b) 振動剥離型 (c) 回転非剥離型 (d) 回転剥離型

図1 流況の時間変化の概念図

**b) 振動剥離型 (図1(b) 参照)**

このタイプの流況は、往復運動が卓越することについては振動非剥離型と同じであるが、流線が剥離し、渦輪が形成されることが大きな特徴である。波の谷が通過する①の位相では、球の背後に流線が激しく巻き込む。このとき、先行した波で形成された渦輪が流されている。流速が小さくなる②の位相では、流線の巻き込みは弱くなり、渦輪が大きく膨らみ、球の方へ引き付けられる。波が静水面を上向きに切る③の位相では、渦輪は球の真正上近くまで移動する。このとき球表面での水粒子の動きはほとんどない。④の位相では、逆方向へ流線が巻き込み始め、すでにできた渦輪は、巻き込みの部分の外側へ移動する。波の峰が通過する⑤の位相では、すでに形成された渦輪は流されてしまう。また、球の背後では、流線の巻き込みが激しくなり、次の渦輪の形成が始まる。⑥⑦⑧⑨の位相では、②③④⑤と同様な現象が対称な順に繰り返される。

**c) 回転非剥離型 (図1(c) 参照)**

このタイプは、①～⑨へ位相が進むに従い流れの方向は変化するものの、流況は波一周期にわたり安定している。このタイプで特徴的なのは、球表面で渦糸が形成さ

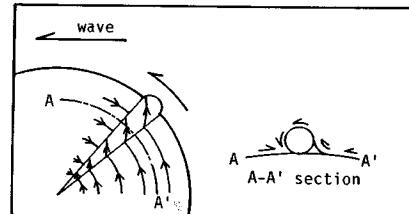


図2 渦糸の概念図

れ、その渦糸が球表面を回転することである。渦糸は、渦糸の両側から渦糸に向かう流線のうち、前方からの流線が後方からの流線にもぐり込むようにして形成され、渦糸を形成する流線はらせん状になっている(図2参照)。らせんの進行方向は、球を側面から見た場合の円の中心から外側へ向かっており、最外縁で反対側から進んできた渦糸と出会い、球から離れていく。

**d) 回転剥離型 (図1(d) 参照)**

このタイプも①～⑨への位相の進行に伴う波一周期内での流況の時間変化は、方向が変わるもの本質的な変化はない。回転非剥離型とは異なり、球表面で渦糸は形成されず、球背後で流線の剥離が生じる。剥離域は、時間とともに球表面を回転する。この場合、剥離域は非常に乱れており、振動剥離型の場合のような渦輪の形成は認められなかった。

この回転パターンと振動パターンの出現特性は、実験によると  $K.C.$  数、 $Re$  数、 $D/h$  による差異はほとんどなく、 $h/gT^2$ 、 $d/h$  に大きく支配される水粒子の橿円軌道と関連があり、橿円軌道が偏平になると振動パターンが、円軌道に近くなると回転パターンが出現する。実験によれば下記のようになる。

$$\begin{array}{l|l} B/A > 1/2 \dots \text{回転パターン} & \\ B/A < 1/3 \dots \text{振動パターン} & \end{array} \quad | \dots \dots \dots \quad (6)$$

ここに、 $A$  と  $B$  はそれぞれ水粒子の橿円軌道の長軸と短軸の長さであり、本研究では、微小振幅波理論によって計算した。しかし、 $1/2$  から  $1/3$  の間のケースは、必ずしも回転パターン、振動パターンに分けられず両方のパターンが観測された。したがって、 $1/3 < B/A < 1/2$  が回転パターン、振動パターンの遷移領域である。

次に、剥離の有無について考察する。剥離が生じると、剥離域での圧力は低下し、そのため球の前後で圧力が非対称になるため、抗力が大きくなる。慣性力は加速度に比例する力であり、したがって、波高に比例した力である。また、渦の発生に伴う抗力は、流速の2乗に比例する力であるため、波高の2乗に比例することになる。したがって、剥離が始まると波高の増加に伴う波力の増加の割合が急激に大きくなることになり、このことからも剥離の発生を支配するパラメーターを明らかにしておくことが重要である。図3は、剥離の有無と  $K.C.$  数

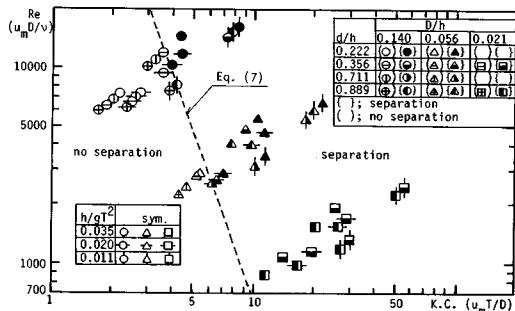


図-3 剥離の支配パラメータ

$(u_m T / D)$ ,  $Re$  数 ( $u_m D / \nu$ ) の関係を示したものである。図中、黒塗の部分がある記号が剥離があることを示し、黒塗の部分がない記号は剥離がないことを示す。同図より、 $K.C.$  数が大きくなると剥離が始まることがわかるが、その  $K.C.$  数の値は  $Re$  数によって若干変化し、本実験の範囲では、ほぼ図中の破線（式（7））で与えることが可能である。

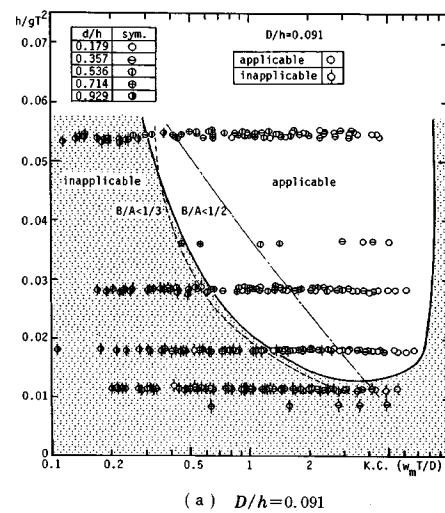
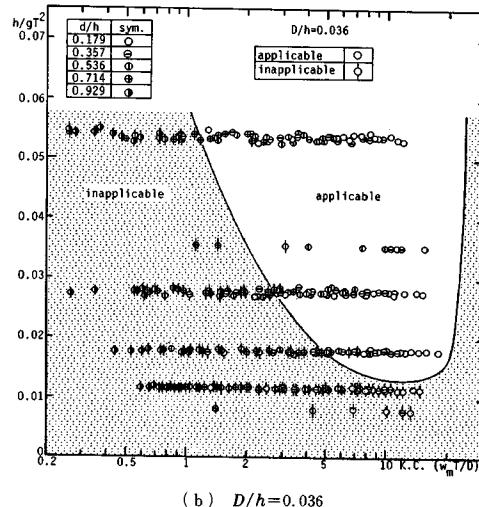
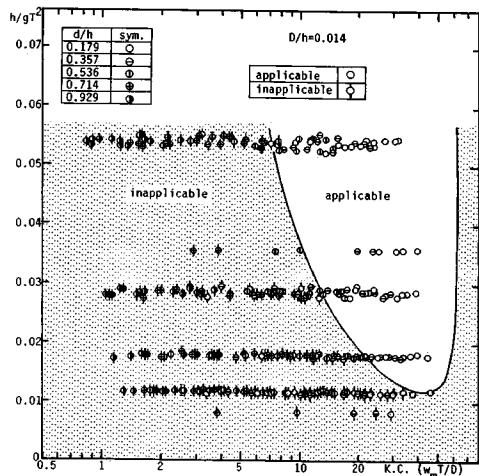
$$Re = 570,000 (K.C.)^{-3} \dots \dots \dots \quad (7)$$

すなわち、 $h/gT^2$ ,  $d/h$  の値にかかわらず  $K.C.$  数が 4~9 程度になると剥離は始まる。しかし、剥離が始まる  $K.C.$  数の値は、 $Re$  数の小さい（粘性の影響が大きい）ところでは大きく、逆に  $Re$  数の大きい（粘性の影響が小さい）ところでは小さくなっている。したがって水の粘性の影響が大きいところでは剥離は起こりにくく、小さいところでは剥離は起こりやすいことが指摘できる。

## （2）球体に作用する波力の特性

### a) Morison 式の適用範囲

Morison 式は、本来直立円柱に作用する波力算定式として提案されたため、本研究で対象とするような没水球体に作用する波力算定式として適用できない場合があることが著者らによって明らかにされている<sup>6)</sup>。 $x$  方向波力については、波の谷が通過するとき、球の一部が自由水面から出る場合を除いてすべてのケースに Morison 式は適用可能であった。 $z$  方向の波力に対する Morison 式の適用範囲を、本研究の実験値も加えて、 $D/h$  をパラメーターにして図示すると図-4を得る。なお、Morison 式による計算波力と実測波力の相関係数  $\gamma$  が 0.9 以下のときは Morison 式が適用できないものと定義した<sup>6)</sup>。図-4(a) には、参考のため、 $h/gT^2$  ごとに  $B/A$  が 1/2 以下になる  $d/h$  に対する実験値の上限を結んだ曲線と、 $B/A$  が 1/3 以下になる  $d/h$  に対する実験値の上限を結んだ曲線も記入してある。同図によると、鉛直方向波力に対する Morison 式の適用の下限は、 $B/A$  が 1/2 以下を示す曲線と 1/3 以下を示す曲線の間にあることが認められる。実験Ⅱで得られた振動

(a)  $D/h = 0.091$ (b)  $D/h = 0.036$ (c)  $D/h = 0.014$ 図-4 Morison 式の適用範囲 ( $F_z$  の場合)

パターンの波力のうち、鉛直方向波力は Morison 式で算定できないものがほとんどであり、この結果も考慮すると、流況のパターンが振動パターンになると Morison 式は適用できなくなるといえる。なお、本実験で対象とした波は、 $H/L < 0.09$ ,  $h/L > 0.12$  (ここに、 $H$  は波高、 $L$  は波長である) の波であり、いずれも碎波していない波である。

Morison 式が適用できなくなる原因としては、揚力の影響、Proximity Effect などが考えられる。振動パターンでは、鉛直方向の水粒子の運動による抗力、慣性力が水平方向の水粒子の運動による揚力に比べて小さくなる可能性がある。特に、 $d/h$  が大きい底面付近のケースでは、Proximity Effect により、球の下側の流速が、上側の流速に比べて大きくなることが、可視化実験からも認められているが、この球の上下での流速の非対称性により、鉛直方向に力が作用することになる。そのため Morison 式が適用できなくなったものと考えられる。

Morison 式の適用限界付近の  $d/h$  の値では、同じ  $d/h$  の値であっても、K. C. 数が大きくなれば Morison 式が適用できる傾向があることが認められる。K. C. 数が大きくなることは、鉛直方向の運動が大きくなることに対応するが、鉛直方向の運動が大きくなると鉛直方向の抗力、慣性力も大きくなり、そのため Morison 式は適用できるようになったものと思われる。また、 $D/h$  が 0.014 の場合は Morison 式を適用できなくなる  $d/h$  の値は大きくなることが認められる。これは、本研究では、 $D/h$  が小さいことは球の直径が小さいことに対応し、したがって、球に作用する力の絶対値が球の直径が大きい場合に比べて小さくなり、そのため  $D/h$  が小さい 0.014 の場合は、Morison 式が適用できる範囲が狭くなったものと考えられる。

上記の結果は、 $x$  方向と  $z$  方向とでは、揚力の影響の大きさに差があることを示すものでもあり、したがって、球体に作用する波力を Morison 式で算定する場合には、Morison 式の適用範囲内の波力であっても、波力係数は、 $x$  方向と  $z$  方向とで独立させて考える必要性があることを示している。

### b) 慣性力係数の特性

図-5 に  $x$  方向の慣性力係数  $C_{Mx}$  と K. C. 数 ( $u_m T/D$ ) の関係を示す。K. C. 数が 10 以下の範囲では、 $h/gT^2$ ,  $d/h$ ,  $D/h$  の値に関係なく、 $C_{Mx}$  は K. C. 数の増加に伴い若干増加する傾向は認められるが、概略は一定値をとるとみなしえる。K. C. 数が 10 ~ 30 を越えると、 $C_{Mx}$  の値に差が生じる。あまり顕著ではないけれども、 $d/h$  が 0.539 より大きいものはほぼ一定値をとるが、 $d/h$  がそれより小さいものは、K. C. 数の増加に伴い減少し、K. C. 数が 20 前後で極

小値をとる。 $K. C.$  数が、30 を越えると、 $C_{Mx}$  は徐々に大きくなり、50 以上の範囲では急激に増加する。 $K. C.$  数が 5~20 の範囲では、振動流中におかれた球体に対する Sarpkaya<sup>13)</sup>、中村ら<sup>14)</sup>の実験値とほぼ等しい値になっている。また、 $K. C.$  数が 20 前後で  $C_{Mx}$  が極小値をとる傾向も著者らの結果<sup>6)</sup>と一致する。しかし、著者らの  $C_{Mx}$  の極小値の結果<sup>6)</sup>は、本研究に比べてかなり小さい。著者らの結果<sup>6)</sup>で、特に  $C_{Mx}$  の極小値が小さい値は、ほとんどが  $d/h$  が 0.15 以下の値であり、本実験の  $d/h$  の最小値よりも小さい。したがって、これは、 $d/h$  の実験範囲の差によるものと考えられる。

$K. C.$  数が、10 以上の範囲で  $C_{Mx}$  の特性が変化するのは、以下のような理由によるものと考えられる。 $K. C.$  数が 10 を越えると後述するように、流況パターンにかかわらず、抗力が卓越するようになる。これは、球体背後の剝離域が大きくなり、剝離域の圧力低下による球前後の圧力の非対称性が顕著になるためである。剝離域での圧力の低下が顕著になると、球表面での圧力分布が、剝離がない場合に比べて大きく変化することになり、その影響が慣性力係数に現われたものと考えられる。特に、 $K. C.$  数が 30 を越えるとその影響が非常に大きくなるものと推察される。なお、本論では図示しないが、 $Re$  数による  $C_{Mx}$  の有意な差異は認められなかった。

次に、 $z$  方向の慣性力係数  $C_{Mz}$  と  $K. C.$  数 ( $w_m T/D$ )

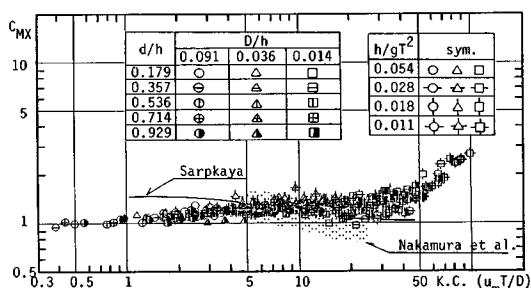


図-5  $C_{Mx}$  と  $K. C.$  数の関係

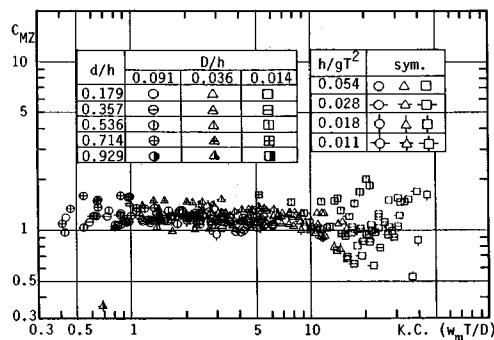
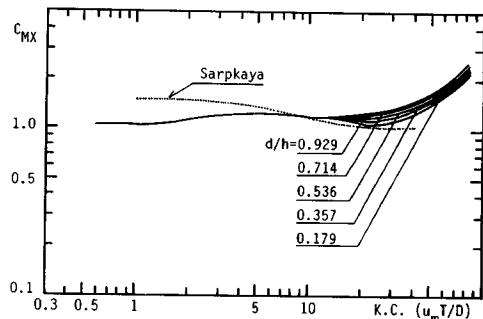
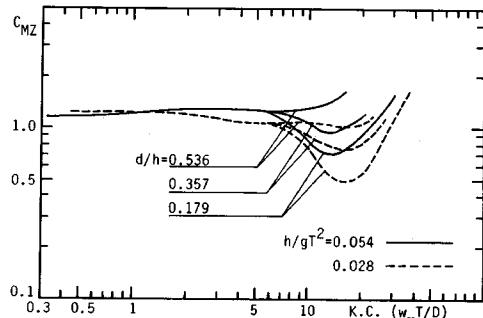
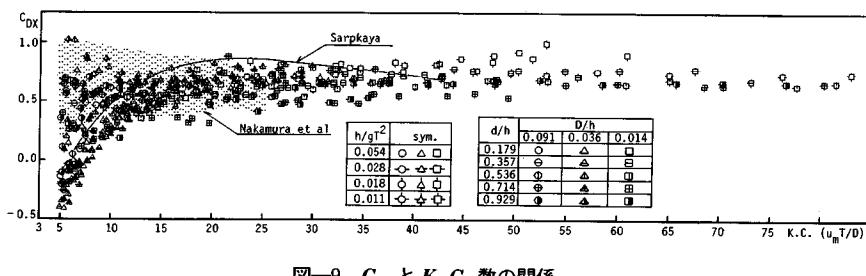
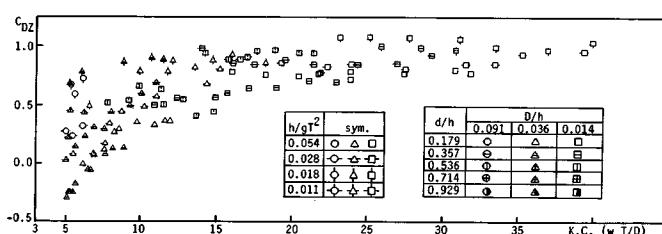


図-6  $C_{Mz}$  と  $K. C.$  数の関係

の関係を図-6に示す。 $C_{Mz}$ は、K.C. 数が10以下の範囲では、ほぼ一定値をとるが、10以上では、K.C. 数の増加に伴い減少し、K.C. 数が20前後で極小値をとり、その後K.C. 数の増加に伴い $C_{Mz}$ は増加する。 $C_{Mx}$ とは異なり、K.C. 数が30を越える値が少ないた

図-7  $C_{Mx}$ とK.C. 数の関係(実験曲線)図-8  $C_{Mz}$ とK.C. 数の関係(実験曲線)図-9  $C_{Dx}$ とK.C. 数の関係図-10  $C_{Dz}$ とK.C. 数の関係

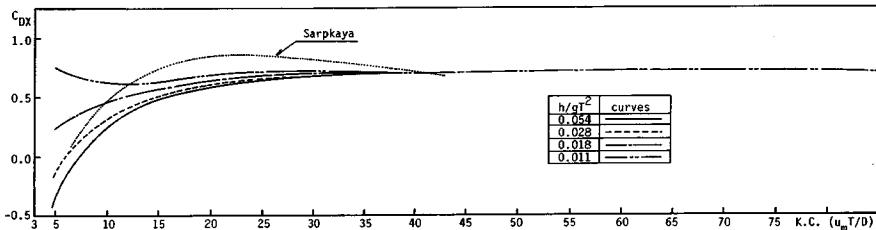
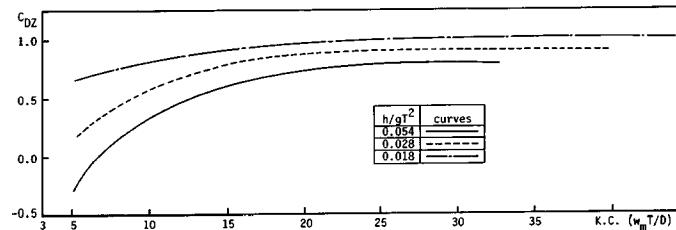
め、30以上の範囲については、 $x$ 方向と比較することはできないが、それ以下の範囲では、 $C_{Mz}$ の方が多少ばらつきが大きいものの、基本的には、 $C_{Mx}$ とよく似た傾向であるといえる。K.C. 数が20前後で $C_{Mz}$ が極小値をとり、その値が $d/h$ が小さいほど小さくなる傾向は $C_{Mx}$ の場合と同様であるが、 $d/h$ のほかに、 $h/gT^2$ が小さい方が極小値はより小さくなるようである。さらに、その極小値は $C_{Mx}$ に対する値より小さく、 $C_{Mz}$ は $C_{Mx}$ よりも慣性力係数の変化が大きいといえる。これらの差の原因の1つに $C_{Mx}$ と $C_{Mz}$ に含まれる揚力の大きさが異なることが挙げられる。

図-5、6に示される慣性力係数の平均的な値はそれぞれ図-7、8で与えることができる。したがって、これらの図に示される値を使えば、実験値には若干の分布の幅はあるものの、与えられた条件に対する慣性力係数の妥当な値を得ることができる。ただし、 $C_{Mz}$ については、 $d/h$ が0.714より大きい場合、あるいは、 $h/gT^2$ が0.011の場合のほとんどがMorison式を適用できなかったため実験値が少ない。また、 $h/gT^2$ が0.018の場合の実験値も少なく、 $d/h$ による明瞭な傾向が認められなかつたため、図-8には、 $h/gT^2$ が0.028以上、 $d/h$ が0.536以下の実験値に対する曲線のみを示した。なお、慣性力が卓越すると考えられるK.C. 数が10以下の範囲(4.(3)のd参照)での実験曲線に対する実験値の標準偏差は、最大で0.1程度である。

### c) 抗力係数の特性

図-9に $x$ 方向の抗力係数 $C_{Dx}$ とK.C. 数( $u_m T/D$ )の関係を示す。ただし、K.C. 数が5以下の $C_{Dx}$ の値は、非常にばらつきが大きいこと、また、この範囲の波力は、慣性力が支配的であり、作用波力を慣性力のみでほぼ表現できるため、ここでは、K.C. 数が5以上の範囲のみを示した。全体的な傾向としては、 $C_{Dx}$ は、K.C. 数が10以上では一定値に近づき、 $h/gT^2$ 、 $d/h$ 、 $D/h$ の値による差はほとんど

ないようである。K.C. 数がそれ以下では、 $C_{Dx}$ の値にかなりの幅がある。その差は、K.C. 数が小さいほど大きい。K.C. 数が10以上では、前述したように、流況のパターンにかかわらず後流域が発達し、そのため、球の前後の圧力差がかなり大きくなり、それによる力が抗力の支配的な力となる。そのような状況のもとでは、 $h/gT^2$ 、 $d/h$ のよ

図-11  $C_{Dx}$  と K. C. 数の関係（実験曲線）図-12  $C_{Dz}$  と K. C. 数の関係（実験曲線）

うな流況を支配するパラメーター、言い換えれば、回転パターン、振動パターンによる差はほとんどないといえる。一方、 $C_{Dx}$  の値に大きな差が認められる K. C. 数が 10 以下の範囲では、 $h/gT^2$  の大きい方が同じ K. C. 数の値であっても  $C_{Dx}$  の値は小さく、 $h/gT^2$  の小さい方が  $C_{Dx}$  の値は大きくなる。また、 $h/gT^2$  の差ほど明瞭ではないが、 $d/h$  が大きいほど  $C_{Dx}$  の値は大きくなるようである。すなわち、 $h/gT^2$  が小さく、 $d/h$  が大きい場合は、K. C. 数の減少に伴い  $C_{Dx}$  の値はどうなるかというと大きくなる傾向にあり、 $h/gT^2$  が大きく、 $d/h$  が小さい場合は  $C_{Dx}$  は減少する傾向にあることがわかる。 $h/gT^2$  と  $d/h$  は流況のパターンを支配する無次元量でもあるので、K. C. 数が小さい範囲では、流況のパターンによって  $C_{Dx}$  の値は大きく変化することを示すものである。K. C. 数が小さい範囲では、球表面での流れの剥離はあまり顕著でなく、したがって、抗力に占める球表面での粘性抵抗力が大きくなることが考えられる。粘性抵抗力は、球表面での流速分布に大きく支配されるため、回転パターンと振動パターンでは、粘性抵抗力に差が生じることになる。 $h/gT^2$ 、 $d/h$ 、 $D/h$  が同じ値ならば、K. C. 数が小さくなれば、Re 数も小さくなり、したがって、剥離の影響が小さくなると同時に粘性の影響が大きくなる。このため、K. C. 数が小さくなると  $C_{Dx}$  により大きな差が生じるものと考えられる。また、 $h/gT^2$  が同じであっても、 $D/h$  により  $C_{Dx}$  の値に差があることが認められる。すなわち、 $h/gT^2$  が 0.018 より大きい場合は、 $D/h$  の小さい方が K. C. 数の減少に伴う  $C_{Dx}$  の減少の割合が顕著であり、 $h/gT^2$  が 0.011 の場合は、K. C. 数の減少に伴う  $C_{Dx}$  の増加

の割合が顕著になるようである。これは、同じ K. C. 数と  $h/gT^2$  に対して、 $D/h$  が小さいことは、Re 数が小さいことになり、したがって、粘性の影響がより大きくなるためであると考えられる。

次に、 $C_{Dz}$  と K. C. 数 ( $u_m T/D$ ) の関係を図-10 に示す。Morison 式が使えない波力に対する値を除いているため  $C_{Dz}$  の実験値が少ないが、一般的には  $C_{Dx}$  とよく似た傾向を示している。

図-9、図-10 に示される抗力係数の値を慣性力係数の場合と同様に、その平均的な値を使って示すとそれぞれ図-11、図-12 のようになる。抗力係数は、K. C. 数が 10 以下の範囲では、 $d/h$  と  $D/h$  によって多少差があるが、 $h/gT^2$  による差異ほどは明瞭でないため、ここでは  $h/gT^2$  の値をパラメーターとして表示した。なお、抗力が卓越すると考えられる K. C. 数が 10 以上の範囲 (4. (3) の d) 参照) での実験曲線に対する実験値の標準偏差は、最大で 0.11 である。したがって、Morison 式の適用可能な範囲の波力については、図-7、8、11、12 に示される波力係数を使用することにより、波力を推算することができる。

#### d) 最大波力の特性

$x$  方向の無次元最大波力  $F_{xm}/\rho(u\sqrt{u^2+w^2})_m D^2$  と K. C. 数 ( $u_m T/D$ ) の関係を図-13 に示す。次元解析によれば、無次元最大波力は、 $x$  方向については、 $F_{xm}/\rho u_m^2 D^2$ 、 $z$  方向については、 $F_{zm}/\rho w_m^2 D^2$  を表現するのが本来の表示法であるが、Morison 式の抗力項との関連を考慮して、 $x$  方向については、 $F_{xm}/\rho(u\sqrt{u^2+w^2})_m D^2$ 、また、 $z$  方向については、 $F_{zm}/\rho(w\sqrt{u^2+w^2})_m D^2$  で表示する。なお、 $x$  方向については、 $F_{xm}/\rho(u\sqrt{u^2+w^2})_m D^2$  と  $F_{xm}/\rho u_m^2 D^2$  は同じ値である。また、図-13 には、式 (7) で計算される剥離が始まる K. C. 数の値について、本実験の範囲における最小値と最大値を一点鎖線で示した。同図より、無次元最大波力は、剥離のない K. C. 数が 4 以下では、K. C. 数の  $-1$  乗に比例して減少し、剥離が始まる K. C. 数が 4 あたりから減少の傾きが若干緩やかになる。また、K. C. 数が 10 を越え、すべてのケースで剥離が起こるようになると無次元最大波力は一定値に漸近してゆき、20 以上では、ほぼ一定値になる傾向が認められる。無次元最大波力が K. C. 数の  $-1$  乗に比例する

範囲では、波力の最大値は、流速に比例することになる。すなわち、慣性力が支配的であったことが考えられる。また、*K. C.* 数の変化によらず一定値をとる範囲では、波力の最大値は、流速の 2 乗に比例することになり、抗力が支配的であったと考えられる。実験Ⅱによって得られた波力について同様の整理を行った結果、実験Ⅱの無次元最大波力と *K. C.* 数の関係は図-13 に示されるものとまったく同じであり、さらに、剝離が始まる *K. C.* 数が 4 付近から *K. C.* 数の増加に伴う無次元最大波力の減少の傾きが緩やかになり、さらに、無次元最大波力が一定値となる範囲では、すべて剝離のある値であることがわかった<sup>5)</sup>。これらの結果より、剝離のない範囲では、波力の最大値は流速、すなわち波高に比例し、剝離が起こり始めると波力の最大値は徐々に増加し、剝離が顕著に起こるようになると流速の 2 乗、すなわち波高の 2 乗に比例するといえる。したがって、波力の最大値は、剝離の有無に大きく支配されている。

図-13 には、Morison 式中の慣性力、抗力に対する値もそれぞれ実線、破線で記入してある。ただし、慣性力係数の値は、図-7 より慣性力が支配的である *K. C.* 数が 10 以下の範囲の平均値 1.2 を、また、抗力係数の値は、図-11 より抗力が支配的である *K. C.* 数が 10 以上の範囲の平均値 0.7 を採用した。図中の実線、破線は、それぞれ、*K. C.* 数が 10 以下、10 以上で実験値との対応が非常によいことがわかる。したがって、波力の最大値の推算は、図-7, 11 の波力係数を使って行うことができる。

*z* 方向の無次元最大波力  $F_{zm}/\rho(w_m \sqrt{u^2 + w^2})_m D^2$  と *K. C.* 数 ( $w_m T/D$ ) の関係を図-14 に示す。ただし、Morison 式が適用できない波力の値は除いてある。*z* 方向の無次元最大波力の特性は、*x* 方向の値に比べて多少ばらつきが大きいもののその基本的な特性は、ほとんど差はないといえる。*z* 方向の値が *x* 方向の値に比べてばらつきが大きい原因の 1 つとして、揚力の影響が考えられる。同図にも図-8, 12 から得られる波力係数を使って計算される慣性力、抗力の値も示してある。ただし、 $C_{Mz}$  の値は、慣性力が卓越する *K. C.* 数が 10 以下の範囲では  $h/gT^2$  による差は小さいため、 $h/gT^2$  が 0.054, 0.028ともに 1.3 として計算し、 $C_{Dz}$  の値は、抗力が支配的な *K. C.* 数が 10 以上の範囲の平均値として、 $h/gT^2$  が 0.054 に対しては 0.7, 0.028 に対しては 0.85, 0.018 に対しては 1.0 として計算した。また、*z* 方向の慣性力については  $h/gT^2$ ,  $d/h$  によって計算値が変化するため、Morison 式の適用範囲内の最大値 ( $h/gT^2=0.054$ ,  $d/h=0.179$ ) と最小値 ( $h/gT^2=0.028$ ,  $d/h=0.536$ ) を示した。実験値と計算値の対応は非常によく、同図からも図-8, 12 の波力係数の値が

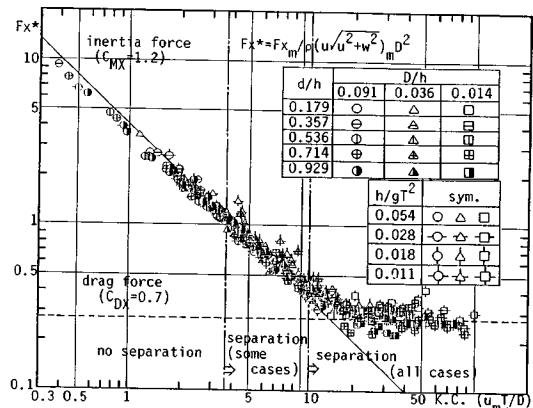


図-13  $F_{zm}/\rho(w\sqrt{u^2+w^2})_m D^2$  と *K. C.* 数の関係

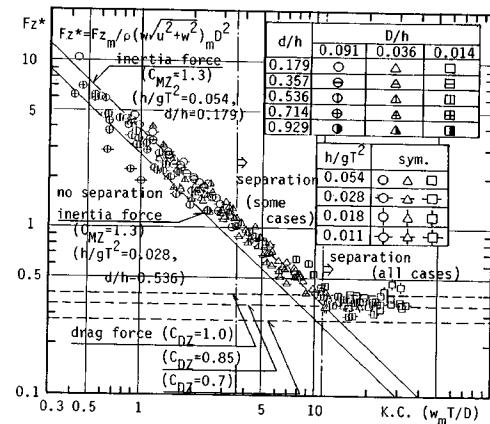


図-14  $F_{zm}/\rho(w\sqrt{u^2+w^2})_m D^2$  と *K. C.* 数の関係

妥当であることが認められる。

## 5. 結 言

以上、水理実験に基づき没水球体に作用する波力の特性を、球体周りの流況と関連づけて検討を加えてきた。本論で得られた結果を以下に要約する。

(1) 球体周りの流況は、振動非剝離型、振動剝離型、回転非剝離型、回転剝離型、の 4 つのタイプに大別される。

(2) 流況のパターンは、 $h/gT^2$  と  $d/h$  に大きく支配される。 $h/gT^2$  が小さく、また、 $d/h$  が大きくなり、水粒子の梢円軌道の短軸と長軸の比が 1/3 以下になると振動パターンが現われ、逆に、 $h/gT^2$  が大きく、また、 $d/h$  が小さくなり短軸と長軸の比が 1/2 以上になると回転パターンが現われる(式(6)参照)。

(3) 流線の剝離は、*K. C.* 数が 4~9 で始まる。粘性の影響が大きいほど剝離は起こりにくく、剝離が始まる *K. C.* 数の値は、*Re* 数によって変化する。*Re* 数が小さいときは剝離が始まる *K. C.* 数の値は大きく、逆

に、 $Re$  数が大きいときは小さくなり、その限界の値は、式(7)で与えられる。

(4) 振動パターンでは、水平方向の水粒子の運動が卓越するため、鉛直方向に作用する揚力が大きくなる。そのため、鉛直方向波力の算定に Morison 式を使うことができない。

(5) 抗力係数は、 $K.C.$  数が 10 以上になり剥離が顕著に起こるようになると、流況のパターンにかかわらずほぼ一定値になる。しかし、 $K.C.$  数が 10 以下の範囲では、流況のパターンによって値は変化し、 $h/gT^2$  が大きいほど、また、 $d/h$  が小さいほど抗力係数は小さくなる。

(6) 慣性力係数は、剥離が余り顕著でない  $K.C.$  数が 10 以下の範囲では、流況のパターンと関係なくほぼ一定値となる。しかし、剥離が顕著になると、慣性力係数は、 $K.C.$  数の増加に伴い減少し、 $K.C.$  数が 20 前後で極小値をとり、その後、 $K.C.$  数の増加に伴い増加する。慣性力係数の極小値は、 $d/h$  が小さいほど小さく、また、 $C_{Mz}$  より、 $C_M$  の方が小さい。

(7) 慣性力係数の平均的な値は、図-7、図-8 に、また、抗力係数の平均的な値は、図-11、図-12 にそれぞれ示される曲線で与えられる。

(8) 波力の最大値は、流線の剥離により大きく支配され、剥離がない場合は、波力の最大値は波高に比例するが、 $K.C.$  数が 10 以上になり、剥離が顕著になると波力の最大値は波高の 2 乗に比例する。

今後、球体に作用する揚力の特性、Proximity Effect の影響を定量的に評価し、Morison 式が適用できない範囲の波力の算定式を確立する必要がある。最後に、本研究を行うにあたって、実験、解析に多大な協力をいたいた川角伸彦君（現・日本電信電話株式会社）に謝意を表する次第である。

#### 参考文献

- 1) たとえば、Chakrabarti, S. K. : In-line forces on fixed vertical cylinder in waves, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Div., Proc. ASCE, Vol. 106, No. WW 2,

pp. 140~155, 1980.

- 2) 河野二夫：球状構造物の波による鉛直方向の流体力—重複波一、琉球大学理工学部紀要（工学編）、pp. 37~46, 1974.
- 3) Jenkins, S. A. and Inman, D. L. : Forces on a sphere under linear progressive waves, Proc. 15th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 2413~2428, 1976.
- 4) Iwata, K., Mizutani, N. and Kasai, S. : Irregular wave forces acting on a submerged sphere, Coastal Eng. Japan, Vol. 30, No. 1, pp. 117~130, 1987.
- 5) 岩田好一朗・水谷法美・川角伸彦：波動場におかれた没水球体近傍の流れの特性と波力に関する研究、第 35 回海岸工学講演会論文集、pp. 612~616, 1988.
- 6) 岩田好一朗・水谷法美・川角伸彦：没水球体に作用する波力の特性に関する実験的研究—Morison 式の適用限界について—、第 34 回海岸工学講演会論文集、pp. 601~605, 1987.
- 7) Grace, R. A. and Cassiano, F. M. : Ocean wave force on a subsurface sphere, J. Waterways and Harbors Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No. WW 3, pp. 291~317, 1969.
- 8) Morison, J. R., O'Brien, M. P., Johnson, J. W. and Schaaf, S. A. : The wave force exerted by surface wave on piles, Petroleum Trans., AIME, Vol. 189, pp. 149~157, 1950.
- 9) Keulegan, G. M. and Carpenter, L. H. : Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 60, No. 5, pp. 423~440, May, 1958.
- 10) 上北征男・山崎秀勝：水平円柱に関する質量力に関する研究、第 27 回海岸工学講演会論文集、pp. 358~362, 1980.
- 11) 中村廣昭・池田駿介・大八木崇：正弦振動流中におかれた球に作用する流体力（続報）、第 30 回海岸工学講演会論文集、pp. 381~384, 1983.
- 12) Kohama, Y. and Kobayashi, R. : Boundary-layer transition and the behaviour of spiral vortices on rotating sphere, J. Fluid Mech., Vol. 137, pp. 153~164, 1983.
- 13) Sarpkaya, T. : Forces on cylinders and sphere in a sinusoidal oscillating fluid, J. Appl. Mech., Trans. ASME, Vol. 42, pp. 32~37, 1975.
- 14) 中村廣昭・池田駿介・高柳聰：正弦振動流中に置かれた球に作用する流体力、第 29 回海岸工学講演会論文集、pp. 443~446, 1982.

(1988.7.1・受付)