

## 鉛直渦動粘性係数および湖のスケールの吹送流に及ぼす影響

## INFLUENCE OF VERTICAL EDDY VISCOSITY AND LAKE SCALE ON WIND CURRENT

道上正規\*・檜谷 治\*\*

By Masanori MICHIEU and Osamu HINOKIDANI

This paper presents a numerical method for the analysis of unsteady three-dimensional wind current. In order to analyze the wind current under the unsteady condition, we should estimate the unsteady values of vertical eddy viscosity. In this paper, the numerical simulation results of three dimensional current with an assumption that the vertical eddy viscosity is proportional to the typical velocity, for instance surface velocity, are compared with the data on the wind current carried out in the experimental flume. Moreover, the wind current in several scale models is analyzed by means of this numerical method and the influence of lake scale on wind current is investigated.

*Keywords*: wind current, numerical method, vertical eddy viscosity, lake scale

## 1. 緒 言

湖における吹送流の研究は、湖内物質の移動・拡散などの問題を解明するため、従来より数多く研究がなされているが、わが国でも、湖の水質悪化、特に富栄養化が問題になっている琵琶湖や霞ヶ浦などで研究が行われている<sup>1)~3)</sup>。湖における吹送流の研究方法としては、理論的解析、現地観測、水理模型実験あるいは数値解析などが考えられるが、近年の大型計算機の発達に伴って、数値解析法が多く用いられてきている。まず、比較的簡単な数値解析法として、水深方向に基礎式を積分し、鉛直方向の平均流速を解析しようとする方法が研究されたが、湖のような閉鎖性水域では鉛直循環流が卓越するため、鉛直方向の平均流速はわずかでも実際の流速は大きくなり得る。そのため、平均流を用いて物質の拡散などの問題を解析する場合、分散係数をどのように評価するかといった問題が生じてくる。したがって、現在では、鉛直方向の流速分布をも解析する三次元解析法が開発されてきている<sup>2),4)~8)</sup>。

三次元の吹送流に関しては、近年差分法あるいは有限

要素法を用いて解析されているが、実際の湖において、解析結果の妥当性を検討できるような観測結果がほとんどないために、仮想モデルなどにおける解析結果で検討がなされているにすぎない。そこで、本研究では、村岡ら<sup>3)</sup>が行った水理模型実験の結果をもとに、本研究で用いた数値解析法の妥当性を検討する。本研究で用いた解析法は、鉛直方向に有限要素法、水平方向に差分法を用いる Koutitas ら<sup>2)</sup>が提案した解析法を、慣性項の影響が大きい条件に適用できるように差分式を修正したものである。さらに、その際、解析に用いる鉛直渦動粘性係数の評価方法を提案し、その有用性についても検討する。

また、吹送流の三次元解析を行うためには、一般に多量の計算時間を必要とする。しかしながら、湖のスケールによっては、基礎式の中で比較的影響の小さい項を省略することによって、計算時間の節約が可能である。本研究では、さまざまな湖スケールについて解析し、基礎式の各項の影響について検討し、各項の省略化の可能性について検討する。

## 2. 基礎方程式およびその定式化

## (1) 基礎方程式および境界条件

湖における吹送流の非定常三次元解析に用いられる基礎方程式は、一般的に次のような形で表わされる。なお、

\* 正会員 工博 鳥取大学教授 工学部土木工学科  
(〒680 鳥取市湖山町南 4-101)

\*\* 正会員 工修 鳥取大学助手 工学部土木工学科 (同上)

本研究では浅水湖を対象としており、基礎方程式において水の密度変化はないと考えている。

運動方程式：

$$L_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} - fv + g \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial u}{\partial z} \right) - A_h \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0 \dots\dots (1)$$

$$L_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} + fu + g \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial v}{\partial z} \right) - A_h \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0 \dots\dots (2)$$

連続式：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots (3)$$

ここに、 $u, v$  および  $w$  はそれぞれ、流速の  $x$  方向（東向きを正）、 $y$  方向（北向きを正）および  $z$  方向（静水面が  $z=0$  で、上方に正）、 $\xi$  は静水面からの水位変動量、 $\rho$  は水の密度、 $f$  はコリオリ係数、 $A_v$  は鉛直渦動粘性係数、 $A_h$  は水平渦動粘性係数である（Fig.1 参照）。なお、鉛直方向には静水圧分布を仮定している。

式（1）～式（3）に示した基礎方程式は何らかの境界条件によって解かれるが、本研究では以下のような境界条件とする。

a) 水面での境界条件

水面では風によるせん断応力  $\tau_{wind}$  が湖全体に一様に作用すると仮定し、次式で与える。

$$\tau_x = A_v \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=\xi}, \quad \tau_y = A_v \frac{\partial v}{\partial z} \Big|_{z=\xi} \dots\dots (4)$$

ここで、 $\tau_x$  および  $\tau_y$  は  $\tau_{wind}$  の  $x$  方向および  $y$  方向の成分を水の密度  $\rho$  で割ったものである。また、風によるせん断応力  $\tau_{wind}$  は次式によって与えられる。

$$\tau_{wind} = \rho_a \cdot C_f \cdot u_z^2 \dots\dots (5)$$

ここに、 $\rho_a$  は空気密度、 $u_z$  は水面上  $z$ (m) での風速、 $C_f$  は風摩擦係数で、従来さまざまな式が提案されている<sup>10)</sup>。

b) 湖底での境界条件

湖底での境界条件は Non-slip 条件とする。すなわち、

$$u = v = w = 0 \dots\dots (6)$$

c) 湖岸での境界条件

湖岸では、湖岸に垂直方向の流速成分は 0 であるという Slip 条件とする。

$$u_n = v_n = 0 \dots\dots (7)$$

ここに、 $n$  は湖岸に立てた法線である。

(2) 基礎方程式の定式化

a) 時間積分法

本研究では、基礎方程式を時間的に解く方法として、Chorin<sup>9)</sup> によって提案された Fractional Step Finite Difference Method を用いる。

まず、式（1）および式（2）を次のように表わす。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = L(u) + \alpha_1 \dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = L(v) + \alpha_2 \dots\dots (9)$$

ここに、

$$L = -u \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial y} - w \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial}{\partial z} \right) + A_h \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \dots\dots (10)$$

$$\alpha_1 = fv - g \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad \alpha_2 = -fu - g \frac{\partial \xi}{\partial y} \dots\dots (11)$$

ここで、もし演算子  $L$  が非常に短い時間間隔に対して  $u, v$  および  $w$  に無関係であると仮定すると、演算子  $L$  は  $L_1$  および  $L_2$  に分割することができる。そこで、式（10）を  $L_1$  および  $L_2$  を用いて分割すると、

$$\text{Step 1 : } \frac{\partial u^n}{\partial t} = L_1(u^n) + \alpha_1 \dots\dots (12)$$

$$\text{Step 2 : } \frac{\partial u^{n+1}}{\partial t} = L_2(u^{n+1}) \dots\dots (13)$$

ここに、 $n$  は時間 step を表わす数字であり、

$$L_1 = -u \frac{\partial}{\partial x} - v \frac{\partial}{\partial y} - w \frac{\partial}{\partial z} + A_h \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \dots\dots (14)$$

$$L_2 = \frac{\partial}{\partial z} \left( A_v \frac{\partial}{\partial z} \right) \dots\dots (15)$$

$$\alpha_1 = fv^n - g \frac{\partial \xi^{n+1/2}}{\partial x} \dots\dots (16)$$

である。

ここで、演算子  $L$  の分割法は Koutitas らと同様であるが、本研究では基礎式で水平渦動粘性係数と鉛直方向の慣性項を考慮しており、それらの項が  $L_1$  に含まれている。

次に、式（12）および式（13）の左辺に関して仮想流速  $u^a$  を用いて差分化を行うと、それぞれ次式のように表わすことができる。

$$\text{Step 1 : } \frac{\partial u^n}{\partial t} = \frac{(u^a - u^n)}{\Delta t} \dots\dots (17)$$

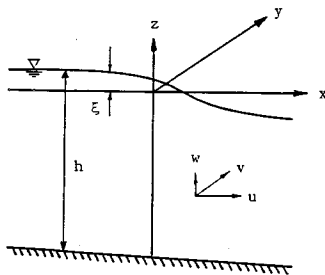


Fig.1 Notations.

$$\text{Step 2: } \frac{\partial u^{n+1}}{\partial t} = \frac{(u^{n+1} - u^n)}{\Delta t} \dots\dots\dots (18)$$

解析の手順としては、まず Step 1 において  $u^n$  が既知とし、式 (12) および式 (17) を用いて仮想流速  $u^a$  について解き、次に Step 2 において式 (13) および式 (18) を用いて  $u^{n+1}$  について解く。以上、式 (12) 以降では流速  $u$  に関してのみ説明したが、 $v$  に関しても同様な手順で求める。

b) 有限要素法による定式化

次に、式 (12) から式 (18) に対して有限要素法を用いて鉛直方向の離散化を行う。

Fig. 2(b) は鉛直方向の有限要素分割例を示しているが、各水深  $h$  に対して次式を満足するような形で分割を行う。

$$l_{i,k}/h_i = l_{i+1,k}/h_{i+1} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、図の  $i$  は水平メッシュに対する添字、 $k$  は鉛直方向に対する添字を示しており、本研究では鉛直方向の分割数は 10 とし、かつ等分割とした。

次に、節点  $k$  と  $k+1$  の間の  $u$ ,  $v$ ,  $w$  および  $A_v$  について、線形の形状関数を用いて、次式で表わすことができるかと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} u &= N_k \cdot u_k + N_{k+1} \cdot u_{k+1} \\ v &= N_k \cdot v_k + N_{k+1} \cdot v_{k+1} \\ w &= N_k \cdot w_k + N_{k+1} \cdot w_{k+1} \\ A_v &= N_k \cdot A_{vk} + N_{k+1} \cdot A_{vk+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、右辺の  $u$ ,  $v$ ,  $w$  および  $A_v$  はそれぞれ鉛直方向の節点  $k$  および  $k+1$  での値を表わしており、 $N_k$  および  $N_{k+1}$  は線形の形状関数で、

$$\left. \begin{aligned} N_k &= (z_{k+1} - z) / (z_{k+1} - z_k) \\ N_{k+1} &= (z - z_k) / (z_{k+1} - z_k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

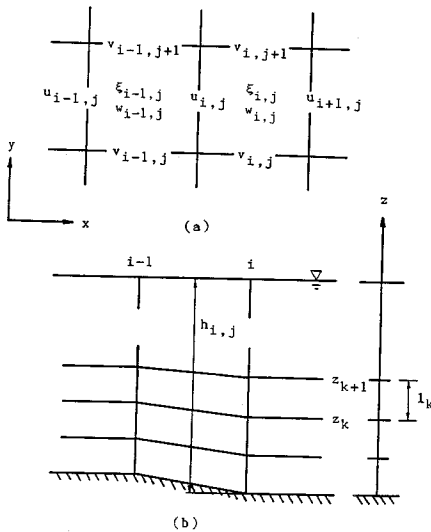


Fig. 2 Finite difference and finite element mesh.

である。

式 (20) を式 (12) から式 (18) に代入し、ガラーキン有限要素法を適用する。その結果をマトリックス表示すると、以下ようになる。

$$[A] \cdot \{u\}^a = \{a\}^n \dots\dots\dots (22)$$

$$[A] \cdot \{v\}^a = \{b\}^n \dots\dots\dots (23)$$

$$[B] \cdot \{u\}^{n+1} = \{c\}^a \dots\dots\dots (24)$$

$$[B] \cdot \{v\}^{n+1} = \{d\}^a \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 $[A]$  および  $[B]$  は  $2 \times 2$  のマトリックス、 $\{a\}$  から  $\{d\}$  は 2 行のベクトルであり、

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta} &= \int_{l_k} \frac{N_\alpha N_\beta}{\Delta t} dz \\ B_{\alpha\beta} &= \int_{l_k} \left[ \frac{N_\alpha N_\beta}{\Delta t} dz + N_\gamma A_{v\gamma} \frac{\partial N_\alpha}{\partial z} \frac{\partial N_\beta}{\partial z} \right] dz \\ &\quad - \left[ N_\alpha N_\gamma A_{v\gamma} \frac{\partial N_\beta}{\partial z} \right]_{l_k} \\ a_\alpha &= \int_{l_k} \left[ \frac{N_\alpha N_\gamma u_\gamma^n}{\Delta t} + N_\alpha \left\{ -N_\gamma u_\gamma^n \frac{\partial (N_\gamma u_\gamma^n)}{\partial x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - N_\gamma v_\gamma^n \frac{\partial (N_\gamma u_\gamma^n)}{\partial y} - N_\gamma w_\gamma^n \frac{\partial (N_\gamma u_\gamma^n)}{\partial z} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + A_h \left( \frac{\partial^2 (N_\gamma u_\gamma^n)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (N_\gamma u_\gamma^n)}{\partial y^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - g \frac{\partial \xi^{n+1/2}}{\partial x} - f N_\gamma v_\gamma^n \right\} \right] dz \\ b_\alpha &= \int_{l_k} \left[ \frac{N_\alpha N_\gamma v_\gamma^n}{\Delta t} + N_\alpha \left\{ -N_\gamma u_\gamma^n \frac{\partial (N_\gamma v_\gamma^n)}{\partial x} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - N_\gamma v_\gamma^n \frac{\partial (N_\gamma v_\gamma^n)}{\partial y} - N_\gamma w_\gamma^n \frac{\partial (N_\gamma v_\gamma^n)}{\partial z} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + A_h \left( \frac{\partial^2 (N_\gamma v_\gamma^n)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (N_\gamma v_\gamma^n)}{\partial y^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - g \frac{\partial \xi^{n+1/2}}{\partial y} + f N_\gamma u_\gamma^n \right\} \right] dz \\ c_\alpha &= \int_{l_k} \frac{N_\alpha N_\gamma}{\Delta t} u_\gamma^a dz \\ d_\alpha &= \int_{l_k} \frac{N_\alpha N_\gamma}{\Delta t} v_\gamma^a dz \end{aligned}$$

である。ここに、 $\alpha = k, k+1, \beta = k, k+1, \gamma = k, k+1$  であり、 $\gamma$  は総和規約である。なお、 $\beta_{\alpha\beta}$  の式の右辺第 2 項は自然境界条件項であり、水面で式 (4) の境界条件式が適用される。

c) 差分化

式 (22) から式 (25) の水平方向の離散化に対しては基本的に中央差分法を用いるが、式 (22) および式 (23) 中の慣性項に対しては、解の安定性を考慮して以下のような風上差分法を用いた。たとえば、

$$u(\partial u / \partial x) \text{ に対して} \\ \overline{u_{i,j}} > 0; u_{i,j} \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{\Delta x} \dots\dots\dots (26)$$

$$\overline{u_{i,j}} < 0; u_{i,j} \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{\Delta x} \dots\dots\dots (27)$$

$$v(\partial u/\partial y) \text{ に対して,}$$

$$\overline{v_{i,j}} > 0; v_{i,j} \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{\Delta y} \dots\dots\dots(28)$$

$$\overline{v_{i,j}} < 0; v_{i,j} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta y} \dots\dots\dots(29)$$

とする。ここで、 $\overline{v_{i,j}}$  は  $u_{i,j}$  の位置の平均値を表わしている。

Fig. 3 は慣性項が非常に大きくなる条件 (Fig. 8 に対応している) での中央差分を用いた場合と風上差分を用いた場合の解析結果の一例を示したものであるが、中央差分を用いると、流速が発達するにつれて、風下の境界付近の流速分布に異常が生じ、発散に至っている。しかしながら、風上差分法を用いた場合は解が安定しており、吹送流といった順流と逆流が存在する場でも風上差分を用いると解が安定することが認められた。なお、式 (26) から式 (29) における  $\overline{\quad}$  は、節点  $k$  および  $k+1$  の流速の平均値を意味している。

また、水位変動量  $\xi^{n+1/2}$  および鉛直流速  $w^{n+1}$  に関しては、連続式より以下に示す差分式によって求める。

$$\xi_{i,j}^{n+1/2} = \xi_{i,j}^{n-1/2} - \{ (u_{m,i+1,j}^n \cdot h_{ui+1,j}^{n-1/2} - u_{m,i,j}^n \cdot h_{ui,j}^{n-1/2}) / \Delta x + (v_{m,i,j+1}^n \cdot h_{vi,j+1}^{n-1/2} - v_{m,i,j}^n \cdot h_{vi,j}^{n-1/2}) / \Delta y \} \Delta t \dots\dots\dots(30)$$

$$w_{i,j,k+1}^{n+1} = w_{i,j,k}^{n-1} - (\overline{u_{i+1,j}^{n+1}} \cdot l_{kui+1,j} - \overline{u_{i,j}^{n+1}} \cdot l_{kui,j}) / \Delta x - (\overline{v_{i,j+1}^{n+1}} \cdot l_{kvi,j+1} - \overline{v_{i,j}^{n+1}} \cdot l_{kvi,j}) / \Delta y \dots\dots\dots(31)$$

ここに、添字  $m$  は鉛直方向の断面平均流速を、 $u$  および  $v$  は  $u$  および  $v$  地点の  $h$  および  $l_k$  の平均値を示し、 $\overline{u}$  および  $\overline{v}$  は  $k$  と  $k+1$  での流速の平均値である。

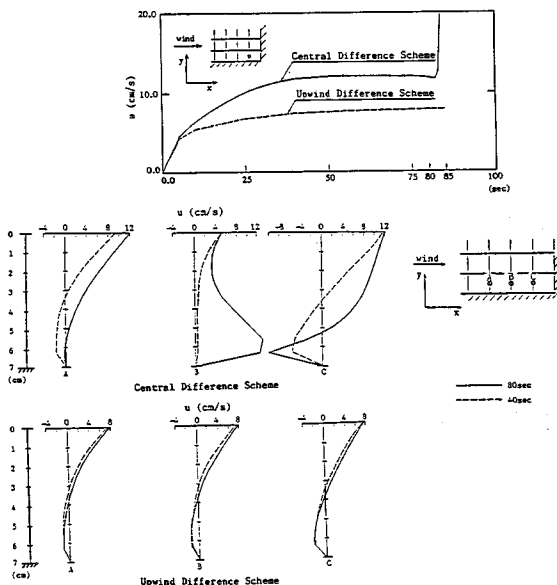


Fig. 3 Numerical results by means of central difference scheme and upwind difference scheme.

(3) 基礎方程式中の諸係数

ここでは、解析に必要な水平・鉛直渦動粘性係数の与え方について述べる。

a) 水平渦動粘性係数

水平渦動粘性項に関しては、従来吹送流に対する影響が少ないという考え方から、運動方程式からこの項を省略したり、また、その評価というものもあまりなされていない。しかしながら、本研究では、さまざまな湖を対象としているので、以下のように水平渦動粘性係数を与えて解析するものとする。湖流解析は水平スケールが鉛直スケールに比べて大きく、解析に用いる水平メッシュが大きくなるために、水平渦動粘性係数はメッシュの大きさを考慮した数値粘性係数を仮定する必要がある。

この水平渦動粘性係数に関しては、富所<sup>9)</sup> がリチャードソンの物質の拡散係数の経験式から、

$$A_h = 0.01 \Delta^{4/3} \text{ (単位: cm}^2/\text{s)} \dots\dots\dots(32)$$

を提案している。ここで、 $\Delta$  はメッシュの大きさであり、単位は cm であるが、富所は水平方向に三角形の有限要素法を用いているので、 $\Delta$  を三角形の一辺の長さとして  $A_h$  を評価している。本研究では、この式 (32) によって水平渦動粘性係数を評価したが、 $\Delta$  に関しては、本研究では水平方向に差分をとっているのので、その差分メッシュの大きさとした。

b) 鉛直渦動粘性係数

鉛直渦動粘性係数については、従来鉛直方向に一定値として解析する場合が多かったために、鉛直方向の平均値を用いた流れの検討がなされてきた。たとえば、富所<sup>6)</sup> は、一次元の定常吹送流に対して、運動方程式 (1) の慣性項・水平拡散項・非定常項を省略し、連続式を用いて鉛直方向の流速分布式、

$$u = \frac{\tau_{wind} \cdot h}{A_v} \left\{ \left( 1 + \frac{z}{h} \right) - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{z^2}{h^2} \right) \right\} \dots\dots\dots(33)$$

を導き、 $\tau_{wind}$  と表面流速の経験値から、

$$A_v = 0.016 \cdot u_* \cdot h \dots\dots\dots(34)$$

とした。ここで、 $u_* = \sqrt{\tau_{wind}/\rho}$ 、 $\overline{A_v}$  は鉛直方向の平均値である。

式 (34) は鉛直渦動粘性係数が風によるせん断応力と水深の積であることを示しているが、本来鉛直渦動粘性係数は流れの場によって決まるものであり、非定常の風あるいは、風の吹き始め、風の停止時の解析にこの式を用いると不都合が生じると考えられる。そこで、本研究では、鉛直渦動粘性係数が流れの場の代表流速に比例して時間的に変化すると考え、鉛直渦動粘性係数の評価を試みた。

まず、代表流速  $u_t$  と  $u_*$  の関係を

$$u_t / u_* = K \dots\dots\dots(35)$$

と仮定する。したがって、式 (34) は次式のように変形

できる。

$$\overline{A_v} = 0.016 \cdot (u_t/K) \cdot h \dots \dots \dots (36)$$

次に、代表流速  $u_t$  の選択が問題になるが、ここでは、表面流速  $u_s$  あるいは最大流速と最大逆流流速の差  $u_{re}$  を代表流速と考える。式(35)中の比例定数  $K$  は、式(33)から求められる  $u_*$  と  $u_s$  および  $u_{re}$  との関係より容易に求められ、式(36)はそれぞれ

$$\overline{A_v} = 0.016 \cdot (u_s/15.6) \cdot h \dots \dots \dots (37)$$

$$\overline{A_v} = 0.016 \cdot (u_{re}/20.8) \cdot h \dots \dots \dots (38)$$

となる。上式の妥当性については次章で検討する。

次に、上述した  $A_v$  は鉛直方向に一定値とした議論であるが、三次元解析という意味では鉛直分布を与えて解析する必要がある。鉛直分布に関しては、従来より吹送流の観測結果から評価されてきた。たとえば、村岡ら<sup>3)</sup>は、研究結果を総合して、次式を提案している。

$$A_v = \alpha \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cdot u_* \cdot h \dots \dots \dots (39)$$

ここに、 $\alpha$  は係数である。本研究では、式(39)を基本として分布形を与えるが、計算の安定などのために、

$$\frac{z}{h} < 0.5; A_v = \frac{16}{3} \overline{A_v} \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right) \dots \dots \dots (40)$$

$$\frac{z}{h} \geq 0.5; A_v = \frac{4}{3} \overline{A_v} \dots \dots \dots (41)$$

として解析を行った。なお、式(39)中の  $\alpha$  は  $A_v$  の平均値が式(37)あるいは式(38)の  $\overline{A_v}$  に等しくなるように決め、その値を式(40)および式(41)に代入して算出されたものである。

### 3. 模型実験結果への適用とその考察

解析方法の妥当性を検討するためには、実際の湖に適用し、観測結果と比較することが望ましいが、現在のところ、実際の湖において吹送流の非定常三次元流を観測している例は数例で、しかも湖全体の流れといったものではなく、局所的な流速が観測されているにすぎない。そこで、本研究では、村岡らによって測定された水理模型実験に本研究で用いた解析方法を適用し、その妥当性について検討するとともに、非定常流れにおける鉛直渦動粘性係数の与え方について考察を行う。

#### (1) 鉛直循環流実験への適用

村岡らは、直方体の水槽において鉛直循環流を発生させ、鉛直方向の流速分布あるいは風の吹き始め時および停止時の流況を測定している。実験は Fig. 4(a) に示すような高さ 20 cm、長さ 380 cm、幅 40 cm の木製水路で、風速 6.67 m/s、 $\tau_{wind} = 0.56 \text{ dyne/cm}^2$  の風況のもとで行われたものである。なお、流速は超音波流速計によって測定されたものである。

解析メッシュは Fig. 4(b) に示すように水路を  $\Delta x =$

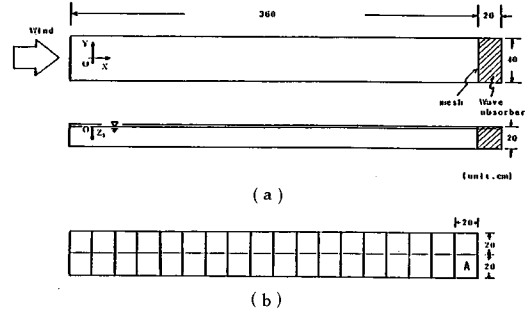


Fig. 4 Experimental flume<sup>3)</sup> and finite difference mesh.

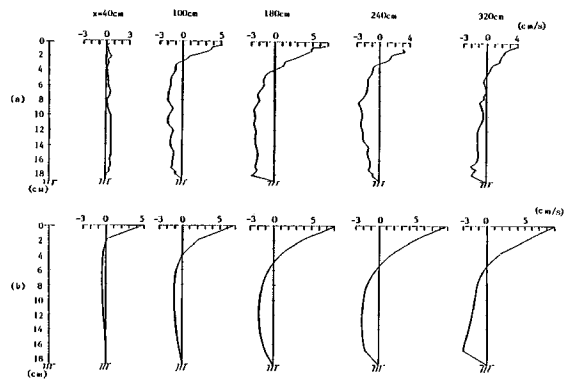


Fig. 5 Longitudinal variation of vertical velocity distribution.

$\Delta y = 0.2 \text{ m}$  のメッシュで分割したものをを用いた。

#### a) 鉛直流速分布

Fig. 5(a) が実験値、(b) が解析値を示している。解析値は風によるせん断応力を  $x$  方向の一定として解析しているが、実験においては始端から境界層が発達しているため、始端付近では分布をもっていると考えられる。したがって、始端の水面付近の流速では解析結果の方が大きくなっている。次に、流速分布についてみると全体的に  $x$  方向に分布形が変化していることがわかる。すなわち、逆流の最大値が生ずる水深についてみると、始端付近では水面の付近にあるが、終端に向かうにつれて底面付近に近づいてくる傾向がある。解析結果についても流速の大きさおよび水深は若干異なっているものの、全体の傾向は実験値をよく表わしていると思われる。

#### b) 非定常流れ

Fig. 6 は流れの静止状態から風を吹かせたときおよび流れが定常状態に達しているときに風を停止させたときの流れの変化を示したもので、 $x = 180 \text{ cm}$ 、 $z = -1 \text{ cm}$  の  $u$  および  $\sqrt{u'^2}$  の変化をそれぞれ (a)、(b) に示している。ここで、 $\sqrt{u'^2}$  の評価時間は 5 秒であった。

Fig. 6(b) をみると、風の吹き始め、あるいは、停止時に直ちに乱れが定常あるいは減衰するわけではないこ

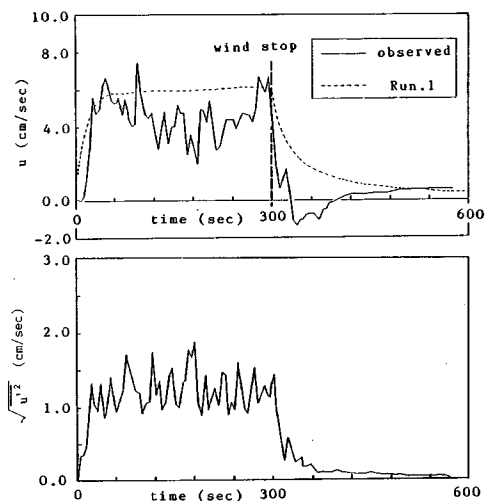


Fig. 6 Time variation of  $u$  and  $\sqrt{u'^2}$  under rising and decreasing conditions (Muraoka et al., 1981).

Table 1  $T_1$  (rising) and  $T_2$  (decreasing) of observed data (Muraoka et al., 1981).

		$T_1$ (rising) (sec)		
		z(cm)		
		-1.0	-10.0	-17.0
u		18.7	42.4	35.5
u'		17.5	3.7	2.6

		$T_2$ (decreasing) (sec)		
		z(cm)		
		-1.0	-10.0	-17.0
u		4.2	32.1	32.2
u'		9.5	27.9	28.0

とがわかる。特に、風の停止時の減衰は緩やかである。Table 1 は風の吹き始め、停止時において、定常流速および定常の乱れの大きさの  $(1-1/e)$  倍になるまでの時間  $T_1$ 、停止時には  $1/e$  に減衰する時間  $T_2$  を示したものであるが、特に停止時には流速と乱れの対応がよいことがわかる。したがって、乱れの大きさと鉛直渦動粘性係数が比例関係にあると考えると、前述した式 (37) あるいは式 (38) の考え方は実験値の傾向と一致しているといえる。

次に、この実験条件をもとにして、従来の鉛直渦動粘性係数の与え方と本研究の提案式の比較を行ったものが Fig. 7 である。Run.1 は式 (38) を適用した結果、Run. 2 は式 (34) を風が停止した後も適用した結果、Run. 3 は式 (34) で風速に対応して与えたもの（風停止後は水の粘性係数を与えたものである）、Run. 4 は式 (37) で与えたものである。また、Table 2 は Table 1 に対応する時間について各 Run の値を比較したものである。

まず、風の吹き始めでは、代表流速に比例させて与え

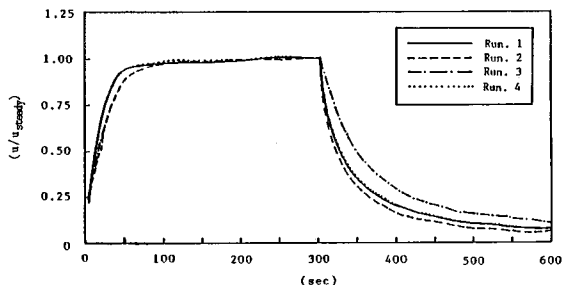


Fig. 7 Comparison of numerical results which are computed on the basis of several types of vertical eddy viscosity.

Table 2  $T_1$  (rising) and  $T_2$  (decreasing) obtained by numerical simulation.

		$T_1$ (rising) (sec)		
		z(cm)		
Run No.		-1.0	-10.0	-17.0
Run 1		16.0	26.0	19.0
Run 2		21.0	24.0	31.0
Run 3		21.0	24.0	31.0
Run 4		16.0	26.0	21.0
Observed		18.7	42.5	35.5

		$T_2$ (decreasing) (sec)		
		z(cm)		
Run No.		-1.0	-10.0	-17.0
Run 1		34.0	38.0	14.0
Run 2		29.0	17.0	36.0
Run 3		59.0	52.0	18.0
Run 4		36.0	33.0	15.0
Observed		4.2	32.1	32.2

た方が流速の発達が早く、実験結果の急激な発達状況に近いと思われるが、発達時間の方は実験初期に流速が発達しない時間があるために対応はよくない。この時間帯は波すなわち粗度が発達している時間と思われる。

次に、停止時では実験値は急激に減少している。これはセイシュによって逆流が生じたためと思われるが、解析結果ではこの状況を表現できていない。解析結果を比較すると、まず風に対応させた Run. 3 の減衰が非常に遅くなっており、実験値との対応がよくない。その他の Run を比較すると Run. 2 が実験値に近いが、実際の流速の非定常時に一定値を与えることは問題があると思われる。この結果を総合すると代表流速に比例させて与える方法がよいと思われる。Fig. 6 に示す破線は Run. 1 の結果を示したものであるが、停止直後の逆流状態を除いては実験値とよく対応していると思われる。

また、Run. 1 と Run. 4 を比較するとほとんど差異が認められなかったが、本研究では、以降 Run. 1 の最大流速と逆流の最大流速の差  $u_{re}$  に比例させた式 (38) で鉛直渦動粘性係数の非定常値を評価する。

(2) 水平循環流実験への適用

村岡らは、水平循環流特性をみるために、Fig. 8 に示

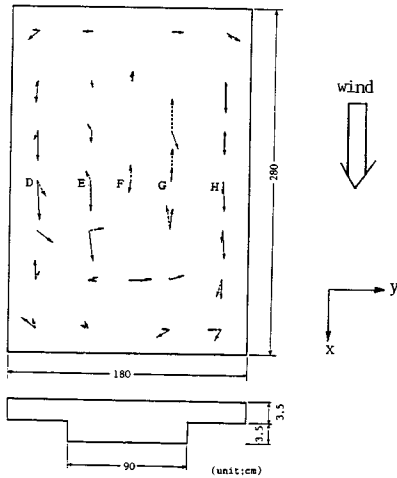


Fig. 8 Experimental flume and horizontal distribution of surface and bottom velocities (Muraoka et al., 1981).

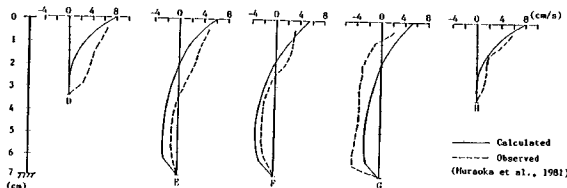


Fig. 9 Comparison between experimental results<sup>3)</sup> and numerical values on vertical velocity distributions in experimental flume.

す水路で吹送流実験を行っている。水路は、吹送方向に中央が深く両側で浅くなっている底面地形を有しており、 $\tau_{wind} = 0.225 \text{ dyne/cm}^2$  の風の条件のもとに実験がなされている。

Fig. 8中のベクトルはその実験結果を示したもので、実線が水面下1 cmでの、破線が底面より約1 cmでの流速をそれぞれ示している。また、Fig. 8中のDからH地点での吹送方向の流速の鉛直分布を示したものがFig. 9の破線である。Fig. 9をみると、地形あるいは風の非一様性により左右で極端に異なった流況を示しているが、平均的には水深の浅いところで順流、深いところで逆流している。

Fig. 9の実線は、実験条件をもとにした解析結果である。なお、解析メッシュは  $\Delta x = 0.36 \text{ m}$ 、 $\Delta y = 0.28 \text{ m}$  である。まず、水深の浅い地点DとHの結果をみると、解析値の方がやや流速が小さくなっているものの鉛直分布の順流傾向は表現できている。また水深の深い地点EからHの結果についても、計算値は全体的には実験値を表現できていると思われる。

#### 4. 吹送流におけるモデルのスケールの影響

本章では、Fig. 8に示した湖(モデル)の大きさをさ

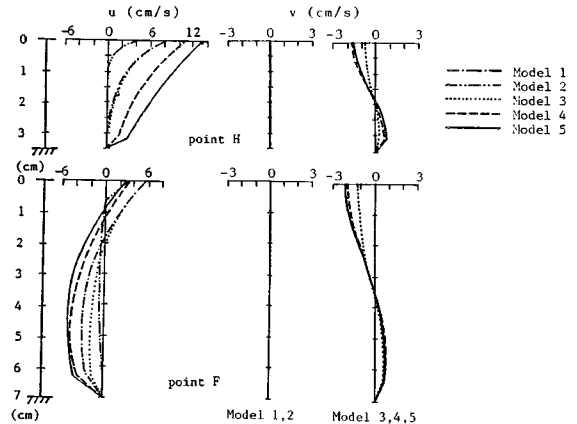


Fig. 10 Influence of lake scale on wind current.

まざまに変化させ、モデルのスケールによる吹送流の変化を考察するとともに、各モデルのスケールの解析において、運動方程式から慣性項、あるいは水平渦動粘性項を省略した解析を行い、おのおのの項の影響について検討する。その際、風の条件は各モデルのスケールで一定とし、3. で示した実験条件を与えている。Table 3はおのおののモデルの長さスケール  $L$ 、水深スケール  $D$ 、鉛直・水平渦動粘性係数およびロスビー数 ( $R_0 = u/fL$ )、鉛直・水平エクマン数 ( $E_v = A_v/fD^2$ ,  $E_h = A_h/fL^2$ ) 等を示したものである。ここで、ロスビー数は慣性項とコリオリ項との比、鉛直・水平エクマン数はそれぞれ鉛直・水平渦動粘性項とコリオリ項の比を示している。

##### (1) モデルのスケールの違いによる吹送流の変化

Fig. 10に示すように、Fig. 8におけるHおよびF地点における横断方向流速  $v$  は、スケールの小さいモデル1あるいはモデル2ではほとんど生じていないが、スケールの大きいモデル3以上になると流速が生じている。水路中央部で  $v$  が生じるためにはコリオリ項の効果が大きくなる必要があるとあり、モデル3以上のスケールだとコリオリ項の影響が現われることがわかる。すなわち、Table 3からロスビー数がオーダー1以下になるとコリオリ項の影響が生じるといえる。

次に、流速  $u$  についてみると、モデル2では流速が非常に小さくなっている。このことは、次に述べる慣性項の影響によるものと考えられ、Table 3より、 $R_0/E_v$  が大きくなると慣性項の影響で流速が抑えられているものと考えられる。また、この  $R_0/E_v$  が小さくなるにつれて流速が大きくなっているが、このことは断面平均流速が大きくなっていることからくるものである。すなわち、 $R_0/E_v$  が小さくなると水平循環流が卓越してくることを意味している。

Table 3 Analytical conditions on several scale models.

	L (m)	D(m)	$A_v(m^2/s)$	$A_h(m^2/s)$	$R_o$	$E_v$	$E_h$	$R_o/E_v$
Model 1	2.8	0.05	$4.0 \times 10^{-6}$	$1.2 \times 10^{-4}$	423	18.9	0.18	22.4
Model 2	28.0	5.00	$4.0 \times 10^{-4}$	$2.6 \times 10^{-3}$	42.3	0.19	$3.8 \times 10^{-2}$	223.8
Model 3	$2.8 \times 10^2$	5.00	$4.0 \times 10^{-4}$	$5.5 \times 10^{-2}$	4.23	0.19	$8.3 \times 10^{-3}$	22.4
Model 4	$2.8 \times 10^3$	5.00	$4.0 \times 10^{-4}$	1.2	0.42	0.19	$1.8 \times 10^{-3}$	2.2
Model 5	$2.8 \times 10^4$	5.00	$4.0 \times 10^{-4}$	25.6	0.04	0.19	$3.8 \times 10^{-4}$	0.2

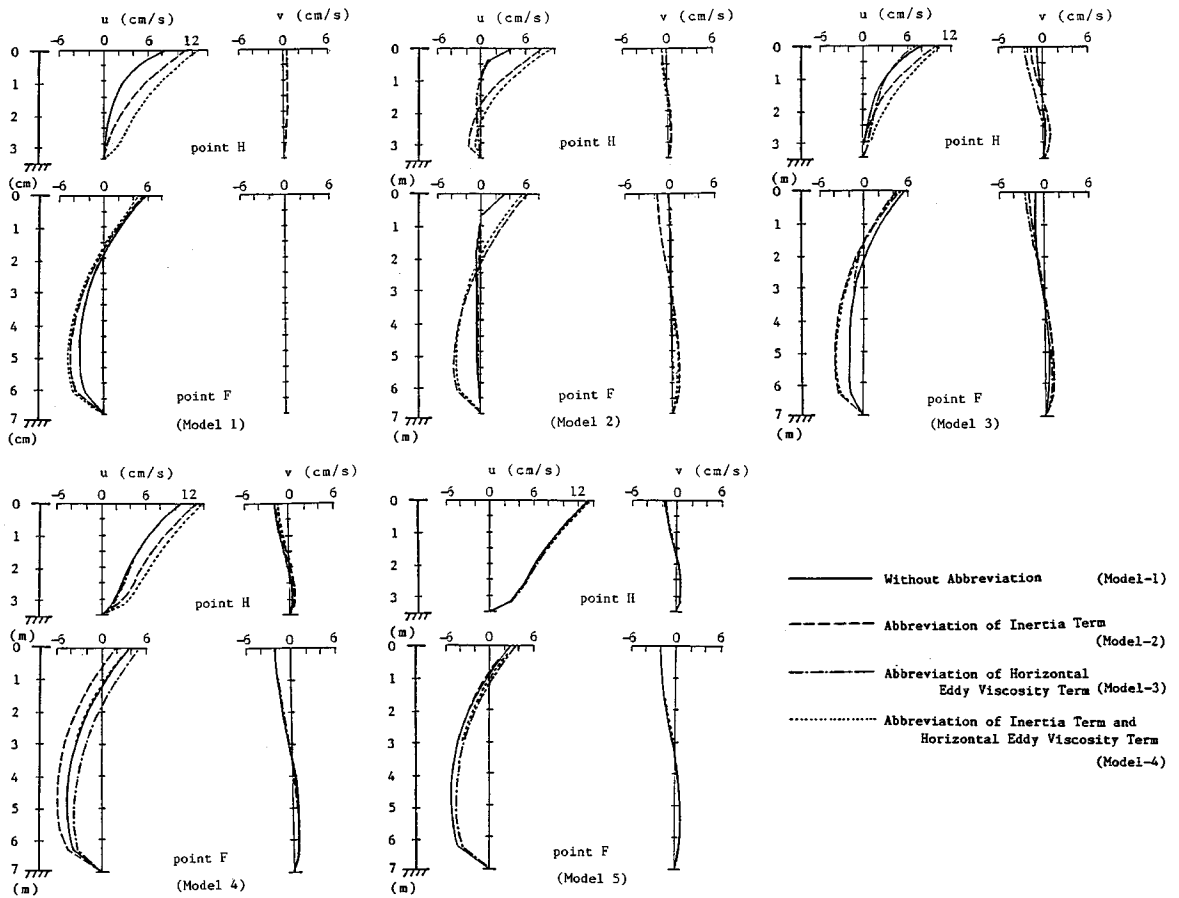


Fig. 11 Influence of inertia term and horizontal eddy viscosity term on wind current.

(2) 各モデルのスケールに及ぼす慣性項および水平渦動粘性項の影響

Fig. 11 は、各モデルスケールに及ぼす慣性項および水平渦動粘性項の影響をみるために、運動方程式中の慣性項を省略した場合の結果(破線)、水平渦動粘性係数を省略した場合の結果(一点鎖線)、慣性項と水平粘性項を両方省略した場合の結果(点線)および両項を省略しない場合の結果(実線)をそれぞれのモデルのスケールごとに比較したものである。なお、結果は Fig. 8 と対応した地点のものである。また、Table 4 は Fig. 9 にお

ける F(center), G(side-1) および H(side-2) 点における吹送方向の平均流速を各モデルごとに比較したものである。まず、慣性項の影響についてみると、上述したように、この項は全体的に流速の発達をおさえる方向に作用していることがわかる。このことは Table 4 をみても明らかで、どのモデルにおいても慣性項を省略すると平均流速が大きくなっている。また、その影響度合は、従来いわれているロスビー数  $R_o$  が 0.1 以上になると無視できなくなるという結果と一致しているが、前述したようにロスビー数  $R_o$  と鉛直エクマン数  $E_v$  との比



Table 4 Computed average velocity under several scale models.

		Average Velocity		
		Point F	Point G	Point H
		$U_{center}$ (cm/s)	$U_{side-1}$ (cm/s)	$U_{side-2}$ (cm/s)
Model 1	1-1	-0.93	-0.51	1.99
	1-2	-2.22	-1.42	4.94
	1-3	-0.94	-0.54	2.06
	1-4	-1.81	-1.84	5.40
Model 2	2-1	-0.16	-0.14	0.34
	2-2	-0.74	-0.22	1.19
	2-3	-0.03	-0.14	0.06
	2-4	-0.77	-0.79	2.35
Model 3	3-1	-0.27	0.03	2.08
	3-2	-1.74	-0.71	3.19
	3-3	-0.51	-0.01	2.48
	3-4	-1.39	-1.43	4.26
Model 4	4-1	-2.39	-1.37	4.79
	4-2	-3.64	-1.49	6.62
	4-3	-1.23	-2.36	4.99
	4-4	-2.47	-2.52	7.52
Model 5	5-1	-3.05	-2.38	7.08
	5-2	-3.14	-2.09	7.32
	5-3	-2.37	-2.83	7.28
	5-4	-2.48	-2.53	7.53

$R_0/E_0$  も関係していると思われる、 $R_0/E_0$  が 1 以下になると慣性項の影響は無視できることがわかる。

次に、水平渦動粘性項の影響については、Table 4 の G(side-1) 点の平均流速に現われている。つまり、モデル 4 の 4-1 と 4-3 の結果をみると、この項を省略しない場合には G 点の流速は F と H 点の流速値の間にあり、水路横断方向に対して滑らかに流向が変化しているが、水平渦動粘性項を省略した 4-3 では水路中央の F 点の流速は G 点のそれより大きくなっており、地点 G から H にかけて急激な流向の変化が起きている。すなわち、水平渦動粘性項は流速の平滑化に影響していることがわかる。また、その影響の度合は、定量的には明確ではないものの、モデルのスケールが大きくなるほど大きくなっている。

各モデルにおいて、慣性項と水平渦動粘性項の両方を省略したものを示したが、この結果は従来提案されているエクマンタイプモデルに対応する結果である。このエクマンモデルの精度については、従来ロスビー数が 0.1 以上では精度が悪くなるとされてきたが、本解析結果でも同様な結果が認められる。また、モデル 4 とモデル 5 ではほとんど同一の結果となっており、エクマンモデルでは水深が一定の場合、ある程度モデルのスケールが大きくなると流況が水平方向に相似形になることがわかる。

## 5. 結 論

本研究では、使用した解析方法の妥当性を検討するた

めに、従来模型実験水路において測定された結果に本研究で示した数値解析法を適用し、解析に非定常な鉛直渦動粘性係数を与えて流況を検討した。また、モデルのスケールの違いによる吹送流の変化を検討するとともに、慣性項・水平渦動粘性項・コリオリ項の影響について考察した。本研究で得られた結果をまとめると以下のようである。

(1) 慣性項が大きく影響する場合において、中央差分に換えて風上差分を用いて慣性項を差分化すると発散現象を抑えることができた。したがって、鉛直方向に流向が変化する吹送流においても、風上差分の有効性が認められた。

(2) 鉛直循環流実験結果に本解析法を適用した結果、実験条件が吹送方向にせん断応力分布があるため、両者の流速の大きさに若干の相違が生じたが、全体的には実験値の傾向を再現できることが判明した。また、非定常流れでは代表流速に比例させて鉛直渦動粘性係数を変化させる方法を提案し、その有効性が明らかになった。

(3) 水平循環流実験に適用した解析結果は、浅いところで吹送方向に、深いところで逆方向に平均的に流れるといった実験値の状態をよく表わしており、鉛直分布に関しても両者は比較的良好に一致した。この結果と (2) の結果を総合して、本研究で使用した解析方法の妥当性が確認できた。

(4) モデルのスケールを変化させた解析において、ロスビー数がオーダー 1 以下になるとコリオリ項の影響が生じてくることが認められた。

(5) 慣性項の影響は全体的に流速の発達をおさえる方向に作用し、慣性項の影響が大きくなると、水平循環流の大きさが小さくなることがわかった。また、慣性項の影響度合は  $R_0/E_0$  に比例しており、 $R_0/E_0$  が 1 以下になると慣性項の影響は無視できることが認められた。

(6) 水平渦動粘性項の影響は流速の水平方向分布を平滑する方向に作用することが認められ、その影響度合はモデルのスケールが大きくなるほど大きくなる傾向にあった。

## 参 考 文 献

- 1) 岩佐義朗・井上和也・足立敏之：琵琶湖の潮流と拡散に関する数値シミュレーション、京都大学防災研究所年報、第 21 号、B1、pp. 293-305、1978。
- 2) 井上和也：三次元解析法による琵琶湖湖流に関する二、三の検討、第 29 回水理講演会論文集、pp. 751-756、1985。
- 3) 村岡浩爾・福島武彦：陸水域の富栄養化に関する総合的研究 (Ⅲ) 霞ヶ浦 (西浦) の湖流、国立公害研究所報告、第 19 号、1981。
- 4) Liggett, J.A. and Hajitheodorou, C.: Circulation in shallow homogeneous lakes, Proc. ASCE, HY 95, pp. 609-620, 1969。

- 5) Gallagher, R.H. and Liggett, J.A. : Finite element shallow lake circulation analysis, Proc. ASCE, HY 99, pp.1083~1096, 1973.
  - 6) 余越正一郎・富所五郎：風による諏訪湖の流動特性，土木学会論文報告集，第276号，pp.53~63, 1978.
  - 7) Koutitas, C. and O'Connor, B. : Modeling Three-dimensional wind-induced flows, Proc. ASCE, HY 11, pp.1843~1865, 1980.
  - 8) 富所五郎：閉鎖性水域における風成流の水理に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1984.
  - 9) Chorin, A. J. : Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations, Math. Comput. 22, 1968.
  - 10) たとえば，石川忠晴ら：湖面に作用する風応力の検討（中間報告），第30回水理講演会論文集，pp.763~768, 1986. (1988.10.17・受付)
-