

## 波動下の砂漣近傍の流れとエネルギー逸散

## FLOW NEAR SAND RIPPLES AND DISSIPATION OF WAVE ENERGY

池田駿介\*・木崎 茂\*\*・石井修一\*\*\*・栗林俊一\*\*\*\*

By Syunsuke IKEDA, Shigeru KIZAKI, Shuichi ISHII and Shunichi KURIBAYASHI

The present paper deals with vortex shedding from ripples and the associated wave energy dissipation. The circulation of the vortices is estimated with potential flow theory, applying Kutta's condition at the crest of ripples, which indicates that the circulation has a functional relationship with period of fluid oscillation, boundary layer thickness and fluid velocity at the edge of the boundary layer. The kinetic energy of the vortices is assumed to be dissipated to reduce the wave energy. A formula is derived under the assumption, and it is tested with wave flume experiment for which self-formed ripples are generated. A good correlation is found between the theory and the experimental result.

Keywords: dissipation, oscillatory flow, ripple, vortices, wave

## 1. 序 論

波動運動により誘起される砂漣の近傍には砂漣頂部から発生する組織的な渦が存在し、この渦が底質を巻き上げることにより浮遊砂量が増大することが知られている。また、この渦が粘性逸散することにより波のエネルギーの一部が失われる。このようなことから、従来砂漣の発生条件やその形状・スケール、砂漣近傍の流れ、発生する渦の強度やその挙動、底質の巻き上げ量などについて研究が行われている。

振動流によって形成される砂漣について系統的な実験を行ったのは Bagnold<sup>1)</sup>を嚆矢とするが、本間ら<sup>2),3)</sup>は二次元造波水槽を用いて砂漣による浮遊砂に関する実験を行い、既往の砂漣形状に関するデータも含めて整理し、砂漣の波高・波長と底質粒径および水理量(底面近傍の水粒子の振幅)の間の関係式を提案している。また、Carstens ら<sup>4)</sup>は振動流装置を用いた実験から得られた砂漣に関するデータを報告している。最近ではこれまでに得られたデータをもとに、砂漣のスケールの予測法が

Nielsen<sup>5)</sup>により提案されている。

砂漣近傍の流れの特徴は前述のように、砂漣頂部の前後に形成される渦であるが、このような流れの構造を詳細に検討したり、あるいはモデル化を行う研究も数多く行われている。Horikawa・Watanabe<sup>6)</sup>は水素気泡法を用いて、平坦床および砂漣モデル上の振動流境界層の詳細な測定を行い、Kajiura<sup>7)</sup>による振動流境界層モデルの検討を行っている。Tunstall・Inman<sup>8)</sup>は砂漣近傍の渦の循環強度を可視化法により測定し、この強度が底面近傍の水平方向流速と砂漣波高によって整理されることを示した。さらに、この渦エネルギーと波の損失エネルギーを関連付けている。沢本ら<sup>9)~12)</sup>は一連の研究において、造波水路および空気振動流装置内に砂漣モデルを設置し、流速分布や乱れ分布を測定するとともに、渦の循環強度を測定している。また、渦をポテンシャル渦を用いてモデル化し、渦層厚さの推算や渦度流束の集積として求められる渦の循環強度の見積りを行い、これらを用いて浮遊砂の基準点濃度の予測法を提案している。Shibayama・Horikawa<sup>13)</sup>も渦に注目した研究を行っている。波動下の砂漣近傍の流れをポリスチレン粒子により可視化し、渦の循環強度を読み取り、渦度流束の集積として得られる循環強度との比較を行っている。Du Toit・Sleath<sup>14)</sup>は振動流中の砂漣モデル上の一方向流れ

\* 正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設基礎工学科  
(〒338 浦和市下大久保 255)

\*\* 正会員 工修 (株)飛鳥建設

\*\*\* (株)サンコー・コンサルタント

\*\*\*\* 茨城県庁

を測定し、Longuet-Higgins<sup>15)</sup>はポテンシャル流理論による非粘性渦糸群モデルによって砂漣上の流れをモデル化し、砂漣に作用する抗力を求めているが、ここでも渦の循環強度は渦度流束の集積として求められている。すなわち、Prandtlの方法を用いて、積分  $\Gamma_n = \int u_n^2 dt / 2$  により循環値を求めている。ここに、 $u_n$ は境界層外縁の流速値である。実際の計算では刻々の  $u_n$ の値を用い、数値積分することにより求められている。後述のように、本研究では Kutta の条件を適用して循環を求めるので、数値積分をする必要がなく、また explicit な形で循環の予測が可能となる。最近では砂漣や流れの非対称性を考慮した研究<sup>16)</sup>や、 $k-\epsilon$  乱流モデルを用いた流れ場の計算も行われている<sup>17)</sup>。

以上のように波動下や振動流中の砂漣近傍の流れについては比較的多くの研究が行われ、渦の循環強度や挙動などもしだいに把握されつつある。本研究では、Longuet-Higgins のモデルに境界層を導入し、さらに Kutta の条件を砂漣頂部に適用して渦の循環強度を見積る方法を提案し、この方法によって予測される値を振動流中の砂漣モデルおよび波動下の砂漣を用いて測定された値と比較することによりモデルの妥当性を確かめる。さらに、この渦が粘性逸散することにより失われるエネルギーを摩擦損失による分を除いた波のエネルギー損失量と比較し、両者の間の関係を調べる。

2. 渦を伴う砂漣近傍の流れのモデル化

シャープ・エッジ状の頂部をもつ砂漣近傍のポテンシャル流れについてはすでに Longuet-Higgins<sup>15)</sup>によって解が得られているので、本論文においてもその結果を用いることとし、以後の理論展開において必要な程度にその概略について述べる。

Fig. 1(a) のような砂漣の列を考える。このとき、砂漣の頂角を  $\pi(1-2/P_r)$  とする。この  $z$  面の砂漣形状は次式により、Fig. 1(b) の  $\zeta$  面の  $P_r$  多角形に写像さ

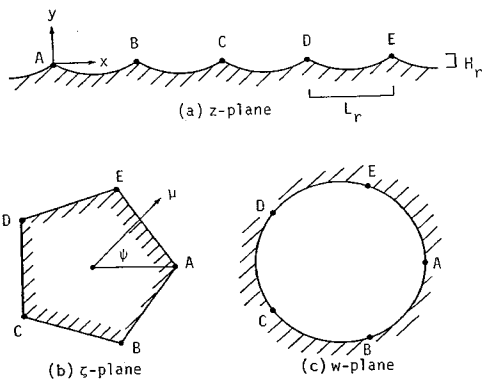


Fig. 1 Transformation of complex planes.

れる。

$$\zeta = e^{-ikr^2}, k_r P_r L_r = 2\pi \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $k_r$  は砂漣の波数、 $L_r$  は砂漣の波長である。 $\zeta$  面において境界を表わす式は以下のように与えられる。

$$\mu \cos(\varphi - \varphi_j) = \cos(\pi/P_r), \zeta = \mu e^{i\varphi} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\mu, \varphi$  はそれぞれ  $\zeta$  面上の半径方向と回転方向の座標を表わし、 $\varphi_j$  は多角形各辺の midpoint の座標を示し、 $\varphi_j = 2\pi(j-1/2)/P_r$  である ( $j=1, 2, \dots, P_r$ )。式 (1)、(2) から  $z$  面における砂漣形状が求まり、

$$k_r(y - y_0) = \ln[\sec k_r(x - x_0)], |k_r(x - x_0)| \leq \frac{\pi}{P_r} \dots \dots \dots (3)$$

となる。ここに、 $x_0 = -\varphi_j/k_r, y_0 = \ln[\cos(\pi/P_r)]/k_r$  である。このとき、砂漣波高  $H_r$  と波長  $L_r$  の比は次式によって与えられる。

$$\frac{H_r}{L_r} = \frac{\ln[\sec(\pi/P_r)]}{2\pi/P_r} \dots \dots \dots (4)$$

$\zeta$  面の多角形外部の流れは Schwarz-Christoffel 変換により、次の写像関数を用いて  $w$  面の単位円の内部へ写像される (Fig. 1(c))。

$$\zeta = \zeta_0 - K \int_{w_0}^w \frac{1}{w^2} (1 - w^{P_r})^{2/P_r} dw \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\zeta_0$  は定数、 $K$  は写像のスケールを決定し、 $P_r = 5$  (すなわち、砂漣の頂角が  $108^\circ$  に相当する) のとき、 $K = 0.889$  である。また、この値のとき式 (4) から  $H_r/L_r = 0.17$  となる。砂漣から十分離れた点における一様流速が  $U$  であり、砂漣間の位置  $z_n$  にある循環  $\Gamma_n$  をもつ渦の複素速度ポテンシャル  $\chi$  は  $w$  面において

$$\chi = \chi_u + \chi_v = \frac{U}{ikr} \ln w + \sum_n \frac{\Gamma_n}{2\pi i} \ln \frac{w^{P_r} - w_n^{P_r}}{w^{P_r} - \bar{w}_n^{P_r}} \dots \dots \dots (6)$$

である。ここに、 $\chi_u, \chi_v$  はそれぞれ一様流、渦に対応する複素速度ポテンシャルであり、 $w_n, \bar{w}_n$  はそれぞれ  $n$  番目の渦、その鏡像渦の位置を表わす。以上が Longuet-Higgins によって得られた複素速度ポテンシャルである。

砂漣背後に形成される組織的な剥離渦はせん断層内の渦度が次々と非定常に放出され、これが集積することにより形成されると考えられる (Fig. 2)。このような剥離渦の循環や挙動を調べる方法として、離散渦法が知られている<sup>18)</sup>。本論文においてもこの方法を用いることとし、剥離点から放出される離散渦の循環とその放出時間間隔

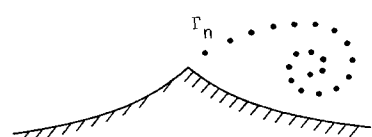


Fig. 2 Discrete vortex model.

を見積り、その積分として組織的な剥離渦の循環を求める。

まず、式(6)を用いて離散渦の循環を求める。砂漣のクレスト上 ( $w = w_c$ ) においてKuttaの条件、 $d\chi/dw=0$ 、を適用する。このとき、式(6)から、

$$\Gamma_n = -\frac{2\pi U}{k_r P_r} w_c^{Pr} \frac{(w_c^{Pr} - w_n^{Pr})(w_c^{Pr} - \bar{w}_n^{Pr})}{w_n^{Pr} - \bar{w}_n^{Pr}} + \alpha_v \dots (7)$$

となる。ここに、 $\alpha_v$  は  $n$  番目の渦以外の渦による寄与分であり、

$$\alpha_v = -\sum_{m=1}^{n-1} \Gamma_m \frac{w_m^{Pr} - \bar{w}_m^{Pr}}{(w_c^{Pr} - w_m^{Pr})(w_c^{Pr} - \bar{w}_m^{Pr})} \times \frac{(w_c^{Pr} - w_n^{Pr})(w_c^{Pr} - \bar{w}_n^{Pr})}{w_n^{Pr} - \bar{w}_n^{Pr}} \dots (8)$$

である。ここで、砂漣のクレストの位置として Fig.1(a) の A 点を選べば Fig.1(c) において  $w_c=1$  となり、さらに  $w_n$  にある渦に与える他の渦の影響は小さいとして無視すれば式(7)の  $\alpha_v$  はなくなり、式(7)は

$$\Gamma_n = -\frac{2\pi U}{k_r P_r} \frac{(1 - w_n^{Pr})(1 - \bar{w}_n^{Pr})}{w_n^{Pr} - \bar{w}_n^{Pr}} \dots (9)$$

となる。 $\alpha_v=0$  と置くことは砂漣頂部における流速に与える他の渦の影響を無視することにほかならないが、剥離点付近の流速は砂漣背後にある渦よりもむしろ砂漣前方の渦の影響をほとんど受けていない流れによって規定されており、渦の影響は砂漣頂部ごく近傍にある渦のみの寄与分を取り入れておけばよいと考えられる。

次に  $w_n$  について考察する。実際に離散渦が形成される位置は境界層内の渦度が渦として集中してくる点であるので、境界層厚さ  $\delta$  程度境界から離れた点であると考える。この位置を砂漣のクレストから  $\delta$  上方の点とすると、 $z$  面において (Fig.3 参照)

$$z_n = i\delta \dots (10)$$

となる。この位置は  $\zeta$  面では式(1)から

$$\zeta_n = e^{k_r \sigma} = 1 + \delta' \dots (11)$$

と表わされる。次に  $w$  面においては式(5)において  $w_0$  として A 点を選べば  $w_0 = \zeta_0 = 1$  となり、式(5)および式(11)から

$$\delta' = -K \int_1^{w_n} \frac{1}{w^2} (1 - w^{Pr})^{2/Pr} dw \dots (12)$$

となる。 $w$  面においても  $w_n$  の値は

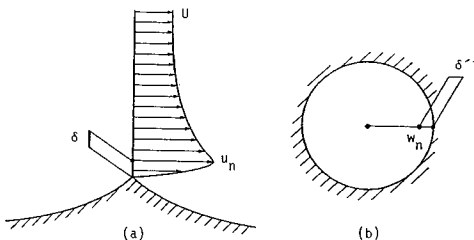


Fig.3 Definition of  $\delta$  and  $\delta'$ .

$$w_n = 1 + \delta'' \dots (13)$$

とおけ (Fig.3 参照)、また、式(12)中の  $w$  の値は 1 に近いので Taylor 展開し、積分すれば

$$\delta' = \frac{K}{2+P_r} (-P_r \delta'')^{2+Pr/Pr} \dots (14)$$

を得る。さらに式(11)から  $k_r \delta \doteq \delta'$  であることから

$$\delta = \frac{K}{(2+P_r)k_r} (-P_r \delta'')^{2+Pr/Pr} \dots (15 \cdot a)$$

または

$$\delta'' = -\frac{1}{P_r} \left[ \frac{(2+P_r)k_r \delta}{K} \right]^{Pr/(2+Pr)} \dots (15 \cdot b)$$

となる。

この  $z_n$  における水平方向流速を  $u_n$  とすれば (Fig.3 参照)、 $u_n$  は式(6)から

$$u_n = Re \left( \frac{d\chi}{dw} \frac{dw}{dz} \right)_{w=w_n} = Re \left[ \frac{i w_n U}{w_n i k_r} + \dot{w}_n \times \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\Gamma_j}{2\pi i} \left( \frac{P_r w^{Pr-1}}{w^{Pr} - w_j^{Pr}} - \frac{P_r w^{Pr-1}}{w^{Pr} - \bar{w}_j^{Pr}} \right)_{w=w_n} \right] \dots (16)$$

となる。ここに、 $\dot{w}_n = (dw/dz)_{w=w_n}$  である。ここで、前と同様に他の渦の影響は小さいとすれば、式(16)中の [ ] 内第 2 項は無視でき、結局、境界層外縁の流速  $u_n$  を用いて表わされる  $\Gamma_n$  の値は式(9)から

$$\Gamma_n = -\frac{2\pi u_n}{P_r} Re \left( i \frac{w_n}{\dot{w}_n} \right) \frac{(1 - w_n^{Pr})(1 - \bar{w}_n^{Pr})}{w_n^{Pr} - \bar{w}_n^{Pr}} \dots (17)$$

となる。ここで、

$$w_n^{Pr} \doteq 1 + P_r \delta'', \quad \bar{w}_n^{Pr} \doteq 1 - P_r \delta''$$

$$\dot{w}_n = \frac{dw_n}{dz_n} = \frac{d(1 + \delta'')}{d(i\delta)} = -\frac{1}{i} \frac{k_r}{K} \left[ \frac{(2+P_r)k_r \delta}{K} \right]^{-2/(2+Pr)}$$

の関係を用い、式(15·b)も援用して式(17)を変形すれば、 $\Gamma_n$  は

$$\Gamma_n = -\frac{2+P_r}{P_r} \pi u_n \delta (1 + \delta'') \dots (18)$$

として与えられる。式(18)により離散渦の循環が与えられる。

往復流半周期の間に砂漣の片側に形成される組織的な剥離渦は半周期の間の離散渦の集積として表わせる。したがって、この剥離渦の循環  $\Gamma$  は

$$\Gamma = \int_0^{T/2} f \Gamma_n dt = \frac{2+P_r}{P_r} \pi \int_0^{T/2} f u_n \delta (1 + \delta'') dt \dots (19)$$

となる。ここに  $f$  は離散渦の放出周波数、 $T$  は周期である。

次に  $f$  と  $\delta$  について物理的考察から決定する。離散渦は砂漣先端近傍のせん断層が不安定となり、次々と渦になることによって形成されると考えられる。このような現象を支配するパラメーターとして放出周波数  $f$ 、代表流速  $U$ 、代表スケール  $\delta$  が挙げられ、これから誘

導される無次元パラメーターは Strouhal 数,  $s_t = f\delta/U$  である. このような流れにおいて Strouhal 数がどのような値をとるかは明らかでないが, Strouhal 数の値は形状が変化してもあまり変化せず,  $s_t = 0.1 \sim 0.3$  程度の範囲に収まることが知られている<sup>19)</sup>. 特に, 細長い平板のような場合には  $s_t = 0.2$  となるので, この値を採用することとし, いま考えているような流れでは渦は片側のみから放出されるので, 結局  $f$  は  $s_t = 0.1$  ととった

$$f = 0.1 U / \delta \dots\dots\dots(20)$$

と表わされる.

砂漣先端付近に形成される境界層の厚さ  $\delta$  については次のように考える. 平板上の振動流層流境界層では  $\delta \approx 2\sqrt{\nu T}$  と表わされる. また, 境界層内の速度分布が比較的類似している粘性 Oseen 渦のコア領域の半径は  $2.2\sqrt{\nu l}$  であり<sup>20)</sup>, この値の半周期間の平均値をとれば,  $\delta \approx 1.04\sqrt{\nu T}$  となる. 以上のように  $\delta$  は  $\sqrt{\nu T}$  に比例すると考えられるが, この比例定数を検討するために, 砂漣モデル上で得られている流速分布の既往の測定データから  $\delta$  を読み取り, 上述の値と比較したのが Table 1 である. これから, 粘性渦のコア領域の半径から得られる値の方が実際の値をよく表わすことが知られる. したがって,

$$\delta = 1.04\sqrt{\nu T} \dots\dots\dots(21)$$

とする.

以上から, 式 (20), (21) を式 (19) に代入し, さらに  $U = \hat{U} \sin \omega t$ ,  $u_n = \hat{u}_n \sin \omega t$  と置けば,  $\Gamma$  の値は

$$\Gamma = \frac{1}{40} \frac{2 + P_r}{P_r} \pi (1 + \delta'') T \lambda \hat{U}^2 \dots\dots\dots(22)$$

となる. ここに,  $\hat{U}$  は流速振幅,  $\omega = 2\pi/T$ ,  $\lambda = \hat{u}_n/\hat{U}$  である. 式 (22) 中の  $P_r$  は 5,  $\delta''$  は式 (15-b) により与えられる (式 (15-b) 中の  $K$  の値は 0.889 である). また,  $\lambda$  の値は  $\delta$  の大きさが式 (21) により与えられるので, ポテンシャル流れを砂漣上で解き, 砂漣頂部上  $z = i\delta$  における流速振幅  $\hat{u}_n$  を求め, これを  $\hat{U}$  で割れば求められる. ここでは, 簡単のために渦の寄与分を除いた値とした. 沢本・山口<sup>10)</sup>の方法では循環は  $\Gamma \propto k^2 \hat{U}^2$  として求められ,  $k'$  の値は一定となっているが, 本方法では砂漣の形状や境界層厚さの影響が明確となっている.

Table 1 Value of  $\delta$ .

T(s)	$\delta$ (cm)			文献
	理論値		実験値	
	$1.04\sqrt{\nu T}$	$2\sqrt{\nu T}$		
6.4	1.02	1.96	0.89	11)
5.37	0.24	0.46	0.26	14)

### 3. 砂漣による波のエネルギー逸散のモデル化

以上のようにして形成された組織的な剥離渦が粘性逸散することにより, 波のエネルギーの減衰が生じると考えられる. この値を見積るために, 渦がもっている運動エネルギーを求める.

このような剥離渦内の流速分布は Oseen 渦型の流速分布によってよく表わされることが知られており, その分布形は以下のように表現される<sup>8), 20)</sup>.

$$u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[ 1 - \exp \left[ -1.25 \left( \frac{r}{r_a} \right)^2 \right] \right] \dots\dots\dots(23 \cdot a)$$

あるいは,  $r = r_a$  で与えられる流速の最大値,  $u_{\theta m}$ , で正規化すれば

$$\frac{u_\theta}{u_{\theta m}} = 1.4 \frac{r_a}{r} \left[ 1 - \exp \left[ -1.25 \left( \frac{r}{r_a} \right)^2 \right] \right] \dots\dots\dots(23 \cdot b)$$

となる. ここに,  $r$  は渦の中心からの半径である. 渦のエネルギー  $E_v$  は次式で与えられる.

$$E_v = \frac{1}{2} \rho \int_0^{r_m} 2\pi r u_\theta^2 dr \dots\dots\dots(24)$$

1 周期内には砂漣の両側にそれぞれ渦が形成されるので, 1 周期の間の渦のエネルギー逸散量  $\bar{E}_v$  は, 式 (19), (23-a), (24) を用いて

$$\begin{aligned} \bar{E}_v &= 2 \int_0^{T/2} f \frac{1}{2} \rho \int_0^{r_m} \frac{\Gamma_n}{2\pi r} \\ &\quad \cdot \left[ 1 - \exp \left[ -1.25 \left( \frac{r}{r_a} \right)^2 \right] \right]^2 dr dt \\ &= \frac{\rho}{2\pi} s_0 \int_0^{T/2} f \Gamma_n^2 dt \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

となる. ここに,

$$s_0 = \int_0^{r_m} \frac{1}{r} \left[ 1 - \exp \left[ -1.25 \left( \frac{r}{r_a} \right)^2 \right] \right]^2 dr$$

であり, 流速が最大流速の 0.1% となる半径を  $r_\infty$  ととれば,  $s_0 = 7.3$  となる. 式 (25) に式 (18), (20), (21) を代入して  $\bar{E}_v$  は

$$\bar{E}_v = \frac{1.04}{30} \left( \frac{2 + P_r}{P_r} \right)^2 \rho s_0 \sqrt{\nu T} (1 + \delta'')^2 T \lambda^2 \hat{U}^3 \dots\dots\dots(26)$$

となる.

渦による波のエネルギー逸散率を  $P_v$  と置けば, 微小振幅波に対し,

$$\bar{E}_v = \frac{1}{8} \rho g H^2 C_c P_v \dots\dots\dots(27)$$

となる. ここに,  $H$  は波の波高,  $C_c$  は群速度である. 式 (26), (27) から  $P_v$  が与えられるが, このとき微小振幅波理論から得られる次の関係式

$$\hat{U} = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh k(H_r + \delta)}{\sinh kh} \dots\dots\dots(28 \cdot a)$$

$$T = 2\pi \left( \frac{1}{gk} \coth kh \right)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(28 \cdot b)$$

$$C_c = \frac{1}{2} \left( \frac{g}{k} \tanh kh \right)^{\frac{1}{2}} (1 + 2 kh \operatorname{cosech} 2 kh) \dots\dots\dots (28 \cdot c)$$

を用いて変形すれば、

$$P_v = \alpha \frac{\nu^{\frac{1}{2}} H}{g^{\frac{1}{2}} L^{\frac{1}{2}}} \lambda^2 (1 + \delta)^2 \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{\cosh^{\frac{1}{2}} kh \cdot \cosh^3 k(H_r + \delta)}{\sinh^{\frac{1}{2}} kh \cdot (2 kh + \sinh 2 kh)}$$

となる。ここに、 $k = 2\pi/L$ で波の波数、 $L$ は波長であり、 $\alpha$ は

$$\alpha = \frac{1}{30} 2^{\frac{1}{2}} \left( \frac{2 + P_r}{P_r} \right)^2 s_0 \times 1.04 \pi^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (30)$$

である。これまで定義した値、 $P_r = 5$ 、 $s_0 = 7.3$ を用いると $\alpha = 124$ となる。なお、式(28・a)から求められる $\hat{U}$ は底面が平坦で砂漣がない場合の底面から $H_r + \delta$ の高さにおける流速振幅であり、 $\hat{u}_n$ の値は砂漣がある場合のポテンシャル流れの流速解で砂漣頂部から $\delta$ の高さにおける流速をとり、これから $\lambda = \hat{u}_n / \hat{U}$ が求められる。また、式(29)中の砂漣の波高 $H_r$ は本間・堀川<sup>3)</sup>によって提案された次式を用いて見積ることができる。

$$\frac{H_r}{L_r} = 0.231 \left( \frac{H_r}{A} \right)^{0.160} \dots\dots\dots (31)$$

式(31)の $L_r$ は次式により与えられる。

$$\frac{A}{L_r} = 0.00234 \left( \frac{\hat{U}A}{\nu} \right)^{0.674} : \text{粒径 } 0.1 \sim 0.2 \text{ mm} \dots (32 \cdot a)$$

$$\frac{A}{L_r} = 0.0985 \left( \frac{\hat{U}A}{\nu} \right)^{0.289} : \text{粒径 } 0.2 \sim 0.3 \text{ mm} \dots (32 \cdot b)$$

$$\frac{A}{L_r} = 0.0253 \left( \frac{\hat{U}A}{\nu} \right)^{0.409} : \text{粒径 } 0.3 \sim 0.4 \text{ mm} \dots (32 \cdot c)$$

ここに、 $A$ は底面付近の水粒子の移動振幅である。なお上式を用いて後述のTable 4に示されている砂漣形状

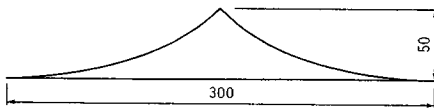


Fig. 4 Profile of ripple model (unit is mm).

Table 2 Dimension of ripple model and comparison with self-formed ripple.

	造波水路実験 Case No 2549	振動流実験 (拡大相似模型)
Hr / Lr	0.172	0.167
Hr (cm)	0.63	5.0
Lr (cm)	3.67	30.0
d <sub>0</sub> / 2(cm)	2.52	20.0
U (cm/s)	15.8	variable
T (s)	1.01	variable
KC=Lr/TU	0.23	0.23

を予測したところ非常によく一致した。

#### 4. 実験および理論との比較

実験は2種類に大別される。1つは管水路振動流実験装置内に砂漣モデルを設置し、砂漣頂部から発生する剥離渦を詳細に調べたものであり、他の1つは、二次元造波水路を用いて砂漣を発生させ、そのときの波のエネルギー逸散を測定したものである。実験は両方とも埼玉大学水理工学実験室で行われた。

##### a) 振動流実験

振動流実験装置は30 cm×30 cmの正方形断面、長さ13 mであり、長さ210 cmの観測部を有している。流体(水)はピストンによって駆動され、振動流の最大片振幅は35 cm、周期は1秒から20秒の間で連続的に変化させることができる。砂漣モデルの形状は式(3)によって決定し、波長 $L_r = 30$  cm、波高 $H_r = 5$  cmとした。この形状は $P_r = 5$ の場合に相当する(Fig. 4)。この砂漣モデルは観測部底面に7個連続して設置した。この砂漣モデルと実砂漣との対応を調べるために、後述の造波水路実験において形成された砂漣形状と比較を行った。Table 2に造波水路実験 Run 2549 (Table 4 参照)との対応を示す。これから、 $H_r/L_r$ の値はよく合っていることが知られる。また、振動流実験においては一種のKC数、 $L_r/T\hat{U}$ の値が造波水路で得られた値0.23と一致するように $T$ および $\hat{U}$ を変化させて行った(Table 2)。

Table 3 Test condition of vortex measurement and condition for photographing.

Case No	T(s)	KC	F(絞り)	S.S.(s)	17/s
1	3	0.23	1.2	1/30	1.3
2	6	0.23	1.2	1/15	2.5
3	9	0.23	2.0	1/8	2.5
4	12	0.23	2.0	1/8	2.5
5	4	0.23	1.2	1/30	2.5

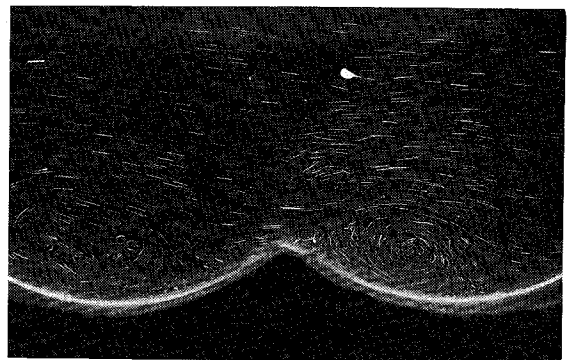


Fig. 5 An example of vortex behind the artificial ripple ( $T = 11.5$  s,  $t/T = 0.33$ ).

渦の可視化には比重1.04、粒径が0.3~0.5 mmの範囲にあるポリスチレン粒子を用い、スライド・プロジェクターからスリット光を照射し、これをモーター・ドライブ付35 mmカメラでTable 3に示すような実験条件の下で、連続写真を撮影した。このとき、撮影時と振動流の位相関係を知るために、カメラのシャッター信号と流体を駆動するピストンが1周期運動するごとの信号をオシログラフに記録した。可視化実験はTable 3に示すように周期を5種類に変化させて行い、このとき $KC=0.23$ となるように振幅を変えた。Fig. 5は可視化写真の一例である。

このような写真から各位相における渦内の流速分布と循環値を読み取るが、このとき砂漣近傍の渦は円形であるとして、渦の中心を決定してポリスチレン粒子の軌跡長とカメラのシャッター・スピードより中心からの位置 $r$ における流速 $u_\theta$ を求める。また、これらの値を用いて循環値を次式により求める。

$$\Gamma = 2\pi r u_\theta \dots \dots \dots (33)$$

以上のようにして求められた渦内の流速分布と循環の分布の一例(Case 3)をFig. 6に示す。これから渦内の流速分布は式(23・b)で表わされるOseen渦の分布形とよく一致し、また、循環の分布もOseen渦の速度分布から得られる循環の分布によってよく表現できることが知られる。他のCaseについても同様であった。

このようにして測定されたコア域外縁近傍の最大循環値を各位相ごとにプロットしたのがFig. 7である。この

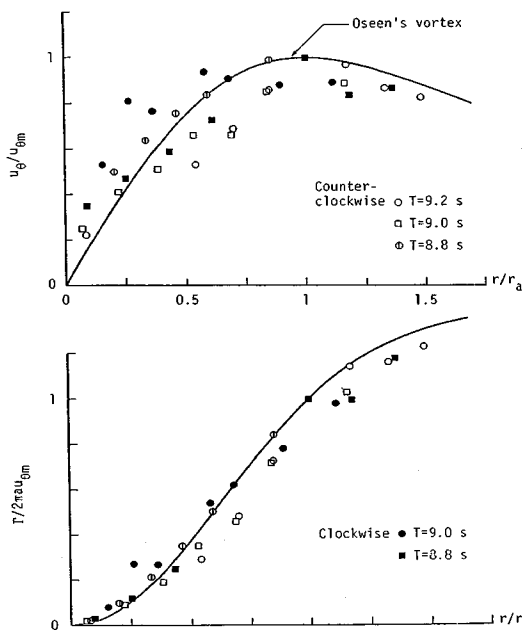


Fig. 6 Distributions of velocity and Circulation in vortices.

図から渦の循環の位相は主流流速の位相からいずれのCaseについても遅れているが、1周期内の循環の最大値、 $\Gamma_{max}$ が発生する位相についてみると、周期が長く

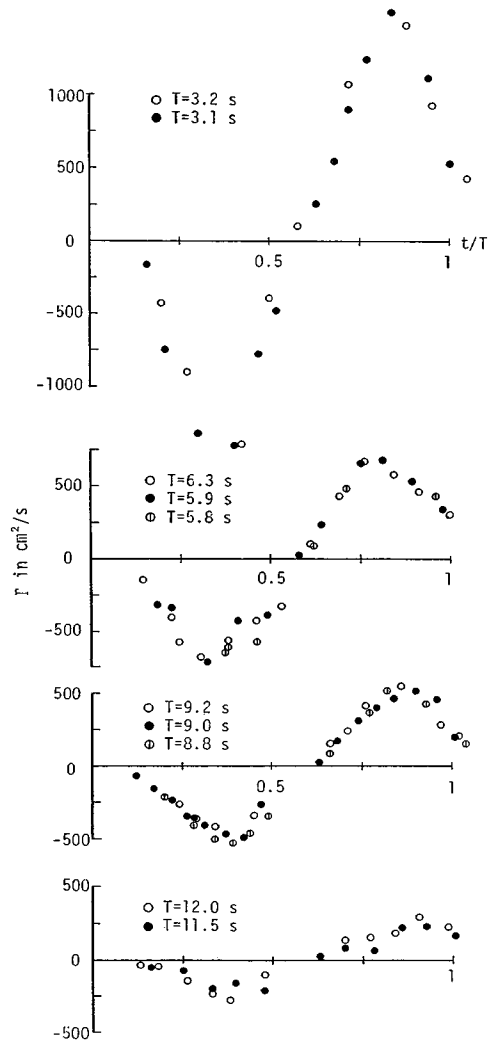


Fig. 7 Variation of circulation in a period.

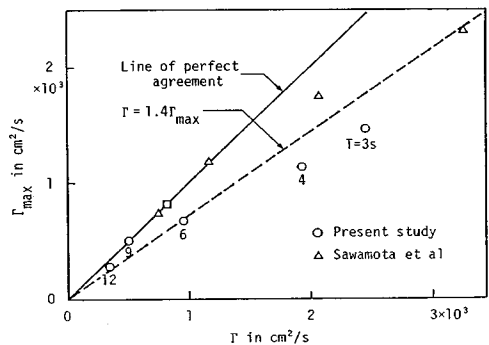


Fig. 8 Comparison of predicted circulation ( $\Gamma$ ) and observed maximum circulation in a period ( $\Gamma_{max}$ ).

なるほど位相が遅れることが知られる。式 (22) から予測される循環値は  $\Gamma_{max}$  に相当するので、この両者の比較を Fig. 8 に示した。同図中には沢本ら<sup>11)</sup>によって測定された振動流中に置かれた波型砂漣モデルから発生する渦の循環値もプロットした。なお、彼らが用いた砂漣形状は本研究で用いられた形状と異なるので、式 (22) を用いて循環値を予測するに際しては  $\lambda = \hat{u}_n / \hat{U}$  の値として彼らが用いた砂漣形状に対するポテンシャル解から得られる値を用いた。Fig. 8 から理論値  $\Gamma$  と測定値  $\Gamma_{max}$  はほぼ比例関係にあり、よい相関が認められるが、理論値の方が実測値よりもやや大きい値 (約 1.4 倍) を与えている。しかも、周期が短くなるほど (すなわち、本研究では  $KC=0.23$  と固定している) ので、流速が大きくなるほど) その傾向が強くなっている。この原因は流速が増大するに従って境界層がしだいに乱流へ遷移し、式 (21) によって境界層厚さを見積ることが困難となり、それとともに  $\hat{u}_n$  の値を実際の値よりも大きく予測するためであると考えられる。Fig. 9 はこれを検討するために往復流用の小型プロペラ流速計 (直径 3 mm) を用いて、流速分布を測定し、これから得られる境界層外縁の実測流速値  $\hat{u}_n$  を用いて式 (22) から循環値  $\Gamma$  を見積り、これと実測値  $\Gamma_{max}$  と比較したものである。両者の対応はきわめてよく、上述の仮説が正しいことが知られる。したがって、より広範囲にわたって循環値を正確に予測するには、砂漣が存在する場における乱流境界層厚さや流速分布を知る必要がある。

b) 造波水路実験

実験には Fig. 10 に示されるように長さ 18 m, 幅 40 cm, 深さ 70 cm の二次元造波水路を用いた。この水路中央約 8 m の区間は両面強化ガラス張となっている。造波機の形式は単ヒンジ・フラッター型であり、波型は規則波である。水路端にはフィルム層を入れた消波装置が設置されており、後述の方法で反射率を測定したところ Fig. 11 に示されるように本実験で用いられた水深 (20 ~ 30 cm), 周期 (1 ~ 1.5 秒) では反射率は 2 ~ 3 % 以内であることが知られる (実験条件の詳細は Table 4 を参照のこと)。

この造波水路の観察区間に中央粒径 0.19 mm の豊浦標準砂を長さ 8.5 m, 厚さ 5 cm に敷きつめ、砂漣を形成させた。砂漣が形成される前と後の波のエネルギー逸散を求めるために、Fig. 10 に示すように砂漣区間 4 m をはさんで前後に 2 台ずつ容量式波高計を設置し、波高の測定を行った。この波高測定の結果を用いて、砂漣が十分に発達した段階のエネルギー逸散量から、砂漣形成前の平坦床におけるエネルギー逸散量を差し引き、砂漣によって形成される渦によるエネルギー逸散量を求めた。この波のエネルギー逸散量を求めるには、砂漣が形

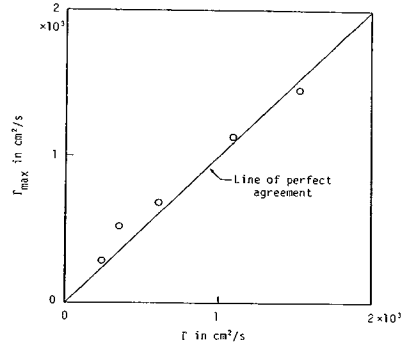


Fig. 9 Comparison of predicted  $\Gamma$  using measured  $\hat{u}_n$  and observed maximum circulation,  $\Gamma_{max}$ .

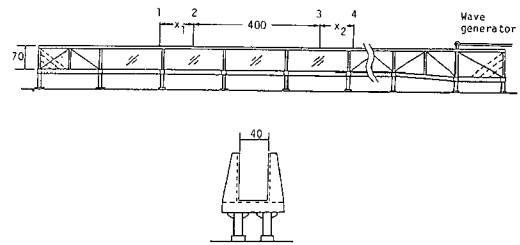


Fig. 10 Experimental apparatus of wave flume test (unit is cm).

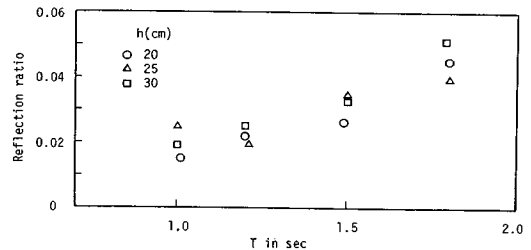


Fig. 11 Reflection ratio at the end of wave flume.

成されている観測域 (長さ 4 m) を通過する際の波の透過率  $R_t$  および反射率  $R_r$  を知る必要があるが、これらの計算は以下の方法によった。これらの波高計によって記録される波形が正弦波で十分近似できることを確かめたうえで、入射波、反射波、透過波およびその反射波 (前述のように、ごくわずかではあるが水路端から反射がある) を次のように置く。

入射波:  $y = A \sin(\sigma t + kx + \phi_a) \dots \dots \dots (34 \cdot a)$

反射波:  $y = B \sin(\sigma t - kx + \phi_b) \dots \dots \dots (34 \cdot b)$

透過波:  $y = C \sin(\sigma t + kx + \phi_c) \dots \dots \dots (34 \cdot c)$

その反射波:  $y = D \sin(\sigma t - kx + \phi_d) \dots \dots \dots (34 \cdot d)$

ここに、 $A, B, C, D$  は振幅、 $\phi_a, \phi_b, \phi_c, \phi_d$  は位相を表わす。このとき、Fig. 10 に示される岸側の波高計 1, 2 に記録される波を次のように置く。

波高計 1:  $y = A_1 \cos \sigma t + B_1 \sin \sigma t \dots \dots \dots (35 \cdot a)$

波高計 2:  $y = A_2 \cos \sigma t + B_2 \sin \sigma t \dots \dots \dots (35 \cdot b)$

ここに、 $A_1 = C \sin \phi_c + D \sin \phi_b$ ,  $B_1 = C \cos \phi_c + D \sin \phi_b$ ,  $A_2 = C \sin(kx_1 + \phi_c) + D \sin(-kx_1 + \phi_b)$ ,  $B_2 = C \cos(kx_1 + \phi_c) + D \cos(-kx_1 + \phi_b)$  であり、 $x$  方向の原点は波高計 1 にとり、波高計 2 は  $x_1$  だけ離れている。これから、 $C$ ,  $D$  の値は

$$C = \frac{1}{2} [(A_1 + M)/2]^2 + [(B_1 + N)/2]^2 \dots \dots \dots (36 \cdot a)$$

$$D = \frac{1}{2} [(A_1 - M)/2]^2 + [(B_1 - N)/2]^2 \dots \dots \dots (36 \cdot b)$$

となる。ここに、 $M = (B_1 \cos kx_1 - B_2) / \sin kx_1$ ,  $N = (A_2 - A_1 \cos kx_1) / \sin kx_1$  である。同様にして、沖側の波高計 3, 4 について、波高計 3 を新たな  $x$  方向の原点として次式が導かれる。

$$A = \frac{1}{2} [(A_3 + I)/2]^2 + [(B_3 + J)/2]^2 \dots \dots \dots (36 \cdot c)$$

$$B = \frac{1}{2} [(A_3 - I)/2]^2 + [(B_3 - J)/2]^2 \dots \dots \dots (36 \cdot d)$$

ここに、 $I = (B_3 \cos kx_2 - B_4) / \sin kx_2$ ,  $J = (A_4 - A_3 \cos kx_2) / \sin kx_2$  であり、 $x_2$  は波高計 4 の位置である。したがって、以上から透過率  $R_t$ , 反射率  $R_r$  は以下のようなになる。

$$R_t = \frac{C}{A} = \frac{[(A_1 + M)^2 + (B_1 + N)^2]^{1/2}}{[(A_3 + I)^2 + (B_3 + J)^2]^{1/2}} \dots \dots \dots (37 \cdot a)$$

$$R_r = \frac{B}{A} = \frac{[(A_3 - I)^2 + (B_3 - J)^2]^{1/2}}{[(A_3 + I)^2 + (B_3 + J)^2]^{1/2}} \dots \dots \dots (37 \cdot b)$$

よって、4 m 区間の波のエネルギー逸散率  $P$  は  $P = 1 - R_t^2 - R_r^2 \dots \dots \dots (38)$  となる。以上の測定を砂漣形成前の平坦床、砂漣が完全に発達した後について行い、それぞれのエネルギー逸散率を  $P_r$ ,  $P_t$  とすると、砂漣の渦による逸散率  $P'$  は  $P' = P_t - P_r \dots \dots \dots (39)$  となる。

このような波高測定を終了した後、測定区間の 1 m について、砂漣の波高と波長をそれぞれポイント・ゲージと定規を用いて測定した。この結果を本間・堀川<sup>3)</sup>が提案した式と比較したところ、よく一致した。さらに、1 砂漣当たりのエネルギー逸散率を求めるために、観測区間 4 m の間の砂漣の個数を数えた。この個数を  $N_r$  とすると、1 砂漣当たりの波のエネルギー逸散率  $P_w$  は  $P_w = P' / N_r \dots \dots \dots (40)$  となる。この  $P_w$  が式 (29) によって表わされる  $P_v$  に対応するものである。

実験条件は Table 4(a) に示しているが、水深は 20, 25, 30 cm の 3 種類とし、それぞれ的水深について周期を約 1, 1.2, 1.5 秒に変化させた。それぞれの条件下の波高  $H$ , 波長  $L$ , 砂漣の波高  $H_r$ , 波長  $L_r$ , エネルギー逸散率  $P_w$  も Table 4(a) に示されている。また、これらの水理量を用いて式 (29) から計算される  $P_v$  の値も掲載した。 $P_v$  の計算に際して必要な  $\delta$ ,  $\delta''$ ,  $\lambda$  の値は Table 4(b) のように求められている。

Fig. 12 は以上のようにして得られた  $P_v$  (予測値) と

Table 4

(a) Summary of wave flume tests

Run	$\nu \times 10^{-2}$ ( $\text{cm}^2/\text{s}$ )	$h$ ( $\text{cm}$ )	$H$ ( $\text{cm}$ )	$L$ ( $\text{cm}$ )	$T$ ( $\text{s}$ )	$H_r$ ( $\text{cm}$ )	$L_r$ ( $\text{cm}$ )	$P_v$ $\times 10^3$	$P_w$ $\times 10^3$
2047	1.24	20	5.464	120	0.992	0.61	3.48	1.08	0.487
2036	1.22	20	5.466	120	0.992	0.64	3.54	1.07	0.436
2037	1.15	20	6.148	123	1.011	0.66	3.66	1.21	0.486
2039	1.11	20	6.698	121	0.999	0.67	3.80	1.27	0.462
2040	1.21	20	4.588	151	1.191	0.72	3.85	1.18	0.481
2041	1.19	20	5.157	150	1.185	0.76	4.05	1.31	0.755
2042	1.16	20	5.687	150	1.185	0.79	4.29	1.43	0.625
2043	1.16	20	4.498	190	1.450	0.82	4.34	1.38	0.730
2044	1.34	20	5.003	190	1.450	0.91	4.51	1.66	0.783
2048	1.17	20	5.191	193	1.470	0.87	4.82	1.63	1.04
2057	1.22	20	4.220	213	1.605	0.98	4.66	1.47	0.958
2511	1.24	25	6.694	132	1.009	0.60	3.34	0.727	0.438
2517	1.09	25	8.645	130	0.998	0.60	3.78	0.856	0.160
2549	1.15	25	7.428	133	1.015	0.63	3.67	0.787	0.243
2550	1.22	25	7.987	130	0.998	0.65	3.80	0.837	0.349
2514	1.09	25	5.231	170	1.223	0.66	3.68	0.766	0.472
2515	1.07	25	6.117	162	1.178	0.68	3.74	0.834	0.515
2516	1.11	25	6.680	162	1.178	0.78	4.07	0.928	0.520
2518	1.13	25	5.402	210	1.457	0.89	4.38	0.990	0.471
2519	1.08	25	5.560	214	1.480	0.87	4.57	1.01	0.536
2520	1.08	25	7.428	217	1.498	0.93	4.79	1.17	0.854
3021	1.13	30	8.241	137	0.999	0.59	3.30	0.465	0.117
3035	1.20	30	7.575	139	1.009	0.61	3.23	0.455	0.179
3051	1.28	30	8.435	137	0.999	0.60	3.54	0.507	0.248
3052	1.27	30	8.122	137	0.999	0.54	3.35	0.486	0.365
3022	1.16	30	6.611	175	1.190	0.71	3.89	0.586	0.343
3024	1.23	30	7.102	175	1.190	0.77	4.06	0.619	0.434
3033	1.22	30	7.461	175	1.190	0.74	4.15	0.679	0.196
3025	1.16	30	5.809	233	1.490	0.89	4.58	0.723	0.395
3055	1.13	30	5.754	235	1.500	0.87	4.52	0.713	0.302
3026	1.16	30	6.170	221	1.430	0.92	4.75	0.724	0.258
3053	1.19	30	6.422	231	1.480	0.94	4.86	0.802	0.317
3054	1.18	30	7.103	227	1.460	0.96	5.12	0.855	0.203

(b) Values of  $\delta$ ,  $\delta''$  and  $\lambda$  used in calculating  $P_v$

$T(\text{s})$	$\delta(\text{cm})$	$\delta''$	$\lambda$
$T < 1.1$	0.114	-0.019	1.61
$1.15 < T < 1.25$	0.122	-0.020	1.60
$1.4 < T$	0.136	-0.022	1.58

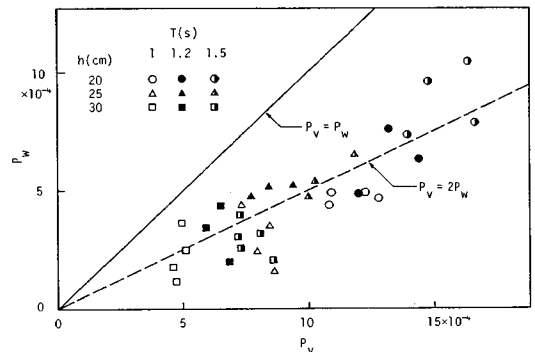


Fig. 12 Comparison of  $P_v$  and  $P_w$ .

$P_w$  (実測値) を比較したものである。この図から  $P_v$  と  $P_w$  はよい線形関係を満たすことが知られ、式(29)によって表現されている関数関係が妥当であることがわかる。



しかし、 $P_v$  は  $P_w$  の 2 倍程度の値を与えており、この理由は Fig. 8, 9 で説明したように渦の循環の見積りにあると考えられる。Fig. 8 に示されるように、式 (22) から予測される循環値は実測値の約 1.4 倍となっている。ところが、渦によるエネルギー逸散は式 (25) に示されるように循環の二乗に比例するので、エネルギー逸散は  $(1.4)^2 \div 2$  となり、 $P_v$  が  $P_w$  の 2 倍程度となることを説明できる。Fig. 9 において明らかにされたように、式 (22) が循環値を大きく見積る原因は  $\hat{u}_n$  の値、すなわち  $\lambda = \hat{u}_n / \hat{U}$  の値を実際の値よりも大きく見積ることにあった。このことは砂漣近傍の境界層の特性およびその結果としての流速分布と深くかかわりあっており、エネルギー逸散量をより正確に見積るには底面近傍の流速分布をより詳細に研究し、定式化する必要がある。なお、本研究ではこれまで述べた方法によって計算された  $\lambda$  の値 (Table 4(b) 参照)、1.6 程度を用いて式 (29) から  $P_v$  を計算しているが、 $P_v$  と  $P_w$  が一致するためには  $\lambda = 1.6 / 1.4 \div 1.14$  とすればよい。この  $\lambda$  の値は剥離渦によって境界層およびその近傍がよく混合させられていることを示唆している。Sleath<sup>21)</sup>によれば、砂漣上の境界層は  $H/L_r \leq 0.2$  で層流、 $H/L_r = 0.4$  程度で遷移領域、 $H/L_r \geq 0.6$  で完全に発達した乱流域となるとしているが、本実験条件では最小の  $H/L_r$  は 0.91 (Run 2057) であり、やはり砂漣近傍の境界層流れが乱流となることが知られる。

## 5. 結 論

本研究では、まず砂漣背後に形成される剥離渦に関してポテンシャル流理論を応用して循環を求める理論式を得、これを人工砂漣を用いた振動流実験により確かめた。さらに、この剥離渦のもつ運動エネルギーが波のエネルギー逸散になるとして、波のエネルギー逸散率を表わす式を波の波高・波長、水深などの外部変量の関数として求め、この理論式を二次元造波水路で砂漣を発生させ、波のエネルギー逸散を測定することにより確かめた。以上の研究により以下の点が明らかとなった。

(1) 剥離渦の循環はポテンシャル流れに境界層を導入し、Kutta の条件を砂漣頂部に適用することにより見積りが可能である。境界層厚さや砂漣近傍の流速分布を見積ることが循環の計算上必要となるが、このとき境界層が層流であるか乱流であるかにより流速分布等が異なることに注意する必要がある。

(2) 剥離渦内の流速や循環の分布は Oseen 渦型の分布によってよく表現される。

(3) 剥離渦の循環の最大値は流速の最大値の位相よりも遅れて出現し、その位相差は振動流の周期が長くなるほど大きくなる。

(4) 砂漣による波のエネルギー逸散率を渦のもつ運動エネルギーが最終的に波のエネルギー逸散になるとして導かれた理論式と比較したところ、両者は大変よい線形関係を示したが、定量的には理論式の方が測定値の約 2 倍の値を示した。この理由は (1) で述べたように砂漣上の境界層が本実験条件では乱流境界層となっていたために、循環値を実際の値の約 1.4 倍程度に見積ったことにあると考えられる。

(5) 今後、砂漣上の乱流境界層をより詳細に把握する必要があり、これにより波のエネルギー逸散や浮遊砂の巻き上げ量をより正確に見積ることができる。

謝 辞：本研究の遂行にあたっては、埼玉大学堀川清司教授からさまざまな助言を頂いた。また、同大学中村広昭助手には実験に際して援助を頂いた。記して謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) Bagnold, R. A. : Motion of waves in shallow water; Interaction between waves and sand bottoms, Proc. Roy. Soc. London, A 187, pp.1~18, 1946.
- 2) 本間 仁・堀川清司・鹿島遼一：波による浮遊砂に関する研究，第 11 回海岸工学講演会講演集，pp.159~168, 1964.
- 3) Hom-ma, M. and Horikawa, K. : Suspended sediment due to wave action, Proc. 8th Conf. on Coastal Eng., pp.168~193, 1963.
- 4) Carstens, M. R., Nielson, F. M. and Altinbilek, H. D. : Bed forms generated in the laboratory under oscillatory flow, Coastal Engrg. Res. Center, Fort Belvoir, Va., Tech. Mem, No.28, 1969.
- 5) Nielsen, P. : Dynamics and geometry of wave-generated ripples, J. Geophys. Res., Vol.86, No. C 7, pp.6467~6472, 1981.
- 6) Horikawa, K. and Watanabe, A. : Laboratory study on oscillatory boundary layer flow, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., pp.467~486, 1968.
- 7) Kajiura, K. : On the bottom friction in an oscillatory current, Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 42, 1968.
- 8) Tunstall, E. B. and Inman, D. L. : Vortex generation of oscillatory flows over rippled surfaces, J. Geophys. Res., Vol.80, No.24, pp.3475~3484, 1975.
- 9) 沢本正樹・山口清一：進行波による砂漣上の境界層内の流速及び乱れ分布，第 25 回海岸工学講演会論文集，pp.46~50, 1978.
- 10) 沢本正樹・山口清一：波によって生じる砂漣近くの流れのモデル化と浮遊砂濃度の算定法，土木学会論文報告集，288号，pp.107~113, 1979.
- 11) 沢本正樹・山下俊彦・山口修一：拡大相似模型を用いた砂漣上の振動流の測定，東工大土木工学科研究報告，31号，pp.157~168, 1983.

- 12) Sawamoto, M., Yamashita, T. and Kurita, T. : Vortex formation over rippled-bed under oscillatory flow, Tech. Rep., No.27, Dept. of Civil Eng., Tokyo Inst. of Technology, pp.75~85, 1980.
- 13) Shibayama, T. and Horikawa, K. : Laboratory study on sediment transport mechanism due to wave action, 土木学会論文報告集, 296号, pp.131~141, 1980.
- 14) Du Toit, C.G. and Sleath, J.F.A. : Velocity measurements close to rippled beds in oscillatory flow, J. Fluid Mech., Vol.112, pp.71~96, 1981.
- 15) Longuet-Higgins, M.S. : Oscillating flow over steep sand ripples, J. Fluid Mech., Vol.107, pp.1~35, 1981.
- 16) Sato, S. and Horikawa, K. : Laboratory study on sand transport over ripples due to asymmetric oscillatory flows, Proc. 20th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp.1481~1495, 1986.
- 17) Sato, S., Uehara, H. and Watanabe, A. : Numerical simulation of the oscillatory boundary layer flow over ripples by a  $k-\epsilon$  turbulence model, Coastal Eng. in Japan, Vol.29, pp.65~78, 1986.
- 18) たとえば, 谷 一郎: 流体力学の進歩境界層, 丸善, 1984.
- 19) Blevins, R.D. : Flow-induced vibration, Van Nostrand, p.18, 1977.
- 20) 池田駿介・浅枝 隆・野本健司・木村恵利子: 波動場に置かれた垂直板付近の発生渦の特性とエネルギー逸散, 土木学会論文集, 363号, pp.87~96, 1985.
- 21) Sleath, J.F.A. : Velocities above a rough bed in oscillatory flow, J. WW Div., Vol.100, No.WW 4, pp.287~304, 1974.

(1988.8.1・受付)