

## 一次元水面形解析における合流点モデルに関する研究

## MODELLING OF ONE-DIMENSIONAL ANALYSIS ON THE OPEN-CHANNEL WITH A TRIBUTARY

室田 明\*・多田博登\*\*

By Akira MUROTA and Hiroto TADA

The backwater characteristics of the open-channel with a tributary have been studied analytically and experimentally. Our study was limited in the simpler case of fixed bed, subcritical flow, straight channels with rectangular cross section and horizontal bed. The specific depth at upper and lower channel section of the control volume assumed significantly in the junction was obtained by the momentum equation as function of the Froude number and the confluence parameter which was consisted of confluence angle, ratio of width of both channels and ratio of discharge. By the result the confluence model was proposed for one-dimensional numerical analysis of steady and unsteady surface profiles of channel system. Reliability of the model was confirmed experimentally and the presented analysis clarified the flow characteristics near confluence point.

*Keywords* : backwater, open-channel confluence, analysis of surface profiles

## 1. 概 説

近年、都市流域の地価高騰に伴い堤内地での治水対策はますます困難になりつつある。そのため、新しく必要となる治水施設は、1か所当たりは小規模、小容量の機能のものとならざるを得ない。このような状況において水系としての治水安全度を増すためには、各施設間で効率よい役割分担と、連動した運転の共同作業を行わなければならない。そのためには計画流量あるいは基本高水に対する水面形解析による正確な水位の予測がさしあたり不可欠である。

一次元水面形の数値解析法はコンピュータの発達に伴って種々の手法が開発され発展してきた。しかし水理学的に未解決の問題を包蔵しているため計算結果の実際面における精度はさほど向上しているとは思われない。これは移動床の抵抗の問題はもちろん範囲を固定床に限定したとしても、合流に伴う水位のせき上げの影響が一般的に評価できないことが重要な理由の1つである。

合流に伴う水位のせき上げ効果はその大きさは無視できない量となる場合があることが指摘されていたにもか

かわらず、適当な解析方法が確立されていないため従来定常流、非定常流とも簡単に合流点をポイントタイプとして取り扱ってきた<sup>1)</sup>。これは接合する3水路の水位が等しいとする仮定および流量の連続を用いる方法であり、せき上げ量は無視している。しかし特に合流点の多い都市近傍の河川においてはこれらの累積によって従来の計算では予測できない高水位の伝播が現われてくる。それゆえ種々の条件における水位上昇量についてその特性を知っておくことが重要であると思われる。

開水路の合流に伴う水位のせき上げを最初に考察したのはE. H. Taylor<sup>2)</sup>である。水平床、矩形断面および直線の本川に幅の等しい支川が合流するタイプの水路を対象に、合流する2川の水深は等しいと仮定して運動量方程式を適用し、水深比、フルード数および流量比の関係を表わす基礎式を導いている。数値計算によって求めた解は実験値と比較され、その結果、合流角45度の場合にはよく合うが、135度では合わないとし、流速分布のひずみが原因であるとしている。この論文は、適用する水路の幾何学的条件が特別な場合であること、解は図のみによって示されていること、および解の適用範囲は合流角が45度以下であることから実際への応用は困難であった。

運動量方程式による同様の解析は、神田ら<sup>3)</sup>、および板倉<sup>4)</sup>によって行われたが実用の計算に供することがで

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科  
(〒565 吹田市山田丘 2-1)

\*\* 正会員 工修 大阪府立工業高等専門学校教授 土木工学科  
(〒572 寝屋川市幸町 26-12)

きるような結果は得られていない。

非定常流においては、P. S. Eagleson<sup>5)</sup>は従来のポイントタイプでは非定常効果とせき上げ効果は表わせないとして貯水池タイプを提唱し、近似的にせき上げ量は速度水頭に等しいとおいた。これは比エネルギーによって定義される損失係数の値が1.0に相当するものであるが、実際とは異なるものである。

本研究は流れが常流における合流点の水位のせき上げに着目し、これを水路の合流角と水路幅比の幾何学条件、流量条件および境界条件の関係として解析的および実験的に求めた。またこれを応用して合流のある一次元水路における定常流および非定常流の水面形数値解析に適用させるモデルを作成し、さらに合流部の流れの特性を検討するものである。

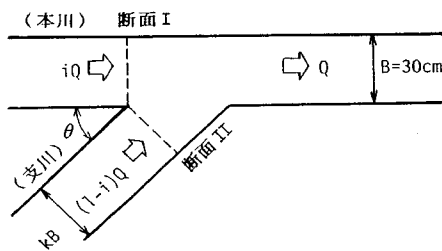
2. 実 験

上記目的に対する基礎的資料を得るため、模型実験によって定常流および非定常流における合流部近傍の水深の観測を行った。

(1) 実験装置と実験条件

模型実験水路は、矩形断面で合流部の形状として図一1に示すような一定幅、直線の本川水路に右から支川が流入する形のものを用いた。本川水路は幅  $B=30\text{ cm}$ 、長さ  $9\text{ m}$  である。水路幅比として支川の幅と  $B$  の比  $k$  および合流角  $\theta$  は変化させることができる。図中の断面Ⅰは支川左岸と本川右岸の交点を通る本川断面であり、また交点を通る支川断面は断面Ⅱとする。水路床は水平である。本川水路の下流端に水位調節用の全幅可動せきを取り付けている。

流量は、本川、支川のそれぞれのの上流端の水槽に三角せきを設け、それぞれ2種類のパイプを高水槽から接続している。1つは定常流用でありバルブで所定の流量に調節できる。もう1つは非定常流用で、手動でコックを90度回転させることによってほぼ瞬間的に管を全開あるいは全閉できるボールバルブを取り付けている。バルブを全開にすると一定流量が三角せきのピットに給水される。定常流用パイプで一定流量を基底流量として通水中にボールバルブを全開にすると、三角せきを越流する



図一1 実験水路の合流部模型

ハイドログラフは徐々に上昇し最終的には全給水量と水路流量が等しい定常状態に至る。これを応用して全開と全閉の操作を適宜行うことによって異なるタイプの非定常流を発生させることができる。

水位の計測は定常流においてはポイントゲージを用い、測点は合流部近傍では縦方向  $10\text{ cm}$ 、横方向  $5\text{ cm}$  間隔のメッシュで、横断方向水面勾配がほとんどない水路部では水路軸中心線に沿って  $10\text{ cm}$  間隔とした。非定常流ではサーボ式水位計および容量式波高計を用いて同時計測を行い、測点は支川の断面Ⅱの中央、および本川水路中心軸に沿って断面Ⅰを最上流点として下流方向に本川水路幅  $B$  の3倍の間隔で4点の計5点を選った。測点名はそれぞれ  $P_0$  および  $P_1 \sim P_4$  とする。

実験の対象とする流れは常流である。定常流においては、①合流部の幾何学条件として合流角  $\theta$ 、および水路幅比  $k$ 、②下流境界条件として下流端せき高  $w$ 、③流量条件は本川下流の流量  $Q$ 、および流量比として本川上流の流量と  $Q$  の比  $i$  である。非定常流ではさらに④非定常条件である。ハイドログラフのタイプは増水、減水、および山形の3種類である。これら各条件の値、あるいは範囲は表一に示すとおりである。

表一 実験条件

定常流	幾何学条件	合流角 $\theta/\pi$ 水路幅比 $k$	1/6, 1/3, 1/2, 2/3 1/2, 2/3, 1/1		
	下流端境界条件	せき高 $w$ (cm)	0, 2, 4		
	流量条件	流量 $Q$ (l/s) 流量比 $i$	最大 4.000 0.050 ~ 0.900		
非定常流	非定常流用	本川	1.652	1.509	1.429
	パイプ流量 (l/s)	支川	1.316	1.174	2.231
	幾何学条件 ( $\theta/\pi, k$ )	(1/2, 1/1)、(1/2, 1/2)、 (1/3, 1/2)			
	非定常流タイプ	増水、減水、山形			

(2) 定常流実験結果

図一2に、ここでは断面Ⅱの水深は本川へ  $1\text{ cm}$  だけずれた位置での値が描かれているが、水位のせき上げがある典型的な合流部近傍の二次元水面形観測結果の例を示す。合流点直下流の本川右岸側に渦領域が生じて水面が低くなっているが左岸側は高く、横断方向の水面勾配が大きく複雑な二次元的な形状を呈する。ここで水面は不規則に振動している場合もある。下流にいくに従って横断方向水面勾配は小さくなり水面も静穏になる。本川および支川上流側はせき上げられて水位が大きく、また横断方向勾配はほとんどなく静穏である。以上のような特徴がみられるが、他のケースも加えて検討した結果以下のようなものである。①条件の相違にかかわらず、断面Ⅰと断面Ⅱの中心の水位はほとんど等しい。②断面Ⅰの水位

は下流の条件は等しくても他の条件が違うと異なる。③二次元的水面形の変化領域は条件によって異なる。④特に合流角と水路幅比が小さく、支川の流量が大きいケースでは本川左岸側に局所的な跳水が生じる場合がある。

断面ⅠとⅡの中央における水深  $h_1$  と  $h_2$  の大きさの比較は、水深値 2~6.5 cm の範囲の 48 ケースによって行った。その結果、すべての点が  $h_1=h_2$  の直線の  $\pm 1.5$  mm 以内にプロットされ、またばらつきについては実験条件による明確な特性がみられないことから上記①が判断された。

図-3(a), (b), および (c) は本川水路中心軸に沿った水面形の結果で、それぞれ下流の流量とせき高が等しいケースのものを比較している。断面Ⅰの  $x$  軸上の位置は図中に矢印で示している。(a) は流量比と水路幅比

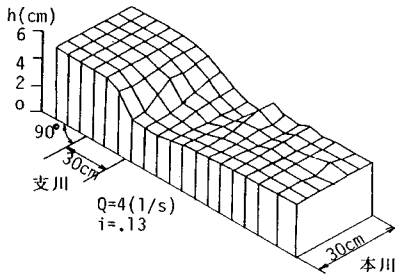


図-2 合流部の二次元水面形

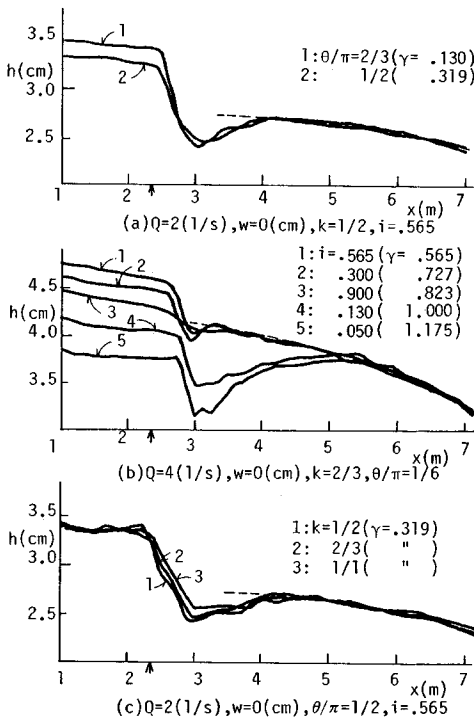


図-3 合流部の一次元水面形

も等しく合流角  $\theta$  のみ異なるものである。 $x$  軸は本川水路上流端を原点として流下方向にとると、水面は  $x \approx 4$  m より下流では、流れは常流であるから当然であるが、2 ケースとも等しく図中に破線で示す滑らかな不等流水面形の計算値に乗っている。一方断面Ⅰの直下流部の二次元的水面形の領域では凹状になっていてケースによる形状の相違が明らかであり、また断面Ⅰより上流では再び不等流水面形に一致するけれどもそれぞれせき上げ量は異なる大きさである。図では  $\theta$  が大きいほど大きなせき上げがみられる。(b) はその他はすべて等しいが流量比  $i$  のみ異なる場合であり、上と同様ケースによって上流の水深は異なるが、大きさは  $i=.565$  のものが最大であり  $i$  の大きさの順にはなっていないようである。(c) は  $\theta$  を 90 度に固定して水路幅比  $k$  を変えたもので、図からわかるようにこの角度においては凹部の領域の形は相違しているものの  $k$  の相違にかかわらず断面Ⅰより上流の水面は等しい。ただし他の角度では  $k$  が小さいほどせき上げは大きくなっている。なお図中の  $\gamma$  は、3. において説明される合流点条件である。

(3) 非定常流実験結果

増水タイプの実験における水面変動の計測結果の一例を図-4 に示す。図は水位計測器の出力を X-Y レコーダ記録紙上に取ったものである。(a) は断面Ⅰ上の測点  $P_1$  のもので初期定常状態から立ち上がり徐々に最終の定常状態にまで変化の様子が明瞭であるが、(b) は  $P_2$  のもので右上がりのトレンドの上に比較的大きい二次的な水面の乱れが乗っている。測点が下流に行くほど水面は静穏になっている。

非定常流の実験結果の概要は以下のようにまとめられる。たとえば増水タイプにおいては図-5 の模式図に示すように、初期の不等流水面形から最終の定常状態の水面に至る変化をするものであり、二次的な変動成分を除けば矢印の範囲を越えることはない。また本実験の測定精度の範囲では実験条件の相違にかかわらず、測点  $P_1$  と断面Ⅱの  $P_0$  のものは時々刻々等しい。このように合流点近傍の水面形は非定常時においても各時点では定常流とよく似た形状を保っている。

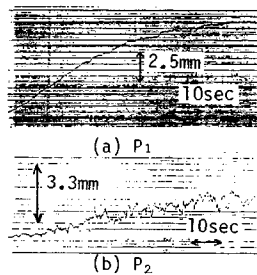


図-4 水面変動実測例

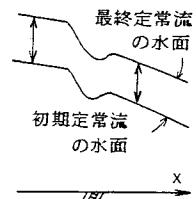


図-5 増水の模式図

### 3. 定常一次元モデル

ここでは常流の不等流一次元水面形解析に適用できるような定常流合流点モデルを提案し、合流点サブルーチンを作成する。これは合流点の上流と下流の水深比が流量条件、境界条件および合流水路の幾何学条件の3条件によって与えられるものである。モデルは水理模型実験と比較し妥当性を確かめる。これによってせき上げ水位および定義された合流の損失係数の特性と、各パラメーターとの一般的な関係を明らかにする。

#### (1) 解析方法<sup>6)</sup>

##### a) 合流点幾何学モデル

解析に先立ち、合流部のモデル化を行う。合流部は水路の接合部であるが、単一水路として取り扱える範囲とそうでない合流部の範囲にまず分離して、後に兩者をつなぎ合わせるように考えるのが合理的である。

このような合流部はまず、水路部からの流量条件、および境界条件、すなわち流れは常流であるとする下流水路の水位という情報を受け入れなければならない。次に、合流部自身の特性が組み込まれていなくてはならない。すなわち河床における砂礫の分布などの移動床の特性、および幾何学的特性である。局所流における移動床問題はそれだけで大きなテーマになるものでありここでは考慮できない。また幾何学的特性は、接合する水路の合流角度、水路幅、勾配、および断面形状が基本特性であり、さらに合流部での高水敷あるいは堤防の湾曲、自然または人工構造物の導流堤など、実際は要素が多く複雑である。

本研究では最も基本的な次のような合流点幾何学モデルを用いることにする。まず対象とする合流部は①固定床、②水平床、③矩形断面水路、および④直線水路であると単純化し、幾何学条件は合流角と水路幅で表わす。モデルの概念は図-6に2川の合流として図を示しているが、本研究の解析は3川以上の場合でも適用できる。

図-6(a)は水路1、および2が水路0に合流する。以下水路番号を  $j$  ( $j=1, 2$ ) でよぶことにし、また0および  $j$  を添字に付けて諸量を表わすものとする。

幾何学的特性は、水路幅比  $k_j$ 、および合流角  $\theta_j$  であり、それぞれ水路  $j$  の幅と水路0の幅  $B$  の比、および水路  $j$  の側壁が水路0の水路軸とのなす角として定義する。座標は水路0の流れ方向を  $x$  軸、それに直交して  $y$  軸にとる。

合流部と水路部の境界は、断面0および断面  $j'$  によって示す。これらの位置については、まず各断面における水理量の特性が水路部の特性に等しく、最も合流部内部に位置するものであると考え。一方、内部の局所流による損失に比べ摩擦損失は十分小さいと考えると、合流

部の流れ方向の長さはあまり大きくはない。両概念が同時に満足される断面をみつけるのは困難であるが、ここでは近似的に満足される断面が断面0と  $j'$  であるとする。この断面と水路側壁、および水路床と水面によって囲まれる体積をコントロールボリュームとして定義し、後の解析に応用するものである。

ここでその他の断面および側壁の記号と長さの定義を示す。図-6(b)において断面  $j$  とは断面  $j'$  の下流にあり、水路1と2の側壁の交点  $a$  を通る断面か、水路  $j$  と0の側壁の交点を通る断面のうちより上流にある断面である。断面  $j$  と  $j'$  の間の側壁は面  $L_{j1}$  および  $L_{j2}$  と書き、2つ目の添字は側壁の水路内側(川表側)に立てた法線ベクトルの  $x$  方向成分が正のものを2、逆を1とする。長さは同記号で表わす。断面  $j$  から下流の側壁の部分(図では  $bc$  および  $ea$ )を  $L_{j3}$  とし、長さは面の表が  $x$  軸と同方向のものは負(図では  $ea$ )、逆は正(図では  $bc$ )で表わす。また図-6(c)に示すように、各面の  $y$  軸に平行な軸に投影された長さを  $B$  で無次元化して  $b$  と書き、添字に面の記号を付ける。図からわかるように、

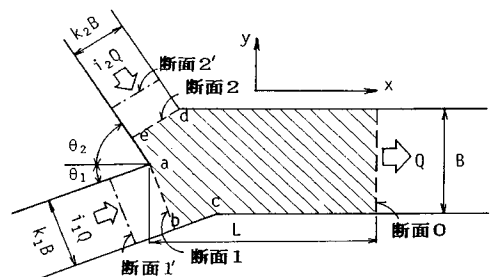
$$\sum_{j=1}^2 (b_j - b_{Lj3}) = \sum_{j=1}^2 b'_j = 1 \dots\dots\dots (1)$$

流量比  $i_j$  は図-6(a)に示すように水路  $j$  の流量と水路0の流量  $Q$  の比として定義する。定常流であれば、

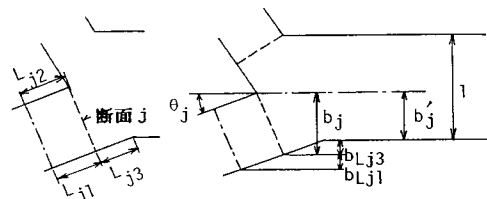
$$\sum_{j=1}^2 i_j = 1 \dots\dots\dots (2)$$

##### b) 基礎式

エネルギー損失の大きい急変流である合流部近傍の流れに対して運動量方程式の適用を考える。流れは定常で



(a) 合流点幾何学モデル



(b) 面の記号

(c) 無次元長さ  $b$

図-6 合流部平面図

あり、水路床および壁面摩擦は省略できると仮定すると  $x$  方向 (本川流れ方向) の式は次のようである。

$$\int [\rho u \cos(x, \nu) + v \cos(y, \nu)] + p \cos(x, \nu) dS = 0 \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\rho$  : 流体の密度、 $u, v$  : それぞれ  $x, y$  方向の流速、 $p$  : 圧力、 $\cos(x, \nu), \cos(y, \nu)$  : それぞれ  $x, y$  軸の方向余弦、および  $S$  : コントロールボリュームの面である。上式を合流点幾何学モデルにおけるコントロールボリュームに適用する。ここで面  $S$  では水理量は面平均値で表わされること、および圧力は静水圧分布であると仮定すると次式になる。

$$\beta_0 h_0 U_0^2 - \sum_{j=1}^2 \beta_j b_j h_j U_j^2 + g/2 \left[ h_0^2 + \sum_{j=1}^2 \{-b_j h_j^2 + b_{Lj3} h_{Lj3}^2 + b_{Lj1} (h_{Lj1}^2 - h_{Lj2}^2)\} \right] \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\beta$  : 運動量補正係数、 $h$  : 水深、 $U$  : 平均流速、 $g$  : 重力加速度、および添字は断面あるいは面を表わす。ここで、図-6の合流点幾何学モデルにおける断面  $j$  と  $j'$  の距離  $L_{j1}$  は微小であり、両断面の水理量は等しいと仮定する。すなわちコントロールボリュームは図中の斜線部として再定義された。また  $U_0 = Q/Bh_0, U_j = i_j Q/(k_j h_j B)$  を代入し、整理すると、

$$\frac{2Q^2}{gB^2} \left( \frac{\beta_0}{h_0} - \sum_{j=1}^2 \frac{\beta_j \gamma_j}{h_j} \right) + h_0^2 - \sum_{j=1}^2 b_j h_j^2 = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここに

$$\gamma_j = i_j^2 \cos \theta_j / k_j, b'_j = b_j - b_{Lj3} \dots\dots\dots (6 \cdot a, b)$$

いま流れは常流である場合を考える。down stream control であるから、断面 0 を基準にとり、水深比  $\eta$  とし次式を定義する。

$$\eta_j = h_j / h_0 \dots\dots\dots (7)$$

また断面 0 のフルード数を、 $F (= Q / (Bh_0(g h_0)^{1/2}))$  と書いて、また  $\beta_0 = \beta_j = 1$  とすると、

$$2F^2 \left( 1 - \sum_{j=1}^2 \frac{\gamma_j}{\eta_j} \right) + 1 - \sum_{j=1}^2 b_j \eta_j^2 = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$y$  方向の運動方程式として、先に示した実験的知見、

$$h_1 = h_2, \text{ または、 } \eta_1 = \eta_2 \dots\dots\dots (9)$$

を適用できるとすると、結局次のような簡潔な式になる。

$$\eta^3 - (2F^2 + 1)\eta + 2F^2\gamma = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $F$  は境界条件に相当する。また、 $\gamma$  は次式で表わされるような流量条件と幾何学条件の合成された合流点条件であり、水深比  $\eta$  の値を支配する重要なパラメーターである。

$$\gamma = \sum_{j=1}^2 \gamma_j = \sum_{j=1}^2 i_j^2 \cos \theta_j / k_j \dots\dots\dots (11)$$

c) 水深比の解

ここで次式で表わされる  $\gamma^*$  を新しく定義する。存在

範囲は、 $1 \leq \gamma^*$  である。

$$\gamma^* = G^3 / F^2 \dots\dots\dots (12)$$

ここに、

$$G = \{(1 + 2F^2)/3\}^{1/2} \dots\dots\dots (13)$$

式 (10) の解は、合流点条件  $\gamma$  と境界条件  $\gamma^*$  との関係において領域に分割され、以下のようにまとめることができる。

領域 (I) :  $\gamma \leq -\gamma^*$  の場合、

$$\eta = (-\gamma F^2)^{1/3} \{ (1+r)^{1/3} + (1-r)^{1/3} \} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、

$$r = \{ 1 - (\gamma^*/\gamma)^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots (15)$$

領域 (II) :  $-\gamma^* < \gamma < -1$ 、および領域 (IV) :  $1 < \gamma \leq \gamma^*$  の場合、

$$\eta = 2G \cos \left\{ \frac{\pi - \cos^{-1}(\gamma/\gamma^*)}{3} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 $0 < F < F_c$  の場合のみ適用される。ここに、

$$F_c = \gamma \left[ \frac{1}{2} - \cos \left\{ \frac{2\pi - \cos^{-1}(2/\gamma^2 - 1)}{3} \right\} \right]^{3/2} \dots\dots (17)$$

領域 (III) :  $|\gamma| \leq 1$  の場合、 $0 < F < 1$  において式 (14) が用いられる。

領域 (V) :  $\gamma^* < \gamma$  の場合、本解析法では解は存在しない。これは、流れが常流である条件を満足できない場合であり、コントロールボリュームのなかに跳水が生じると考えられる。

領域 (I) と (II)、(II) と (III)、(III) と (IV)、および (IV) と (V) の境界はそれぞれ次式になる。

$$\eta = 2G, \eta = 2G \cos \left\{ \frac{\pi - \cos^{-1}(1/\gamma^*)}{3} \right\}, \eta = 1, \eta = G \dots\dots\dots (18 \cdot a \sim d)$$

図-7に合流点条件  $\gamma$  をパラメーターに採った、下流のフルード数  $F$  に対する水深比  $\eta$  を示している。図からわかるように、曲線群は  $F=0$  で  $\eta=1$  に集中するが、 $\gamma$  の異なる 2本の曲線が交差することはない。等しい  $F$  において  $\gamma$  が小さいほど  $\eta$  は大きい。領域 (I)、(II) および (III) の  $\gamma \leq 1$  の範囲では、 $1 \leq \eta$  で、 $F$  の増加に伴い  $\eta$  は増加し、その程度は  $\gamma$  が小さいほど大きい。領域 (I) と (II) は  $\eta$  の式形は異なるけれども曲線は境界をはさんで連続している。この3領域においては水理学的な差異はないと考えられる。 $\gamma > 1$  の領域 (IV) では逆に  $\eta \leq 1$  であり、 $\gamma$  が大きいほど  $F$  の増加に伴い  $\eta$  は減少する。 $F_c$  は  $\gamma$  が大きいほど値は小さいが、 $F$  がこれに近づくとき  $\eta$  は急激に減少し、解の存在しない領域 (V) との境界に接続している。境界付近における曲線の低下の勾配は大きく、この付近では水面は不安定であることが予測できる。

$\eta$  の値の範囲は次のようである。最小値は領域 (IV) の  $F=0$  におけるもので、

$$\eta_{\min} = 0.57735 \dots \dots \dots (19)$$

最大値は、 $\theta \leq 90$  度であれば  $0 \leq \gamma$  だから、 $\gamma = 0$ 、 $F = 1$  における値で、

$$\eta_{\max} = 1.73205 \dots \dots \dots (20)$$

である。 $\gamma$  が負になると、形の上では際限なく大きくなり次のように表わされる。

$$\eta_{\max} = 2(-\gamma)^{1/3} \dots \dots \dots (21)$$

(2) コントロールボリューム下流面の位置

上で求めた水深比によって合流部と水路部を接続させるためには、コントロールボリュームのスケール、すなわち上流と下流の断面の位置を決定しなければならない。そのうち上流断面は実験的知見と幾何学的考察によって図-6のように仮定されているとして、ここでは下流断面(断面0)の決定を行う。しかし内部機構からのアプローチは、現象が非常に複雑であることから解析的にはもちろん、実験的にも困難である。ゆえに前項に示した理論解析と前章の実験水面形の比較からこれを行うことにする。

コントロールボリュームのスケールは、2流束の衝突、混合による大規模擾乱の最大スケールに関係すると考えられる。これは合流直後の水路0の水路幅  $B$  に関係すると考えられるから、コントロールボリュームの  $x$  方向の長さ  $L$  は次式のように表わされる。

$$L = \lambda B \dots \dots \dots (22)$$

ここに、 $\lambda$ : 合流の条件に関係する比例定数である。

$\lambda$  の値に関して、支川合流直後の下流に生じる渦領域の大きさが参考になる。Bestら<sup>7)</sup>は、渦領域の長さは水

路幅によって無次元表現でき、合流角が大きいほど支川流量比の増加に伴って大きくなるがその値は最大2程度であることを示している。したがって、 $\lambda$  は1のオーダーであることが考えられる。

実験水面形からコントロールボリュームの下流断面の推定は、適当に仮定した下流断面における水深の実験値を用いて計算される上流断面水深の理論値と実験値との比較によって行う。下流断面の水深は、流量と本川水路下流端せき高が等しい場合は測定誤差を除去するため実験値に最もよく一致する不等流水面形を当てはめその水深を用いた。本研究の実験範囲での検討の結果、次式を仮定することによってせき上げ水深は前項で示した理論水深比によって表わされることが判明した。

$$\lambda = 3 \sim 4 \dots \dots \dots (23)$$

$\lambda$  の値に幅があるのは、全ケースがこの付近に集中しているが水深比較の精度上3と4の差異はほとんどなくこれ以上の細分は無意味であることによる。

コントロールボリュームの長さは合流部に生じる擾乱の最大規模に相当すると考えるから、合流の条件の相違には関係なく、一定値として取り扱えばよい。

図-8に  $\lambda = 3$  を用いた水深比の実験値とモデルにおける理論曲線との比較の例を示す。モデルでは合流角、水路幅比および流量比が等しければ合流条件  $\gamma$  は一定である。図の実験値はこの条件は等しいが、流量と水路下流端せき高を変えることによりコントロールボリューム下流断面のフルード数は相違するものを同一記号でプロットしている。それに最も近い曲線が等しい  $\gamma$  による計算値である。図からわかるように、合流角が小さい場合はもちろん90度以上の場合も、また水深比が1より小さくなるような場合でも、実験値は相当する理論曲線によく一致している。なお図のプロットは図-7における領域(I)~(IV)をカバーしている。

また図-3の実験結果の各図において断面Iの水位は、 $\gamma$  の値の小さい順に大きくなっている。

領域(V)の範囲にある実験ケースの結果は、2.に示した支川出口直下流に局部的に跳水が現われている場合であり、本モデルの領域の境界(式(17)および式

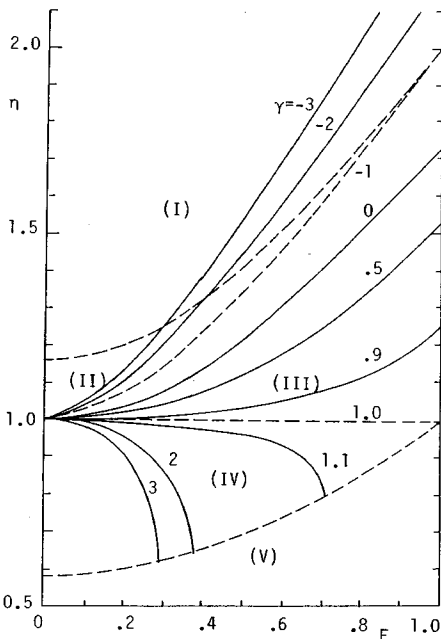


図-7 水深比  $\eta$  の特性

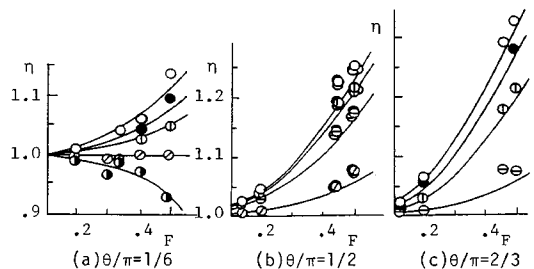


図-8 水深比の実験値

(18-d)) によって範囲は与えられる。

以上から広い条件でモデルが適用でき、合流部のせき上げ水位を正しく予測することができると思われる。

(3) 水面形計算接続法

一次元水路における不等流計算と接続する合流点サブルーチンのフローチャートを図-9に示す。合流点では幾何学条件、すなわち合流角と水路幅比は既入力であるとして、本川下流部の上流端断面(断面0)の水深と流量および合流流量比を与えると、上流側水路の下流端断面(断面j)の水深が求められる。求められない場合は、流れが射流になる条件が入力された場合であって、コントロールセクションが合流点に入ることになるから本解析の範囲外である。

この合流点サブルーチンを実験水路に適用して、水深

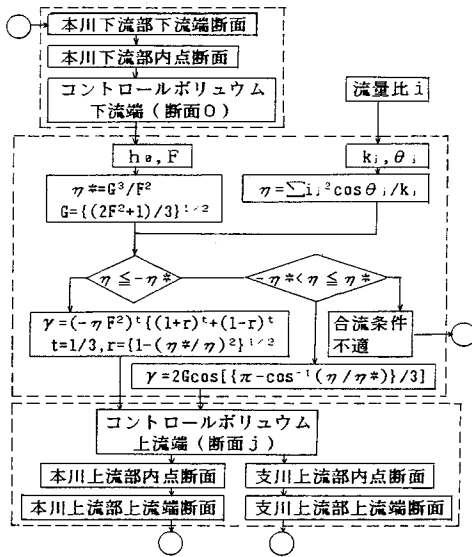


図-9 水面形計算接続法

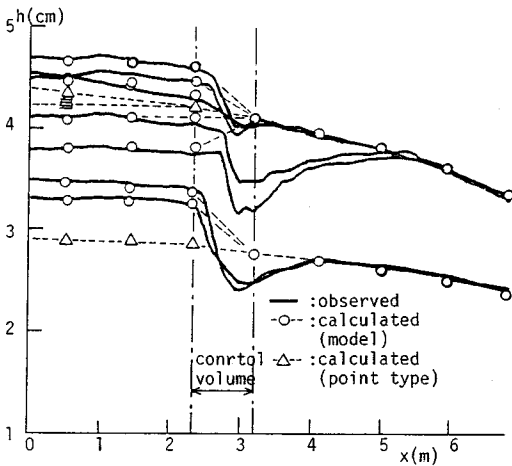


図-10 計算例

の実験結果と比較した一例が図-10で、せき上げ水位の大きいケースである。実験値は実線で、計算値は丸印でプロットしているが、本モデルのものだけでなくポイントタイプの結果も比較している。図からわかるようにモデルの計算はよく合っているが、ポイントタイプのものは当然せき上げを表わすことができない。ただし  $F$  が十分小さい場合は水深比は1に近づくので近似的には後者の適用も可能であろう。なお図中にコントロールボリュームの位置を示しているが、下流の断面0に水面の凹みが見られるケースもある。これはコントロールボリュームの境界面に関する概念の中の1つは十分には満足されていなくてもよい場合の例である。

(4) 定常一次元モデルの応用

a) せき上げ水位の特性

水深比  $\eta$  は合流点条件  $\gamma$  によって直接関係づけられ、 $\gamma$  は式 (11) に示すように幾何学条件 ( $\theta, k$ ) と流量比  $i$  の関係として与えられる。ここで図-6(c) に示した本川水路幅を1としたときの支川水路幅における  $y$  軸に平行な線分の長さ  $b_j$  と、 $i_j$  によって水深比の特性は次のようにまとめることができる。

$$b_j = k_j / \cos \theta_j \dots \dots \dots (24)$$

①  $b_1 + b_2 \leq 1$  の場合、 $1 \leq \gamma$  だから  $\eta \leq 1$ 、すなわちせき上げ量は負になる。

②  $b_1 + b_2 > 1$  の場合、せき上げ量は正であり、またこれが最大となる流量比が存在し、これは流量比と  $b$  の比が等しい、すなわち  $i_1/i_2 = b_1/b_2$  のときである。このとき  $b_1 + b_2$  の値が大きいほどせき上げ量は大きい。

③ また、 $b_j > 1$  なら  $i_j = 1$  で  $\eta > 1$ 、 $b_j = 1$  なら  $i_j = 1$  で  $\eta = 1$ 、および  $b_j < 1$  なら  $i_j = 1$  で  $\eta < 1$  であり、このとき  $\eta = 1$  となる流量比は、

$$i_j = \frac{b_j + |b_j b_k (b_j + b_k - 1)|^{1/2}}{b_j + b_k} \dots \dots \dots (25)$$

である。添字  $k$  は  $j$  ( $=1, 2$ ) でない方の水路を表わす。

b) 合流によるエネルギー損失係数

本モデルでは  $h_1 = h_2$  であると考えているので、合流によるエネルギー損失はエネルギーフラックスによって表わし、損失係数  $f_c$  を次のように定義する。

$$\sum_{j=1}^2 \rho Q_j e_j - \rho Q_0 e_0 = \rho Q_0 f_c \frac{V_0^2}{2g} \dots \dots \dots (26)$$

ここに、

$$e_j = h_j + \frac{\alpha_j V_j^2}{2g} \dots \dots \dots (27)$$

$\alpha$ : エネルギー補正係数である。ゆえに  $f_c$  は、 $\eta, F, i_j, k_j$  および  $\alpha_j$  によって次のように表わされる。

$$f_c = \frac{\epsilon}{\eta^2} - \alpha_0 + \frac{\eta - 1}{F^2/2} \dots \dots \dots (28)$$

ここに、

$$\epsilon = \sum_{j=1}^2 \left( \frac{l_j^3 a_j}{k_j^2} \right) \dots \dots \dots (29)$$

合流の損失係数  $f_c$  の特性を以下に示す。  $\partial f_c / \partial F$  は、  $\eta > 1$  ( $\gamma < 1$ ) および  $\eta < 1$  ( $\gamma > 1$ ) でそれぞれ負および正である。 図-11は実験水路のタイプの合流水路における式(28)の値を  $F$  の関係として示したもので、値は角度が大きいほど大きい。 また等しい幾何学条件において流量比が異なるため  $\gamma$  が1より大きくなると、損失係数の値は、急に大きくなる。

$\eta > 1$  における損失係数の最大値は、  $\alpha = 1$  とし、  $F = 0$  において式(28)の右辺第3項は  $2(1-\gamma)$  となるから次式になる。

$$f_{c\max} = 1 + \epsilon - 2\gamma \dots \dots \dots (30)$$

図-1のタイプの水路で  $\theta \leq 90^\circ$  の範囲では、

$$f_{c\max} = 1 + 1/k^2 \dots \dots \dots (31)$$

$\eta > 1$  における損失係数の最小値は、  $F = 1$  において、  $\epsilon > 1$  のとき、

$$f_{c\min} = 3(\epsilon^{1/3} - 1) > 0 \dots \dots \dots (32)$$

$\xi \leq 1$  のときは、  $f_{c\min} = 0$  である。  $\eta < 1$  の場合は  $\eta > 1$  のものより大きい。

4. 非定常次元モデル

ここでは合流点におけるエネルギー損失効果に加えて、非定常効果(貯留効果)を考慮した次元非定常流の合流部モデルを考える。これを開水路非定常流数値計算法の陽式差分スキームに適用して合流点サブルーチンを作成する。計算結果は模型実験結果と比較し妥当性を確かめる。また本モデルを用いたシミュレーションによって合流点を通過する非定常流の特性を考察する。

(1) 解析方法<sup>9)</sup>

a) 基礎式

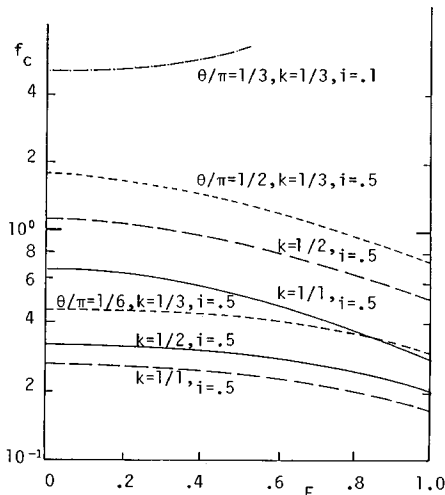


図-11 合流の損失係数  $f_c$  の特性

3.(1), a) に示したコントロールボリュームに対して摩擦を省略した次の非定常運動量方程式を適用する。

$$\int \rho \frac{\partial u}{\partial t} dV + \int [\rho u \{u \cos(x, v) + v \cos(y, v)\} + p \cos(x, v)] dS = 0 \dots \dots \dots (33)$$

ここに、  $V$  : コントロールボリュームの体積である。ここで、コントロールボリューム内の代表水深  $h_v$ 、および代表流量  $Q_v$  が存在すると仮定すれば、体積  $V$  と流速  $u_v$  はそれぞれ次のように定義される。

$$V = BLh_v, u_v = Q_v / (Bh_v) \dots \dots \dots (34 \cdot a, b)$$

ここに、  $L$  : ボリュームの長さである。これを用いると式(33)左辺第1項は次のように変形できる。

$$\int \frac{\partial u}{\partial t} dV = L \left( \frac{dQ_v}{dt} - \frac{Q_v}{h_v} \frac{dh_v}{dt} \right) \dots \dots \dots (35)$$

ゆえに運動量方程式(33)は前節と同様の操作によって次式にまとめられる。

$$\frac{L}{B} \left( \frac{dQ_v}{dt} - \frac{Q_v}{h_v} \frac{dh_v}{dt} \right) + \sum_{j=0}^2 \left( \frac{\xi_j Q_j^2}{B^2 h_j} + \frac{g}{2} \xi_j h_j^2 \right) = 0 \dots \dots (36)$$

ここに、

$$\xi_j = -\cos \theta_j / k_j, \xi_3 = -b_j' \dots \dots \dots (37 \cdot a, b)$$

$y$  方向の運動方程式として、定常流の場合と同様の実験的知見から次式を用いる。

$$h_1 = h_2 \dots \dots \dots (38)$$

水路1と2はこの関係によって強い相互作用をもつことになる。連続方程式はコントロールボリュームにおける貯留効果を考慮して、

$$BL \frac{dh_v}{dt} = Q_1 + Q_2 - Q_v \dots \dots \dots (39)$$

ボリューム内の代表量と周辺の量との関係は次のように仮定する。

$$Q_v = \sum_{j=0}^2 \phi_j Q_j, h_v = \sum_{j=0}^2 \psi_j h_j \dots \dots \dots (40 \cdot a, b)$$

ここに、  $\phi_j, \psi_j$  はそれぞれ流量と水深に関する重み係数である。

以上式(36)~(40)が非定常次元モデルの基礎式である。

b) 差分式

上の非定常次元モデルを応用して、陽式差分スキームに適用させる合流点サブルーチンを考える。いま図-12に示すように、時刻  $t = 0$  における既知水理量にバーをつけて表わし、  $t = \Delta t$  における未知量を求めるものとする。

コントロールボリュームにおいては、式(38)、(40)と、式(36)および(39)の微分方程式はそれぞれ次のように前進、および後退差分を適用した式を用いる。

$$Q_v - \frac{\bar{Q}_v}{h_v} h_v = -\frac{B}{L} \Delta t \sum_{j=0}^2 \left\{ \frac{\bar{Q}_j \bar{Q}_j}{B^2 \bar{h}_j} + \frac{g}{2} \bar{\xi}_j \bar{h}_j^2 \right\} \dots \dots (41)$$



$$\frac{BL}{\Delta t} (h_v - \bar{h}_v) = Q_1 + Q_2 - Q_0 \dots (42)$$

コントロールボリュームに接続する3本の水路からはそれぞれ1個ずつの条件が与えられる。これはたとえば次のように考えられる。横流入のない開水路の運動方程式、および連続方程式は  $\alpha = \beta = 1$  とおいて次のようである。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2Q}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} + \left( g - \frac{BQ^2}{A^2} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + g(I_e - I) = 0 \dots (43)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \dots (44)$$

ここに、 $I_e$ : エネルギー勾配、 $I$ : 水路床勾配である。特性曲線法を用いて差分化すると以下ようになる。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{Q}{A} \pm \left( \frac{gA}{B} \right)^{1/2} \text{ 上で, } \dots (45)$$

$$B \frac{dh}{dt} \left( \frac{dx}{dt} - \frac{2Q}{A} \right) + \frac{dQ}{dt} - gA(I - I_e) = 0 \dots (46)$$

式(45)によって  $t=0$  における特性曲線出発点の水量  $\bar{Q}$ ,  $\hat{h}$  が与えられれば(図-12参照), 式(46)の前進差分から断面  $j$  において次の条件式が得られる。

$$Q_j = b_j - a_j h_j, \quad (j=0, 1, 2) \dots (47)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} a_j &= -\bar{B} \left\{ \frac{\bar{Q}}{\bar{A}} \pm \left( \frac{g\bar{A}}{B} \right)^{1/2} \right\} \\ b_j &= \bar{Q} + a_j \hat{h} + g\bar{A}(I - \hat{I}_e)\Delta t \end{aligned} \right\} \dots (48)$$

式(48)における複号は  $j=1, 2$  で-,  $j=0$  で+である。

以上式(38), (40), (41), (42) および (47) より,  $t = \Delta t$  における  $h$  は次のように求められる。

$$h_0 = \frac{R_1 P_2 - R_2 P_1}{O_1 P_2 - O_2 P_1}, \quad h_1 = h_2 = \frac{R_1 - O_1 h_0}{P_1} \dots (49), (50)$$

$Q_j$  は上式で得た値を式(47)に代入すれば得られる。ここに、 $\bar{\phantom{x}}$  は図-12に示すように時刻  $t=0$  における量を表わして,

$$\begin{aligned} O_1 &= c\phi_0 - a_0, & O_2 &= e\phi_0 + a_0\phi_0 \\ P_1 &= a_1 + a_2 + c(\phi_1 + \phi_2), & P_2 &= a_1\phi_1 + a_2\phi_2 + e(\phi_1 + \phi_2) \\ R_1 &= f + b_1 + b_2 - b_0, & R_2 &= b_1\phi_1 + b_2\phi_2 + b_0\phi_0 - d \\ c &= BL/\Delta t, & f &= c\bar{h}_v = c \sum_{j=0}^2 \phi_j \bar{h}_j, \end{aligned}$$

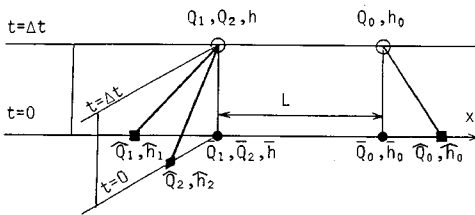


図-12 非定常モデルの記号

$$\begin{aligned} e &= \bar{Q}_v / \bar{h}_v = \sum_{j=0}^2 \phi_j \bar{Q}_j / \sum_{j=0}^2 \phi_j \bar{h}_j \\ d &= \frac{-B}{L} \Delta t \sum_{j=0}^2 \left( \frac{\zeta_j \bar{Q}_j \bar{Q}_j}{B^2 \bar{h}_j} + \frac{g}{2} \zeta_j \bar{h}_j^2 \right) \dots (51) \end{aligned}$$

(2) 非定常一次元モデルと実験結果の比較<sup>9)</sup>

前項で提案した非定常一次元モデル検証のため、モデルによる合流部流れの数値計算と実験結果の比較を行う。

計算水路は実験水路に対応して水路3本、これらを接続する合流部非定常モデル、および水路の下流端と上流端である。水路部は特性曲線法を適用した。本川水路下流端は、水路下流からくる特性曲線上の条件と下流端せき上の水深は限界水深であることを連立させて解く。本川および支川の上流端は2.に示した非定常流の各タイプに対応し、三角せきから流出する流量の時間変動を前もってせきの特性と連続方程式によって数値計算しておく、これと水路からの条件を連立させて解くことにした。

水路部の刻み距離は  $\Delta x = 3B$  とし、刻み時間  $\Delta t$  は Courant-Friedrichs-Lewy 条件を満足するよう決定する。

合流部モデルにおいては、重み係数の値をどう探るかという任意性がある。ここでは次式を満足する種々の組合せにおいて、安定性のあるものを採用することにする。

$$\sum_{j=0}^2 \phi_j = \sum_{j=0}^2 \psi_j = 1 \dots (52)$$

$1/4 \leq \phi_0$ ,  $1/4 \leq \psi_0$  程度でよくなるようであるから、本計算では次式を用いた。

$$\phi_0 = \psi_0 = 1/2, \quad \phi_j = \psi_j = 1/4, \quad (j=1, 2) \dots (53)$$

計算結果の例を図-13に示す。図は支川のハイドログラフが山形タイプのものであり、縦軸は水深、横軸は流れ方向、および時間軸は右斜め上方向にとっている。支川は本川上流端の左側に示す。合流部は断面Iと断面0の間であり、その間は図では直線で結んでいる。図からわかるように、水面は洪水通過中の時々刻々その形状を保ちながら最終的な定常流水面形に漸近しており、これは先に述べた実験観測結果と等しい。

各断面における初期水面からの水位変化量  $\Delta h$  について計算値と実験値を比較したものが図-14(a), (b)で、それぞれ異なる洪水のタイプの例を示している。いずれ

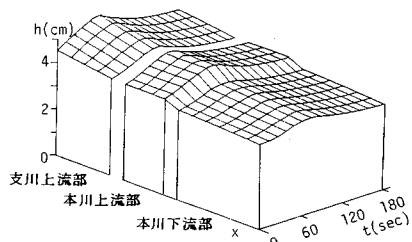


図-13 非定常流水面の計算例

のケースにおいても計算結果は実験値とよく一致しており、合流点非定常モデルの妥当性を示していると考えられる。

(3) 合流点を通過する非定常流の特性

実験水路におけるシミュレーションの結果、①水位のせき上げ、②ピーク流量の減衰、および③ハイドログラフ波形の時間遅れがあることによって特性が示される。まず①は式(36)の効果であり、図-13に明瞭に現われている。

図-15は山形タイプにおける基底流量からの増分流量  $\Delta Q$  のハイドログラフの断面による変化を示した例である。波形は合流点での時間遅れとピーク流量の減少が顕著である。水量の一時的な貯留は他方の水路によって行われる。図では水路1の  $\Delta Q$  が最初負になっており、また流入ハイドログラフがピークを越えるとこれが徐々に吐き出されている。貯留量は貯留能力に関係する水路の幅、勾配等に影響を受ける。この現象はモデルにおける式(38)の効果と支配的であると考えられる。

従来のポイントタイプとして取り扱う方法による計算結果については、計算時間は比較して小さいが以下のような欠点が見られることが判明した。まず合流点上流の水深は定常流の場合と同様小さく見積るため、危険側となることである。ただし  $\gamma$  が1に近いような条件、あるいはフルード数が小さい条件ではせき上げが小さくなるから結果的に誤差は小さくなる。次いで合流点より下流のハイドログラフの波形の時間遅れとピーク流量の減衰は小さく見積ることである。 $h_1=h_2$  の効果はポイントタイプでも存在するが、非定常流中  $\eta$  がさらに大きくなるような計算条件の場合は実際は波形の遅れとピークの減衰は大きくなるため相対的に誤差は大きくなると思われる。

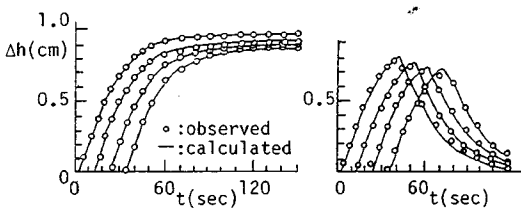


図-14 Δhの比較

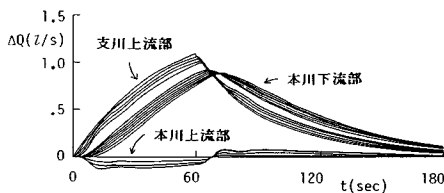


図-15 ΔQのハイドログラフ

5. 結 論

本研究では、水位のせき上げによって引き起こされる合流点の一次元問題に対応させるため、これを正確に見積り合流前後の水路の一次元水面形に接続することができる定常流、および非定常流の合流点解析モデルを開発した。その概要は以下のものである。

(1) 合流点定常次元モデルは、合流部に仮定されたコントロールボリュームにおいて水路の合流角度と水路幅比である幾何学条件、流量条件および境界条件に対し精度よく水深比を与えるものである。図-6(a)に領域を示すコントロールボリュームの上流端断面と下流端断面の水深の比として定義される水深比  $\eta$  は、式(11)によって示される合流条件  $\gamma$  とフルード数の関係として与えられ、式(14)あるいは式(16)を用いる。水路との計算接続法は図-9によって示される。

(2) 合流点非定常次元モデルは合流点を通過する非定常流の解析に適用できるもので、式(36)~(40)を用いる。水路の差分式との接続は式(49)~(51)に例を示す。

両モデルとも実験結果によって妥当性が確かめられた。また本モデルによって合流点を通過する流れの特性が明らかにされた。

本研究における実験は大阪府立工業高等専門学校土木工学科の卒業研究においてなされた。担当した卒業生諸氏の労に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 土木学会編：水理公式集，p.205, 213, 1980.
- 2) Taylor, E.H.: Flow Characteristics at Rectangular Open-Channel Junctions, Transactions, ASCE, Vol. 109, pp.893~903, 1944.
- 3) 神田 徹・山崎 篤：開水路合流部の流れの水理学的特性，建設工学研究所報告 No.19, pp.137~153, 1977.
- 4) 板倉忠興：河川合流点における流れの機構の研究，土木学会第16回水理講演会講演集，pp.7~12, 1972.
- 5) Eagleson, P.S.: Modelling Surface Runoff in Urban Hydrology, Chap. 4 of App. A., Urban Water Resources Research, ASCE, pp.A-68, 1968.
- 6) 室田 明・多田博登：開水路合流部の水面形計算接続法に関する研究，第25回水理講演会論文集，pp.327~332, 1981.
- 7) Best, J.L. and Reid, I.: Separation Zone at Open Channel Junction, J. of Hyd. Eng., Vol.110, No.11, 1984.
- 8) 多田博登：合流部を通過する洪水流の解析，土木学会第37回年次学術講演会講演集，II-140, pp.279~280, 1982.
- 9) 多田博登：合流部を通過する洪水流の解析(2)，土木学会第38回年次学術講演会講演集，II-181, pp.361~362, 1983.

(1988.6.29・受付)