

応答変位法によるシールドトンネルの地震時断面力の算定法

EVALUATION PROCEDURE FOR SEISMIC STRESS DEVELOPED IN SHIELD TUNNELS BASED ON SEISMIC DEFORMATION METHOD

志波由紀夫*・川島一彦**・大日方尚巳***・加納尚史****

By Yukio SHIBA, Kazuhiko KAWASHIMA, Naomi OBINATA and Takashi KANO

This paper presents a calculation procedure to estimate longitudinal seismic stress developed in shield tunnel linings based on seismic deformation method.

Linings of shield tunnels, which have discontinuities in the longitudinal stiffness due to a number of ring-joints, are idealized by uniform beams with the stiffness equivalent to that of segments-joints system. Axial force and bending moment in the tunnel linings subjected to ground displacement with sinusoidal distribution along the tunnel axis are mathematically evaluated considering nonlinearity of lining stiffness.

Factors dominating the seismic stress of shield tunnels are studied. Characteristics of seismic response of shield tunnels is also discussed in comparison with underground pipes with uniform stiffness in axial direction.

Keywords: shield tunnel, seismic response analysis, seismic deformation method

1. はじめに

近年、下水道、地下鉄道、電力・通信線用管路等、都市トンネルの多くはシールド工法によって建設されている。また最近では、掘削技術の進歩により、10mを超える大口径のシールドトンネルもみられるようになった。シールドトンネルは都市における重要度の高い構造物であり、しかも、耐震的には不利な地盤条件下に建設される場合が多いことから、その設計に際しては地震による影響についての慎重な検討が必要であると考えられる。このような地震防災上の要請から、最近改訂されたトンネル標準示方書(シールド編¹⁾)では、覆工の設計において考慮する荷重のうち、地震の影響に関する記述が充実され、耐震計算法の基本的な考え方などが示されるに至った²⁾。

ところで、トンネル標準示方書をはじめいくつかの設計指針類^{3),4)}は、シールドトンネルの耐震計算法として応答変位法を挙げている。その理由は、沈埋トンネルや

埋設管など類似構造物に関する地震工学上の研究成果である応答変位法の理論が、シールドトンネルに対しても適用できるものと考えられるためである。ただし、シールドトンネルの覆工は多数のセグメントを組み立てた不連続な構造体であり、一般の線状地中構造物のように連続な構造体とは異なるものであるから、シールドトンネルの耐震検討を行う場合にはこのような覆工構造の特徴が考慮されなければならない。前出の設計指針類^{5),6)}では、トンネルを弾性床土のはりにモデル化する段階では覆工構造の特性を考慮した長手方向剛性の評価方法が一応示されているものの、断面力を算定する段階ではその剛性の特性が十分に取り入れられておらず、合理的な耐震計算法の確立が望まれるところである。

覆工構造の特性を考慮してシールドトンネルの長手方向の耐震解析を行った例としては、これまでに、木戸ら⁷⁾、樋口ら⁸⁾、西野ら⁹⁾、著者ら¹⁰⁾、田村ら¹¹⁾によって報告されている。これらの解析では、特に、セグメントを連結するリング継手の存在によって覆工の軸剛性が圧縮側と引張側とで異なることが考慮されている。しかしながら、これらはいずれも特定のシールドトンネルを対象とした解析事例であり、覆工の軸剛性の異方性の度合いがトンネルに生ずる応力に及ぼす影響についての総括的な議論や、シールドトンネル一般の地震応答特性につ

* 正会員 工修 大成建設(株)技術研究所耐震研究室
(〒245 神奈川県横浜市戸塚区名瀬町344-1)

** 正会員 工博 建設省土木研究所地震防災部耐震研究室
室長(〒305 茨城県つくば市大字旭1)

*** 正会員 建設省関東地方建設局企画部企画課

**** 正会員 建設省土木研究所地震防災部耐震研究室

いての議論は、ほとんどなされていないようである。

本論文は、上記の諸点をふまえ、シールドトンネルの耐震設計のための実用的な耐震計算手法を提案するものである。本手法は一般の線状地中構造物の耐震計算法と同様に応答変位法に基づいており、シールドトンネルを弾性床に支持されたはりにモデル化し、これに正弦波状の地盤変位が作用する場合の長手方向断面力を解析的に導いた。トンネルのモデル化においては、著者ら¹²⁾が提案した覆工の長手方向剛性の評価手法を用いている。応力解析では、覆工の軸剛性が引張側と圧縮側とで異なることを考慮しており、さらに、覆工の応力が大きくなりリング継手の剛性が低下する場合の検討も行った。論文の後半では、地震時応力に影響を及ぼすパラメータの検討を行い、さらに、一般の線状地中構造物の地震時応力との比較を論じた。

2. シールドトンネルのモデル化手法

シールドトンネルの長手方向解析モデルとして、多数のセグメントと継手で組み立てられた覆工の部材1つ1つを忠実に解析要素として考えることは、事実上不可能である。著者ら¹²⁾は、すでに、シールドトンネル覆工の部材の力学特性を単純化して覆工全体の長手方向剛性を評価することにより、覆工を見掛け上等価な剛性をもつ一様連続なはりにモデル化する手法を提案している。

この手法では、セグメントリングを長手方向に結合する継手（リング継手）の剛性を、Fig. 1に示すように単純化した非線形ばねでモデル化している。この図で、

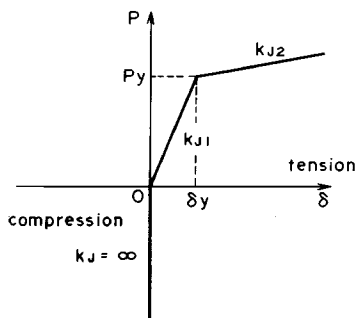


Fig. 1 Idealized stiffness of a ring-joint.

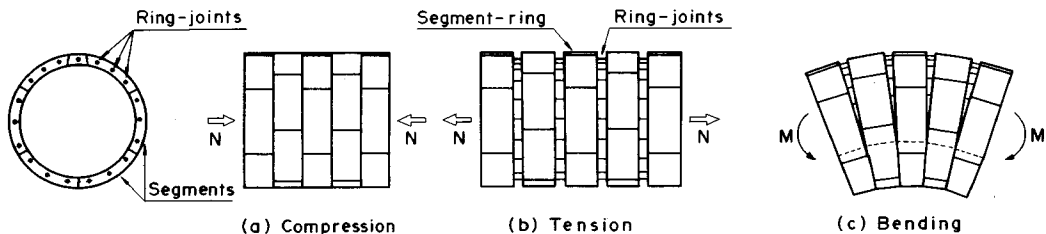


Fig. 2 Deformation of shield tunnel linings.

k_{J1} と k_{J2} はリング継手の1次と2次のばね定数で、 P_y および δ_y は、ばね定数が変化するときの引張力および継手の開き量である。このような特性をもつリング継手をボルトサークル上に n 個配置した覆工が、トンネル長手方向の地震力を受けた場合には、その変形はFig. 2に示すようになると考えられる。セグメントリングの剛性とリング継手の剛性から覆工全体としての荷重～変形の関係を通り、この関係と見掛け上等しくなる一様連続なはりの剛性（等価剛性）を求めれば、本来不連続な覆工を、通常の線状地中構造物の場合と同様に、弾性床に支持された一様連続なはりにモデル化することが可能となる。以下では、このはりを等価剛性ばりおよびよぶこととする。なお、通常のシールドトンネルの諸元に対しては、等価剛性ばりモデルと、セグメントリング1つ1つを要素化した骨組モデルとで、得られる断面力の大きさに有意な差は認められないことが確かめられている¹³⁾。

シールドトンネル覆工の等価剛性は、以下のように求められている¹²⁾。

(1) 等価軸剛性

$$(EA)_{eq}^c = E_s \cdot A_s \quad : N < 0 \dots \dots \dots (1 \cdot a)$$

$$(EA)_{eq}^t = \frac{E_s \cdot A_s}{1 + \frac{E_s \cdot A_s}{l_s \cdot n \cdot k_{J1}}} \quad : 0 < N \leq N_y \dots \dots \dots (1 \cdot b)$$

$$(EA)_{eq}^t = \frac{E_s \cdot A_s}{1 + \frac{E_s \cdot A_s}{l_s \cdot n \cdot k_{J2}}} \quad : N_y \leq N \dots \dots \dots (1 \cdot c)$$

$$N_y = n \cdot P_y \dots \dots \dots (2)$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta_y}{l_s} + \frac{N_y}{E_s \cdot A_s} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $(EA)_{eq}^c$ ：等価圧縮剛性、 $(EA)_{eq}^t$ 、 $(EA)_{eq}^t$ ：1次、2次の等価引張剛性、 E_s 、 A_s 、 l_s ：セグメントリングのヤング率、断面積、1リングの長さ。

等価剛性ばりの軸剛性は、Fig. 3(a)に示すように、圧縮側と引張側とで異なることが特徴である。

(2) 等価曲げ剛性

$$(EI)_{eq}^t = \frac{\cos^3 \varphi_i}{\cos \varphi_i + (\pi/2 + \varphi_i) \cdot \sin \varphi_i} \cdot E_s \cdot I_s \dots \dots \dots (4)$$

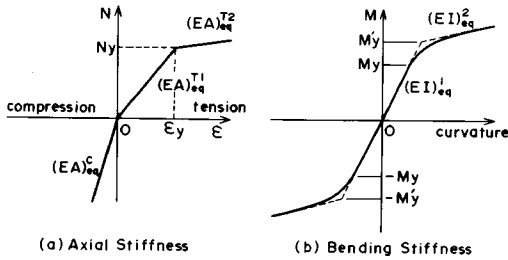


Fig. 3 Equivalent stiffness of shield tunnel linings.

$$M_y = \frac{N_y \cdot (EI)_{eq}^t}{r \cdot (1 + \sin \varphi_i) \cdot (EA)_{eq}^t} \quad (5)$$

ここに、 $i=1, 2$: 剛性の次数,

$(EI)_{eq}^t, (EI)_{eq}^c$: 1次, 2次の等価曲げ剛性,

I_s : セグメントリングの断面2次モーメント,

r : セグメントリングの図心円の半径,

である。また、 φ_i は次の方程式の解である。

$$\varphi_i + \cot \varphi_i = \pi \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{I_s \cdot n \cdot k_{ji}}{E_s \cdot A_s} \right) \quad (6)$$

覆工に作用する曲げモーメントと曲率の関係は、Fig. 3(b)で表わされる。曲げモーメントが式(5)で算定される M_y 以下の範囲では、両者は線形関係にあり、等価曲げ剛性は $(EI)_{eq}^t$ である。曲げモーメントが M_y を超えると、リングの引張縁に位置するリング継手から順次剛性が低下し、曲げモーメントと曲率の関係は図中に実線で示した曲線を描く。この曲線は、多くのパラメータを含む複雑な関数となる¹²⁾。本論文では、簡単のため、破線で示したように、等価曲げ剛性を2つの直線で近似することとする。すなわち、曲げモーメントがある一定の値 M_y よりも小さい場合には $(EI)_{eq}^t$ で、 M_y よりも大きい場合には $(EI)_{eq}^c$ で、それぞれ近似することとする。

上記の等価軸剛性および等価曲げ剛性の算定式はそれぞれを独立に評価して求めたものであるが、厳密には、非線形な変形特性をもつリング継手が存在するために、軸力と曲げモーメントが同時に作用する場合はそれらの大きさによって覆工の等価剛性が変化する。このため、線形な剛性をもつ線状地中構造物の場合と異なり、シールドトンネルでは地震時に発生する軸力と曲げモーメントとが相互に影響しあうこととなる。

以下の議論において、シールドトンネルに発生する地震時軸力の算定では、同時に発生する曲げモーメントの影響が考慮されておらず、この意味では厳密な算定とはならない。軸力と曲げモーメントが相互に影響しあうことを考慮した解析、あるいは、その影響の程度については、今後の検討課題である。なお、曲げモーメントの算定では軸力が生じないような地盤振動条件としており、

これ単独では正しい算定結果が得られる。

3. 軸力の算定法

地震によって表層地盤に生ずる水平変位の分布が、トンネル軸を含む水平面内において振幅 U_h 、波長 L の正弦波状であると仮定する。地盤の振動方向がトンネル軸に対して θ の角度であれば、トンネル軸 x に沿う地盤のトンネル軸方向変位 $g_a(x)$ は、次式で表わされる。

$$g_a(x) = U_h \cdot \sin(2\pi \cdot x/L) \quad (7)$$

ここに、 L' はトンネル軸に沿う見掛けの波長、 U_h' は軸方向成分の変位振幅で、

$$L' = L / \sin \theta \quad (8.a)$$

$$U_h' = U_h \cdot \cos \theta \quad (8.b)$$

である。Fig. 3(a)に示した軸剛性をもつ覆工に、上記地盤変位が作用する場合に生ずる軸力を求めるにあたり、その引張力の最大値 N_{Tmax} が N_y よりも小さい場合と、 N_y よりも大きい場合とに分けて記述する。

(1) $N_{Tmax} \leq N_y$ の場合

この場合の解析モデルを Fig. 4 に示す。トンネルおよび地盤変位が無限に続くものとすれば、地盤変位の周期性によりトンネルの応答も周期性をもち、区間 $(0, L'/2)$ の応答を知れば足りる。

弾性床に支持されたはりの変位に関する微分方程式は、次のようになる。

$$(EA)_{eq} \cdot \frac{d^2 u}{dx^2} - k_a \cdot u = -k_a \cdot g_a(x) \quad (9)$$

ここに、 $u(x)$ はトンネルの軸方向変位、 k_a はトンネル軸方向の地盤ばね定数である。

トンネルの軸力 $N(x)$ は、引張を正符号として、

$$N(x) = (EA)_{eq} \cdot \frac{du}{dx} \quad (10)$$

で求められる。式(9)および(10)に含まれるトンネルの等価軸剛性 $(EA)_{eq}$ として、軸力が引張の区間では $(EA)_{eq}^t$ を、圧縮の区間では $(EA)_{eq}^c$ を、それぞれ用いる

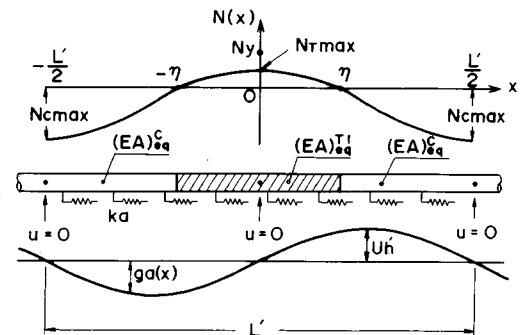


Fig. 4 Analytical model in the axial direction; when tension stays in elastic range.

ものとする。これら区間の境界位置は未知数であり、 η と置いておく。

軸力の一般解は、区間 $[0, \eta]$, $[\eta, L'/2]$ とともに、
 $N(x) = C_1 \cdot \cosh(\lambda \cdot x) + C_2 \cdot \sinh(\lambda \cdot x)$

$$+ \alpha \cdot \frac{2\pi \cdot U'_h}{L'} \cdot (EA)_{eq}^c \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{L'}\right) \dots\dots (11)$$

の形となる。ここに、

$$\lambda = \sqrt{\frac{k_a}{(EA)_{eq}}} \dots\dots (12 \cdot a)$$

$$\alpha = 1 / \left[1 + \left(\frac{2\pi}{\lambda \cdot L'} \right)^2 \right] \dots\dots (12 \cdot b)$$

である。ただし、区間 $[0, \eta]$ と $[\eta, L'/2]$ とでは、式 (11)~(12) に、それぞれ $(EA)_{eq}^n$, $(EA)_{eq}^c$ を用いるものとし、両区間の λ , α を λ_{T1} , α_{T1} , λ_c , α_c と表記することにする。また、 C_1 , C_2 (両区間にそれぞれ2つ) は境界条件によって定まる未定係数である。

4つの未定係数および η を式 (13) の境界条件を満足するように決定すると、トンネルの軸力分布が式 (14) のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} u_T(0) = 0, \quad u_c(L'/2) = 0 \\ u_T(\eta) = u_c(\eta) \\ N_T(\eta) = 0, \quad N_c(\eta) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

$$N_T(x) = \alpha_{T1} \cdot \frac{2\pi}{L'} \cdot (EA)_{eq}^n \cdot U'_h \cdot \left[\cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{L'}\right) - \frac{\cosh(2\pi \cdot \eta/L') \cdot \cosh(\lambda_{T1} \cdot x)}{\cosh(\lambda_{T1} \cdot \eta)} \right] \dots\dots (14 \cdot a)$$

$$N_c(x) = \alpha_c \cdot \frac{2\pi}{L'} \cdot (EA)_{eq}^c \cdot U'_h \cdot \left[\cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{L'}\right) - \frac{\cosh(2\pi \cdot \eta/L') \cdot \cosh\left\{\lambda_c \cdot \left(\frac{L'}{2} - x\right)\right\}}{\cosh\{\lambda_c \cdot (L'/2 - \eta)\}} \right] \dots\dots (14 \cdot b)$$

ここに、 $u(x)$, $N(x)$ の添字 T および C は、引張および圧縮を意味し、同時に、それぞれ、区間 $[0, \eta]$, $[\eta, L'/2]$ を意味する。座標 η については陽な形では表わせず、次の方程式の解として決定される。

$$\frac{2\pi}{\lambda_{T1} \cdot L'} \cdot \alpha_{T1} \cdot \tanh(\lambda_{T1} \cdot \eta) + \frac{2\pi}{\lambda_c \cdot L'} \cdot \alpha_c \cdot \tanh\left\{\lambda_c \cdot \left(\frac{L'}{2} - \eta\right)\right\} = (\alpha_{T1} - \alpha_c) \cdot \tan\left(2\pi \cdot \frac{\eta}{L'}\right) \dots\dots (15)$$

通常の線形剛性をもつトンネルの場合には $\eta = L'/4$ であるが、シールドトンネルの場合は圧縮剛性よりも引張剛性の方が小さいため $0 < \eta < L'/4$ となり、圧縮区間よりも引張区間の方が短い。

トンネルに生ずる軸力の最大値は、Fig. 4 に示すように、 $x=0$ と $x=L'/2$ とで生じ、それぞれ、

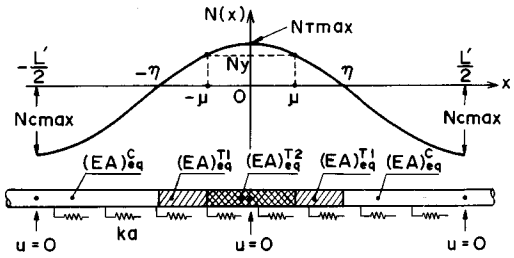


Fig. 5 Analytical model in the axial direction ; when tension exceeds elastic range.

$$\left. \begin{aligned} N_{T \max} \\ N_{c \max} \end{aligned} \right\} = \alpha_c \cdot \frac{2\pi}{L'} \cdot (EA)_{eq}^c \cdot U'_h \cdot \left\{ \begin{aligned} \beta_{T1} \\ \beta_{C1} \end{aligned} \right. \dots\dots (16)$$

となる。 β_{T1} と β_{C1} は、引張力と圧縮力に対する係数で、次式で与えられる。

$$\beta_{T1} = \frac{(EA)_{eq}^n}{(EA)_{eq}^c} \cdot \frac{\alpha_{T1}}{\alpha_c} \cdot \left\{ 1 - \frac{\cos(2\pi \cdot \eta/L')}{\cosh(\lambda_{T1} \cdot \eta)} \right\} \dots\dots (17 \cdot a)$$

$$\beta_{C1} = 1 + \frac{\cos(2\pi \cdot \eta/L')}{\cosh\{\lambda_c \cdot (L'/2 - \eta)\}} \dots\dots (17 \cdot b)$$

(2) $N_{T \max} > N_y$ の場合

最大引張力 $N_{T \max}$ が N_y よりも大きくなる条件

$$N_{T \max} = \alpha_{T1} \cdot \frac{2\pi}{L'} \cdot (EA)_{eq}^n \cdot U'_h \times \left\{ 1 - \frac{\cos(2\pi \cdot \eta/L')}{\cosh(\lambda_{T1} \cdot \eta)} \right\} > N_y \dots\dots (18)$$

では、引張区間内の覆工の一部に剛性の低下が生ずる。

この場合の解析モデルを Fig. 5 に示す。トンネルの引張力が N_y に等しくなる位置を μ とすると、解析対象区間は $[0, \mu]$, $[\mu, \eta]$, および $[\eta, L'/2]$ の3つに分けられる。これらの分割区間での覆工の軸剛性は、それぞれ $(EA)_{eq}^n$, $(EA)_{eq}^n$, $(EA)_{eq}^c$ である。

この場合も、トンネルの応答を支配する微分方程式は式 (9) と同じである。ただし、区間 $[0, \mu]$ での軸力は式 (10) と異なり、

$$N(x) = N_y + (EA)_{eq}^n \cdot \left(\frac{du}{dx} - \varepsilon_y \right) \dots\dots (19)$$

となる (Fig. 3(a) 参照)。

各分割区間の両端での境界条件式 (20) を満足するように式 (9) を解くと、トンネルの軸力が式 (21) のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} u_{T2}(0) = 0, \quad N_{T2}(\mu) = N_y \\ u_{T2}(\mu) = u_{T1}(\mu), \quad N_{T1}(\mu) = N_y \\ u_{T1}(\eta) = u_c(\eta), \quad N_{T1}(\eta) = 0 \\ N_c(\eta) = 0, \quad u_c(L'/2) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

$$N_{T2}(x) = \alpha_{T2} \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot (EA)_{eq}^{T2} \cdot U_h \cdot \left[\cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{L}\right) - \frac{\cos(2\pi \cdot \mu/L)}{\cosh(\lambda_{T2} \cdot \mu)} \cdot \cosh(\lambda_{T2} \cdot x) \right] + N_y \cdot \left[1 - \frac{(EA)_{eq}^{T2}}{(EA)_{eq}^{T1}} \cdot \left[1 - \frac{\cosh(\lambda_{T2} \cdot x)}{\cosh(\lambda_{T2} \cdot \mu)} \right] \right] \dots (21 \cdot a)$$

$$N_{T1}(x) = N_y \cdot \frac{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - x)\}}{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\}} + \alpha_{T1} \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot (EA)_{eq}^{T1} \cdot U_h \cdot \left[\cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{L}\right) - \frac{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (x - \mu)\} \cdot \cos(2\pi \cdot \eta/L) + \sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - x)\} \cdot \cos(2\pi \cdot \mu/L)}{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\}} \right] \dots (21 \cdot b)$$

$$N_C(x) = \alpha_C \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot (EA)_{eq}^C \cdot U_h \cdot \left[\cos\left(2\pi \cdot \frac{x}{L}\right) - \frac{\cos(2\pi \cdot \eta/L)}{\cosh\{\lambda_C \cdot (L/2 - \eta)\}} \cdot \cosh\left\{\lambda_C \cdot \left(\frac{L}{2} - x\right)\right\} \right] \dots (21 \cdot c)$$

ここに、 $N(x)$, $u(x)$ の添字 $T2$, $T1$, および C は、分割区間 $[0, \mu]$, $[\mu, \eta]$, および $[\eta, L/2]$ を、それぞれ意味する。 λ_{T2} , α_{T2} は、式 (12) に $(EA)_{eq}^{T2}$ を代入したものである。

トンネルの軸力が N_y に等しい位置 μ とゼロになる位置 η は、式 (22・a) と (22・b) を同時に満たす解として決定される。

$$\left\{ \frac{N_y}{U_h \cdot \lambda_{T2} \cdot (EA)_{eq}^{T2}} - \alpha_{T2} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_{T2} \cdot L} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{\mu}{L}\right) \right\} \cdot \tanh(\lambda_{T2} \cdot \mu) + \frac{N_y}{U_h \cdot \lambda_{T1} \cdot (EA)_{eq}^{T1}} \cdot \frac{1}{\tanh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\}} + (\alpha_{T2} - \alpha_{T1}) \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{\mu}{L}\right) + \alpha_{T1} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_{T1} \cdot L} \cdot \frac{\cos(2\pi \cdot \eta/L) - \cosh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\} \cdot \cos(2\pi \cdot \mu/L)}{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\}} = 0 \dots (22 \cdot a)$$

$$\alpha_C \cdot \frac{2\pi}{\lambda_C \cdot L} \cdot \cos\left(2\pi \cdot \frac{\eta}{L}\right) \cdot \tanh\left\{\lambda_C \cdot \left(\frac{L}{2} - \eta\right)\right\} + \frac{N_y}{U_h \cdot \lambda_{T1} \cdot (EA)_{eq}^{T1}} \cdot \frac{1}{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\}} + (\alpha_C - \alpha_{T1}) \cdot \sin(2\pi \cdot \eta/L) + \alpha_{T1} \cdot \frac{2\pi}{\lambda_{T1} \cdot L} \cdot \frac{\cosh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\} \cdot \cos(2\pi \cdot \eta/L) - \cos(2\pi \cdot \mu/L)}{\sinh\{\lambda_{T1} \cdot (\eta - \mu)\}} = 0 \dots (22 \cdot b)$$

トンネルに生ずる軸力の最大値は、Fig. 5 に示すように、 $x=0$ と $x=L/2$ とで生じ、それぞれ、

$$\left. \begin{aligned} N_{Tmax} \\ N_{Cmax} \end{aligned} \right\} = \alpha_C \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot (EA)_{eq}^C \cdot U_h \cdot \left\{ \begin{aligned} \beta_{T2} \\ \beta_{C2} \end{aligned} \right. \dots (23)$$

となる。ここに、

$$\beta_{T2} = \frac{(EA)_{eq}^{T2}}{(EA)_{eq}^C} \cdot \frac{\alpha_{T2}}{\alpha_C} \cdot \left[1 - \frac{\cos(2\pi \cdot \mu/L)}{\cosh(\lambda_{T2} \cdot \mu)} \right] + \frac{N_y \cdot L}{2\pi \cdot \alpha_C \cdot (EA)_{eq}^C \cdot U_h} \cdot \left[1 - \frac{(EA)_{eq}^{T2}}{(EA)_{eq}^{T1}} \cdot \left[1 - \frac{1}{\cosh(\lambda_{T2} \cdot \mu)} \right] \right] \dots (24)$$

β_{C2} : 式 (22) より得られる η を用い、式 (17・b) で与えられる。

4. 曲げモーメントの算定法

地盤の振動方向がトンネル軸に対して直角の場合を考える。トンネル軸に沿う地盤の軸直角方向変位 $g_b(x)$ は、 $g_b(x) = U_h \cdot \sin(2\pi \cdot x/L) \dots (25)$ で表わされる。Fig. 3(b) に示した曲げ剛性をもつ覆工に、この地盤変位が作用する場合に生ずる曲げモーメントは、以下のように求められる。

(1) $M_{max} \leq M_y$ の場合

この場合の解析モデルを Fig. 6 に示す。トンネルの応答は、次の微分方程式に支配される。

$$(EI)_{eq}^1 \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} + k_b \cdot v = k_b \cdot g_b(x) \dots (26)$$

ここに、 $v(x)$: トンネルの軸直角方向変位、

k_b : トンネル軸直角方向の地盤ばね定数、

$(EI)_{eq}^1$: トンネルの 1 次の等価曲げ剛性。

また、トンネルに生ずる曲げモーメント $M(x)$ は、 $M_1(x) = -(EI)_{eq}^1 \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \dots (27)$

で求められる。トンネルの曲げ剛性が一様であるため、

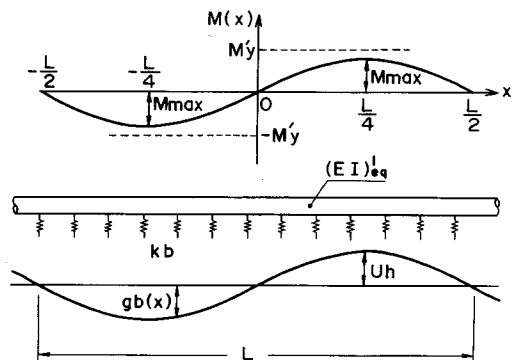


Fig. 6 Analytical model in the lateral direction ; when bending moment stays in elastic range.

式 (26) は容易に解け、 $M(x)$ は

$$M(x) = \alpha_{M1} \cdot \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot (EI)_{eq}^1 \cdot U_h \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{L}\right) \dots\dots (28)$$

と求まる。ここに、

$$\alpha_{M1} = 1 / \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{\lambda_{M1} \cdot L} \right)^4 \right] \dots\dots (29 \cdot a)$$

$$\lambda_{M1} = \sqrt[4]{\frac{k_b}{4(EI)_{eq}^1}} \dots\dots (29 \cdot b)$$

である。したがって、トンネルに生ずる曲げモーメントの最大値は、

$$M_{max} = \alpha_{M1} \cdot \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot (EI)_{eq}^1 \cdot U_h \dots\dots (30)$$

となる。

(2) $M_{max} > M'_y$ の場合

式 (30) で算定される M_{max} が M'_y を超えると、Fig. 7 に示すように、覆工の一部の曲げ剛性が $(EI)_{eq}^2$ に低下する。トンネルの応答は周期性をもつため、区間 $[0, L/4]$ の挙動を調べれば十分である。いま、トンネルの曲げモーメントが M'_y に等しくなる位置を ξ と置き、区間 $[0, \xi]$ では $(EI)_{eq}^1$ を、区間 $[\xi, L/4]$ では $(EI)_{eq}^2$ を用いることとする。

区間 $[0, \xi]$ での曲げモーメント $M_1(x)$ の一般解は、式 (26) と式 (27) より、

$$M_1(x) = C_1 \cdot \cosh x_1 \cdot \cos x_1 + C_2 \cdot \cosh x_1 \cdot \sin x_1 + C_3 \cdot \sinh x_1 \cdot \cos x_1 + C_4 \cdot \sinh x_1 \cdot \sin x_1 + \alpha_{M1} \cdot \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot (EI)_{eq}^1 \cdot U_h \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{L}\right) \dots\dots (31)$$

となる。ここに、 $x_1 = \lambda_{M1} \cdot x$ 、 $C_1 \sim C_4$ は境界条件によって定まる未定係数である。

区間 $[\xi, L/4]$ では、式 (26) に含まれる等価曲げ剛性を $(EI)_{eq}^2$ に置き換え、また、式 (27) の代わりに次式を用いるものとする (Fig. 3(b) 参照)。

$$M_2(x) = M'_y + (EI)_{eq}^2 \cdot \left\{ \frac{d^2 v}{dx^2} - \frac{M'_y}{(EI)_{eq}^1} \right\} \dots\dots (32)$$

この区間の曲げモーメント $M_2(x)$ の一般解は、次式となる。

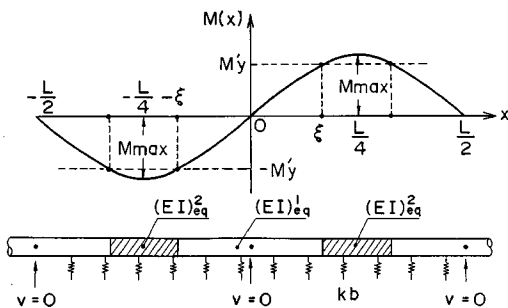


Fig. 7 Analytical model in the lateral direction ; when bending moment exceeds elastic range.

$$M_2(x) = C_5 \cdot \cosh x_2 \cdot \cos x_2 + C_6 \cdot \cosh x_2 \cdot \sin x_2 + C_7 \cdot \sinh x_2 \cdot \cos x_2 + C_8 \cdot \sinh x_2 \cdot \sin x_2 + \alpha_{M2} \cdot \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot (EI)_{eq}^2 \cdot U_h \cdot \sin\left(2\pi \cdot \frac{x}{L}\right) + M'_y \cdot \left\{ 1 - \frac{(EI)_{eq}^2}{(EI)_{eq}^1} \right\} \dots\dots (33)$$

ここに、 $x_2 = \lambda_{M2} \cdot x$ 、 α_{M2} 、 λ_{M2} : 式 (29) で $(EI)_{eq}^1$ の代わりに $(EI)_{eq}^2$ を用いた α 、 λ

式 (31) と式 (33) に含まれる未定係数 $C_1 \sim C_8$ および位置 ξ は、次の境界条件を満足するように決定される。

$$\left. \begin{aligned} M_1(0) &= 0, & v_1(0) &= 0, & M_1(\xi) &= M'_y \\ M_2(\xi) &= M'_y, & Q_1(\xi) &= Q_2(\xi) \\ v_1(\xi) &= v_2(\xi), & \theta_1(\xi) &= \theta_2(\xi) \\ Q_2(L/4) &= 0, & \theta_2(L/4) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (34)$$

ただし、 $Q(x) = dM/dx$: トンネルのせん断力

$\theta(x) = dv/dx$: トンネルのたわみ角

トンネルに生ずる曲げモーメントの最大値は、

$$M_{max} = M_2(L/4) \dots\dots (35)$$

である。式 (34) の解法は、数値解法によらざるを得ない。

5. 議 論

ここでは、上に示した地震時断面力の算定式に基づき、地震時断面力に及ぼす各種パラメーターの検討、ならびに、一般の線状地中構造物との比較を行い、シールドトンネルの地震時断面力の特性について論ずる。

(1) シールドトンネルの地震時軸力の特性

シールドトンネルに生ずる地震時軸力の最大値は、 $N_{Tmax} \leq N_y$ の場合は式 (15)~(17) で与えられる。これら算式に含まれる各種パラメーターを整理し、さらに、軸力を式 (36) のように無次元化して N_j^* ($j=T$: 引張、または C : 圧縮) と表わすことにすれば、シールドトンネルの軸力 N_j^* を次の2つの無次元パラメーター P_1 、 P_2 のみによって表わすことができる。

$$N_j^* = \frac{N_{jmax}}{U_h \cdot \sqrt{k_a \cdot (EA)_{eq}^c}} : j=T, C \dots\dots (36)$$

$$P_1 = (EA)_{eq}^T / (EA)_{eq}^c \dots\dots (37 \cdot a)$$

$$P_2 = \lambda_c \cdot L' \dots\dots (37 \cdot b)$$

一般の線状地中構造物、言い換えれば、引張剛性と圧縮剛性とが等しい構造物では、地震時軸力はパラメーター P_2 のみによって決まる。すなわち、 P_1 はシールドトンネルに特有な軸剛性の異方性を表わすパラメーターである。

シールドトンネルの耐震設計では、特に引張力の大きさが重要である。そこで、上記の2つのパラメーターを用いて無次元化軸力 N_j^* を表わしたものが、Fig. 8 であ

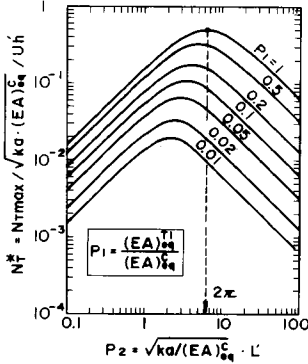


Fig. 8 Maximum tensile force in tunnel linings.

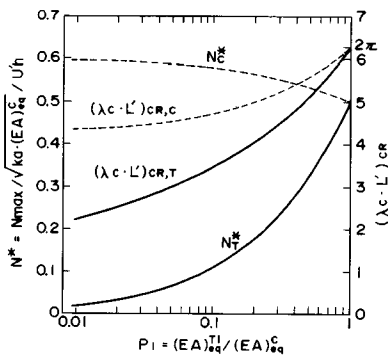


Fig. 9 Wave lengths which cause the maximum axial force.

る。図中の $P_1=1$ の曲線は、セグメントリングと同一の断面をもつ一樣連続な線状地中構造物の地震時軸力を表わしている。なぜならば、式 (1) より明らかなように、等価圧縮剛性はセグメントリングと同一の断面をもつ通常の構造物の軸剛性に等しいからである。Fig. 8 より、シールドトンネルに発生する引張力は、一般の線状地中構造物に比較して小さく、また、パラメーター P_1 が小さいほど、すなわち、リング継手の引張剛性が小さいほど、小さいことがわかる。ただし、リング継手の引張剛性が小さいほど、その変形量、すなわち、リング間の目開きが大きくなることに留意すべきである。

Fig. 8 にみられるように、一般に、線状地中構造物では軸力の最大を与えるパラメーター P_2 が存在する¹⁴⁾。これは地盤変位の波長に関するものであり、特に $(\lambda c \cdot L)_{cr}$ と表記することとする。Fig. 9 は、引張力と圧縮力とについて、 $(\lambda c \cdot L)_{cr}$ およびそれに対する最大軸力 N_{cr}^* を求めたものである。一般の線状地中構造物では $(\lambda c \cdot L)_{cr} = 2\pi$ 、 $N_{cr}^* = N_{cr}^* = 0.5$ であるが、シールドトンネルでは $(\lambda c \cdot L)_{cr}$ は 2π よりも小さく、パラメーター P_1 が小さいほど小さい値となる。

式 (16) によりトンネルの軸力を計算するには、方程式 (15) を解いて η を求め、さらに、式 (17) より係

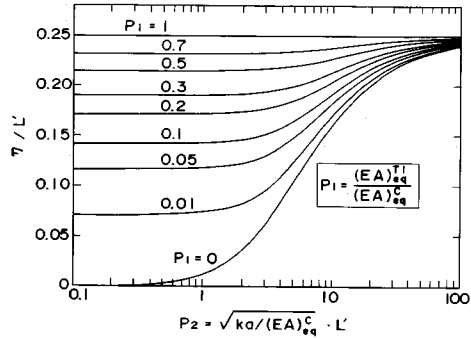


Fig. 10 Solution of η in Eq. (15): a half length of tensile zone.

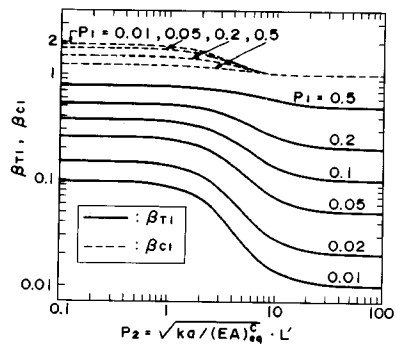


Fig. 11 Coefficients β_{T1} and β_{C1} for axial force.

数 β_{T1} および β_{C1} を算出する必要があるが、これらをパラメーター P_1 、 P_2 についてあらかじめ求めておけば、軸力計算に便利である。Fig. 10 は、 η (軸力が引張となる区間の $1/2$ の長さ) を求めた結果である。軸剛性に異方性のない一般の線状地中構造物では $\eta = L/4$ であり、軸力が圧縮となる区間と引張となる区間の長さが $1/2$ 波長ずつで等しいが、シールドトンネルでは圧縮区間よりも引張区間の方が短い。両区間の長さの差は、パラメーター P_1 が小さいほど、また、パラメーター P_2 が小さいほど、大きくなる。

Fig. 11 は軸力係数 β_{T1} および β_{C1} を求めた結果であり、式 (16) とともに用いることにより、引張力と圧縮力を簡単に計算することができる。軸力算定式 (16) は、セグメントリングと同一の断面をもつ一樣連続な線状地中構造物についての軸力算定式に、シールドトンネル覆工の軸剛性の特性を考慮した係数 β_{T1} 、 β_{C1} を付加した形式になっている。同時に、軸力係数 β_{T1} 、 β_{C1} は、一般の線状地中構造物の地震時軸力に対するシールドトンネルのそのの比を表わすものといえる。Fig. 11 よりわかるように、 β_{T1} は 1 よりも小さい値であり、 β_{C1} は 1 よりも大きい値である。すなわち、一般の線状地中構造物に比較して、シールドトンネルでは引張力は小さく圧縮力は

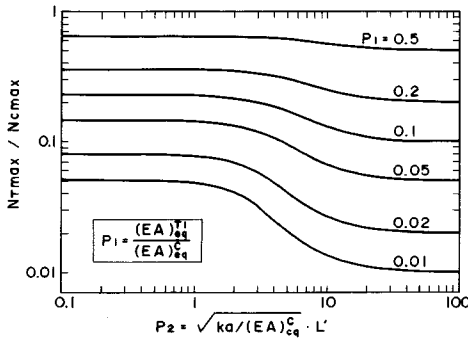


Fig. 12 Ratio of N_{Tmax} to N_{Cmax} .

大きく生ずる。なお、無次元パラメーター P_2 がおおむね 20 以上の場合には、 β_{T1} はパラメーター P_1 に、 β_{C1} は 1 に、それぞれ近づく。したがって、このような条件下でのシールドトンネルの引張力および圧縮力は、一般の線状地中構造物についての軸力算定式において、軸剛性をそれぞれ、等価引張剛性、等価圧縮剛性に単純に置き換えて計算した値とほとんど変わらない。

シールドトンネルに生ずる軸力は、圧縮力よりも引張力の方が小さい。Fig. 12 は、圧縮力に対する引張力の比 N_{Tmax}/N_{Cmax} (β_{T1}/β_{C1} に等しい) を求めたものである。この比は、圧縮剛性に対する引張剛性の比 P_1 よりも大きい。パラメーター P_2 がおおむね 20 以上の場合には P_1 にほぼ等しくなる。

次に、覆工の最大軸引張力 N_{Tmax} がリング継手の降伏耐力 N_y を超える場合の応答特性について概観する。この場合の最大軸力は、式 (22)~(24) で与えられる。これらの式に含まれる各種パラメーターを整理すると、トンネルに生ずる最大軸力は P_1 , P_2 のほかに、次の 2 つのパラメーターを加えた 4 つの無次元パラメーターを用いて表わすことができる。

$$P_3 = (EA)_{eq}^2 / (EA)_{eq}^2 \dots\dots\dots (38 \cdot a)$$

$$P_4 = \frac{N_y}{U_h \cdot \sqrt{k_a} \cdot (EA)_{eq}^2} \dots\dots\dots (38 \cdot b)$$

パラメーター P_4 は、地震動の強度に対する覆工の降伏耐力の比を表わすもの、とみることができる。

いま、2 次の等価引張剛性を 1 次の等価引張剛性の 1/10、すなわち $P_3 = 0.1 P_1$ とし、また、地震動の波長を Fig. 9 に示した $(\lambda_c \cdot L)_{cr}$ に固定して、 P_1 および P_4 をパラメーターに選ぶこととする。

Fig. 13 は、式 (22) の連立方程式を解き、 η および μ を求めた結果である。ここに、 2η は軸引張力の生ずる区間の長さに対応し、 2μ は覆工の降伏域の長さに対応する。図中の・印は最大軸引張力が降伏耐力に等しくなる点を表わしており、 P_4 の値がこれよりも大きい場合には最大軸引張力は降伏耐力に達せず、 μ は存在しない。

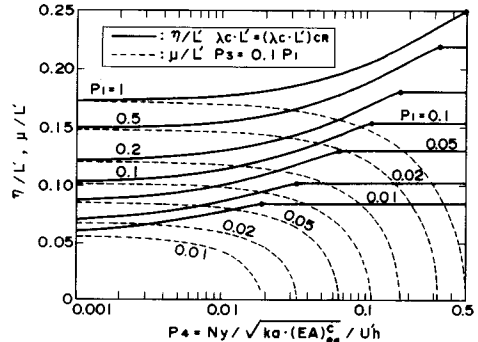


Fig. 13 Solution of η and μ in Eq. (22).

パラメーター P_1 が小さい場合、すなわち、覆工の等価引張剛性が小さい場合は、発生する軸引張力が小さいため、これが降伏耐力に達するときの P_4 は小さい値となる。

前述したように、シールドトンネルでは引張域が圧縮域よりも短い。覆工の一部に降伏域が生ずるとトンネル全体としての軸引張剛性が低下するため、引張域の長さ 2η はさらに短くなる。一方、降伏域の長さ 2μ は、パラメーター P_4 が小さくなるほど、すなわち、覆工の降伏耐力が小さいほど、または、地震動の強度が大きいくほど、長くなり、最終的には引張域の長さ 2η に漸近する。Fig. 13 に示したパラメーターの範囲では、軸引張力が降伏耐力に達すると、降伏域が急速に広がっている。

Fig. 14 は、Fig. 13 と同じ条件について、覆工に生ずる最大軸引張力を求めたものである。ここでは、最大軸引張力を降伏耐力で正規化して表わしている。リング継手降伏後は軸引張剛性が低下するため、パラメーター P_4 の変化に対する軸引張力の増加率は小さくなる。

(2) シールドトンネルの地震時曲げモーメントの特性

シールドトンネルの等価曲げ剛性には等価軸剛性においてみられたような剛性の異方性はなく、地震時曲げモーメントの特性を一般の線状地中構造物のそれと比較

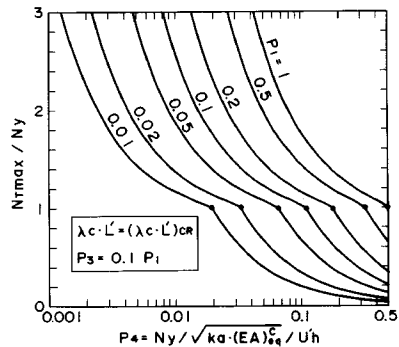


Fig. 14 Maximum tensile force exceeding elastic range.

する場合には、等価曲げ剛性の大きさのみが関与する。

まず、シールドトンネル覆工に生ずる曲げモーメントが、リング継手の降伏条件によって定まる降伏モーメント M'_y よりも小さい場合について、一般の線状地中構造物に生ずる曲げモーメントの大きさと比較してみる。

この場合、シールドトンネルに生ずる曲げモーメントの大きさは、式 (30) で与えられる。一方、リング継手が存在せずセグメントリングと同一の一樣断面をもつ構造物に生ずる曲げモーメントの大きさは、式 (30) における等価曲げ剛性を $E_s \cdot I_s$ としたものである。したがって、一般の線状地中構造物の曲げモーメントに対するシールドトンネルの曲げモーメントの比を β_{M1} とすると、

$$\beta_{M1} = \frac{\alpha_{M1}}{\alpha_{M0}} \cdot \frac{(EI)_{eq}^2}{E_s \cdot I_s} \dots\dots\dots (39)$$

となる。ここに、

$$\alpha_{M0} = 1 / \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{2\pi}{\lambda_{M0} \cdot L} \right)^4 \right] \dots\dots\dots (40 \cdot a)$$

$$\lambda_{M0} = \sqrt[4]{\frac{k_b}{4 E_s \cdot I_s}} \dots\dots\dots (40 \cdot b)$$

である。式 (39) には式 (4) で与えられる等価曲げ剛性が含まれているが、これらを整理すると、 β_{M1} はリング継手の引張剛性に関係する無次元パラメーター P_1 と、地盤変位の波長に關係する無次元パラメーター $\lambda_{M0} \cdot L$ との、2つのパラメーターで決まる。

Fig. 15 は、 β_{M1} とこれら2つの無次元パラメーターとの関係を示したものである。この図から明らかなように、シールドトンネルでは覆工の曲げ剛性が小さいため、発生する曲げモーメントは一般の線状地中構造物に比較して小さい。その比 β_{M1} は、パラメーター P_1 が小さいほど、すなわち、リング継手の引張剛性が小さいほど、小さい。また、無次元パラメーター $\lambda_{M0} \cdot L$ がおおむね 10 以上の場合には、曲げモーメント比 β_{M1} が等価曲げ剛性率 $(EI)_{eq}^2 / (E_s \cdot I_s)$ にほぼ等しくなる。

なお、式 (30) は β_{M1} を用いて、

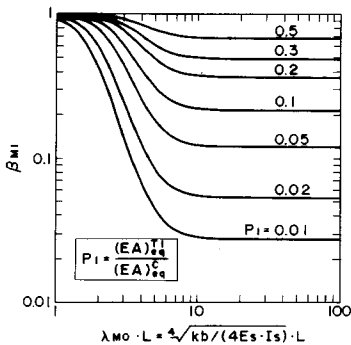


Fig. 15 Coefficient β_{M1} for bending moment.

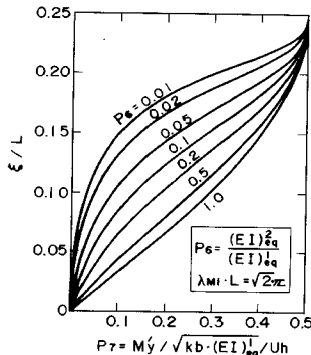


Fig. 16 Solution of ξ in Eq. (34).

$$M_{max} = \alpha_{M0} \cdot \frac{4\pi^2}{L^2} \cdot E_s \cdot I_s \cdot U_h \cdot \beta_{M1} \dots\dots\dots (41)$$

と書き換えられるので、式 (4) の等価曲げ剛性を算出せずに、式 (41) と Fig. 15 の β_{M1} とから曲げモーメントの大きさを概算することができる。

シールドトンネルの曲げモーメントの最大を与える無次元化波長 $(\lambda_{M1} \cdot L)_{CR}$ は $\sqrt{2} \cdot \pi$ であり、これについては一般の線状地中構造物と変わらない。

次に、覆工に生ずる曲げモーメントが降伏モーメント M'_y を超える場合について、応答特性を概観する。

この場合には、トンネルの応答は次の3つの無次元パラメーターを用いて表わすことができる。

$$P_5 = \lambda_{M1} \cdot L \dots\dots\dots (42 \cdot a)$$

$$P_6 = (EI)_{eq}^2 / (EI)_{eq} \dots\dots\dots (42 \cdot b)$$

$$P_7 = \frac{M'_y}{U_h \cdot \sqrt{k_b \cdot (EI)_{eq}}} \dots\dots\dots (42 \cdot c)$$

ここで、パラメーター P_5 を $(\lambda_{M1} \cdot L)_{CR}$ に等しい $\sqrt{2} \cdot \pi$ に固定し、パラメーター P_6 および P_7 の影響をみることにする。

Fig. 16 は、式 (34) を解き、覆工の曲げモーメントが降伏耐力に等しくなる座標 ξ を求めた結果である。Fig. 7 に示すように、 ξ が小さいほど、覆工の降伏域は広がる。Fig. 16 によれば、パラメーター P_7 が小さいほど、すなわち、覆工の降伏耐力が小さいほど、または、地震動の強度が大きいくほど、降伏域が広い。また、他の条件が同一であれば、パラメーター P_6 が小さいほど、すなわち、降伏後の等価曲げ剛性が小さいほど、降伏域は狭い。

Fig. 17 は、Fig. 16 と同じ条件について最大曲げモーメントを求めたものである。降伏後の等価曲げ剛性が小さいほど、曲げモーメントの増加率が小さい。

6. まとめ

シールドトンネルの耐震設計のための実用的な耐震計

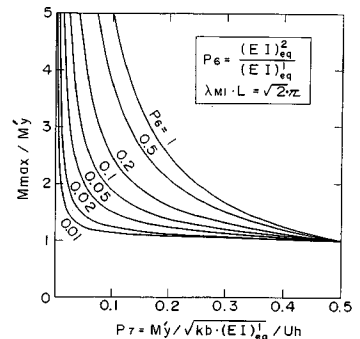


Fig. 17 Maximum bending moment exceeding elastic range.

算法を提案し、長手方向断面力の算定式を示した。提案手法、および本計算法により導かれるシールドトンネルの地震時断面力の特性は、以下のようにまとめられる。

(1) 本計算法は、シールドトンネルを覆工構造の特性を考慮した等価剛性ばりにモデル化し、線状地中構造物の耐震計算法として一般に用いられている応答変位法を適用して、長手方向の断面力を求めるものである。

(2) 等価剛性ばりの等価軸剛性および等価曲げ剛性は、それぞれ、式(1)、式(4)で与えられる。ただし、これらの算定式はそれぞれを独立に評価して求めたものであり、軸力と曲げモーメントが同時に作用する場合の剛性変化は考慮されていない。

(3) リング継手の引張力が弾性範囲内にある場合には、軸力は式(16)で、曲げモーメントは式(30)で、それぞれ算定することができる。これらの算定式は、一般の線状地中構造物のための算定式において、軸力については覆工軸剛性の異方性の影響を考慮した係数 β_n 、 β_{c1} を導入した形式で、曲げモーメントについては曲げ剛性として等価曲げ剛性を用いる形式で、それぞれ表わすことができる。

(4) 剛性の小さい継手が長手方向に多数存在することにより、シールドトンネルの覆工に生ずる断面力は、同一の断面をもつ一様連続なトンネルに比較して、軸引張力および曲げモーメントは小さく、軸圧縮力は大きい。両者の比は、それぞれ、 β_n 、 β_m 、 β_c である。

(5) シールドトンネルでは、軸剛性において引張側が圧縮側よりも小さいという異方性があるため、軸力の発生に関して次の特性がある。

- ① 軸力が引張となる区間が圧縮区間よりも短い。
- ② 圧縮力に対して引張力が小さく、その比は軸剛性比よりも大きいか、または同等である。
- ③ 軸力の最大を与える地盤変位の波長に関する無次元量 $(\lambda_c \cdot L)_{cr}$ は、軸剛性に異方性がない場合には 2π であるが、シールドトンネルでは 2π 以下である。

参考文献

- 1) 土木学会トンネル工学委員会編：トンネル標準示方書（シールド編）・同解説，pp.40～42，1986。
- 2) 土木学会トンネル工学委員会：トンネル標準示方書の改訂内容とその考え方，土木学会誌，第71巻，第6号，pp.57～60，1986。
- 3) 日本水道協会編：水道施設耐震工法指針・解説1979年版，pp.180～182，1979。
- 4) 国土開発技術研究センター：トンネル耐震継手技術基準（案），pp.4～6，1979。
- 5) 前掲3)，pp.246～255。
- 6) 前掲4)，pp.205～225。
- 7) 木戸義和・新田良典・野口利雄：シールドトンネルの地震応答計算モデル化の一提案，熊谷技報，第31号，pp.103～110，1982。
- 8) 樋口石二郎・神田忠孝・早乙女湯一・坂田 亘・大塚孝義：軸方向すべりおよびセグメントリング間継手部の非線形復元力を考慮した地盤・シールドトンネル系地震応答解析，第18回土質工学研究発表会講演集，pp.1419～1422，1983。
- 9) 西野健三・藍田正和・小泉 淳：シールドトンネルの地震時における安全性，トンネルと地下，第17巻，第7号，pp.35～42，1986。
- 10) 川島一彦・大日方尚巳・志波由紀夫・加納尚史：覆工剛性の非線形性を考慮したシールドトンネルの動的応答解析，土木技術資料，第28巻，第10号，pp.45～50，1986。
- 11) 田村重四郎・日向泰山・鈴木猛康：シールドトンネルの実地震時挙動のシミュレーション，第19回地震工学研究発表会講演概要，pp.493～496，1987。
- 12) 志波由紀夫・川島一彦・大日方尚巳・加納尚史：シールドトンネルの耐震解析に用いる長手方向覆工剛性の評価法，土木学会論文集，第398号／I-10，pp.319～327，1988。
- 13) 川島一彦・大日方尚巳・志波由紀夫・加納尚史：シールドトンネルの耐震性に関する研究一（その1）シールドセグメントの等価剛性の評価および応答変位法の適用一，土木研究所資料，第2262号，1985。
- 14) 栗林栄一・岩崎敏男・川島一彦：沈埋トンネルの縦断方向の地震時応力，第13回地震工学研究発表会講演概要，pp.149～152，1974。

(1988.3.10・受付)