

鋼管杭基礎の最適杭本数の決定に関する一考察

ON DETERMINATION OF OPTIMUM PILE NUMBER
FOR STEEL PIPE PILE FOUNDATION

石川信隆*・田中孝昌**・香月 智***・田蔵 隆****

By Nobutaka ISHIKAWA, Takayoshi TANAKA, Satoshi KATSUKI and Takashi TAZOH

This paper presents a method on determination of the optimum pile number for the steel pipe pile foundation of bridge pier using nonlinear programming. Herein, it is assumed that a fictitious wall model behaves in a similar manner as a real pile group. The sectional properties of the wall model are firstly estimated by selecting the minimum total cost as an objective function and the design criteria of pile in the specification of Japanese road bridge code as the constraints. Then, the design variables, i. e., pile diameter, thickness and pile number are determined by using the sectional properties obtained above so that the active constraints may be satisfied. Finally, all design variables are checked by the deformation method of pile analysis if the design criteria are satisfied or not. Two pile foundations are designed to illustrate the features and scope of the approach. It is confirmed that this method can determine the optimum pile number, diameter and thickness so that the total cost of pile and footing may be minimized. It is also found that this method gives more economical solution than the conventional and empirical method.

Keywords: steel pipe pile foundation, optimum pile number, minimum cost design

1. 緒 言

近年、大規模な構造物が次々と建設されているが、これに伴い下部構造物も巨大化の一途をたどり、特に杭基礎の場合は杭本数が増大化してきている。たとえば、LNGタンクの場合、タンク1基につき約1000本近くの杭が使用されている例もあり、また橋梁基礎の場合でも1橋脚当たりの杭本数はさほど多くなくても同一タイプの橋脚を数多く用いる場合には、膨大な杭本数が必要とされている。

杭基礎構造の設計は、一般に電算機を部分的に使用しているものの、設計基準に基づいて設計者がこれまでの経験をもとに試行錯誤で行っているのが現状である。

本研究は、この構造物の設計を安全かつ合理的に行うための基礎的段階として、まず橋脚の鋼管杭基礎を対象として、最適化の観点から杭本数の決定について1つの見直しを図ろうとしたものである。

従来、杭基礎構造を対象とした最適設計に関する研究

としてはあまり例がなく、わずかに松井ら¹⁾の場所打ち杭に関する研究と、著者らの²⁾鋼管杭基礎を対象として、杭の断面形状(杭径 D と肉厚 t)および杭間隔 d を決定する最適設計問題についての研究がわずかにあるに過ぎない。これらはいずれもあらかじめ杭本数と杭配置が与えられた段階から設計を行うもので、杭本数や杭配置を設計変数とした最適設計問題についてはいまだ未解決の状態である。

さて、杭本数を直接設計変数として最適化問題を解くことは、杭本数が整数でかつ杭径が離散的であるため、高度の数学的手法を必要としきわめて困難である。よって、ここでは以下の3段階的手法を用いて最適杭本数を決定する方法を開発した。

すなわち、その手法は、まず各杭列を仮想壁モデルと想定し、道路橋示方書³⁾(以下、道示という)による設計基準を満足するように(安全性)、かつ杭基礎全体の費用が最小となるように(経済性)、仮想壁モデルの断面性能に関する各分担率をいったん連続変数によって決定する。次に、第2段階ではこの仮想壁モデルの分担率に応じて離散的な鋼管杭データリストの中から最小断面積をもつ杭群(杭径、肉厚、杭本数)を決定する。最後に、第3段階で得られた杭群がはたしてすべての設計基準を満足しているか否か、変位法を用いて照査するもの

* 正会員 工博 防衛大学校教授 土木工学教室
(〒239 横須賀市走水1-10-20)

** 学生会員 防衛大学校理工学研究科学生(同上)

*** 正会員 防衛大学校助手 土木工学教室(同上)

**** 正会員 清水建設(株)技術研究所主任研究員
(〒135 江東区越中島3-4-17)

である。

なお、本研究で用いた仮定は次のとおりである。

- ① 橋梁基礎を取り扱い、上部工および橋梁の構造形式および杭列の列数は既知条件として与えられる。
- ② 杭の設計基準は道路橋示方書³⁾に従う。
- ③ 各杭の形状はすべて等しいとし、杭配列は対称で鉛直杭とする。
- ④ 地盤は標準貫入試験による N 値を用いて評価する。
- ⑤ 杭間隔は杭径の 2.5 倍以上とし、群杭効果は考慮しない。
- ⑥ 杭のネガティブフリクションは考慮しない。

2. 仮想壁モデル

現在の杭基礎構造物の設計法は、一般に変位法が用いられているが、この方法の特色は、図-1 (a) のような 1 列の奥行き方向に n_j 本の杭が存在する j 列の立体的な杭基礎問題を、あたかも n_j 本分の働きをする 1 本の杭が j 列だけ存在する平面的な杭基礎問題として解いている点にある。

ここでは、その特色に着目して、一般に上部工からの荷重条件が厳しいと考えられる橋軸方向の杭列（橋軸直角方向が厳しい場合にはその方向を用いる）を考え、その列の挙動と全く同じ挙動を示すと考えられる仮想壁モデルを想定する。

すなわち、図-1 (a) の杭列に対応して図-1 (b) のような仮想壁モデル（断面形状は図-1 (c) のサンドイッチ中空壁となっている）を考える。ここで、各列ごとの杭反力、ばね定数などをすべて等価とするために、表-1 に示す変位法の各断面諸定数を一致させなければならない。ただし、 C_z 、 C_{Ap} 、 C_U は補正係数である。すなわち、3 つの設計変数 D 、 t 、 n に対してまず、 $nA_i =$

表-1 断面諸定数の比較

	杭基礎	仮想壁モデル
純断面積 A	$n A_i = n \pi (t - t_0) (D - t - t_0)$	$A_i = 2 a_i t_i$
断面 2 次モーメント I	$n I_i = n \{ \pi / 64 \} \{ (D - 2 t_0)^4 - (D - 2 t)^4 \}$	$I_i = \{ a_i t_i^3 / 12 + a_i t_i (b_i / 2)^2 \} \times 2$
断面係数 Z	$n Z_i = n \{ \pi / (32 D) \} \{ (D - 2 t_0)^3 - (D - 2 t)^3 \}$	$Z_i = C_z \times Z_i^*$ $Z_i^* = 2 I_i / (b_i + t_i)$
先端面積 A_p	$n A_{pi} = n \pi \{ (D - t_0) / 2 \}^2$	$A_{pi} = C_{Ap} \times A_{pi}^*$ $A_{pi}^* = a_i (b_i + t_i)$
周長 U	$n U_i = n \pi (D - t_0)$	$U_i = C_U \times U_i^*$ $U_i^* = 2 (a_i + b_i + t_i)$
軸角方向投影長さ L_h	$n L_{hi} = n (D - t_0)$	$L_{hi} = a_i$

ただし、 t_0 は鋼管見込み厚。

A_j 、 $n I_i = I_j$ 、 $n L_{hi} = L_{hj}$ という 3 つの断面性能の等価条件より、3 つの未知のパラメーター a_j 、 b_j 、 t_j を決定する。これより、残りの 3 つの断面性能 Z_i^* 、 A_{pi}^* 、 U_i^* が自動的に決定されてしまうので、これらを 3 つの補正係数を用いて次のようにそれぞれ等価させる。

$$n Z_i = C_z \cdot Z_i^*, \quad n A_{pi} = C_{Ap} \cdot A_{pi}^*, \quad n U_i = C_U \cdot U_i^*$$

ここで、 $C_z (= n Z_i / Z_i^*)$ 、 $C_{Ap} (= n A_{pi} / A_{pi}^*)$ 、 $C_U (= n U_i / U_i^*)$ の値は、後の数値計算例の範囲の $D = 50 \sim 90$ cm、 $t = 0.9 \sim 1.2$ cm、 $n = 3 \sim 6$ 本に対して計算したところ、 $C_z \approx 0.71$ 、 $C_{Ap} \approx 1.10$ 、 $C_U \approx 1.34$ とほぼ一定値が得られたので、以後の数値計算ではこれらの値を用いた。

3. 最適杭本数の決定法

最適杭本数は、以下の 3 段階の手法を用いることによって決定される。

(1) 第 1 段階：仮想壁モデルを用いた最適設計による各壁の分担率の決定

ここでの最適設計は、仮想壁モデルの断面性能に関する各分担率を決める問題であり、以下のように定式化される。

a) 目的関数

目的関数として、橋脚を含めた基礎構造全体の総費用を選ぶと次のように表わされる。

$$G = C_s \left(\sum_{j=1}^J \rho_s A_j L_j \right) + C_c (\rho_c V_f) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 C_s 、 C_c 仮想壁および鉄筋コンクリート橋脚の施工費を含めた単位重量当たりの費用、 ρ_s 、 ρ_c は鋼管杭および鉄筋コンクリートの単位体積当たりの重量、 J は仮想壁の列数、 A_j は j 列の仮想壁の総断面積、 L_j は仮想壁の長さ、 V_f は橋脚の体積である。

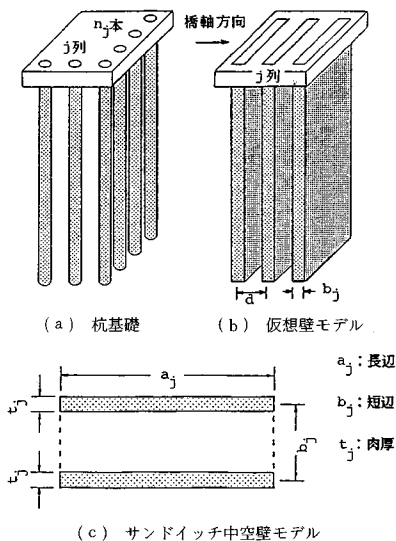
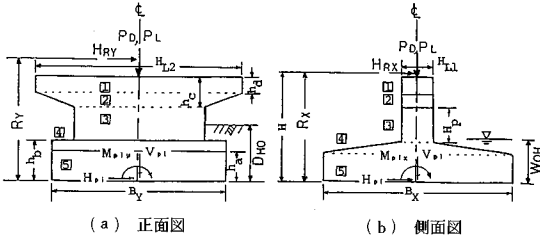


図-1 仮想壁モデル



図—2 橋脚の寸法および設計荷重

ここで、 V_f は図—2の5つの体積部分(□印で示した)を加算することにより、次式のように定式化される。

$$V_f = V_{f1} + V_{f2} + V_{f3} + V_{f4} + V_{f5} \dots (2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} V_{f1} &= H_{L1} \cdot H_{L2} \cdot h_a, \\ V_{f2} &= H_{L1} (D_p + H_{L2}) / 2 (h_c - h_a), \\ V_{f3} &= A_f H_p, \quad A_f = H_{L1} \cdot D_p, \\ V_{f4} &= B_y (B_x + H_{L1}) / 2 (h_b - h_a), \\ V_{f5} &= B_x B_y h_a, \end{aligned}$$

H_{L1} , H_{L2} ははり部の幅および長さ,
 h_c , h_a ははり部の内側および外側高さ,
 A_f は柱部の断面積,
 D_p は柱部の幅,
 H_p は柱部の高さ ($= H - h_c - h_b$),
 H は橋脚の高さを示す。

またフーチング部の大きさを決定する変数 (B_x , B_y , h_a , h_b) のうち、 B_y は既知定数とし他の3変数は以下のように決定される。すなわち、 B_x は仮想壁間隔 d の J 列倍であるという幾何学的条件、 h_a は道示 4.5.2 項のフーチングの厚さが杭径以上である条件、 h_b は同項のフーチングの平均厚さ h が $B_x/5$ 以上であればフーチングを剛体として取り扱える条件より、それぞれ次のように算定可能とした。

$$\begin{aligned} B_x &= J \cdot d \\ h_a &\geq b_f \\ h &= (h_a + h_b) / 2 \geq B_x / 5 \end{aligned}$$

ここで、フーチング部の大きさを最小にする条件を考慮して、 $h_a = b_f$ とすると $h_b = 2 B_x / 5 - b_f$ となる。ただし、 J は仮想壁の列数、 d は仮想壁の列間隔を示す。

以上より、式 (2) の橋脚全体の体積 V_f は、仮想壁モデルの短辺 b_f および壁間隔 d の関数となっており、これらの値に応じて V_f も変化する。

式 (1) の両辺を C_s で割り、目的関数を新たに換算杭重量 W とすれば式 (1) は次のように表わすことができる。

$$W = \sum_{j=1}^J \rho_s A_j L + c \rho_c V_f \dots (3)$$

ここに、 $c = C_c / C_s$ である。式 (1) と式 (3) は、最

適化手法における目的関数としては、全く等価であり、いずれを用いても同じ設計結果を得られるが、式 (3) の方が、数値のオーダーが他の制約条件とそろふことになり、問題全体としての収束性が高まること、また結果が既往の最小重量設計と比較しやすいことから以後、式 (3) を使って定式化する。

b) 制約条件

i) 仮想壁の鉛直支持力に関する制約

各仮想壁頭部の鉛直反力 V_f^0 , V_f^2 はそれぞれ常時、地震時橋軸方向の荷重に対し、地盤から決まる仮想壁の軸方向押し込み許容支持力 R_a と仮想壁材から決まる仮想壁の軸方向押し込み許容支持力 R_a' のいずれか小さい方の値 V_{aw} を越えてはならない。すなわち、

$$V_f^0 \leq V_{aw}^0 \dots (4 \cdot a)$$

$$V_f^2 \leq V_{aw}^2 \dots (4 \cdot b)$$

ここに、肩字①, ②は、それぞれ常時、地震時橋軸方向の荷重を受けるときの値を示し、上記の記号は次のような内容になる。

$$V_f^0 = \frac{V_a^0}{\sum_{j=1}^J A_j} A_j$$

$$V_{aw}^0 = \min (R_{aw}^0, R_a'^0)$$

$$R_{aw}^0 = \frac{1}{n'} (q_{aj} A_{pj} + U_j \sum l_k f_k)$$

$$R_a'^0 = \sigma_{sa} A_j$$

$$V_f^2 = K_{vj} (\delta_y + \alpha x_i)$$

$$V_{aw}^2 = \min (R_{aw}^2, R_a'^2)$$

$$R_{aw}^2 = \frac{1}{n'} (q_{aj} A_{pj} + U_j \sum l_k f_k)$$

$$R_a'^2 = \sigma_y A_j$$

ただし、 V_a はフーチング底面の中央に作用する鉛直荷重、 n' は安全率、 q_a は仮想壁先端で支持する単位面積当たり極限支持力度、 A_{pj} は仮想壁先端面積、 U_j は仮想壁の周長、 l_k は周面摩擦力を考慮する層の層厚、 f_k は周面摩擦力を考慮する層の最大周面摩擦力度、 σ_{sa} は仮想壁の許容応力度、 σ_y は仮想壁の降伏応力、 K_{vj} は仮想壁の軸方向ばね定数、 δ_y はフーチングの鉛直方向変位、 α はフーチングの回転角、 x_i は仮想壁の橋軸方向のフーチングの中心からの距離を示す。

ii) 仮想壁の水平支持力に関する制約

仮想壁頭部の水平反力 H_f^0 は地震時橋軸方向の荷重に対し、仮想壁の軸直角方向許容支持力 H_{aw} を越えてはならない。すなわち、

$$H_f^0 \leq H_{aw}^0 \dots (5)$$

ここに、

$$H_f^0 = K_{1j} \delta_x - K_{2j} \alpha$$

$$H_{aw}^0 = \frac{k a_j \delta_a}{\beta}$$

ただし、 K_{1j} , K_{2j} は仮想壁の軸直角方向ばね定数、 δ_x はフーチングの水平方向変位、 δ_a は基準変位量、 a_j は仮想壁の奥行き幅、 k は横方向地盤反力係数、 $\beta (= \sqrt{k b_j / 4 E I_j})$ は仮想壁の特性値を示す。

iii) 仮想壁の内部応力度の制約

最大曲げモーメントを生じる位置における仮想壁の内部応力度 σ_j° は地震時橋軸方向の荷重に対し、仮想壁の許容応力度 σ_{sa} を越えてはならない（ここで、仮想壁の許容応力度 σ_{sa} は地震時であるので降伏応力度 σ_y に等しい）。すなわち、

$$\sigma_j^{\circ} \leq \sigma_y \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$\sigma_j^{\circ} = \left| \frac{V_j^{\circ}}{A_j} \pm \frac{\max(|M_{mj}^{\circ}|, |M_{lj}^{\circ}|)}{Z_j} \right|$$

ただし、 M_m は仮想壁頭部をヒンジとしたときの地中部の最大曲げモーメント、 M_{lj} は仮想壁頭部を剛結としたときの拘束モーメント、 Z_j は仮想壁の断面係数を示す。

iv) フーチング原点の水平変位に関する条件

フーチング原点の水平変位 δ_x は許容変位量 δ_a を越えてはならない。すなわち、

$$\delta_x \leq \delta_a \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 δ_x は表—1 の仮想壁モデルの断面諸定数を用いた変位法により求められる。

v) 仮想壁間隔に関する条件

仮想壁間隔 d は、群杭効果を考慮しないために仮想壁の短辺 b_j の 2.5 倍以上離す必要がある⁶⁾。

$$2.5 b_j \leq d \dots\dots\dots (8)$$

vi) 設計変数の上下限に関する条件

設計変数 a_j , b_j , t_j , d はそれぞれ工学的観点から上下限値を設ける必要がある。

$$a^l \leq a_j \leq a^u \dots\dots\dots (9\cdot a)$$

$$b^l \leq b_j \leq b^u \dots\dots\dots (9\cdot b)$$

$$t^l \leq t_j \leq t^u \dots\dots\dots (9\cdot c)$$

$$d^l \leq d \leq d^u \dots\dots\dots (9\cdot d)$$

ただし、肩字 L , U は、それぞれ下限値および上限値を示す。

vii) 設計荷重の算定

設計荷重 V_0 , H_0 , M_0 は図—2 を参照して上部工および橋脚の構造形式から次のように算定される。

$$V_0^{\circ} = V_{\rho l} + P_D + P_L + D_{ON} - H_{UN} \dots\dots\dots (10\cdot a)$$

$$V_0^{\circ} = V_0^{\circ} = V_{\rho l} + P_D + D_{ON} - H_{UN} \dots\dots\dots (10\cdot b)$$

$$H_0^{\circ} = H_{\rho l} + H_{RX} \dots\dots\dots (10\cdot c)$$

$$H_0^{\circ} = H_{\rho l} + H_{RY} \dots\dots\dots (10\cdot d)$$

$$M_0^{\circ} = M_{\rho lx} + H_{RX} R_X \dots\dots\dots (10\cdot e)$$

$$M_0^{\circ} = M_{\rho ly} + H_{RY} R_Y \dots\dots\dots (10\cdot f)$$

ここに、式 (10・a) は橋脚による鉛直荷重 $V_{\rho l}$ と上部工の死荷重 P_D 、活荷重 P_L および上載土砂による外力 D_{ON}

から浮力 H_{UN} を差し引いたものがフーチングの中央部に作用する常時鉛直荷重 V_0° であることを示し、式 (10・b) は橋脚による鉛直荷重 $V_{\rho l}$ と上部工の死荷重 P_D および上載土砂による外力 D_{ON} から浮力 H_{UN} を差し引いたものがフーチングの中央部に作用する地震時鉛直荷重 V_0° , V_0° であることを示す。また、式 (10・c) は橋脚による水平力 $H_{\rho l}$ と上部工橋軸方向の水平力 H_{RX} との和が地震時橋軸方向水平荷重 H_0° であることを示し、同様に式 (10・d) は橋脚による水平力 $H_{\rho l}$ と上部工橋軸直角方向の水平力 H_{RY} との和が地震時橋軸直角方向水平荷重 H_0° であることを示す。さらに、式 (10・e) は橋脚による橋軸方向のモーメント $M_{\rho lx}$ と上部工橋軸方向のモーメント $H_{RX} \times R_X$ { R_X : 橋軸方向の上部工水平力作用長さ (アーム長さ)} との和が地震時橋軸方向モーメント荷重 M_0° であることを示し、同様に式 (10・f) は橋脚による橋軸直角方向のモーメント $M_{\rho ly}$ と上部工直角橋軸方向のモーメント $H_{RY} \times R_Y$ { R_Y : 橋軸直角方向の上部工水平力作用長さ (アーム長さ)} との和が地震時橋軸方向モーメント荷重 M_0° であることを示している。

ここで、フーチングの大きさが変化すると設計荷重も変わるので、式 (10) 中の $V_{\rho l}$, $H_{\rho l}$, $M_{\rho lx}$, $M_{\rho ly}$, D_{ON} , H_{UN} も設計変数の仮想壁モデルの短辺 b_j および壁間隔 d の関数となっている。

なお、フーチングは道示 (8.5.3) の剛体の条件を満足するものとし、フーチングの応力度照査は行わない。また、橋脚の転倒の照査も道示 (5.3) に従い、杭基礎の深い基礎であるゆえ行わなくてもよいものとする。

c) 設計基本式

以上をまとめると仮想壁基礎の最適設計問題は次式のように表わすことができる。ここに、インプット・データにおける N は N 値、 H_p は橋脚の柱部の高さ、 k_H は設計震度、 D_{H0} は上載土砂高さ、 W_{OH} は浮力水位高さ、 L_a は支持層への換算根入れ深さ、 ρ_t は土の単位体積当たりの重量を示す。

既知数： N , H_p , h_a , h_b , k_H , D_{H0} , W_{OH} , L_a , ρ_s , ρ_c , ρ_t , L , n' , l_k , f_k , σ_{sa} , σ_y , E , δ_a , P_D , P_L , H_{RX} , H_{RY} , R_X , R_Y , J , B_Y , c

未知数： a_j , b_j , t_j , d ($j=1, 2, \dots, J$)

$$\text{目的関数：} W = \rho_s \sum_{j=1}^J A_j L + c \rho_c V_f \rightarrow \min \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{制約条件：} V_j^{\circ} \leq V_{\alpha}^{\circ} \dots\dots\dots (4\cdot a)$$

$$V_j^{\circ} \leq V_{\alpha}^{\circ} \dots\dots\dots (4\cdot b)$$

$$H_j^{\circ} \leq H_{\alpha}^{\circ} \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma_j \leq \sigma_y^{\circ} \dots\dots\dots (6)$$

$$\delta_x \leq \delta_a \dots\dots\dots (7)$$

$$2.5 b_j \leq d \dots\dots\dots (8)$$

$$a^l \leq a_j \leq a^u \dots\dots\dots (9\cdot a)$$

$$b^l \leq b_j \leq b^u \dots\dots\dots (9\cdot b)$$

$$t^l \leq t_j \leq t^u \dots\dots\dots (9\text{-c})$$

$$d^l \leq d_j \leq d^u \dots\dots\dots (9\text{-d})$$

以上の式(3)~(9)の最適設計問題の解法にあたっては、ADS プログラム⁵⁾の中のSLPを用いた。これより未知の a_j, b_j, t_j, d_j が求まり、さらに仮想壁モデルの断面性能に関する分担率(A_j :純断面積, I_j :断面2次モーメント, Z_j :断面係数, A_{pj} :先端面積, L_{Hj} :軸直角方向投影長さ, U_j :周長)が決定されることになる。

(2) 第2段階:仮想壁モデルの分担率から杭本数の決定

いま単杭(杭径 D, t)の断面定数を A, I, Z, A_p, L_H, U とし、 j 列の杭本数を n_j とすると、ある j 列の杭の断面性能は、一般に次式のように第1段階で得た仮想壁モデルの断面性能より大きければ安全である。

$$n_j A \geq A_j \dots\dots\dots (11\text{-a})$$

$$n_j I \geq I_j \dots\dots\dots (11\text{-b})$$

$$n_j Z \geq Z_j \dots\dots\dots (11\text{-c})$$

$$n_j A_p \geq A_{pj} \dots\dots\dots (11\text{-d})$$

$$n_j L_H \geq L_{Hj} \dots\dots\dots (11\text{-e})$$

$$n_j U \geq U_j \dots\dots\dots (11\text{-f})$$

しかし、式(11)のすべての断面性能に関する条件を満足する鋼管杭の杭群(杭本数, 杭径, 肉厚)を見つけ出す作業はきわめて煩雑であり、またたとえ見つけ出したとしても一般に不経済となる。

よって、ここでは鋼管杭断面性能一覧表から杭群データリスト(杭径, 肉厚, 杭本数に応じて杭列ごとの総断面積を計算したもの)を作り、その中から式(11-a)のみを満足し、かつ最小断面積となる杭群を選び出す。またその選択された杭群(杭本数, 杭径, 肉厚)が第1段階でアクティブになった制約条件 g_i を常に満足するように考慮する。すなわち、

$$g_i = g_i^0 + \sum_{k=1}^6 \sum_{j=1}^J \frac{\partial g_i}{\partial Z_{kj}} \Delta Z_{kj} \leq g_{ai} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 g_i^0 は第1段階で得られた g_i の値、 $\partial g_i / \partial Z_k$ は各断面性能 Z_k に関する制約条件 g_i の感度係数であり、これは数値積分により求められる。また ΔZ_{kj} は j 列 k 番目の断面性能についての第1段階の値と第2段階で選択した値との差であり、さらに g_{ai} は g_i における許容値(たとえば、 g_i が応力度制約ならば、 g_{ai} は通常許容応力度 σ_{sa} 、地震時の場合は降伏応力度 σ_y となる)である。 Z_k は式(11)の6個の断面性能($k=1$ は $A_j, k=2$ は $I_j, \dots, k=6$ は U_j)を示している。なお、アクティブではないが、アクティブに近い g_i の制約を満たしているか否かの照査、および最終的な杭のすべての制約に対する照査は第3段階で行う。

よって、第2段階では式(11-a)を満足する $\min n_j A$ となる杭群を選択し、式(12)を満足するか否か

を照査することとなる。もし式(12)を満足しない杭群のときは、式(11-a)を満足する $\min n_j A$ より順次大きい杭群を選び直して式(12)の条件を満足するようにする。

また杭配置については、杭間隔を均等にするという原則を重視するが、他の列より減じた杭本数に対しては外力モーメントに抵抗させるため、なるべくフーチングの外側から配置するようにする。

(3) 第3段階:変位法による安全性の照査

第2段階で得た杭本数・杭配置ならびに杭径・肉厚に対して、道示の設計基準を満足しているか否かを変位法を用いて照査する。基準を満足していれば設計を終了する。もし基準を満足していない場合は、杭本数および杭配置はそのままにして、橋軸方向と橋軸直角方向の両方向の制約を同時に考慮した離散型最適設計⁸⁾を行い、杭径, 肉厚を決定することとする。

以上の最適杭本数の決定のための3段階手法を設計フローチャートに示せば、図-3のようになる。

4. 数値計算例

(1) 計算例1:円柱式橋脚の場合

本法の妥当性を検証するために、図-4に示すように、従来の方法(設計者が経験的に設計する方法)による計算結果が示されている円柱式橋脚⁹⁾の例をとりあげ、本法による結果と比較検討した。ただし、橋軸方向に3列の杭列を仮定した。

上部工荷重として表-2の値を用い、地盤条件として

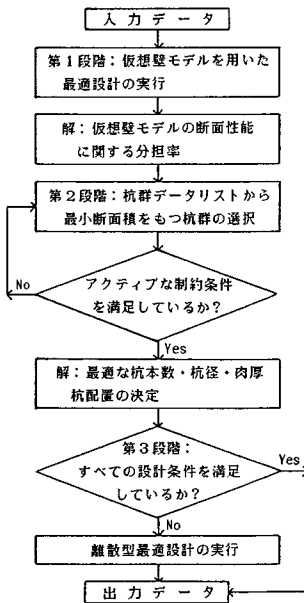
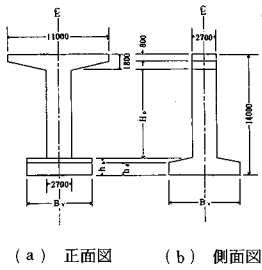
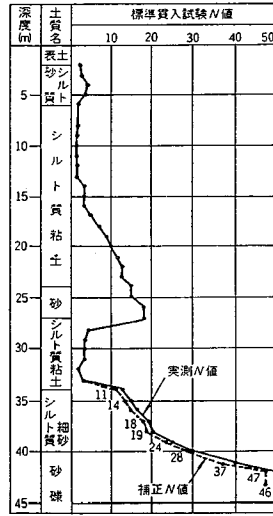


図-3 設計フローチャート



(a) 正面図 (b) 側面図

図—4 円柱式橋脚



図—5 土質柱状図

表—2 上部工荷重

	方 向	鉛直力 P (t)	水平力 H (t)	アーム長 R (m)
常時	橋 軸	483.6	0.0	14.13
	橋軸直角	483.6	0.0	15.48
地震時	橋 軸	369.4	101.6	14.13
	橋軸直角	369.4	73.9	15.48

表—3 第1段階の設計結果

		j = 1,3	j = 2	total
目的閉数 W (t)		94.2		
設 計 変 数	a _j (cm)	364.7	150.0	
	b _j (cm)	31.4	30.0	
	t _j (cm)	1.09	1.07	
	d (cm)	150.5		
断 面 諸 定 数	A _j (cm ²)	790.5	321.0	1902.0
	I _j (cm ⁴)	195493.	72255.	463241.
	Z _j (cm ³)	8604.	3322.	20530.
	A _{pj} (cm ²)	13011.	5121.	31143.
	U _j (cm)	1065.	485.	2615.
	L _{h_j} (cm)	365.	150.	880.

図—5の土質柱状図を用いた。

また、式(3)のcの値は C_s=173 000 円/t, C_c=16 000 円/tとして c=0.092を用いた。

第1段階の設計結果は表—3のようになり、第2列目の断面積は第1、第3列の杭列の断面積に比べ、約40%となっていることがわかる。また、第1段階における制約条件の結果も表—4に示したが、応答値と許容値の比率が1に近いほど、すなわち許容値ぎりぎりまでの

表—4 第1段階における制約条件の結果

		応 答 値	許 容 値	応 答 値 許 容 値	
鉛 直 支 持 力 (t)	常 時	j=1	369.7	1107.5	0.33
		j=2	161.1	674.1	0.24
		j=3	396.7	1107.5	0.33
	地 震 時 橋 軸	j=1	1043.3	1661.2	0.63
		j=2	146.5	674.1	0.22
		j=3	-345.5	1661.2	0.63
水 平 支 持 力 (t)	地 震 時 橋 軸	j=1	75.6	121.4	0.62
		j=2	32.7	51.2	0.64
		j=3	75.6	121.4	0.62
応 力 度 (kg/cm ²)	V/A	j=1	2090.5	2100.0	* 1.00
		j=2	1285.0		0.61
		j=3	340.5		0.16
	M/Z	j=1	541.3		0.26
		j=2	-372.0		0.18
		j=3	-1217.6		0.58
水 平 変 位 (cm)		1.5	1.5	* 1.00	
杭 間 隔 (cm)		2.5b=113.0	d=150.5	0.75	

注) *印はアクティブな制約条件を表わす。

表—5 杭群 (D, t, n) 一覧表

No.	杭径 (cm)	設 計 変 数			純断面積 (cm ²)	備考	
		肉厚 (cm)	杭 本 数 (本)				
1	60	0.9	7	3	17	2202.0	
2		1.0	6	3	15	2216.7	
3		1.1	5	2	12	1991.6	
4		1.2	5	2	12	2209.2	
5	70	0.9	6	3	15	2272.8	
6		1.0	5	2	12	2158.8	
7		1.1	5	2	12	2330.4	
8		1.2	4	2	10	2155.1	
9	80	0.9	5	2	12	2082.0	
10		1.0	4	2	10	1980.5	◎
11		1.1	4	2	10	2225.2	
12		1.2	4	2	10	2469.3	

表—6 第2段階の結果

		j = 1,3	j = 2	total
目的閉数 W (t)		101.1		
設 計 変 数	D (cm)	80.0		
	t (cm)	1.0		
	d (cm)	200.0		
	n (本)	4	2	10
断 面 諸 定 数	A _j (cm ²)	792.2	396.1	1980.5
	I _j (cm ⁴)	614942.	307471.	1537355.
	Z _j (cm ³)	15374.	7687.	38435.
	A _{pj} (cm ²)	20005.	10002.	50012.
	U _j (cm)	1003.	501.	2507.
	L _{h_j} (cm)	319.	160.	798.

応答値となるいわゆるアクティブな制約条件は、*印のついた第1列目の内部応力度と水平変位であることが認められた。

次に3.(2)で述べた第2段階に移行する。

まず第1段階で得た各仮想壁モデルの断面積よりも大きい杭列の断面積をもつ杭群リスト(すべて式(11・a)を満足している)を表—5のように作成し,この中で最小断面積となる杭群を選ぶ(ここでは表—5の◎印)と表—6のような断面性能が得られる。

よって,これらの断面性能をもつ杭群がはたして第1段階におけるアクティブな制約条件(ここでは表—4の*印の内部応力度と水平変位の項)を満足しているかを式(12)を用いて照査する。

まず内部応力度に関しては,式(6)と式(12)より

$$g_{s-1} = g_{s-1}^0 + \sum_{k=1}^6 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial g_{s-1}}{\partial Z_{kj}} \Delta Z_{kj}$$

$$= 2090.5 - 907.4 = 1183.5 \text{ kg/cm}^2 \leq 2100 \text{ kg/cm}^2$$

同様に水平変位に関して式(7)と式(12)より

$$g_7 = 1.5 - 6.36 = -4.86 \text{ cm} \leq 1.5 \text{ cm}$$

以上より,第2段階における杭群の選択は適当であると判定した。

さらに,第3段階として第2段階で得た杭群がはたしてすべての設計基準を満足しているか否かを照査する。変位法を用いて橋軸方向および橋軸直角方向を含めてすべての条件に対して応答値と許容値を比較すると,表—7のような結果が得られ,すべての設計条件を満足していることが認められた。以上で本法による計算過程を終了する。

ここで杭本数,杭配置について,従来の経験的方法,第1段階で得た仮想壁モデルの分担率,本提案による方法を模式的に示すと図—6のようになり,具体的な数字で示すと表—8のようになる。

これより,本法は従来の方法に比し,杭重量で約5%,橋脚重量で約14%減少した設計となっており,総費用で約9%節約できることがわかる。すなわち,12本の杭が使用されていた杭基礎も肉厚を増すことにより($t = 0.9 \rightarrow 1.0 \text{ cm}$),10本でも十分安全であることが確認された。

(2) 計算例 2

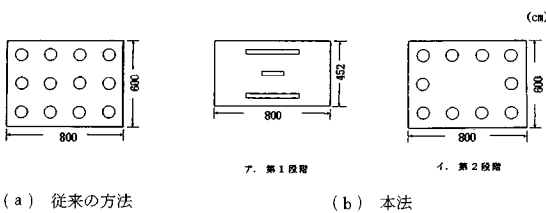
本法の実用性を検討するために,図—7に示すような首都高にあるI橋のP₁橋脚について,仮想壁を8列として設計を行った。上部工荷重として表—9の値を用い,地盤条件として図—8の土質柱状図を用いた。また目的関数のcの値は前例と同様に $c = 0.092$ を用いた。

a) 第1段階

表—7 第3段階の計算結果

目的関数 (t)		本 法		従来の方法		
設計	杭 径 D (cm)	101.1		110.6		
変	肉 厚 t (cm)	80.0		80.0		
数	杭 間 隔 d (cm)	1.0		0.9		
	杭 本 数 n (本)	200.0		200.0		
		10		10		
制 約 条 件	鉛直 支持力 (t)	常 時	103.2	277.3	0.37	0.38
		地震時橋軸	222.3		0.53	0.58
		地震時橋軸直角	190.0	415.9	0.46	0.49
		地震時橋軸	19.5		0.72	0.65
	水平 支持力 (kg/cm ²)	地震時橋軸直角	16.7	27.2	0.61	0.57
		橋 軸	1795.9		0.86	0.90
		方 向 最 大	449.0		0.21	0.26
		橋 軸 直 角	1536.4		0.73	0.76
	力 大	橋 軸	381.1	2100.0	0.18	0.21
		方 向 最 小	478.0		0.23	0.19
		橋 軸	-868.2		0.41	0.45
		方 向 最 小	545.8		0.26	0.24
	力 小	橋 軸 直 角	-609.4		0.29	0.31
		杭 間 隔 (cm)	2.50=200.0	d=200.0	* 1.00	1.00
水平変位 (cm)		橋 軸	1.9	2.5	0.77	
橋 軸 直 角		1.3		0.54		

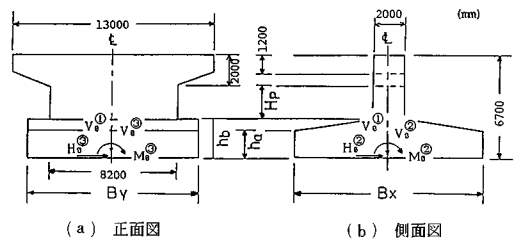
注) *印はアクティブな制約条件を表わす。



図—6 杭配置

表—8 計算結果の比較

目的関数 (t)		本 法		
		従来の方法	第1段階	第2段階
設計	杭 径 D (cm)	110.6	94.2	101.1
変	肉 厚 t (cm)	80.0		80.0
数	杭 間 隔 d (cm)	0.9		1.0
	杭 本 数 n (本)	200.0	150.5	200.0
体 積	杭 V _o (m ³)	8.3	7.6	7.9
	橋 脚 V _r (m ³)	196.7	149.9	169.2
重 量	杭 W _o (t)	65.4	59.8	62.2
	橋 脚 W _r (t)	491.6	374.8	423.0
	c W _r (t)	45.2	34.5	38.9
フーチングの大きさ (cm)		600×800	452×800	600×800



図—7 P₁橋脚

表—9 上部工荷重

	方 向	鉛直力 P (t)	水平力 H (t)	アーム長 R (m)
常 時	橋 軸	739.9	0.0	6.7
	橋 軸 直 角	739.9	0.0	8.5
地 震 時	橋 軸	580.9	428.6	6.7
	橋 軸 直 角	580.9	139.4	8.5

まず杭を8列の仮想壁モデルと想定して第1段階の計算を行うと表-10のような断面性能に関する分担が決定される。またアクティブな制約条件は表-11のように、式(7)の水平変位に関する条件と式(8)の壁間隔に関する条件になっている。

b) 第2段階

第1段階で得た断面積よりも大きい杭列の断面積をもつ杭群リストを表-12のように作成し、この中で最小の断面積をもつ杭群を選択すると、表-13のように $D=60\text{ cm}$, $t=0.9\text{ cm}$, $n=44\text{ 本}$ ($j=1, 2, 7, 8$ 列は6本, $j=3, 4, 5, 6$ 列は5本)となる。ただし、杭は施工上の観点から杭径、肉厚は一定とした。

上記の杭群に対し、アクティブな制約条件の照査を行うと、まず水平変位に関する条件に対しては

$$g_7 = 1.5 - 6.4 = -3.9\text{ cm} \leq 1.5\text{ cm}$$

次に杭列間隔に関する条件に対しては

$$g_8 = 108.0 + 0 = 108.0\text{ cm} \leq 108\text{ cm}$$

よって、表-13のような第2段階における杭群の選択は適当であり、これを図-9(b)イ.のように配置した。

c) 第3段階

第2段階の方法で得た杭本数と杭配置に対し、変位法を用いて解析を行うと表-14のようになり、表-11でアクティブではないがアクティブに近い制約も含めてす

表-11 第1段階における制約条件の結果

		応答値		許容値		応答値 許容値		
鉛直 支持力 (t)	常時	j=1	192.6	610.0	0.32			
		j=2	192.6	610.0	0.32			
		j=3	147.5	475.4	0.31			
		j=4	129.7	422.4	0.31			
		j=5	129.7	422.4	0.31			
		j=6	147.5	475.4	0.31			
		j=7	192.6	610.0	0.32			
		j=8	192.6	610.0	0.32			
	地震時 橋軸	j=1	485.1	915.0	0.53			
		j=2	394.9	915.0	0.43			
		j=3	233.4	713.1	0.33			
		j=4	144.5	633.6	0.23			
		j=5	83.8	633.6	0.13			
		j=6	26.2	713.1	0.04			
		j=7	-55.9	915.0	0.06			
		j=8	-146.1	915.0	0.16			
水平 支持力 (t)	地震時 橋軸	j=1	82.6	89.3	0.92			
		j=2	82.6	89.3	0.92			
		j=3	63.2	68.4	0.92			
		j=4	55.6	60.1	0.93			
		j=5	55.6	60.1	0.93			
		j=6	63.2	68.4	0.92			
		j=7	82.6	89.3	0.92			
		j=8	82.6	89.3	0.92			
	応力度 (kg/cm ²)	V/A +	j=1	2011.2	2100.0	0.96		
			j=2	1894.1	2100.0	0.90		
			j=3	1777.1	2100.0	0.85		
			j=4	1660.1	2100.0	0.79		
			j=5	1543.0	2100.0	0.73		
			j=6	1426.0	2100.0	0.68		
			j=7	1309.0	2100.0	0.62		
			j=8	1191.9	2100.0	0.57		
V/A -		j=1	-751.9	2100.0	0.36			
		j=2	-868.9	2100.0	0.41			
		j=3	-986.0	2100.0	0.47			
		j=4	-1103.0	2100.0	0.52			
		j=5	-1220.0	2100.0	0.58			
		j=6	-1337.1	2100.0	0.64			
		j=7	-1454.1	2100.0	0.69			
		j=8	-1571.1	2100.0	0.75			
水平変位 (cm)		1.5	1.5	# 1.00				
杭間隔 (cm)		2.5b=108.0	d=108.0	# 1.00				

注) #印はアクティブな制約条件を表わす。

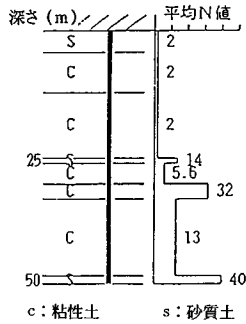


図-8 土質柱状図

表-12 杭群 (D, t, n) 一覧表

No.	設計変数						純断面積 (cm ²)	備考
	杭径 (cm)	肉厚 (cm)	杭本数 (本)					
1	0.9	6	6	5	5	44	5699.3	◎
2	1.0	6	6	4	4	40	5911.2	
3	1.1	5	5	4	4	36	5974.9	
4	1.2	5	5	4	3	34	6259.4	
5	0.9	6	6	4	4	40	6060.8	
6	1.0	5	5	4	4	36	6224.8	
7	1.1	4	4	4	3	30	5827.5	
8	1.2	4	4	3	3	28	6034.3	

表-10 第1段階の結果

		j=1,8	j=2,7	j=3,6	j=4,5	total
目的関数 W (t)		265.6				
設計変数	a _j (cm)	360.0	360.0	275.7	242.5	
	b _j (cm)	30.0	30.0	30.0	30.0	
	t _j (cm)	1.07	1.07	1.07	1.07	
	d (cm)	108.0				
断面積	A _j (cm ²)	770.4	770.4	589.9	518.8	5299.0
	I _j (cm ⁴)	173376.	173376.	132760.	116764.	1192552.
	Z _j (cm ³)	7972.	7972.	6104.	5369.	54834.
	A _{pj} (cm ²)	12291.	12291.	9412.	8278.	84544.
	U _j (cm)	1048.	1048.	822.	734.	7304.
	L _{hj} (cm)	360.	360.	276.	243.	2478.

表-13 第2段階の結果

		j=1,8	j=2,7	j=3,6	j=4,5	total
目的関数 W (t)		307.6				
設計変数	D (cm)	60.0				
	t (cm)	0.9				
	d (cm)	150.0				
	n (本)	6	6	5	5	44
断面積	A _j (cm ²)	777.2	777.2	647.6	647.6	5699.2
	I _j (cm ⁴)	337068.	337068.	280890.	280890.	2471832.
	Z _j (cm ³)	11236.	11236.	9363.	9363.	82396.
	A _{pj} (cm ²)	16852.	16852.	14043.	14043.	123580.
	U _j (cm)	1127.	1127.	939.	939.	8264.
	L _{hj} (cm)	359.	359.	299.	299.	2632.

表-14 第3段階の計算結果

目的関数 (t)		本 法				従来の方法	
設計変数	杭 径 D (cm)	307.6				426.0	
	肉 厚 t (cm)	60.0				60.0	
	杭 間 隔 d (cm)	150.0				150.0	
	杭 本 数 n (本)	44				48	
制 約 条 件	鉛直支持力 (t)	常 時	34.4	112.7	0.31	0.28	
		地震時橋軸	72.2	169.1	0.43	0.41	
		地震時橋軸直角	57.1		0.34	0.32	
	水平支持力 (t)	地震時橋軸	14.4	14.6	≠ 0.99	0.82	
		地震時橋軸直角	7.9		0.54	0.43	
		橋 軸	1852.7		0.88	0.61	
	応 力 (kg/cm ²)	軸 向 力 大	橋 軸	-738.0	0.35	0.25	
			橋 軸直角	1111.9	0.53	0.36	
				-230.4	0.11	0.08	
		軸 向 力 小	橋 軸	1213.9	0.58	0.40	
			橋 軸直角	-1376.9	0.66	0.46	
				706.2	0.34	0.23	
	抗 間 隔 (cm)	橋 軸	-636.0	0.30	0.21		
		橋 軸直角	2.5D=150.0	d=150.0	≠ 1.00	≠ 1.00	
		橋 軸	1.6		0.64		
水 平 変 位 (cm)	橋 軸	2.5		0.36			
	橋 軸直角	0.9					

注) *印はアクティブな制約条件を表す。

表-15 計算結果の比較

目的関数 (t)	従来の方法	本 法		
		第1段階	第2段階	
設計変数	426.0	265.6	307.6	
杭 径 D (cm)	60.0		60.0	
肉 厚 t (cm)	1.2		0.9	
杭 間 隔 d (cm)	150.0	108.0	150.0	
杭 本 数 n (本)	48		44	
体 積	杭 V _p (m ³)	45.1	27.0	29.1
	橋脚 V _f (m ³)	322.7	232.5	345.2
重 量	杭 W _p (t)	353.8	212.2	228.2
	橋脚 W _f (t)	806.8	581.3	863.1
	c W _t (t)	74.2	53.5	79.4
フーチングの大きさ (cm)	900×1200	900×864	900×1200	

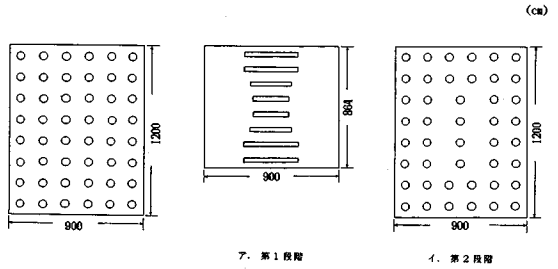
すべての設計条件を満足していることがわかる。また、従来の方法、第1段階および本法の設計結果をまとめると表-15のようになり、模式図で表わすと図-9のようになる。

このことから、本法は従来の方法に比べ、橋脚重量で約7%増加するものの、杭重量で約36%減少した設計となっており、総費用で約28%節約できることが認められた。

5. 結 論

本研究は、鋼管杭基礎を対象として杭本数の決定について、最適化手法を用いて3段階過程による設計方法を提案し、2つの計算例によって検討したものである。得られた成果を要約すると以下ようになる。

(1) 杭列を仮想壁モデルに想定することにより、合



(a) 従来の方法 (b) 本法
図-9 模式図

理的な杭本数を決定する設計手法を考案することができた。

(2) 2つの計算例により本法の妥当性と応用性をほぼ検証することができた。

(3) 本法は従来の方法に比し、約1~3割の総費用の節約を可能とすることができ、しかも道示の設計基準を十分満足することを確認できた。

(4) 本法は、鋼管杭基礎の設計に対して経済的かつ安全な設計の1つの目安となる基礎的資料を与えることができ、現場の設計者に対して有用と考えられる。

参 考 文 献

- 1) 松井邦人・多田昭仁：パーソナルコンピュータのグラフィック機能を利用したくい基礎の最適設計，構造工学論文集，Vol. 34 A，pp. 639~648，1988. 3.
- 2) 田中孝昌・石川信隆・田蔵 隆・香月 智：橋脚の鋼管杭基礎の最適設計に関する一考察，構造工学論文集，Vol. 34 A，pp. 649~656，1988. 3.
- 3) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説 I 共通編 IV 下部構造編，昭和 55 年 5 月。
- 4) 鋼管杭協会：鋼管杭，pp. 197~199，1986. 10.
- 5) Vanderplaats, G.N. and Sugimoto, H. : A General-Purpose Optimization Program for Engineering Design, Journal of Computers and Structures, Vol. 24, No. 1, pp. 13~21, 1986.
- 6) 鋼管杭協会：鋼管杭，pp. 342~351，1986. 10.
- 7) 岩松幸雄・工藤真之助・山口充郎：橋台及び橋脚の設計と考え方，鹿島出版社，pp. 200~207，昭和 52 年 10 月。
- 8) 石川信隆・千々岩浩己・田中孝昌・香月 智：離散型非線形計画法による鋼管杭基礎の最適設計，構造工学における数値解析法シンポジウム論文集，第 12 巻，pp. 115~120，昭和 63 年 7 月。

(1988. 9. 26・受付)