

# 鋼ラーメン構造物の合理的設計式の一案

## A PROPOSAL OF RATIONAL FORMULA FOR STEEL RIGID FRAMES

宇佐美 勉\*・垣内辰雄\*\*・水野克彦\*\*

By Tsutomu USAMI, Tatsuo KAKIUCHI and Katsuhiko MIZUNO

Unbraced steel rigid frames are frequently used in civil engineering structures, such as main towers of suspension bridges and of cable stayed bridges, piers of bridges constructed in urban areas, and so on. Such structures must be designed considering second-order moments produced by vertical loads acting on the displaced structures, the so-called  $P-\Delta$  effects. In this paper, several design methods which take into account the effects are critically reviewed to find out which method is the most adequate one. Subsequently, a design method is proposed here which is a modified version of the current Japanese specification for highway bridges.

*Keywords: steel, rigid frame, strength, design, specification*

### 1. 緒 言

土木構造物では、鋼ラーメン構造物は吊橋、斜張橋の主塔、都市内高架橋橋脚などに多用されている。鋼ラーメン構造物は建築構造物としてより多く使われているが、土木構造物の特徴として、箱形、パイプなどの閉じた、薄肉の溶接集成断面部材が多いことである。したがって、土木の分野での鋼ラーメンの強度に関する研究を行う場合、この点を十分考慮する必要がある。しかし、従来の研究は建築構造物を対象とした圧延H形断面に対するものが多く、箱形、パイプなどの溶接集成断面をもつラーメンの強度に関する研究は比較的少ない。

わが国の道路橋示方書<sup>1)</sup>(以下示方またはJSHBという)では、鋼ラーメンの設計は弾性座屈理論から決められた近似有効座屈長を用い、これによりはり-柱の強度相関式(安定相関式)および断面の局部座屈相関式に安全率を導入した照査式による許容応力度設計法が示されている。本州四国連絡橋吊橋主塔設計要領<sup>2)</sup>では、有効座屈長の概念は踏襲されているが、有効座屈長をAISCのノモグラフ<sup>3)</sup>およびYuraの方法<sup>4)</sup>を併用することによ

り、より厳密に求める方法を採用している。一方、最近諸外国で側方拘束のない(unbraced)ラーメン構造物の設計方法の見直しが進められており、有効座屈長に基づく設計方法に批判的な論文も数多く見受けられ、それに代わる方法として $P-\Delta$ 法(詳細は後述する)に属する種々の方法が提案されている<sup>5)-7)</sup>。この論文の目的の1つは、これら種々の設計方法の背景を整理し、それぞれの方法の基本式の精度を有限要素法によって計算したより厳密な解との比較を通じて検討することにある。目的の第2は、上の比較・検討によって得られた知見をもとに、現行道示の設計方法の改善を図ることにある。

### 2. 各種設計法の比較

Fig.1に示すような側方拘束のないラーメン構造物の面内強度算定方法を比較することにより各種設計方法の検討を行う。用いる条件として、①長方形平面ラーメンを考える、②各部材は等断面である、③柱には中間荷重が作用しない、④局部座屈は考えない、⑤各節点は剛結されている、⑥線形弾性解析を対象とする、である。局部座屈を考慮したラーメン構造物の強度算定方法については別報<sup>12)</sup>で述べた。

軸方向圧縮力が卓越する部材に対しては部材が変位することによって生ずる付加的な曲げモーメントを設計に

\* 正会員 D.Sc., 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

\*\* 学生会員 名古屋大学大学院博士課程前期課程 (同上)

考慮しなければならない。この効果をここでは2種類に分け、軸方向圧縮力作用点の側方変位がない場合の効果を  $P-\delta$  効果、側方変位がある場合の効果を  $P-\Delta$  効果と称する。側方変位が拘束されているラーメンに対しては  $P-\delta$  効果のみを考慮すればよいが、側方拘束のないラーメンでは両者を考慮しなければならない。

この論文では、有効座屈長を用いる方法（有効座屈長法と略記）として、AISCの塑性設計法<sup>3)</sup>（AISC法と略記）、道示<sup>1)</sup>（JSHB法）、AISCの荷重・抵抗係数設計法<sup>3)</sup>（LRFD法）の3方法を考え、 $P-\Delta$ 法として、アメリカのStructural Stability Research Councilの方法<sup>5)</sup>（SSRC法）、ヨーロッパのEuropean Convention for Constructional Steelworkの方法<sup>6)</sup>（ECCS法）、中井・酒造の方法<sup>7)</sup>の3つの方法を取り上げる。なお、 $P-\Delta$ 法の中にはECCSの簡略法および中井・酒造の方法

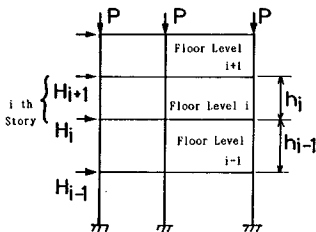


Fig. 1 Unbraced Frame.

のように有効座屈長を一部用いているため、上記の分類は必ずしも適切ではないが、ここではこのような分類を用いた。Table 1は上記各手法の特徴をまとめたものである。以下、この表をもとに比較を行う。

(1) 有効座屈長法

この方法は、中心軸圧縮柱の強度  $N_u$  およびオイラー座屈強度  $N_E$  を有効座屈長の概念を用いて両端ピンの柱の強度に置き換えて計算する方法である。いずれの方法でも各柱に作用する軸方向圧縮力  $N$ 、曲げモーメント  $M$  は弾性1次解析により計算し、各柱についてはり-柱の強度相関式が満足されるように設計する。

**AISC法<sup>3)</sup>**：この方法では、有効座屈長  $K$  を Julian・Lawrence が求めたノモグラフ<sup>3)</sup>より求める。このノモグラフ（以下、AISCノモグラフと称する）は柱に作用する軸圧縮力が著しく異なることがなければほぼ妥当な値を与える<sup>5)</sup>。 $P-\delta$ 効果は部材の強度相関式（3）中の増幅係数  $1/(1-N/N_E)$  を使い、 $P-\Delta$ 効果は等価モーメント補正係数  $C_m$  を0.85におくことによって近似的に考慮している。 $C_m$ の値は、はりの剛性が無限大、柱脚がピンの1層1スパン門形ラーメンについて求められた近似値で根拠の詳細についてはたとえば文献9)に示されている。断面の強度相関式は式（4）であり、曲げ強度の上限は全塑性モーメント  $M_p$  である。また、 $N_y$  は全断面降伏軸力である。

Table 1 Summary of Various Design Methods.

Method		$P-\delta$ effect	$P-\Delta$ effect	Interaction Equations
Effective Length Method	AISC	$\frac{1}{1-N/N_E}$ (1)	$C_m = 0.85$ (2)	$\frac{N}{N_u} + \frac{C_m M}{(1-N/N_E)M_p} = 1.0$ (3) $\frac{M}{M_p} = 1.18(1 - \frac{N}{N_y}) \leq 1.0$ (4)
	JSHB	Eq.(1)	Not considered	$\frac{N}{N_u} + \frac{C_m M}{(1-N/N_E)M_y} = 1.0$ (5) $\frac{N}{N_y} + \frac{M}{(1-N/N_E)M_y} = 1.0$ (6) $C_m = 0.6 + 0.4M_2/M_1 \geq 0.4$ (7)
	LRFD	$B_1 = \frac{C_m}{1-N/N_E} \geq 1.0$ $C_m = 0.6 + 0.4M_2/M_1$ (9), (10)	$M = B_1 M_{nt} + B_2 M_{1t}$ (8) $B_2 = \frac{1}{1 - (\sum N) \phi_i / \sum H}$ or $\frac{1}{1 - \sum N / \sum N_E}$ (11), (12)	$\frac{N}{N_u} + \frac{8}{9} \frac{M}{M_p} = 1.0$ ( $\frac{N}{N_u} \geq 0.2$ ) (13) $\frac{N}{2N_u} + \frac{M}{M_p} = 1.0$ ( $\frac{N}{N_u} < 0.2$ ) (14)
	SSRC	Eq.(1)	$V_i = (\sum N) \phi_i$ (15) $H_i' = H_i + (V_{i-1} - V_i)$ (16)	Eqs.(3) and (4). $C_m = \text{Eq. (7)}$ $K=1.0$ for computing $N_E$ and $N_u$ .
P-Δ Method	ECCS	Considered implicitly	<u>Method 1</u> $Q_i = \sum H + (\sum N) (\phi_a + 1.2 \phi_i)$ $H_i' = Q_i - 1 - Q_i$ (17), (18) <u>Method 2</u> When $0.1 \leq \sum N / \sum N_E \leq 0.25$ $Q_i = \frac{\sum H + (\sum N) \phi_a}{1 - \sum N / \sum N_E}$ $H_i' = Q_i - 1 - Q_i$ (19), (20)	$\frac{M}{M_p} = 1.1(1 - \frac{N}{N_y}) \leq 1.0$ (21)
	Nakai	Considered implicitly	$H_i' = \frac{H_i + (\sum P) \phi_a}{1 - (\sum P) / \sum N_E}$ (22)	Exact ultimate strength equation for a box section is approximated by three linear equations.

**JSHB 法<sup>1)</sup>**： $P-\delta$  効果は AISC と同様な式で考慮するが  $P-\Delta$  効果は考慮されておらず，側方拘束ラーメン構造物に適用できる等価モーメント修正係数式 (7) を用いている。ここで， $M_1$  は絶対値が大きい方の柱端モーメントで正とし， $M_2$  は柱が半波長の変形を生じるような向きを正，反対向きを負とする柱端モーメントである。有効座屈長は柱とはりの剛比の関数として公式の形で与えられている。この示方書では断面の強度相関式 (6) 中にも増幅係数  $1/(1-N/N_E)$  を含むが，別報<sup>10)</sup>でも述べたように，この係数の根拠は不明であるため，この論文では AISC の式がそうであるように，この係数を 1.0 とおくことにする。これについては後でまた触れる。また，曲げ強度の上限は降伏モーメント  $M_y$  である。

**LRFD 法<sup>8)</sup>**：この方法では，各床レベルで仮の側方拘束した骨組（ブレースした骨組）に鉛直荷重のみが作用したときに生ずる曲げモーメントを  $M_m$ ，側方拘束がない骨組みに水平荷重のみが作用したときの曲げモーメントを  $M_{it}$  とし，それぞれを  $P-\delta$  効果， $P-\Delta$  効果を考慮した係数  $B_1$ ， $B_2$  を乗じて補正して曲げモーメント  $M$  を求める。ここで， $\sum N$ =対象とする層  $i$  の柱に作用する軸方向圧縮力の総和， $\sum N_E$ =対象とする層  $i$  の柱のオイラー座屈荷重の和， $\phi_i$ =水平力によって生ずる，対象とする層  $i$  の部材回転角， $\sum H$ =床レベル  $i+1$  より上の床レベルに作用する水平力の総和（= $\phi_i$ を生じさせる水平力の総和）である。係数  $B_1$  中の  $C_m$  (式 (10)) は道示と同じ式であるが，制限値 0.4 は設けられていない。これは，材端モーメント比  $M_2/M_1$  が  $-0.5 \sim -1.0$  の間で厳密な解析より得られた強度に比べ過度に安全になることを配慮したためである<sup>11)</sup>。相関式は AISC の相関式 (3)，(4) を単純化したもので， $P-\delta$  効果の増幅係数  $B_1$  を常に 1.0 以上にとっているため，1つの相関式の形にまとめることが可能となった。なお，LRFD の相関式には抵抗係数が含まれているが，ここでは，それらをすべて 1.0 とした。この手法の特徴は， $P-\delta$  効果および  $P-\Delta$  効果を考えるべき曲げモーメントを鉛直荷重によるものと水平荷重によるものに分離したことで，AISC のように，全荷重によって生ずる曲げモーメントに両効果を考えた増幅係数  $0.85/(1-N/N_E)$  を乗ずる方法より合理的であることは明らかである。なお， $N_E$  および  $N_u$  の計算に用いる有効座屈長は AISC ノモグラフより求める。

(2)  $P-\Delta$  法

$P-\Delta$  効果による付加的モーメントを考えた換算水平力を各床に作用させ，弾性 1 次解析により各柱に生ずる軸圧縮力と曲げモーメントを求め，強度相関式より骨組みの強度を求める方法である。換算水平力の概念は Fig. 2 のラーメンの第 2 層目に注目した場合，次のよう

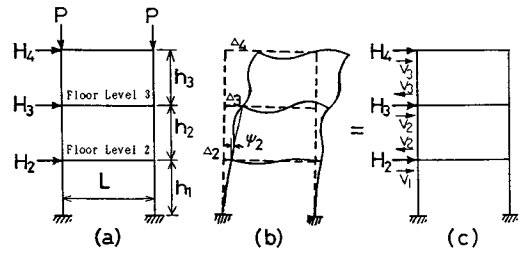


Fig. 2 Concept of  $P-\Delta$  method.

に説明できる。第 2 層目の柱に働く軸圧縮力の総和を  $\sum N$  とすると，床レベル 2, 3 の水平変位  $\Delta_2$ ， $\Delta_3$  によって生ずる付加的モーメントは  $(\sum N)(\Delta_3 - \Delta_2)$  となり，これに等価な層せん断力  $V_2$  は  $V_2 = (\sum N)(\Delta_3 - \Delta_2)/h_2 \equiv (\sum N)\phi_2$  となり， $V_2$  は Fig. 2(c) のように作用することになる。各床レベルに働く水平力の総和 ( $H'_3 = H_3 + V_2 - V_3$  など) が換算水平力となる。この方法では，相関式中の  $N_u$  および  $N_E$  の有効座屈長はすべて 1.0 におく。

**SSRC 法<sup>9)</sup>**：対象とする層  $i$  の軸圧縮力による付加的層せん断力  $V_i$  を，仮定した層  $i$  の部材回転角  $\phi_i$  より求め，床レベル  $i$  に作用させるべき換算水平力  $H'_i$  を求める。ここに， $H_i$  は床レベル  $i$  に作用している水平荷重(外力)である。 $\phi_i$  は未知であるため一般には繰り返し計算が必要である。相関式中の補正係数  $C_m$  は節点移動のないはり-柱に対する式として式 (7) を用いる。

**ECCS 法<sup>6)</sup>**：この方法は基本的には SSRC の方法と同じであるが，初期不整としての層  $i$  の初期部材回転角  $\phi_0$  を考慮し，さらに軸圧縮力による柱の剛性低下を考慮するため係数 1.2 を  $\phi_i$  に乗じている。 $\sum H$  は床レベル  $i+1$  より上の床レベルに作用する水平力の総和であり， $Q_i$  は層  $i$  の全層せん断力である。 $\phi_0$  を無視し，係数 1.2 を 1.0 に置き換えればこの方法の  $H'_i$  は SSRC の  $H'_i$  と同じであることがわかる。 $\sum N/\sum N_E$  が 0.25 以下で 0.1 以上の場合には繰り返し計算の不用な方法 2 が利用できる。 $Q_i$  の分母の式は LRFD の式 (12) と同じであり  $P-\Delta$  効果による増幅係数である。この係数中の  $N_E$  は AISC ノモグラフから求められる有効座屈長が使えるが，簡単に計算できる公式が用意されている。 $\phi_0$  の値は 1/200 を基準とし，5 m 以上の柱には  $\sqrt{5/h_i}$  を乗じ，1 層の柱の本数  $n$  が 2 以上のときは  $(1+1/n)/2$  をさらに乗ずる。この方法では，相関式として断面の強度相関式 (21) のみを用いる。この式は AISC の式 (4) とほぼ同じである。

**中井・酒造の方法<sup>7)</sup>**：この方法は ECCS の方法 2 と形式上類似しているが考え方に 2 つの大きな相違点がある。まず，第 1 に，他の  $P-\Delta$  法では  $i$  層の  $P-\Delta$  効果を考慮する際， $i$  層の柱に作用する軸圧縮力の総和

$\Sigma N$  を考えるが、この方法では  $i$  層の柱の頂点すなわち床レベル  $i+1$  に作用する鉛直荷重の総和  $\Sigma P$  を考えている。したがって、床レベル  $i+1$  に鉛直荷重がなければ、 $i$  層での  $P-\Delta$  効果を考えなくてもよいことになる。第2には、初期部材回転角  $\phi_0 (=1/150)$  による層せん断力 ( $\Sigma P)\phi_0$  そのものを各床レベルに水平力として作用させている。層せん断力は本来 Fig. 2(c) に示すように各層の上、下の床レベルに対となつて作用すべき力であるが、この方法では、たとえば床レベル3では左方向に作用する水平力  $V_3$  を無視し、右方向水平力  $H_3+V_2$  のみを考慮することになる。そのため、 $P-\Delta$  効果を過大評価することになる。初期部材回転角  $\phi_0$  の大きさは、部材の残留応力、初期たわみを考慮した弾塑性有限変位解析結果との比較から  $1/150$  と定められている。 $N_e$  の計算には AISC ノモグラフから求められる有効座屈長を利用する。この方法でも、ECCS の方法と同様に断面の強度相関式のみを用いる。用いる式は箱形断面に対する厳密な軸力と曲げの相関式を3つの直線式により近似したもので、式(4)あるいは式(21)より、精度が良い式となっている。この式は多少複雑な形であるので省略する。

3. 数値計算結果の比較

Fig. 2 に示すような鉛直荷重  $P$  と水平荷重  $H$  を受けるラーメン構造物（1層または2層で柱脚は固定またはヒンジ）について極限強度を前章で述べた種々の方法および弾塑性有限変位解析によって求め、比較検討を行う。ここで用いた弾塑性有限変位解析法は文献12)で述べたので詳細は省略するが、軸線不伸長を仮定し、曲げ変形のみを考慮した棒部材に対する有限要素法である。鉛直荷重  $P$  は一定とし、床レベルに作用する水平荷重が比例的に増大するものとし、変位増分法によって解析した。用いた断面は柱、はりとも幅 680 mm、厚さ 20 mm の正方形箱形断面で、材質は SM 50 材 (降伏応力  $\sigma_y = 3200 \text{ kgf/cm}^2 = 327 \text{ MPa}$ ) とした。残留応力分布は矩形分布とし、最大圧縮残留応力は降伏応力の 50% とした。また初期たわみは無視した。解析対象は水平荷重が小さい場合を除き、はり-柱の安定の問題であるから初期たわみの影響はあまり大きくないものと思われる。

柱の細長比は、Appendix I の式 (A-1) で示した公式 (AISC ノモグラフの近似式) から求められた弾性有効座屈長係数  $K$  を用いて計算した細長比パラメーター

$$\bar{\lambda} = \frac{Kh}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (23)$$

が、0.3, 0.6, 0.9 になるように選んだ。ここに、 $h$  = 柱の長さ、 $r$  = 断面2次半径である。2層のラーメンについては、第1層の有効座屈長係数を用いて式(23)を計

算した。ラーメンの強度の比較を行う前に基本となる中心軸圧縮柱の強度  $N_u$  の比較を行った。AISC, LRFD および道示では断面形によらず1本の中心軸圧縮柱強度式しか与えられていないが、ECCS および SSRC では断面形により複数の強度式が与えられている。そこで、箱形断面柱に適用される、ECCS の b 曲線および SSRC の No.2 曲線を他の示方書の曲線と比較したところ、AISC は LRFD, SSRC は ECCS と非常によく似た曲線であることがわかった。道示の式は ECCS の c 曲線を近似した式であるため一番安全側にあることがわかった。以下の各方法の比較のところでは、中心軸圧縮柱の強度を統一させるため、ECCS の b 曲線を  $N_u$  の式に用いることにした。

有効座屈長法による結果の比較：Fig. 3(a)~(f) は有効座屈長法によって計算した水平力と鉛直力を受けるラーメンの強度を相関曲線の形にプロットしたものである。Fig. 3(a)~(c) は柱脚固定の1層ラーメン ( $L=h$  で  $L$  ははりの長さ)、(d) は柱脚ヒンジの1層ラーメン ( $L=h$ )、(e), (f) は柱脚固定の2層ラーメン ( $L=h_1=h_2=h$ ) である。横軸は、極限状態での水平力  $H$  を鉛直力がないときのラーメンの単純塑性理論による極限水平力  $H_p$  によって無次元化してある。ここで  $H_p$  は、柱脚固定の1層ラーメンのとき、 $4M_p/h$ 、柱脚ヒンジの1層ラーメンおよび2層ラーメンは  $2M_p/h$  である。同図中には有限要素法による解 (FEM Solution) もプロットしてある。本計算に用いた有限要素法は水平力が零のときのラーメンの耐荷力を計算できない。有効座屈長法による結果はいずれも中間で折れ曲がった点が存在するが、それより鉛直荷重が小さい領域では断面の強度相関式によりラーメンの強度が決まる場合であり、鉛直荷重が折れ曲がり点より大きい領域では部材の強度 (安定) 相関式によって決まる場合である。各方法で用いられる有効座屈長の値および  $C_m$  の値は Table 2 にまとめられている。まず、AISC と LRFD の方法による結果を比

Table 2 Effective Length Factor  $K$  and Equivalent Moment Factor  $C_m$ .

Frame	K or $K'$			$C_m$	
	Elastic		In-elastic*	AISC	JSHB
	AISC	JSHB			
One Story Frame (L=h) Fixed Ends	1.16	1.5	① 1.01 ② 1.05 ③ 1.08	0.85	0.4
One Story Frame (L=h) Pin Ends	2.37	3.5	① 2.03 ② 2.09 ③ 2.17	0.85	0.6
Two Story Frame (L=h)	First Story	1.28	1.5	0.85	0.45
	Second Story	1.47	1.9		
			① 1.02 ② 1.08 ③ 1.15 ④ 1.03 ⑤ 1.13 ⑥ 1.26		0.4

\*: Inelastic effective length factor:  
①: for  $\bar{\lambda}=0.3$ , ②: for  $\bar{\lambda}=0.6$ , ③: for  $\bar{\lambda}=0.9$

較してみると、非常に似ていることがわかる。このことから、LRFD の式 (13) は部材の強度相関式、式 (14) は断面の強度相関式の役目をしていることがわかる。今回の計算例では、鉛直荷重がすべて柱に作用しているため、式 (8) の  $M_{nz}$  が零であることから AISC と LRFD の結果がほとんど一致したものと思われる。AISC (または LRFD) の方法は、全般的に有限要素解より多少安全側の結果を与え、曲線の形状もよく似ていることから、設計式としては非常に優れていると考えられる。一方、道示の結果は、1 例を除いて、全般的に有限要素解に比べ非常に安全側になっていることがわかる。さらに、曲線の形状も有限要素解とは異なった傾向にある。AISC (または LRFD) の方法はかなりの領域が部材の強度相関式によって決まっているが、道示の方法は、断面の強度相関式で決まる領域がより広い。道示の結果が AISC の結果と大きく異なる原因として、次

の 3 つが挙げられる。

- ① 有効座屈長の値が、正解値に近いと考えられる AISC の値より大きい。
- ② 等価モーメント修正係数  $C_m$  の式として側方拘束のあるラーメンに適用できる式を用いている。
- ③ 曲げ強度が降伏モーメント  $M_y$  である。

Table 2 よりわかるように、道示の有効座屈長の値は全般的に AISC の値よりかなり大きい。この結果、鉛直荷重が大きいときのラーメンの極限水平荷重はかなり小さく見積られることになる。また、道示の  $C_m$  の値は、AISC の値 0.85 より小さくなっている。その結果、部材の強度相関式で決まる曲線部分が  $C_m=0.85$  の場合よりも上方に位置することになり、断面の強度相関式で決まる領域が広がってしまっている。現行の道示では曲げ強度が全塑性モーメントに達する断面は必ずしも要求されていないため、曲げ強度の上限は降伏モーメント

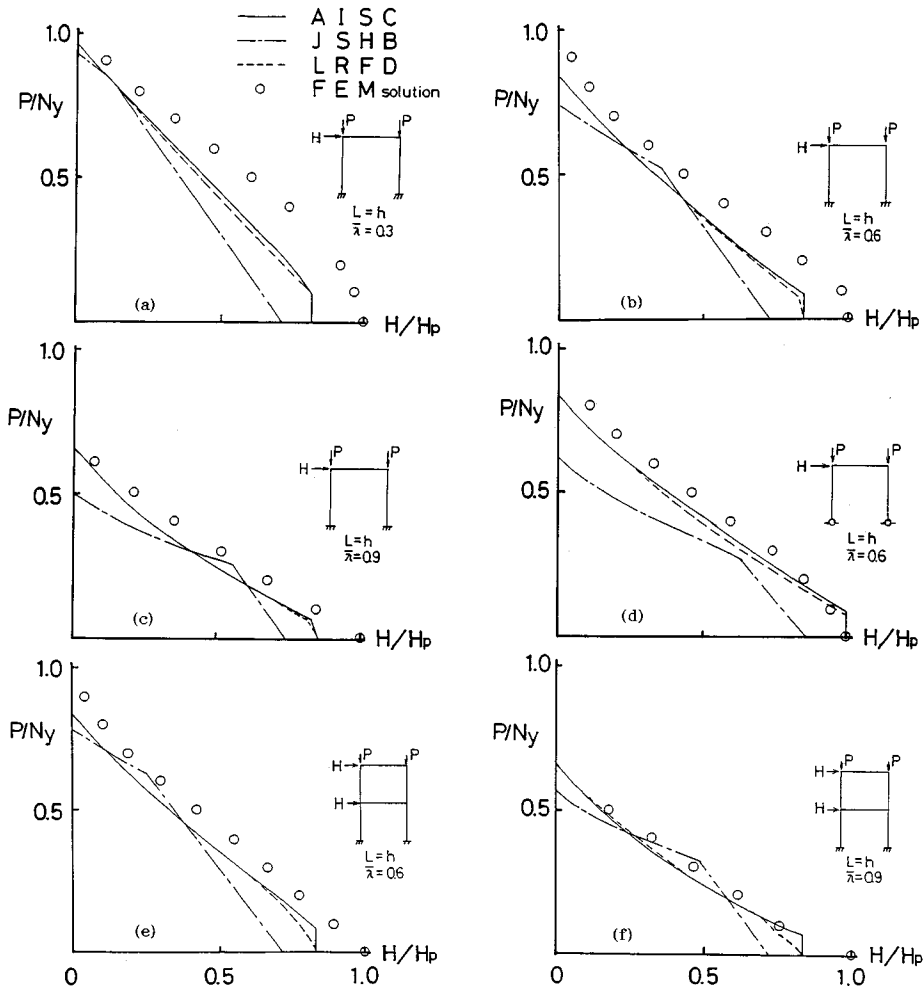


Fig. 3 Comparison of Interaction Curves - Effective Length Method.

$M_y$ にとらざるを得ない。結局、道示の相関式を改善するためには、有効座屈長と等価モーメント修正係数をより適切に評価する必要がある。これについては、次節で触れる。なお、道示の断面強度相関式(6)中の係数  $1/(1-N/N_c)$  は1.0とおいて Fig. 3の結果を求めたが、もしこの係数を考慮に入れると、より安全側の結果を得、有限要素解とはさらに離れた結果になる。

**P-Δ法による結果の比較：**P-Δ法によって計算した結果および有限要素解を、Fig. 4(a)~(f)に示す。ただし、ECCSは、方法1のみを用い、初期部材回転角  $\psi_0$  は標準値1/200を用いた。まず、ECCSの結果を有限要素解と比べてみると、この方法は、全般的に安全側の非常によい設計式になっていることがわかる。鉛直荷重が卓越するときも、有効座屈長を用いず、断面の強度相関式のみを用いているにもかかわらず、骨組の強度をほぼ正しく評価している。これには、初期回転角  $\psi_0$  が重

要な役目を果たしており、これを導入することにより鉛直荷重が卓越するときの強度を低く押えている。さらに、全般的にECCSが他の方法より低めの強度を与える要因として他の方法では考慮されていない、剛性低減係数1.2(式(17)参照)があり、細長比の大きい骨組ほどこの係数が重要になってくる(Fig. 4(c)および(f))。一方、SSRCの方法は、剛性低減係数および初期部材回転角  $\psi_0$  はともに考慮されていないため、全般的にECCSより高い強度を与え、鉛直荷重が卓越するスレンダーなラーメンでは、有限要素解より高い強度を与える危険な設計式となっている。このことは、SSRCガイドの最新版(第4版<sup>5)</sup>)で初めて指摘されており、概略  $N/N_u \leq 0.85$  ( $N_u$ は有効座屈長を用いて計算した中心軸圧縮柱強度)では有効座屈長を用いないP-Δ法が適用できるとしている。この数字はどのようなラーメンについての数値計算から得られたのか、同書に引用され

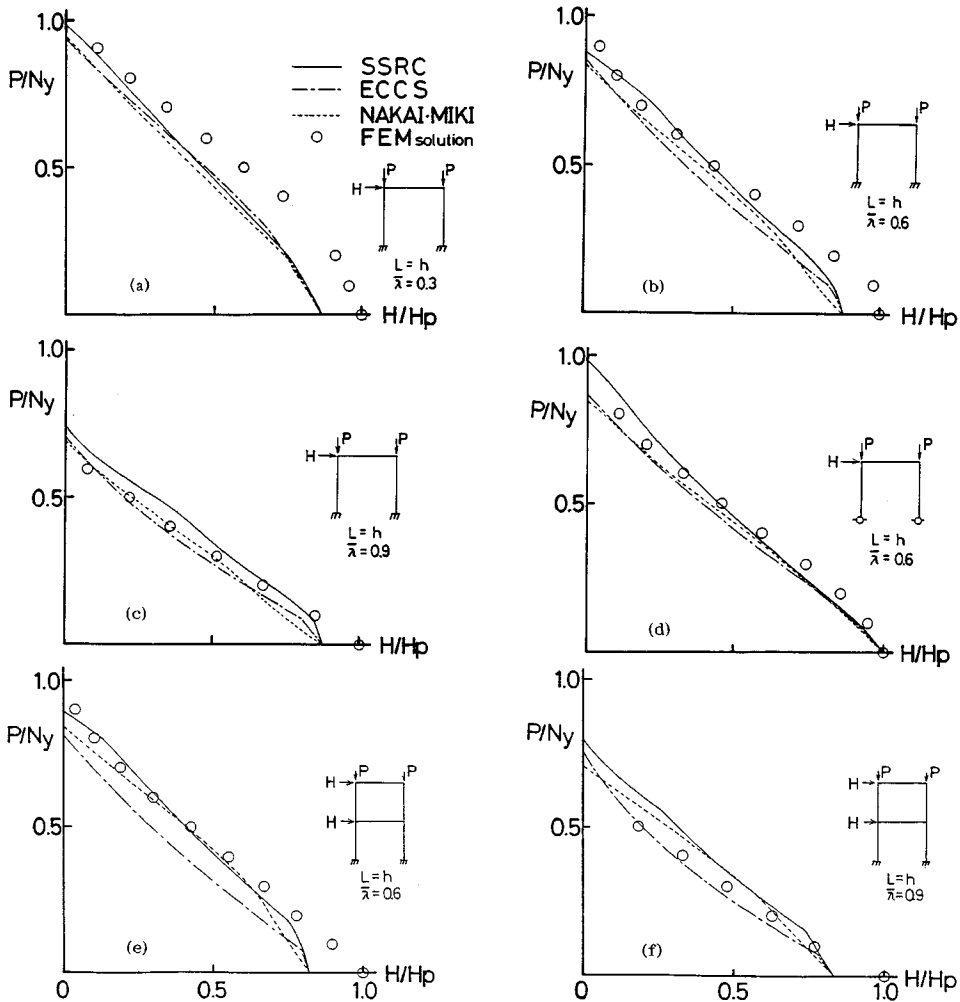


Fig. 4 Comparison of Interaction Curves—P-Δ method.

ている文献が手に入らないので不明であるが、本計算法によれば、 $\bar{\lambda}=0.9$ のような適用例はまれであるが、非常にスレンダーなラーメンでは鉛直荷重の非常に低い領域からすでに  $P-\Delta$  法は危険側の値を与えている。中井・酒造の方法は、1層のラーメンでは、ECCSの方法とほぼ同じような結果を与え、非常によい設計式である。ところが、2層のラーメンになると、この方法はECCSよりかなり大きな強度を与えるようになり、 $\bar{\lambda}=0.9$ では、有限要素解より大きな強度を与えるようになってしまう。この理由は、先に、中井・酒造の方法のところで述べた、ECCSの方法との相違の第1の点に起因する。すなわち、中井・酒造の方法では、床レベル2に作用させるべき水平荷重は、この床レベルには鉛直荷重がないので水平荷重  $H$  そのものであるが、ECCSの方法では、 $H+2P(\phi_1-\phi_2)$  となり、 $\phi_1 > \phi_2$  であるから、ECCSの方法で床レベル2に作用させるべき水平荷重は中井・酒

造の方法の水平荷重より大きくなる。また、床レベル3の水平荷重はほぼ等しいことから、ECCSの方が中井・酒造の方法より小さい強度を与える結果になる。

中井・酒造の方法は、ECCSおよびSSRCの方法と  $P-\Delta$  法に対する考え方に相違があるため、Fig.5に示

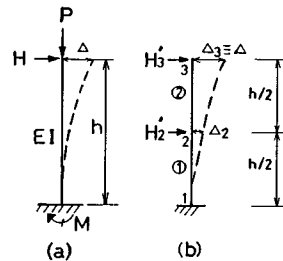


Fig.5 Fixed-Free Column : (a) Given Structure and Loading : (b) Replaced Loading.

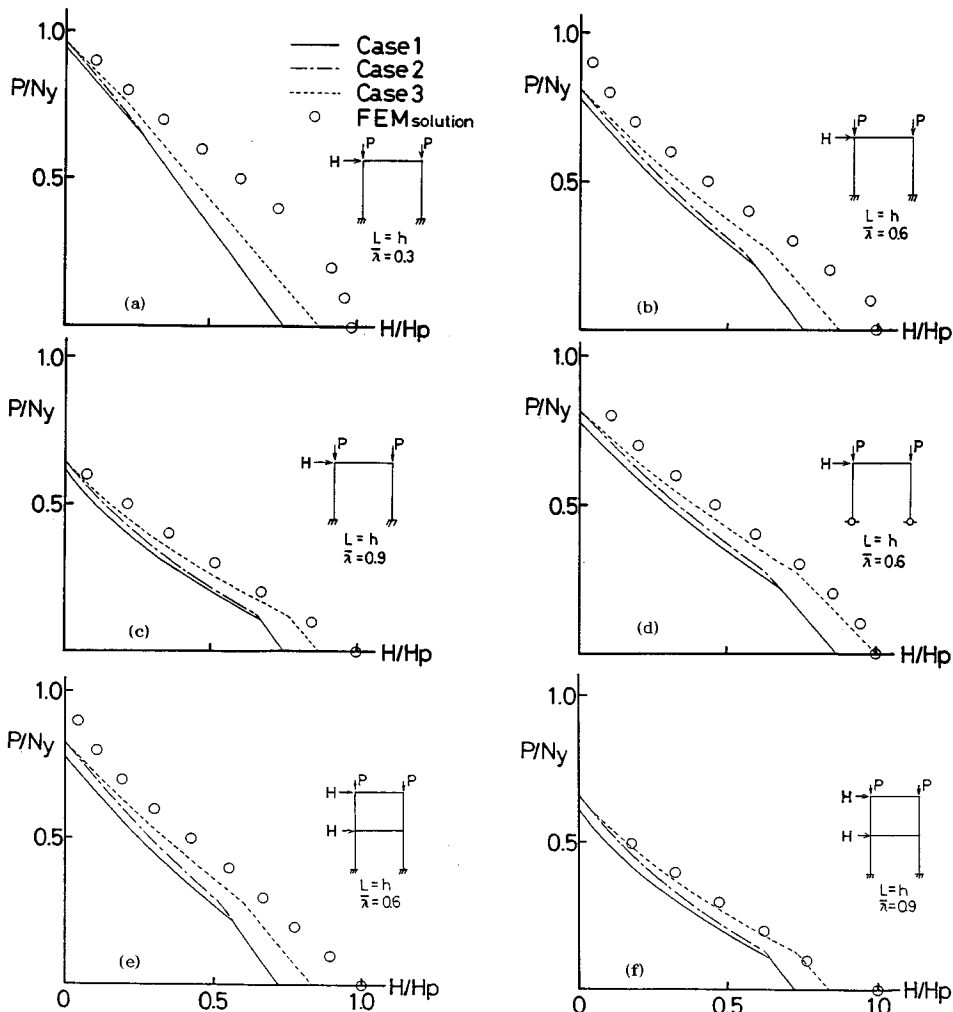


Fig.6 Comparison of Interaction Curves.

す簡単なモデルに対し、中井・酒造の方法とSSRCの方法を適用し、たわみおよび固定端での曲げモーメントの収束値を比較してみる。詳細はAppendix IIに示すが、SSRC（またはECCSで初期部材回転角と剛性低減係数を無視した場合）の $P-\Delta$ 法では、分割数（ラーメンにおける層数に対応する）を多くすれば正解値に近づくが、中井・酒造の $P-\Delta$ 法は、誤差がかえって大きくなる。このことから、中井・酒造の方法は、すべてのラーメン構造物について信頼できる推定値を与えるわけではなく、2層以上のラーメンに対しては、適用にあたっては注意を要する。

#### 4. 道路橋示方書の相関式の改善

前節で述べたように、道示の有効座屈長法は、より厳密な有限要素解に比べ全般的に安全側すぎる場合が多い、しかも、荷重状態によって、安全度に大きなばらつきがみられる。それに反し、AISCの有効座屈長法は、比較的一様な安全度を持ち、設計式としては非常に優れている。そこで、AISCの方法を取り入れ、次のように、道示の方法の改善を行う。

- ① 有効座屈長をAppendix Iの式(A・1)を用いてより厳密に求める。さらに必要ならば、Yuraの方法<sup>4)</sup>による非弾性における有効座屈長を求め、式(5)の $N_u$ および $N_E$ の有効座屈長として用いる。
- ② 式(7)の等価モーメント修正係数 $C_m$ を0.85とする。
- ③ 式(6)左辺第2項の係数 $1-N/N_E$ を1.0と置く。

以上の修正を行って求めたラーメンの耐荷力相関曲線を有限要素解と比較してFig. 6に示す。実線は弾性有効座屈長を用いた場合(ケース1)、一点鎖線は非弾性有効座屈長を用いた場合(ケース2)である。参考のために、式(5)、(6)の降伏曲げモーメント $M_y$ を全塑性曲げモーメント $M_p$ に置き換えた場合(ただし、有効座屈長は非弾性域の値)も求め、点線(ケース3)で示す。なお、式(A・1)による弾性有効座屈長はAISCのノモグラフによる値とほとんど変わらない。また、非弾性有効座屈長の値はTable 2にまとめてある。これらの図より、上述の修正により、いずれのケースも道示の設計式はかなり改善されたと考えられる。この中では、もちろん、ケース3が最も良い設計式となっているが、前述のように、現行の道示では、必ずしも全塑性モーメントに達する断面構成で設計するには規定されていないため、断面の極限曲げモーメントは降伏モーメント $M_y$ にとるのがよいであろう。このような観点からすると、ケース1または2による設計が妥当であるが、ケース1と2の差があまりないことから、ケース1(弾性有効座屈長

法)が簡便さから設計式としてより優れていると考えられる。なお、ケース2による設計方法は、基本的には、本州四国連絡橋吊橋主塔設計要領<sup>2)</sup>に採択されている方法と同一である。

#### 5. 結 言

土木構造物に多用されている側方拘束のない溶接集成箱形断面ラーメン(1層および2層)に鉛直荷重と水平荷重が作用したときの強度を有効座屈長の概念を用いた方法(AISCの方法<sup>3)</sup>、道示の方法<sup>1)</sup>、LRFDの方法<sup>8)</sup>および $P-\Delta$ 法(SSRCの方法<sup>5)</sup>、ECCSの方法<sup>6)</sup>、中井・酒造の方法<sup>7)</sup>によって求め、有限要素法によって計算した、より厳密な値と比較・検討を行った。ただし、ここでは、各部材が等断面で局部座屈の影響がない長方形ラーメンのみを対象としている。さらに、得られた知見をもとに、現行道路橋示方書の改善案を示した。この研究により得られた結論をまとめると以下ようになる。

(1) 各設計法の特徴および設計式をTable 1にまとめて示した。

(2) AISCの方法はLRFDの方法と非常によく似た結果を与え、いずれも、有限要素解に対して荷重条件にかかわらずほぼ一様な安全性を持ち、設計式として非常に優れている。

(3) 道路橋設計示方書(道示)の方法は有限要素解に比べ一般に過度に安全な結果を与え、しかも、安全度も、荷重状態によって一様ではない。

(4) 道示の方法は、有効座屈長の値、等価モーメント修正係数 $C_m$ の値および断面の強度相関式(6)の係数 $1/(1-N/N_E)$ に問題がある。

(5) ECCSの $P-\Delta$ 法は、安全側の非常に良い設計式である。

(6) SSRCの $P-\Delta$ 法は、細長比の大きいラーメンに対しては、有限要素解に比べ危険側の強度を与える。これは、ECCSの方法で考慮されている初期部材回転角および軸力による剛性低下を考慮する係数1.2(式(17)参照)が考慮されていないからである。

(7) 中井・酒造の $P-\Delta$ 法は、全般的に良い設計式であるが、非常にスレンダーな2層のラーメンに対しては、有限要素解に比べ危険側の強度を与える場合がある。

(8) 中井・酒造の方法は、 $P-\Delta$ 効果の導入の考え方に難点があり、適用にあたっては注意を要する場合がある。

(9) 現行の道示の設計式に以下の修正を行えば改善された設計式を得る。①有効座屈長を式(A・1)により、より厳密に求める。② $C_m=0.85$ とする。③式(6)の係数 $1/(1-N/N_E)$ を1.0と置く。

この論文で比較に用いた有限要素解は、残留応力分布



として矩形分布を仮定し、最大圧縮残留応力を降伏応力の50%としたものであり、中心軸圧縮柱(最大初期たわみ=柱の長さ/1000)の耐荷力に関してはECCSの耐荷力曲線のbとcの中間に位置する。

この論文で取り扱ったラーメンは等断面であり、鉛直荷重は柱に作用し、左右の柱はほぼ等しい軸圧縮力を受けている。今後の研究課題として、変断面ラーメンの設計法、左右の鉛直荷重が著しく異なるいわゆる不均等ラーメンの設計法、長方形ラーメン以外のいわゆる異形ラーメンの設計法などの確立がある。

**謝 辞**：大阪市立大学助手 酒造敏広氏とは、P-Δ法に関し種々討議をしていただき、この報文をまとめるに際し、非常に有益な示唆を得た。ここに記して御礼申し上げます。

**Appendix I 非弾性有効座屈長の計算方法**

非弾性域における有効座屈長の計算手順について述べる。基本的にはYuraの方法<sup>4)</sup>と同一である。

① 次式より弾性有効座屈長係数を求める。

$$K = \sqrt{\frac{1.6 + 2.4(\xi_1 + \xi_2) + 1.1 \xi_1 \xi_2}{\xi_1 + \xi_2 + 5.5 \xi_1 \xi_2}} \dots\dots\dots (A.1)$$

ここで、

$$\xi_1 = 1/(1 + G_1), \quad \xi_2 = 1/(1 + G_2) \dots\dots\dots (A.2, 3)$$

Gは拘束係数で、次の関係で示される。

$$G = \frac{\text{柱の剛度の和}}{\text{はりの剛度の和}} = \frac{\sum (I/L)_{\text{column}}}{\sum (I/L)_{\text{beam}}} \dots\dots\dots (A.4)$$

ただし、式(A.2)、(A.3)のGの添字t、bは柱の上端、下端を表わす。

② Kより柱の細長比パラメーターλ〔式(23)〕を求め、中心軸圧縮強度 $N_u/N_y$ を求める。

③ オイラー座屈荷重 $N_E/N_y = 1/\lambda^2$ を求める。

④ 修正拘束係数G'を次式より求める。

$$G' = G \cdot (N_u/N_E) \dots\dots\dots (A.5)$$

⑤ 式(A.5)のG'を式(A.2)、(A.3)のGとして非弾性有効座屈長係数K'を求める。

⑥ 弾性有効座屈長KをK'に置き換えて②以下の操作を行い、有効座屈長が収束するまで上の操作を繰り返す。非弾性有効座屈長は、通常、1回程度の繰り返しで実用的な範囲で収束値が得られる。なお、式(A.1)は、AISCのノモグラフの解<sup>3)</sup>の近似式<sup>13)</sup>であるが、精度は非常によく、Gが0から100の間で誤差は1%以内である。

**Appendix II 単一柱のP-Δモーメントの計算**

Fig.5に示す1端固定他端自由の柱(曲げ剛度EI、

長さh)の軸力による付加的モーメント(P-Δモーメント)および柱頂部のたわみをSSRCおよび中井・酒造のP-Δ法の考え方をを用いて求めてみる。前述のように、中井・酒造の方法では、床レベルに鉛直荷重が作用していなければ、その直下の層のP-Δ効果は考慮しなくてもよいとしているが、この考え方の妥当性について調べるのが本Appendixの目的である。

Fig.5の柱の中間に節点を設けないときは、両者の方法の考え方は同じ(ただし、式に多少の相違がある)であるので、同図(b)に示すように、柱の中間点に節点を設けた場合について考える。部材①、②は、ラーメン構造物の第1、第2層の1つのモデルと考えられる。

SSRCの方法：節点2、3に作用させるべき換算水平力 $H'_2, H'_3$ は、式(15)、(16)より、

$$\left. \begin{aligned} H'_2 &= H_2 + V_1 - V_2 = P(\phi_1 - \phi_2) \\ H'_3 &= H_3 + V_2 = H + P\phi_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.6)$$

これらの水平力による節点2、3の水平変位 $\Delta_2, \Delta_3$ は、弾性1次理論により、

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{aligned} \right\} = \frac{h^3}{48EI} \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 16 \end{bmatrix} \cdot \left\{ \begin{aligned} H'_2 \\ H'_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.7)$$

式(A.6)を(A.7)に代入した $\Delta_2, \Delta_3$ の式を、幾何学的な関係式

$$2\Delta_2/h = \phi_1, \quad 2(\Delta_3 - \Delta_2)/h = \phi_2 \dots\dots\dots (A.8)$$

の左辺に代入し、それらの式を $\phi_1, \phi_2$ について解き、さらにその結果を式(A.6)、(A.7)に代入すれば柱頂の水平変位 $\Delta \equiv \Delta_3$ が次式のように求められる。

$$\Delta = \frac{Hh^3}{3EI} \cdot \left( \frac{1 - 0.09\beta}{1 - 1.028\beta + 0.074\beta^2} \right) \dots\dots\dots (A.9)$$

ここで、

$$\beta = P/N_E \dots\dots\dots (A.10)$$

であり、 $N_E$ は有効座屈長係数 $K=2$ を用いて表わした柱のオイラー座屈荷重である。固定端の曲げモーメントMは、 $M = Hh + P\Delta$ より次式で表わされる。

$$M = Hh \cdot \left( \frac{1 - 0.206\beta}{1 - 1.028\beta + 0.074\beta^2} \right) \dots\dots\dots (A.11)$$

式(A.9)、(A.11)の右辺の( )の係数がP-Δ効果による増幅係数である。

中井・酒造の方法：中井・酒造の方法では、式(22)を適用する際、各層の柱の有効座屈長 $N_E$ をAISCのノモグラフから求めなければならないが、この例題の部材②はノモグラフの適用範囲外で有効座屈長を求めることができない。したがって、換算水平力はSSRCと同じ方法で求める。この例題では、節点2には鉛直荷重および水平荷重がともに作用していないので、この方法では、式(A.6)において、 $H'_2=0.0$ となる。他の式はSSRCの方法と同じであるから、結果として次式を得る。

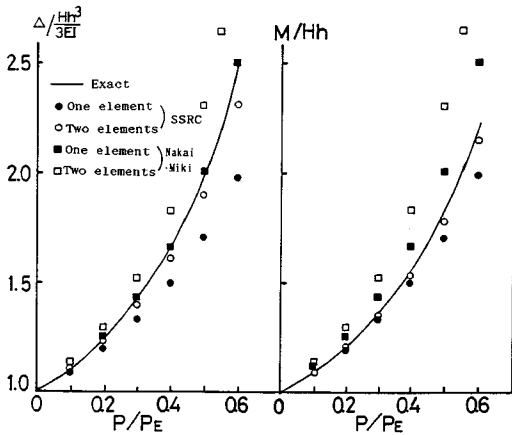


Fig. 7 Comparison of SSRC and Nakai・Miki's  $P-\Delta$  methods.

$$\Delta = \frac{Hh^3}{3EI} \cdot \left( \frac{1}{1-1.131\beta} \right) \dots\dots\dots (A.12)$$

$$M = Hh \cdot \left( \frac{1}{1-1.131\beta} \right) \dots\dots\dots (A.13)$$

数値計算結果：Fig. 7に、 $\Delta$ と $M$ に対する $P-\Delta$ 効果による増幅係数〔式(A.9), (A.11)~(A.13)の( )の内の式〕を厳密解<sup>14)</sup>と比較したものを示す。同図中には、柱中間に節点を設けない1部材に対する増幅係数もプロットしてある。この場合の増幅係数は2部材の場合と同じ方法により簡単に求めることができる。中井・酒造の方法では、1部材の場合に対してはAISCのノモグラフが利用できる。いずれの方法でも、たわみ $\Delta$ 、曲げモーメント $M$ に対する増幅係数は同一となり次式で表わされる。

$$\text{SSRC} : 1/(1-0.823\beta) \dots\dots\dots (A.14)$$

$$\text{中井・酒造} : 1/(1-\beta) \dots\dots\dots (A.15)$$

図からわかるように、SSRCの方法では、中間に節点を設けることにより厳密解に近い解が得られる。それに反し、中井・酒造の方法では、厳密解からむしろ離れた解を得るようになる。これは明らかに、節点2における換算水平力 $H_2$ を無視したことの影響である。このこ

とより、1層ラーメンでは中井・酒造の方法は十分精度の良い解を得るものの、2層以上のラーメンに対しては、鉛直荷重が大きくなると誤差が大きくなると考えられる。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1980年2月。
- 2) 土木学会：本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書，別冊1主塔設計方法に関する研究，1980年3月。
- 3) AISC：Specifications for the Design, Fabrication, and Erection of Structural Steel for Buildings, Nov., 1978.
- 4) Yura, J. A. : Effective Length of Columns in Unbraced Frames, AISC Engineering Journal, Vol. 8, No. 2, April 1971.
- 5) Galambos, T. V. ed. : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 4th. ed., John Wiley & Sons, 1988.
- 6) Vogel, U. : Recent ECCS-Developments for Simplified Second-Order Elastic and Elastic-Plastic Analysis of Sway Frames, Stability of Metal Structures, Final Report, Paris, 1983.
- 7) 中井 博・酒造敏広・大垣賀津雄：鋼薄肉ラーメン構造物の限界強度の近似計算法，土木学会論文集，第380号，1987年4月。
- 8) AISC：Load and Resistance Factor Design Specifications for Structural Steel Buildings, Nov., 1986.
- 9) McGuire, W. : Steel Structures, Prentice-Hall, 1968.
- 10) 宇佐美勉・土屋信洋・福本誘士：鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究，土木学会論文集，No. 362/I-4, 1985年10月。
- 11) Chen, W.F. and Liu, E.M. : Columns with End Restraint and Bending in Load and Resistance Design Factor, Engineering Journal, AISC, 1985.
- 12) 宇佐美勉・寺尾圭史：局部座屈を考慮した箱形断面鋼骨組構造物の強度，土木学会論文集，No. 398/I-10, 1988年10月。
- 13) Ballio, G. and Mazzolani, F. : Theory and Design of Steel Structures, Chapman and Hall, 1979.
- 14) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, 1961.

(1988.9.12・受付)