

コンクリート中における内部振動機の振動の伝播特性

PROPAGATION CHARACTERISTICS OF VIBRATION IN FRESH CONCRETE FROM INTERNAL VIBRATOR

岩崎訓明*・坂本信義**

By Noriaki IWASAKI and Nobuyoshi SAKAMOTO

This paper describes analyses and tests on characteristics of the vibration which propagates in fresh concrete from internal vibrator.

That equation which generally expresses the displacement or acceleration of vibration was obtained from theoretical considerations of the mechanisms of the vibrator. This equation indicated that the waves might expand with a swirl front. Experimental results coincided with the theory. Then, the factors relating to the reduction of the amplitude were discussed. Further, a twin type vibrator made up of two vibrating heads with the eccentric weight axes rotating reversely at the same speed was analysed. The calculated contour line of amplitude showed a shape like a figure of eight. Actually, it was observed in the tests. From the whole results, the equation was concluded to be valid in the case that the interference should occur.

Keywords : internal vibrator, propagation of vibration, wave function

1. 序論

(1) 本研究の目的

從来から、振動機の締固め効果に関する研究は数多く行われており、内部振動機についても、振動機の周波数、振動時間、コンクリートの性質などの要因と締固め有効範囲との関連性^{1)~7)}が研究されている。しかし、振動締固めに關係する影響要因が非常に多いため、個々の研究結果は一定条件下における資料として重要ではあっても、これらを相互に関連づけたり、統合したりすることは難しい。ACIで定期的にまとめている委員会報告^{8),9)}においても、数値化した施工指針を示すに至らず、大部分が研究成果の紹介にとどまっているのは、このためであると考えられる。

このような現状にあって最も必要とされるものは振動締固めの理論的基盤であり、それは①振動機の性能に関する理論、②振動機からコンクリート中への振動の伝播に関する理論、③振動を受けるコンクリートの挙動に関する理論、に大別される。本研究はそのうちの②について基本的な法則を見出し、今後の実験研究における結果

の解析に役立てようとするものである。

(2) フレッシュコンクリート中の振動の伝播に関する既往の研究と問題点

内部振動機からコンクリート中に伝播する振動に関して Forssblad らは、彼の総説¹⁰⁾の中で次の Dessooff の式を紹介している。

$$s_2 = s_1 \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} e^{-\frac{\Omega}{2}(R_2 - R_1)} \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに、 s_2 , s_1 ：振動機の中心線からの距離 R_1 , R_2 における振幅、 Ω ：制動係数

そして、Forssblad 自身は内部振動機からの圧縮波はコンクリート中に同心円状に分布するとし¹¹⁾、ACI 309 委員会でも 1981 年の委員会報告⁸⁾に内部振動機の原理としてこれを引用している。Bergstrom¹²⁾はコンクリート中の圧力振幅と変位振幅を測定し、振動機からの距離によるこれらの変化がきわめて類似していることを認めている。神山ら¹³⁾は振動圧を測定し、その結果から振動加速度について

$$Y = \frac{129}{\sqrt{X}} e^{-0.017X} \quad (\text{普通コンクリート}) \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$Y = \frac{175}{\sqrt{X}} e^{-0.027X} \quad (\text{軽量コンクリート}) \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

ここに、 X ：振動機表面からの距離 (cm), Y ：加速度

* 正会員 工博 東洋大学教授 工学部土木工学科
(〒350 川越市鰐井中野台 2100)

** 正会員 工修 東洋大学助教授 工学部土木工学科 (同上)

比、を得、村田ら¹³⁾は加速度の推定式として

$$\alpha = a_0 \exp(-\beta x) \sin \omega(t - x/c) \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、 α ：距離 x における加速度、 a_0 ：振源での加速度、 β ：減衰係数、 c ：波速、を示している。

しかし、これらの研究成果は主として伝播距離による振動の減衰状態だけを表現するものであって振動の本質を表わすパラメーターに欠けるところがあるため、型枠や鉄筋による反射波の影響については全く情報をもたらさない。振動機から伝播する振動が同心円状であるか否かについての実証的な研究もなされていないのが現状である。

(3) 本研究の概要

本研究は、コンクリート中を伝播する波動を表わす関数を理論的に導き、各種の実験を行ってこの関数の妥当性と適用性を検証したものである。すなわち、まず、振動機の振動発生機構と伝播中におけるエネルギー密度の減衰特性に基づいて波動関数を得、この関数に含まれる波速および周波数、波面形状ならびに加速度振幅の減衰性状について二次元的な実験を行って、波動関数の妥当性を検討した。さらに、振動軸の回転方向が逆向きでそれ以外の特性が等しい 2 本の振動筒から発生する振動の合成波が 8 字形の等振幅線をもつことを波動関数から予測し、これを目視実験で確認した。最後に、この関数を用いて型枠による反射の影響の計算式を得て、今後における実験結果の解析の手がかりとした。

2. 内部振動機から二次元的に伝播する波動を表わす関数

内部振動機の起振方式には大別して偏心重錘軸を回転させるものと、振動筒の先端の内側に内接して振子軸を転がらせるものとがあり、いずれも軸の重心の円運動により振動を発生させる。Fig. 1 は偏心重錘式振動機の構造を模式的に示したものである。

このような振動機による振動を解析するため、コンクリート中に鉛直に挿入した振動機の静止状態における回転軸の中心を原点として Fig. 2 のように座標軸をとり、水平方向への波動の伝播を考える。

重錘軸の重心が x 軸となす角を ϕ (反時計回りを正) とし、重心が x 軸上の正の位置にきたある瞬間を時間の原点にとって、現在の時刻が $t(s)$ であるとすると、点 P に到達している波面が振動筒表面 P_0 から放射された時刻 $t_s(s)$ は

$$t_s = t - l/c \dots \dots \dots \quad (5)$$

ここに、 l ：振動筒表面から点 P までの距離 (cm)、 c ：波速 (cm/s)、であり、そのとき重心が x 軸となっていた角 ϕ は

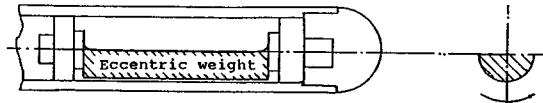


Fig. 1 Sketch of the vibrating part of an eccentric weight type internal vibrator.

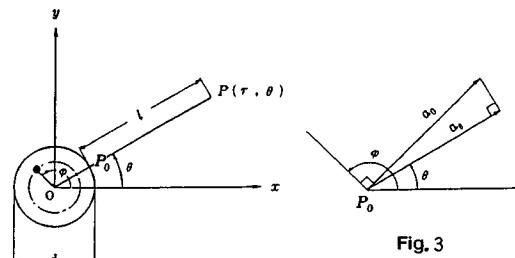


Fig. 2

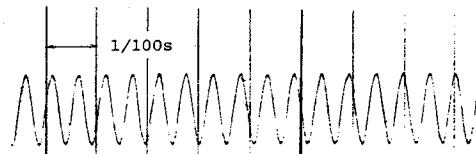


Fig. 3

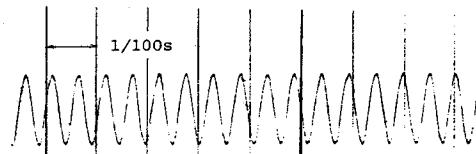


Fig. 4 Vibration of the internal vibrator inserted in fresh concrete.

$$\varphi = \omega t_s = \omega \left[t - \frac{1}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) \right] \dots \dots \dots \quad (6)$$

ここで、 ω ：重錘軸の角速度 (s^{-1})、 r ：原点からの距離、 d ：振動筒の直径 (cm)、である。

振動筒の変位が最大となる方向は重心の方向より $\pi/2$ だけ遅れるから、振動筒表面におけるコンクリートの変位振幅を a_0 とすると、その θ 方向成分 a_θ は Fig. 3 を参照して

$$a_\theta = a_0 \cos \left(\phi - \theta - \frac{\pi}{2} \right) \\ = a_0 \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta \right] \dots \dots \dots \quad (7)$$

となる。

次に、原点 O を中心とする半径 r 、単位高さの円筒面を通過するエネルギーの 1 周期の総和は、伝播中に吸収がないとすれば、振動筒表面において単位厚さのコンクリートに伝達されるエネルギーの 1 周期の総和に等しいこと、およびエネルギーが変位の 2 乗に比例することから、円筒面における変位振幅 a_r と $r=d/2$ における変位振幅 a_θ の比は $\sqrt{d/2r}$ である。

さらに、粘性による吸収が伝播距離に対して指数関数的^{10), 12), 13)}であることを考慮すると、 P における振動は

$$a_{re} = a_0 \sqrt{\frac{d}{2r}} e^{-s(r-\frac{d}{2})} \sin \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta \right\}$$

$$= a_0 \sqrt{\frac{d}{2r}} e^{-\beta(r-\frac{d}{2})} \sin \left[2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta \right] \quad (8)$$

ここに、 β ：減衰定数 (cm^{-1})、 f ：周波数 ($= \omega/2\pi$, Hz)

となる。また、Pにおける振動加速度を a とすると

$$\begin{aligned} a &= \frac{\partial^2 a_{re}}{\partial t^2} = -a_{re}\omega^2 \\ &= -a_0 \sqrt{\frac{d}{2r}} e^{-\beta(r-\frac{d}{2})} \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta \right] \end{aligned} \quad (9)$$

ここに、 a_0 : $r=d/2$ における加速度振幅 ($= a_0\omega^2$)

そこで、加速度については時間の原点を回転軸の重心がx軸上の負の位置にきた瞬間にとり、その場合の加速度および振動筒表面の位置におけるコンクリートの加速度振幅をそれぞれ a_{re} 、および a_0 とおけば、式(9)は式(8)に全く一致することになる。

3. コンクリート中を伝播する波動の波速と周波数

(1) 波速と周波数についての実験の概要

Table 1 Properties of concrete.

Concrete	Slump (cm)	Air (%)	W/C (%)	s/a (%)	W (kg)	Max size (mm)
Plain	5.0	2.0	55.0	46.0	166.0	20
AE	5.0	7.0	43.5	43.5	135.0	

Table 2 Experimental results of frequency and wave velocity.

Concrete			Plain					AE				
Test No.	Measured point	Distance from the Pt.4(cm)	Peak time (s)	Time lag (ms)	Velocity between Pt.4(m/s)	Period of 20 peaks (s)	Frequency (Hz)	Peak time (s)	Time lag (ms)	Velocity between Pt.4(m/s)	Period of 20 peaks (s)	Frequency (Hz)
1	4	0	0.7800	0	-	0.1012	197.6	0.8400	0	-	0.1036	193.1
	5	5	0.7809	0.9	55.6	0.1013	197.4	0.8422	2.1	23.8	0.1035	193.2
	6	15	0.7815	1.5	100.0	0.1013	197.4	0.8456	5.6	26.8	0.1039	192.5
	7	25	0.7850	5.0	50.0	0.1012	197.6	0.8500	10.0	25.0	0.1032	193.8
2	4	0	5.6800	0	-	0.1011	197.8	5.6100	0	-	0.1052	190.1
	5	5	5.6813	1.3	38.5	0.1011	197.8	5.6122	2.2	22.7	0.1056	189.4
	6	15	5.6832	3.2	46.9	0.1011	197.8	5.6158	5.8	25.9	0.1058	189.0
	7	25	5.6855	5.5	45.5	0.1010	198.0	5.6200	10.0	25.0	0.1057	189.2
3	4	0	10.4300	0	-	0.1005	199.0	10.7100	0	-	0.1053	189.9
	5	5	10.4309	0.9	55.6	0.1005	199.0	10.7122	2.2	22.7	0.1058	189.0
	6	15	10.4330	3.0	50.0	0.1005	199.0	10.7157	5.7	26.3	0.1058	189.0
	7	25	10.4350	5.0	50.0	0.1006	198.8	10.7198	9.8	25.5	0.1052	190.1
4	4	0	15.5530	0	-	0.1007	198.6	15.5200	0	-	0.1050	190.5
	5	5	15.5540	1.0	50.0	0.1007	198.6	15.5216	1.6	31.3	0.1050	190.5
	6	15	15.5561	3.1	48.4	0.1006	198.8	15.5255	5.5	27.3	0.1050	190.5
	7	25	15.5580	5.0	50.0	0.1006	198.8	15.5289	8.9	28.1	0.1050	190.5
5	4	0	20.8000	0	-	0.1003	199.4	20.5800	0	-	0.1050	190.5
	5	5	20.8010	1.0	50.0	0.1003	199.4	*	-	-	*	-
	6	15	20.8030	3.0	50.0	0.1005	199.0	20.5856	5.6	26.8	0.1052	190.1
	7	25	20.8050	5.0	50.0	0.1005	199.0	20.5890	9.0	27.8	0.1050	190.5
6	4	0	25.7590	0	-	0.1000	200.0	25.5500	0	-	0.1050	190.5
	5	5	25.7600	1.0	50.0	0.1005	199.0	*	-	-	*	-
	6	15	25.7620	3.0	50.0	0.1005	199.0	25.5558	5.8	25.9	0.1047	191.0
	7	25	25.7640	5.0	50.0	0.1005	199.0	25.5591	9.1	27.5	0.1047	191.0
7	4	0	30.7000	0	-	0.1009	198.2	30.5300	0	-	0.1042	191.9
	5	5	30.7009	0.9	55.6	0.1009	198.2	*	-	-	*	-
	6	15	30.7031	3.1	48.4	0.1010	198.0	30.5355	5.5	27.3	0.1047	191.0
	7	25	30.7051	5.1	49.0	0.1011	197.8	30.5390	9.0	27.8	0.1043	191.8

* Impossible to obtain the accurate readings because of the disturbed peaks

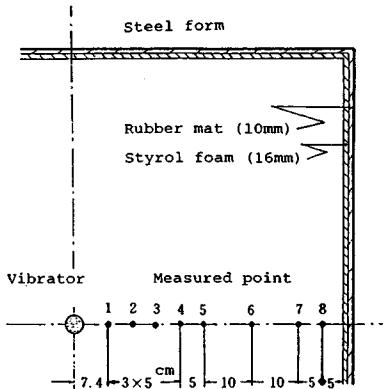


Fig.5 Slab form used in the experiments and the points where the accelerations were measured.

12 000 vpm (200 Hz) に設定して行った。Fig. 4 は測定範囲 200 G の加速度計を直接振動筒に取り付けて、コンクリート中での作動時の波形を記録したものである。

コンクリート中の加速度の記録は、振動機挿入直後から 30 秒後まで、5 秒間隔で 7 回とし、それぞれについて加速度の波形のピーク時刻と、20 ピークが通過するのに要した時間を記録紙上で読み取った。なお、記録紙の送り速度は 100 cm/s であって、Fig. 6 は記録された波形の例である。

(2) 実験結果と考察

Table 2 に測定結果と波速および周波数の計算結果を示す。Fig. 6 において測点 1~2 の間における高周波成分の減衰は認められるものの、基本周波数についてはこの表に明らかなように、振動時間および測点によってほとんど変化していない。すなわち、フレッシュコンクリート中を伝播する波動の周波数は振動機の振動数に等しいとみなせる⁷⁾ことが確認された。

次に、測点 4 を起点として測点 5, 6, 7 までの波速を求めた結果は測定 No. 1 の測点 6 の値を除くと、38.5~55.6 m/s であり、平均値は 49.7 m/s であった。なお、測点 1~3 は振動機に近いため、締固めの進行によって均質性が失われるおそれがあり、特に測点 1 では振動機が直接粗骨材に触れて生じる 2 次的な振動の影響も受けやすい（モルタルについての実験では測点 1 も整った正弦波形となった）こと、測点 8 は振動機から遠いため検出される加速度の値が小さく、ピークも鈍くなること、等を考慮して測点 4~7 を用いることとした。この測定結果の変動係数は 7.5 % であった。

AE コンクリートについては直径 120 cm の円形型枠で同様の実験を行った。AE コンクリートの場合には普通コンクリートよりも加速度振幅が大きく、ピーク時刻の読み取りが困難な測点もあったが⁸⁾、周波数は普通コンクリートと同様に振動時間による変化は少なく、測点間での差も非常に小さかった。

一方、波速は平均値として 26.3 m/s (変動係数 7.9 %) が得られたが、これは普通コンクリートと比較してかなり小さい。

気体と液体の混合物中を伝播する縦波の波速の式をコンクリートの場合に当てはめると

$$c = \sqrt{\frac{1}{A(1-A)} \cdot \frac{K_A}{\rho}} \quad (10)$$

ここに、 A ：空気量（体積比）、 ρ ：空気を含まないコンクリートの密度 (g/cm³)、 K_A ：空気の体積弾性率 (= 1.43 × 10⁶ dyn/cm²)、となる。

$\rho = 2.43 \text{ g/cm}^3$ としてこの式から算出した波速は空気量が 2.0 % のとき 54.8 m/s、7.0 % のとき 30.1 m/s であって、実験結果はこれらの値にかなり近い。したがつ

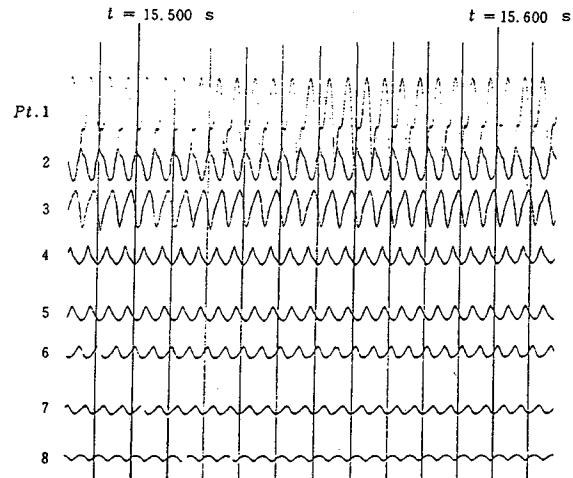


Fig. 6 Typical waves recorded by an oscilloscope.

て、式 (10) はフレッシュコンクリート中を伝播する波速の推定式として有用であると考えられる。

4. 内部振動機からコンクリート中に伝播する波動の波面

(1) 波動関数が示す波面の形状

式 (8) で表わされる波動がコンクリート中を伝播するものとして、その波面の形状を調べた。波面は、ある時刻における振動の位相が等しい点の軌跡であるので、振動加速度がその点の最大値となる点を求める

$$\sin \left[2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta \right] = 1 \quad (11)$$

より r と θ (θ は一般角) との関係を表わす次式が得られる。

$$r = \frac{d}{2} + c t - \frac{c}{2\pi f} \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \quad (12)$$

$d = 4 \text{ cm}$, $c = 5000 \text{ cm/s}$, $f = 200 \text{ Hz}$ として、 $t = 0.02 \text{ s}$ における θ と r との関係は

$$r = 95.8 - 12.5 \theta / \pi$$

で、Fig. 7 は $r \geq d/2$ の範囲でこれを図示したものである。そして、式 (11) の左辺は

$$\begin{aligned} & \sin \left[2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta \right] \\ &= \sin \left[2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} \left(r - \frac{d}{2} + \frac{c}{f} \right) - \theta + 2\pi \right] \\ &= \sin \left[2\pi f t - \frac{2\pi f}{c} \left(r - \frac{d}{2} + \frac{c}{f} \right) - \theta \right] \end{aligned}$$

と変形できるから、波面の間隔は c/f である。

(2) 波面に関する実験と考察

コンクリート中を伝播する波動の波面が実際に Fig. 7 のようになっているか否かを確かめるために、Fig. 8 に示すように、振動機を中心として同一円周上の 7 点にお

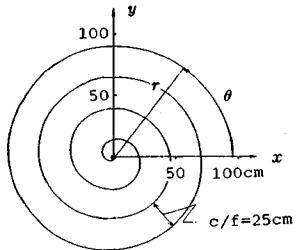


Fig. 7 Calculated wave front propagating from the vibrator.

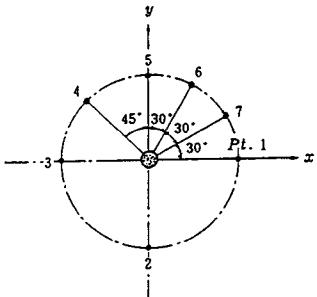


Fig. 8 Measured points all on one circle.

いて加速度の変化を測定する実験を行った。

Table 3 に測点の半径を 15 cm および 25 cm とした 2 回の実験結果を示す（コンクリートは AE）。

測点は振動機から等距離にあるから、加速度のピーク時刻に差が生じるとすれば、それは伝播方向による波速の差と重錐軸の回転運動に起因する。そこで、方向による波速の差がないものとして、回転運動だけによる時間差を求めるとき式となる。

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\Delta\theta}{2\pi f} \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

実測した周波数 f と測点 1～各測点間の角度差から式 (13) によって理論上の時間差を求め、実験結果と比較検討した。Table 3 は結果の一覧表である。

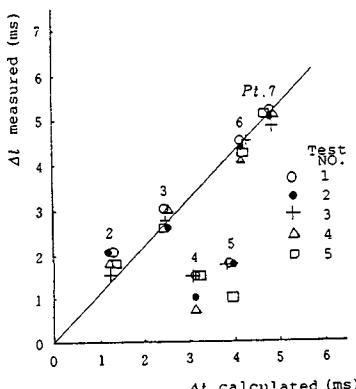


Fig. 9 Comparison of the peak time lags obtained by experiments and theory.

Table 3 Differences in peak time at the points on one circle.

No.	pt	r (cm)	θ	15			25		
				Peak time (ms)	Time lag (ms)	Frequency (Hz)	Peak time (ms)	Time lag (ms)	Frequency (Hz)
1	1	0	0	0.7000	0	—	0.5100	0	—
	2	$-\pi/2$	0.7030	2.0	1.27	0.5113	1.3	1.28	2.57
	3	$-\pi$	0.7030	0	2.54	0.5128	2.8	3.21	3.85
	4	$-5\pi/4$	0.7015	1.5	3.17	0.5110	1.0	194.9	4.28
	5	$-3\pi/2$	0.7018	1.8	3.80	0.5115	1.5	—	4.70
	6	$-5\pi/3$	0.7045	4.5	4.23	0.5148	4.8	—	—
	7	$-11\pi/6$	0.7052	5.2	4.65	0.5159	5.9	—	—
2	1	0	0.9800	0	—	0.6900	—	—	0
	2	$-\pi/2$	0.9816	1.6	1.27	0.6914	1.4	1.29	2.58
	3	$-\pi$	0.9828	2.8	2.54	0.6929	2.9	3.22	3.87
	4	$-5\pi/4$	0.9814	1.5	3.18	0.6914	1.5	194.0	4.30
	5	$-3\pi/2$	0.9818	1.8	3.80	0.6915	4.9	—	4.73
	6	$-5\pi/3$	0.9845	4.5	4.24	0.6949	4.9	—	—
	7	$-11\pi/6$	0.9850	5.0	4.66	0.6960	6.0	—	—
3	1	0	5.4900	0	—	5.4700	0	—	0
	2	$-\pi/2$	5.4918	1.8	1.30	5.4720	2.0	1.31	2.63
	3	$-\pi$	5.4930	3.0	2.61	5.4732	3.0	2.65	3.94
	4	$-5\pi/4$	5.4907	0.7	3.25	5.4732	1.2	190.3	4.38
	5	$-3\pi/2$	*	—	3.90	5.4713	1.3	—	4.82
	6	$-5\pi/3$	5.4940	4.0	4.33	5.4748	4.8	—	—
	7	$-11\pi/6$	5.4952	5.2	4.77	5.4759	5.9	—	—
4	1	0	10.7300	0	—	10.53	0	—	0
	2	$-\pi/2$	10.7318	1.8	1.30	10.5317	1.7	1.31	2.61
	3	$-\pi$	10.7326	2.6	2.61	10.5324	2.4	2.62	3.97
	4	$-5\pi/4$	10.7316	1.6	3.27	10.5308	0.8	191.4	4.32
	5	$-3\pi/2$	—	—	3.95	10.5309	1.2	—	4.35
	6	$-5\pi/3$	10.7342	4.2	4.37	10.5341	4.1	—	4.79
	7	$-11\pi/6$	10.7352	5.2	4.79	10.5351	5.1	—	—
5	1	0	15.1000	0	—	15.5400	0	—	0
	2	$-\pi/2$	15.1020	2.0	1.31	15.5424	2.4	1.31	2.62
	3	$-\pi$	15.1026	2.6	2.62	15.5420	3.0	2.62	3.98
	4	$-5\pi/4$	15.1018	1.0	3.25	15.5412	1.7	190.7	4.32
	5	$-3\pi/2$	15.1030	1.0	3.92	15.5412	1.2	—	4.37
	6	$-5\pi/3$	15.1044	4.4	4.37	15.5442	4.2	—	4.81
	7	$-11\pi/6$	15.1051	5.1	4.81	15.5452	5.2	—	—
Ave	1	0	/	0	—	—	—	—	—
	2	$-\pi/2$	/	1.84	0	1.29	—	1.76	1.30
	3	$-\pi$	/	2.80	2.25	2.48	2.02	2.60	3.25
	4	$-5\pi/4$	/	1.53	1.87	1.92	1.16	1.28	1.28
	5	$-3\pi/2$	/	4.32	4.30	4.56	4.56	4.56	4.34
	6	$-5\pi/3$	/	5.14	4.74	5.62	5.62	5.62	4.77

* Impossible to obtain the accurate readings because of the disturbed peaks

Table 4 Positions of the peak at the identical time.

θ	Experiment		Theory	
	Δt (s)	r (cm)	Δt (s)	r (cm)
0	0	1.5	0	1.5
$-\pi/2$	0.00184	1.01	0.00129	1.16
$-\pi$	0.00280	7.5	0.00258	8.1
$-5\pi/4$	0.00126	11.6	0.00323	6.4
$-3\pi/2$	0.00153	10.9	0.00387	4.7
$-5\pi/3$	0.00432	3.3	0.00430	3.5
$-11\pi/6$	0.00514	1.3	0.00474	2.4
0	0	2.5	0	2.5
$-\pi/2$	0.00176	20.3	0.00130	21.5
$-\pi$	0.00282	17.5	0.00260	18.1
$-5\pi/4$	0.00116	21.9	0.00325	16.3
$-3\pi/2$	0.00128	21.6	0.00390	14.6
$-5\pi/3$	0.00456	12.8	0.00434	13.4
$-11\pi/6$	0.00562	10.8	0.00477	12.5

Fig. 9 は $r=15$ cm の場合についてピーク時刻の差の理論値と実験値の関係を図示したものであって、測点 4 と測点 5 の実験値が著しく小さいが、他の 4 点と測点 1 との間の時間差は理論値にかなり近いといえる。なお、測点 4 と測点 5 における測定値のズレは、測定 No. 1～5 と振動時間が経過しても変化せず、また、同一の測定計器を用いて別の試験体で行った $r=25$ cm の実験結果にも共通して生じていることから、これら 2 測点のチャンネルに不具合があったことが可能性として考えられる。

次に、測点 1 におけるピーク時刻において、他の測点ではまだピークに達していないので、原点とこれらの測点とを結ぶ直線上に存在するはずのピークの位置をピーク時刻の差と波速とから、 $r=15 - c\Delta t$ (15 cm の場合)

および $r=25-c\Delta t$ (25 cm の場合) によって求めたものが Table 4 の実験値である。

一方、式(8)によって測点1の加速度のピーク時刻を求めるとき、ピークの条件

$$\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r - \frac{d}{2} \right) - \theta = \frac{\pi}{2} \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

において、 $d = 4 \text{ cm}$, $c = 26.3 \text{ m/s}$ (実測値), $f = 194 \text{ Hz}$ より $\omega = 2\pi f = -388\pi$ (f : 実測値, 負号は重錘軸)

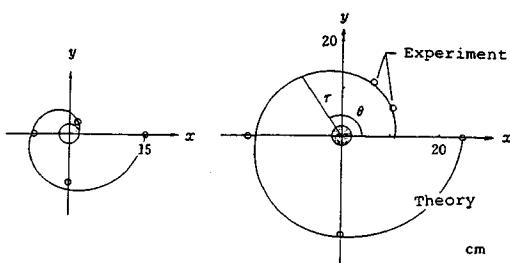


Fig. 10 Correlation between the positions of the peak and the wave front obtained by experiment and theory respectively.

Table 5 Relationship between amplitude of acceleration and distance from the vibrator.

Concrete (s)	<i>t</i>	β	r-d/2 (cm)										$\ln \alpha_0$	β (cm ³)	correl coeff
			5.4	10.4	15.4	20.4	25.4	35.4	45.4	50.4	5.4	10.4	15.4		
Plain	0 $\frac{cm}{u}$	B. 46	2.32	4.64	2.55	2.16	1.53	1.25	1.09	2.817	0.0236	-0.678			
	0 $\frac{in}{u}$	B. 79	1.75	2.62	2.14	2.08	1.89	1.81	1.72						
	5 $\frac{cm}{u}$	6.67	2.50	3.03	1.57	1.37	1.31	0.93	0.87	2.293	0.0184	-0.803			
	5 $\frac{in}{u}$	2.55	1.83	2.18	1.66	1.62	1.73	1.40	1.49						
	10 $\frac{cm}{u}$	6.41	3.21	3.42	1.76	1.58	1.53	1.03	0.87	2.509	0.0218	-0.918			
	10 $\frac{in}{u}$	2.11	1.35	2.15	1.76	1.58	1.53	1.03	0.87						
	15 $\frac{cm}{u}$	6.41	3.57	4.28	2.05	1.76	1.74	1.25	1.07	2.550	0.0188	-0.872			
	15 $\frac{in}{u}$	2.51	2.18	2.54	2.06	1.87	1.72	1.22	1.01	1.49					
	20 $\frac{cm}{u}$	4.36	2.50	3.39	1.96	1.57	1.52	1.25	0.87	2.148	0.0098	-0.662			
	20 $\frac{in}{u}$	1.33	2.30	3.08	1.96	1.76	1.68	1.28	0.87						
AE	25 $\frac{cm}{u}$	4.87	3.21	3.21	1.96	1.57	1.52	1.25	0.87	2.271	0.0134	-0.858			
	25 $\frac{in}{u}$	2.23	2.08	2.25	1.88	1.76	1.68	1.28	0.87						
	30 $\frac{cm}{u}$	5.26	3.57	4.11	2.54	1.76	1.74	1.25	0.87	2.473	0.0166	-0.861			
	30 $\frac{in}{u}$	2.11	2.21	2.16	2.18	1.88	1.74	1.22	0.87						
	Av. $\frac{cm}{u}$	5.06	2.99	3.27	1.96	1.58	1.53	1.10	0.90	2.422	0.0171	-0.871			
	Av. $\frac{in}{u}$	2.46	2.01	2.40	1.99	1.83	1.70	1.10	0.93						
	5.7	10.7	15.7	20.7	25.7	35.7	45.7	50.7							
	0 $\frac{cm}{u}$	15.52	6.43	7.50	4.40	3.60	1.09	0.71	0.73	3.659	0.0502	-0.962			
	0 $\frac{in}{u}$	5.71	2.50	2.60	2.40	2.00	0.55	0.24	0.24						
	5 $\frac{cm}{u}$	16.77	7.36	7.07	4.20	3.60	1.23	0.83	0.84	3.213	0.0216	-0.791			
	5 $\frac{in}{u}$	3.43	3.69	2.99	2.65	2.60	0.83	0.54	0.52						
	10 $\frac{cm}{u}$	11.54	3.57	3.57	2.80	2.40	4.13	1.61	1.79	2.653	0.0091	-0.392			
	10 $\frac{in}{u}$	3.12	2.20	2.16	2.14	2.19	2.89	2.06	2.22						
	15 $\frac{cm}{u}$	8.72	1.91	2.14	2.40	2.10	3.70	1.74	1.79	2.066	0.0123	-0.040			
	15 $\frac{in}{u}$	2.84	1.57	1.85	2.09	1.50	2.78	1.93	2.22						
AE	20 $\frac{cm}{u}$	11.29	3.21	4.14	2.40	1.20	3.26	1.07	1.43	2.447	0.0126	-0.392			
	20 $\frac{in}{u}$	3.10	2.09	1.85	2.09	1.50	2.65	1.65	1.99						
	25 $\frac{cm}{u}$	11.54	2.50	1.79	2.00	1.20	3.48	1.25	1.43	2.259	0.0072	-0.211			
	25 $\frac{in}{u}$	3.11	1.74	1.49	2.00	1.20	3.48	1.25	1.43						
	30 $\frac{cm}{u}$	8.72	2.74	1.79	2.40	0.80	3.05	1.07	1.43	2.098	0.0056	-0.164			
	30 $\frac{in}{u}$	2.84	1.69	1.67	2.09	1.09	2.58	1.25	1.39						
	Av. $\frac{cm}{u}$	11.87	3.59	3.57	2.94	2.00	2.23	1.22	2.04	2.657	0.0118	-0.467			
	Av. $\frac{in}{u}$	3.15	2.20	2.36	2.39	2.01	2.64	1.78	2.35						

$$u = \ln(a_m / \sqrt{d/2r})$$

Table 6 Changes in the rate of transmission of amplitude from the vibrator to fresh concrete and the attenuation constant with the time of vibration.

Concrete	t (s)	Beginning	5	10	15	20	25	30	Average
Plain	a_0 (G)	12.63	9.95	12.30	12.81	8.57	9.69	11.86	11.12
	a_v (G)	54.84	48.39	48.39	48.39	48.39	48.39	48.39	48.39
	a_0/a_v (%)	23.0	20.1	25.4	26.5	17.7	20.0	24.5	22.5
	β (cm^{-1})	0.0168	0.0188	0.0218	0.0188	0.0098	0.0134	0.0166	0.0171
AE	a_0 (G)	38.83	24.85	14.20	7.90	11.56	9.58	8.15	
	a_v (G)	59.68	51.62	51.62	48.39	48.39	48.39	48.39	
	a_0/a_v (%)	65.1	48.1	27.5	16.3	23.9	19.8	16.8	
	β (cm^{-1})	0.0502	0.0216	0.0091	0.0123	0.0126	0.0072	0.0056	

a_v : Acceleration of the vibrator

の回転方向が時計回りであることによる), $\theta=0$, $r=15\text{ cm}$ とすることにより, $t=0.00365\text{ s}$ が得られる。この値を式(14)に入れれば, θ と r との関係式として次式が得られる。

$r=25\text{ cm}$ に対しては同様にして

となつた。

Fig. 10 は式 (15), (16) を図示したものである。図中の丸印は測点 4, 5 を除いた実験値の位置であって、いずれも理論的に求めた波面にかなり近い。このように、実験定数を含まない式 (14) から求めた結果と実験結果が符合したことは式 (8) が実際に振動機からコンクリート中に伝播する波動をよく表現していることを示すものと考えられる。

5. 振動機からコンクリートへの振動の伝達と 伝播中における減衰性状

式(8)で表わされる点Pの加速度振幅は

であるから

$$\ln \left(a_m / \sqrt{\frac{d}{2r}} \right) = \ln a_0 - \beta \left(r - \frac{d}{2} \right) \dots \dots (18)$$

そこで、3.において行った実験結果の加速度振幅 a_m を記録紙から読み取り、 $\ln(a_m/\sqrt{d/2r}) = u$ とおいて u と $(r-d/2)$ との間の直線性を調べた。

Table 5 にその結果を示す。

この表において、相関係数をみると普通コンクリートの場合 7 測定値のうち 5 測定値が 0.80 以上、平均値で 0.871 であって、高い直線関係にあることを示している。Fig. 11 はこれらのうち振動開始直後と 7 測定値の平均値について図示したもので、振動開始直後についての結果は破線で示してある。これらの直線と縦軸との交点は $\ln a_0$ であるから、この値から a_0 、すなわち振動筒表面の位置におけるコンクリートの加速度振幅が求まり、直線の傾きから減衰係数 β が求まる。このことは、通常の振動機を用いた二次元的な実験によってコンクリート中の振動の伝播性状に關係する 2 つの重要なパラメーターを決定できることを意味している。

Table 6 には Table 5 の各振動時間における a_0 、および加速度の伝達率 R_t 、すなわち振動機自体の加速度振幅 a_0 に対する a_0 の比を求め、減衰定数 β を併せて示した。また、Fig. 12 は a_0

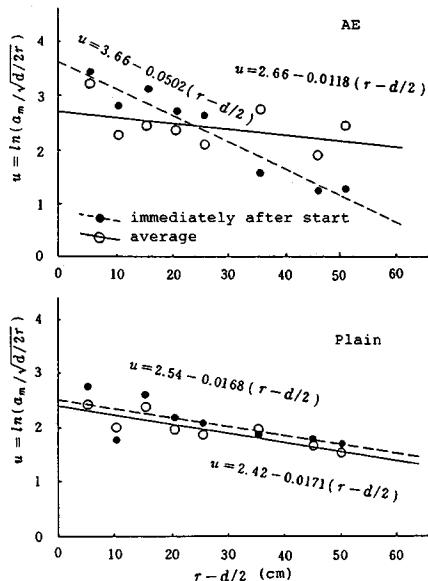


Fig. 11 Relationship between acceleration amplitude and distance from the vibrator.

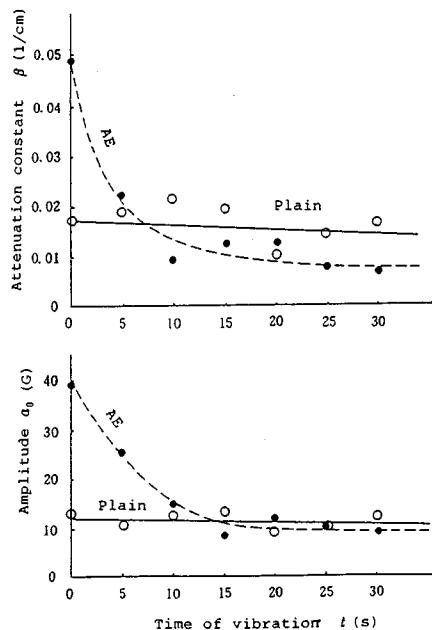


Fig. 12 Changes in acceleration amplitude at the position of vibrator surface and attenuation constant with the time of vibration.

と β の時間的変化を図示したものである。これらをみると、普通コンクリートは振動時間が経過しても a_0 や β はあまり変化せず、平均値がそれぞれ 11.12G や 0.0171cm^{-1} となっているのに対して、AE コンクリートでは振動開始時において a_0 , R_t , β とも普通コン

クリートより大きく、その後急速に減少することがわかる。

ここで実験は、コンクリートの配合など、条件が限られてはいるが、本節で用いた解析方法は、振動機からコンクリートへの振動の伝達および伝播性状に及ぼす材料、配合、振動機の特性、締固め時間等の諸要因の影響を数値的に検討する場合に役立つものと考えられる。

6. 干渉実験による波動関数の検証

3.~5.により、2.で求めた波動関数が内部振動機からフレッシュコンクリート中に伝播する振動をよく表わしていると考えられたので、さらにその確認を得るために、2本の振動筒からの振動の合成波の等振幅線を式(8)によって求め、これを目視する実験を行った。

いま、重錘軸の回転方向が逆向きで、それ以外の特性が全く等しい2本の振動筒を考え、Fig. 13に示すように両振動筒の接点を座標の原点としたとき、回転軸の重心が左側振動筒では x 軸上の正の方向に、右側振動筒では x 軸上の負の方向に向かって互いに向き合った状態になるものとし、この瞬間を時間の原点とする。

点 $P(r, \theta)$ の位置を右側および左側振動筒の中心 O_1 , O_2 に対してそれぞれ (r_1, θ_1) , (r_2, θ_2) とすると、2.と同様の考察により、右および左側振動筒による θ_1 , θ_2 方向の振動加速度 a_1 , a_2 は

$$a_1 = a_0 \sqrt{\frac{d}{2 r_1}} e^{-\beta(r_1 - \frac{d}{2})} \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r_1 - \frac{d}{2} \right) - \theta_1 \right] \quad (19)$$

$$a_2 = -a_0 \sqrt{\frac{d}{2 r_2}} e^{-\beta(r_2 - \frac{d}{2})} \sin \left[\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r_2 - \frac{d}{2} \right) + \theta_2 \right] \quad (20)$$

となる。

$$\text{これらの合成した加速度の大きさは} \\ a = \sqrt{(a_1 \sin \theta_1 + a_2 \sin \theta_2)^2 + (a_1 \cos \theta_1 + a_2 \cos \theta_2)^2} \quad (21)$$

であるから、 t を変化させて a を計算し、 a の最大値を

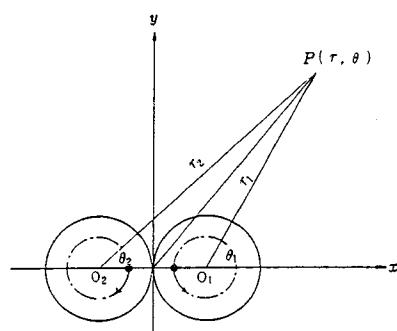


Fig. 13 Twin type vibrator.

求めればP点における最大加速度 a_m が求まる。

なお、 r, θ を与えたときの $r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$ は幾何学的に次のように計算される。

$$r_1 = \sqrt{r^2 - rd \cos \theta + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + rd \cos \theta + \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$\theta_1 = \sin^{-1} \left(\frac{r \sin \theta}{r_1} \right)$$

$$\theta_2 = \sin^{-1} \left(\frac{r \sin \theta}{r_2} \right)$$

Fig. 14 は、数値として $d = 4 \text{ cm}$, $f = 200 \text{ Hz}$, $c = 49.2 \text{ m/s}$, $\beta = 0.0171 \text{ cm}^{-1}$, a_m を求めるための時間 t の刻みを $\Delta t = T/40$ (T は周期), とし, $a_0 = 1$ としたときの a_m , すなわち加速度比を計算し, 等加速度線を描いたものである。

実際にこのような振動が発生するか否かを確かめるため、前述のような特性をもつ双筒振動機を試作して実験を行った。試作した振動機は2本の重錘軸が同一速度で反対方向に回転するように、ギアを介して1本の駆動軸に結合した構造をもち、振動筒は振動の節の部分で緊結されている。

この振動機を用いてコンクリートを締め固めると、表面にだるま形の浮水が生じ、この範囲が締め固まつたことが観察された。さらに、水を含んだ砂層にこの振動機を作動させると、液状化現象とみられる水の上昇が起こり、コンクリートの場合より明確に振動の作用範囲を目

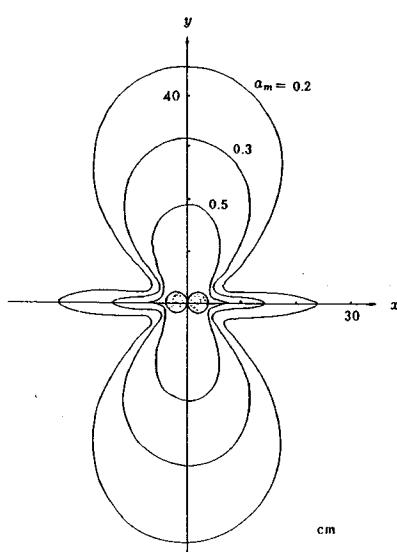


Fig. 14 Theoretical distribution of acceleration amplitude generated by twin type vibrator (a_m : relative amplitude of acceleration).



Photo 1 A photograph of the surface of sand layer vibrated with the twin type vibrator.

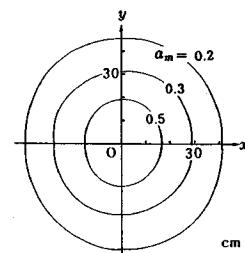


Fig. 15 Theoretical distribution of amplitude for twin type vibrator supposing that the wave front of an internal vibrator were circular.

視することができたので、その一例を **Photo 1** に掲げた。

なお、波面が **Fig. 7** のような渦巻き形ではなく、同心円状であると仮定すると、 a_1, a_2 は

$$a_1 = a_0 \sqrt{\frac{d}{2r_1}} e^{-\beta(r_1 - \frac{d}{2})} \sin \left(\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r_1 - \frac{d}{2} \right) \right)$$

$$a_2 = a_0 \sqrt{\frac{d}{2r_2}} e^{-\beta(r_2 - \frac{d}{2})} \sin \left(\omega t - \frac{\omega}{c} \left(r_2 - \frac{d}{2} \right) \right)$$

となり、等加速度線を求めるとき **Fig. 15** のように円に近い橢円状となる。

以上のこととは、式(8)が干渉のある場合にも適用できることの証左であると考えられる。

7. 型枠の影響についての波動関数の適用

3.~6.の結果により、式(8)が内部振動機から伝播するコンクリート中の振動をよく表わしていることがわかったので、その応用として、長方形型枠内のコンクリートに振動機を挿入したときの任意の点の振動を表わす式を求めた。

座標の原点を振動機の中心にとり、型枠面に対する原点の鏡像点を O_1, O_2, O_3, O_4 とし、型枠の寸法、原点

および鏡像点からコンクリートの任意の点 $P(x, y)$ までの距離その他を Fig. 16 に示したように定める。

計算は第1象限についてのみ行えばよく、幾何学的な関係と式(8)とから次の結果が得られる。

$$a_{\rho 0} = a_0 \sqrt{\frac{d}{2 l_0}} e^{-\beta(l_0 - \frac{d}{2})} \sin \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left(l_0 - \frac{d}{2} \right) - \varepsilon_0 \right\} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$a_{\rho i} = R_r a_0 \sqrt{\frac{d}{2 l_i}} e^{-\beta(l_i - \frac{d}{2})} \sin \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left(l_i - \frac{d}{2} \right) - \varepsilon_i \right\} \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$i=1, 2, 3, 4$$

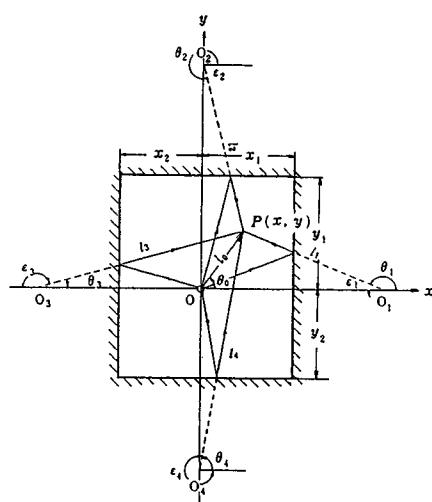


Fig. 16 Reflections of vibration at the surface of the form.

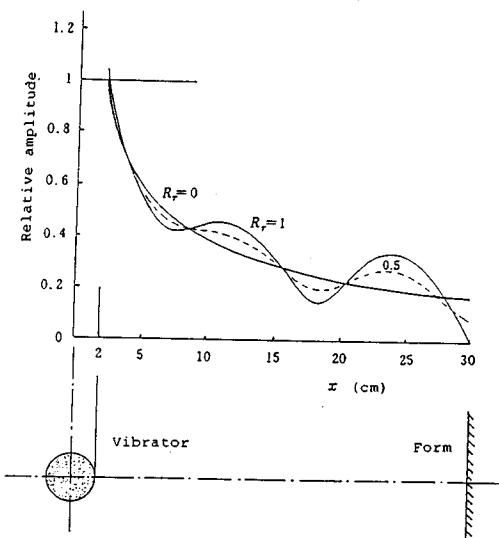


Fig. 17 Theoretical distribution of the relative amplitude of acceleration with and without effects of reflection (R_r : reflection coefficient).

R_r : 反射率

$$\varepsilon_1 = \tan^{-1} \left(\frac{y}{2x_1 - x} \right), \quad \varepsilon_2 = \tan^{-1} \left(\frac{2y_1 - y}{x} \right)$$

$$\varepsilon_3 = \pi - \tan^{-1} \left(\frac{y}{2x_1 + x} \right), \quad \varepsilon_4 = 2\pi - \tan^{-1} \left(\frac{2y_1 + y}{x} \right)$$

$$l_0 = \overline{OP} = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad l_1 = \overline{O_1P} = \sqrt{(2x_1 - x)^2 + y^2}$$

$$l_2 = \overline{O_2P} = \sqrt{x^2 + (2y_1 - y)^2}, \quad l_3 = \overline{O_3P} = \sqrt{(2x_2 + x)^2 + y^2}$$

$$l_4 = \overline{O_4P} = \sqrt{x^2 + (2y_2 + y)^2}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \varepsilon_0$$

$$\theta_1 = \pi - \varepsilon_1, \quad \theta_2 = 2\pi - \varepsilon_2, \quad \theta_3 = \pi - \varepsilon_3, \quad \theta_4 = 2\pi - \varepsilon_4$$

$$a_\rho = \sqrt{\left(\sum_{i=0}^4 a_{\rho i} \sin \theta_i \right)^2 + \left(\sum_{i=0}^4 a_{\rho i} \cos \theta_i \right)^2} \quad \dots \dots \dots (24)$$

ここに, a_ρ : 合成された加速度の大きさ

型枠面近くでの振幅の計算には $i=0, 1$ とすればよし, 隅角部の計算には $i=0, 1, 2$ とすればよい。

Fig. 17 に示した最も単純な場合についての x と a_m との関係は $i=0, 1; y=0$ として求めることができる。ここでは計算結果のみを示すと下記のようである。

$$a_{\rho 0} = a_0 \sqrt{\frac{d}{2x}} e^{-\beta(x - \frac{d}{2})} \sin \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left(x - \frac{d}{2} \right) \right\}$$

$$a_{\rho 1} = R_r a_0 \sqrt{\frac{d}{2(2x_1 - x)}} e^{-\beta(2x_1 - x - \frac{d}{2})}$$

$$\times \sin \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left(2x_1 - x - \frac{d}{2} \right) - \pi \right\}$$

$$a_\rho = a_{\rho 0} + a_{\rho 1}$$

Fig. 17 は $d=4$ cm, $\omega=2\pi f=400\pi s^{-1}$, $c=48$ m/s ($c/f=24$ cm), $\beta=0.0171$ cm $^{-1}$, $x_1=30$ cm, $a_0=1$ として, x と振幅比 a_m との関係を反射率 $R_r=0, 0.5, 1$ の場合について計算した結果である。

これによれば、型枠面での反射の影響が大きい場合には、型枠面および型枠面からおよそ $c/2f$ の位置に振動の小さい部分が存在するが、振動機の有効範囲は大きくなる可能性があることがわかる。

Fig. 5 の型枠を用いた実験において、同一条件で締め固めた場合、側板の防振材がない方が浮水の発生範囲が広いことが観測されたが、これは、このような理由によるものと考えられる。すなわち、AE コンクリートを振動時間 30 秒で締め固めたとき、鋼製の側板では浮水の発生部分の直径は 70 cm、防振材を用いた場合 50 cm であった。型枠の影響については今後さらに詳細に検討する予定である。

8. 結論

内部振動機からコンクリート中に伝播する振動について解析と実験を行った結果、以下のようないくつかの結論が得られた。

(1) 内部振動機によってコンクリート中に生じる振動は、振動発生機構から導かれた波動関数、式(8)に従い、間隔が c/f の渦巻き状の波面をもって伝播する。その場合、式(8)に含まれる振動周波数はコンクリート中を振動が伝播してもほとんど変化しない。

(2) フレッシュコンクリート中を伝播する縦波は、コンクリートの質量と空気の弾性によって伝えられ、波速の推定式として式(10)が適用できる。

(3) フレッシュコンクリート中を伝播することによる加速度振幅および変位振幅の減衰は、基本的には従来から知られている Dessooff の式に従い、式(17)で具体的に表示される。そして、式(18)を用いて実験結果を解析することにより、通常の振動機による二次元的な実験で、振動機からコンクリートへの加速度の伝達率および伝播中における減衰係数の値を求めることができる。したがって、締固めに必要とされる最小加速度、等の資料が得られれば振動機の有効範囲の計算も可能となる。なお、本実験の場合、減衰係数の値は普通コンクリートで 0.017 cm^{-1} 、AE コンクリートで 0.012 cm^{-1} 程度であった。

(4) 重錘軸の回転方向が反対でそれ以外の特性が全く等しい 2 本の振動筒を組み合わせた双筒式振動機を考え、式(8)に基づいて解析した結果、このような振動機から発生する振動は、振動機を中心とした 8 字形に近い加速度分布をもつことが予測され、実際に試作した振動機の締固め有効範囲も 8 字形を呈することがコンクリートおよび飽和砂の締固め実験によって確認された。このことは、式(8)が内部振動機から伝播するフレッシュコンクリート中の振動をよく表わしていることを示すものと考えられる。

(5) 式(8)の適用例として型枠面からの反射を考慮した振動の計算を行った。その数値計算結果によれば、型枠からの反射の影響が大きい場合には、理論上、型枠面および型枠面から $c/2f$ の位置で振動の小さい部分が生じるが、振動機の有効範囲は大きくなる場合のあることが明らかになった。同様の方法により、型枠隅角部や鉄筋の影響についての検討も行えるものと考えられる。

謝 辞：本研究は、昭和 60, 61, 62 年度文部省科学研究費補助金（総合研究（A）, 課題番号 60302064 研究

代表者／村田二郎、東京都立大学教授）によったことを付記し、謝意を表します。また、実験に尽力された、本学 畑野敏夫氏に対して深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Bergstrom, S.G. : Laboratory Tests on Vibration of Concrete, Jour. ACI, Vol. 24, No. 10, pp. 893~908, June 1953.
- 2) Kolek, J. : The Internal Vibration of Concrete, Civil Eng. and Public Works Rev., Vol. 54, No. 640, pp. 1286~1290, Nov. 1959.
- 3) Collin, J. P. : La vibration du beton-2, Batiment Batir, Vol. 2, No. 10, pp. 43~50, 1976.
- 4) 坂本信義・岩崎訓明：かた練り人工軽量骨材コンクリートの振動締固めに関する研究、コンクリートジャーナル, Vol. 9, No. 4, pp. 1~11, Apr. 1971.
- 5) 山田弘道・石井治郎・落合 実・佐久田昌治・坂本昭夫：コンクリート振動機の性能実験—棒状振動機による締固め有効範囲の検討一、竹中技術研究所報告, 第 20 号, pp. 86~94, 1978. 10.
- 6) 石川 曜・青木照憲：可変周波数バイブレータによるコンクリートの締め固め、建築の技術施工, 1985 年 3 月号, pp. 39~48.
- 7) 岩崎・坂本：コンクリート中における振動伝播に関する基礎研究、土木学会フレッシュコンクリートの物性とその施工への適用に関するシンポジウム論文集, pp. 113~118, 1986. 3.
- 8) ACI Committee 309 : Behavior of Fresh Concrete During Vibration, Jour. ACI, Vol. 78, No. 1, pp. 36~53.
- 9) ACI Committee 309 : Guide for Consolidation of Concrete, ACI Jour., Vol. 84, No. 5, pp. 410~449, Sept.-Oct. 1987.
- 10) Forssblad, L. : Investigation of Internal Vibration of Concrete, Acta Polytechnica Scandinavica, Stockholm, Civil Eng. and Building Construction Series No. 29, pp. 1~32, 1965.
- 11) Forssblad, L. : Betongvibreringens reologie och mekanism, Nord Betong, No. 4, pp. 29~34, 1978. 4.
- 12) 神山 一・遠藤博之：振動締固め中の軽量コンクリートの振動伝ば性状、材料, Vol. 18, No. 185, pp. 115~120, 1969. 2.
- 13) 村田二郎・川崎道夫・閔 史郎：振動締固めによるコンクリートの挙動、土木学会フレッシュコンクリートの物性とその施工への適用に関するシンポジウム論文集, pp. 107~112, 1986. 3.
- 14) 森 昭男：コンクリートバイブルータの現状と展望、建設機械, 1983 年 6 月号, pp. 39~46.

(1988. 4. 12・受付)