

## 簡易ネットワークによるフィルダム貯水池からの漏水量予測

## NETWORK ASSESSMENT FOR LEAKAGE OF FILL DAM

佐藤 健\*・宇野尚雄\*\*

By Takeshi SATO and Takao UNO

The paper describes a new method to predict a quantity of leakage through a fill dam and subsoils. The main point of this method is to construct a network model for geological structure within a flow region. It is made of some nodal points and branches. The nodal point, which shows a soil deposit, is an imaginary spatial coordinate. The branch, on the other hand, shows a groundwater flow conduit. It has substantial parameters to prescribe the groundwater flow in the model, such as permeability, thickness and length of soil layer. These values can be given from boring and in-situ test results. In this study, however, they are found to be widely scattered even in the same branch. The Monte Carlo simulation helps us calculate the quantity of leakage considering those scattered values.

Keywords: fill dam, ground water, reservoir, seepage

## 1. ま え が き

地下水流動の解析に、差分法、有限要素法などの数値計算がしばしば利用されている<sup>1)</sup>。実際の問題にこれらの方法を適用する場合、流れ場としての地盤構造のモデル化を行うには、地盤に関するかなり詳細な情報も必要となる。通常は、ボーリング柱状図や土質試験結果に地質学的考察を加えて作成した地盤断面図を利用して、この作業が行われている。しかしながら、ボーリング柱状図や土質データが十分に整理されていない場合も多く、そうした地域では地盤構造のモデル化をどのように行うかが、問題となる。このような問題に対して、たとえば外力条件や材料特性のばらつきを考慮した確率有限要素法も提案されている<sup>2)</sup>。この方法によると計算結果が幅をもって表示できることもあり、地盤工学への応用も徐々に試みられつつある。ただし、この方法によっても、場としての地盤構造モデルは確定値として与えることが必要で、実際問題への応用を試みる際には、差分法、有限要素法を適用する場合と同様に、地盤構造のモデル化をどのように行うかが問題になろう。そこで、最近ほモ

ンテカルロシミュレーションを地下水流動解析に応用しようとする試みも行われている<sup>3)-5)</sup>。流れ場としての地盤をネットワークにモデル化し、透水係数の大きさによって決まる確率に従って、地下水の流動方向を逐次決定しながら、水頭分布を計算する方法である。この方法は、地下水流動を規定する偏微分方程式を解く必要がないので、数値モデルの理解が容易で、計算機のプログラミングが簡単になる等の利点がある。その反面、試行回数が多くなるので、計算時間が長くなり計算費用がかさむこと、計算機プログラムの汎用化が難しく、対象地域が異なるたびにプログラムし直す必要がある等の欠点も指摘されている。したがって、理論の明解さにもかかわらず、わが国ではあまり利用されていないようである。

著者らが本論文で提案する浸透解析の方法も、基本的にはモンテカルロシミュレーションである。しかしながら、地下水流動経路をあらかじめ簡略化して規定し、流動場の単純化と計算時間の短縮を計っている点にその特徴がある。なお、本論では、ダム漏水量の予測問題に応用した例を示すが、ここで述べたような手順によって、他の地下水流動解析にも応用できるものと思われる。

また、計算結果のチェックのため、三次元有限要素法によっても同じ問題を解いており、2つの方法による結果の比較も行った。差分法と有限要素法、境界要素法と

\* 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科  
(〒501-11 岐阜市柳戸 1-1)

\*\* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科(同上)

有限要素法による計算結果を比較し、これについての論議はすでに行われているが、本論文で示すような性格の異なる手法（確定論的方法と確率論的方法）による比較はあまり試みられていない。したがって、著者らの提案する方法の説明とともに、それら2つの方法による計算結果の比較についても以下に報告してみたい。

## 2. 流動場のネットワークモデル化

ダム建設予定地の平面図を Fig. 1 に、ダム軸横断方向 (A-A') とそれに直角方向 (B-B') の地盤断面を Fig. 2, 3 に示した。貯水池の基礎地盤は風化の進んだ砂岩層からなり、この層を通じての漏水が懸念された。そこで、ダムが計画貯水量だけ十分に湛水できるかどうかの事前予測が必要となった。

この種の問題に対して、解析的手法を除けば、従来より、差分法や有限要素法による数値シミュレーションが行われてきた。これは、解析対象領域内でのボーリング柱状図や土質試験結果に基づいて、流れの場としての地

盤構造を平均的にモデル化して行うものである。通常は、当該地域の地盤状態に詳しい地質専門家の判断も参考にしてこの作業が行われている。しかしながら、ボーリング調査が流れの場を平均化するに足る十分な地点で行われていなかったり、調査結果が各地点でかなりのばらつきを示したりして、平均化が困難な場合もある。そうした場合には、平均的な地盤構造モデルを用いるよりも、調査結果のばらつきを勘案した確率的な地盤構造モデルによって予測を行った方が、大過のない判断を下せる場合もあるように思われた。そうした際の作業を平易に行い得る1つの方法が、ネットワークによる地盤構造のモデル化である。

差分法や有限要素法によっても、この作業は可能であろう。しかしながら、これらの方法は、基本的に流れ場としての地盤構造モデルを確定論的に取り扱うので、地盤構造が変化するとに、一連の計算作業を繰り返す必要がある。したがって、計算時間等の面で問題もあり、今回の例には、十分に対応できないように思われた。加えて、後述する流れ場の特性としての透水係数のばらつきをも考慮して計算を行うには、伝統的な差分法、有限要素法による数値シミュレーションでは不利であると判断した。

さて、地盤のネットワークモデル化の方法にはいろいろ考えられるが、本論で行った方法の端緒は、Wu<sup>ら</sup>によって開かれたものである。当該地域を例に、ネットワークによる地盤構造のモデル化の方法を述べてみたい。

地盤を数点の格子点と、格子点と格子点を結ぶ枝線からなる簡単なネットワークにモデル化することが、この作業のとりかかりである。格子点は地層を代表するもので、大きさのない仮想座標点で、枝線が地下水流動経路を表現したものである。

各地点のボーリング柱状図から、流動場に関する地層をすべて抽出し、各ブロックごとに格子点としてモデル化する。その際、対象領域を1つのブロックで表現してもよいが、複数のブロックに分けて格子点群を作成し、格子点の代表する地層の空間的広がり範囲を小さくした方がより正確なネットワークになる。ただし、このブロック分けを、あまり細かくしても、それに見合うだけのボーリング調査が行われていなければ無意味で、調査の規模や結果の利用のし方に応じた適当なブロック分けのあり方が存在するように思われた。しかしながら、本論では、これ以上、ブロック分けの方法には言及しない。なぜならば、今回の解析対象では、各ボーリング地点で地層の深度や層厚はかなり変化するものの、おおむね全域にわたって同様な地質層序になっていること、計算の目的が、貯水池からの漏水量の事前予測だけにあったこ

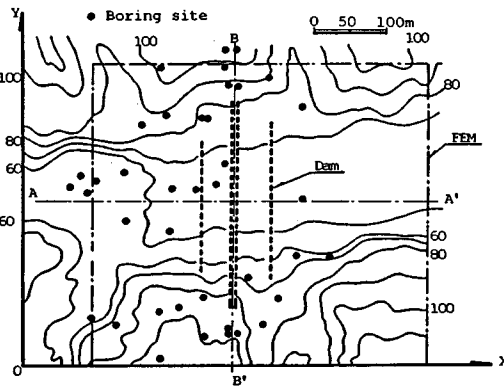


Fig. 1 Plane view in vicinity of a fill dam and areas simulated by network and finite element models.

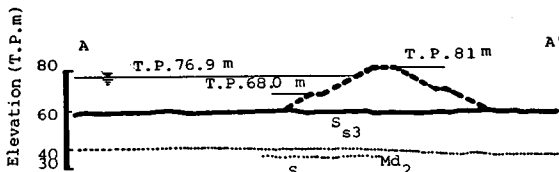


Fig. 2 Subsoil profile along A-A' section.

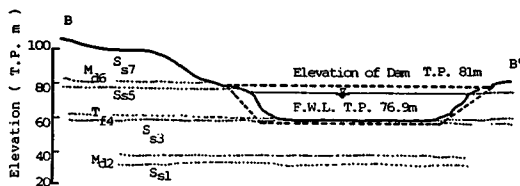


Fig. 3 Subsoil profile along B-B' section.

と、以上より、最低限のブロック分けを行えば、当初の要求に答えられると判断されたからである。

当該地盤のネットワークモデルを Fig. 4 に示した。今回の計算では、ダム軸を境に、上・下流の2つにブロック分けして格子点群を作成した。ダム漏水量を計算する今回のような問題では、ダム軸を境に上・下流とダム軸センターを境に左右岸の合計4つ程度のブロック分けが適当と考える。今回の例では、左右両岸の地質に大きな相異がみられず、Fig. 4 のように上・下流のブロック分けを行った。ダム自体も流動場になり得るので、格子点としてモデル化し、Fig. 4 に示すように a~k までの合計 11 個の格子点で当該地盤を表現した。

格子点を連結する枝線は、流動のあらゆる可能性を考えて作成した。ただし、明らかな不透水地盤の存在による地下水流動の遮蔽、あるいはきわめて少ない流動量の部分には、枝線は設けず、極力単純化したモデルとした。

今回の例で単純化を具体的に説明してみる。計画貯水池高から判断して、それより標高の高い位置に堆積する Md 6, Ss 7 層 (Fig. 3 参照) への貯水池からの漏水の可能性は少ないので、Md 6, Ss 7 層を示す格子点は設けなかった。ダムに浸透した地下水は下流側のドレーンに集水され、ダム軸方向の地下水流の可能性は少ない。したがって、ダムを表わす格子点から Tf 4 層, Ss 5 層の格子点に至る枝線は削除した。ダムを迂回浸透した地下水が、上流ブロック内で Ss 5 層から Tf 4 層へ流動する可能性も考えられたが、そうした動きは、下流ブロックでの Ss 5 層から Tf 4 層への枝線によってまとめて表現した。通水面積が小さく、水頭差も大きくならないことから、Tf 4 層と Ss 5 層からダムへの浸入を示す枝線も省略した。

以上の単純化により、枝線として最終的に Fig. 4 に示したような 22 本を考えた。Fig. 4 中の枝線の番号は、著者が計算で用いたもので、この番号のつけ方には規則はなく任意である。貯水池からの漏水の経路として、貯水池からの枝線を出口に向かって矢印の方向に連ねた

ものを考えることになる。たとえば、1→2→3 の流動経路は、ダムを迂回浸透した水が Ss 5 層に浸透し下流側の Ss 5 層から流去する経路を示す。同様に、11→7→8 という経路は、貯水池下部の Ss 3 層に浸透した地下水がそのまま Ss 3 層を通過して下流へ流去するものを示している。

流動経路は、あまり細かく想定せずに、大雑把な経路網を設定した方がよいと考えている。本論は、流れの場を平均化できるほどには、ボーリング柱状図は整理されていないが、各地点で得られた土質試験結果等から得られた透水性、地層の性状にかなりばらつきがみられた例に対する地下水シミュレーションの一方法である。したがって、流れ場を表わすネットワークは、なるべく単純化しておいた方が、調査規模との整合性の面からも好ましいと考えた。なお、場の特性としての透水係数等の各パラメーターは、原位置試験結果を反映させた確率変量として取り扱うことになる。

### 3. 基礎式と境界条件

ネットワークの格子点では水頭損失は生じず、1つの枝線内の動水勾配は一定であると仮定する。そうした点を考慮して、ネットワークモデルにおける地下水流の基礎式を示せば次のようになる。

$$\sum_{j=1}^n D_{ij} X_{ij} - \Delta H_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots (1)$$

$$\sum_{j=1}^m k_{pj} t_{pj} W_{pj} X_{pj} = 0 \quad (p=1, 2, \dots, M) \dots\dots\dots (2)$$

- $D_{ij}$ :  $i$  番目浸透経路における  $j$  番目枝線の長さ
- $X_{ij}$ :  $i$  番目浸透経路における  $j$  番目枝線の動水勾配
- $\Delta H_i$ :  $i$  番目浸透経路の水頭損失
- $n$ :  $i$  番目浸透経路の全枝線数
- $N$ : ネットワークモデルの全浸透経路数
- $k_{pj}$ :  $p$  番目格子点に結合する  $j$  番目枝線の透水係数
- $t_{pj}$ :  $p$  番目格子点に結合する  $j$  番目枝線の層厚
- $W_{pj}$ :  $p$  番目格子点に結合する  $j$  番目枝線の層幅 (層長)
- $X_{pj}$ :  $p$  番目格子点に結合する  $j$  番目枝線の動水勾配
- $m$ :  $p$  番目格子点に結合する全枝線数
- $M$ : ネットワークモデルの全格子点数

未知数は枝線の動水勾配である。上式 (1), (2) から全体で  $(M+N)$  個の連立方程式が得られる。 $(M+N)$  が全枝線数に一致すれば連立方程式をそのまま解けばよい。通常は、 $(M+N) > (\text{全枝線数})$  となる。今回の例でも、Fig. 4 のネットワークの場合には、22 の未知数に対して 30 の連立方程式が得られた。著者らは、式 (2) の連続式のいくつかの和をつくって、全体として 22 の連立方程式にして、それを解いた。今回の計算では、

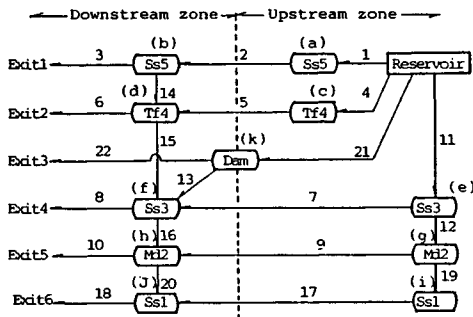


Fig. 4 Network model constructed to estimate leakage of groundwater.

Fig. 4 の (a, d, g, k), (b, e, h, i), (c, f, j) の各格子点における式 (2) の和をとった。

式 (1) の  $\Delta H_i$  の算定には、ネットワークの始点と終点における水頭値が既知となっている必要がある。今回の計算では、始点として貯水池を選び、その水頭値は計画貯水高 (T. P. 76.9 m) とした。ネットワークの終点として、6通りの可能性が考えられたので、それぞれ Exit 1~6 としてモデル化した。Exit 1, 2 は、ダムを迂回浸透した地下水が Ss 5, Tf 4 層を通じて、それぞれモデル外へ流去する経路の終点を示している。Exit 4, 5, 6 は貯水池直下の Ss 3 層へ浸入した水が、各層を流下したり、ダムを通じて再び地下に浸透してモデル外に流去する経路の終点である。Exit 3 はダムに浸透した地下水が下流のり尻のドレーンを通じて排水される経路の終点を示している。

始点と終点の空間座標を、後述する格子点の位置と同様に確率変数として与えることも可能である。特に、終点の影響圏をどこにするか、いろいろ問題の残るような場合には、終点の座標を確率変数で与えることも効果的な方法と考える。今回の計算では、有限要素法との比較も考えたので、終点の座標は有限要素モデルの水頭一定境界条件を与えた位置とし、ダム軸から下流側 280 m に設定した。

#### 4. モンテカルロシミュレーション

##### (1) 流動場の特性値のモデル化

ネットワークの格子点は、地層を代表する仮想点で、その空間位置は確率分布に従って生起するものとする。本論文のケーススタディーでは、座標原点をダム軸から上流 300 m の右岸側に設定し、 $x$  座標はダム軸と直角に下流方向、 $y$  座標はダム軸に平行に左岸方向、 $z$  座標は平均海面を基準に上方向にとった (Fig. 1 参照)。格子点の平面座標 ( $x, y$  座標) は、ブロックの平面領域を考慮した一様確率分布に従うものとしてモデル化した。

ダムを示す格子点の座標は、ダム建設予定位置を考慮した一様確率分布でモデル化した。Table 1 に各格子点

Table 1  $x$  and  $y$  values given to nodal points in network model as uniform distributions.

Nodal Point	x coordinate (m)		y coordinate (m)	
	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum
a	300	0	150	0
b	580	300	150	0
c	300	0	150	0
d	580	300	150	0
e	300	0	460	0
f	500	300	460	0
g	300	0	460	0
h	580	300	460	0
i	300	0	460	0
j	580	300	460	0
k	320	280	330	150

の平面座標の最大値、最小値を示した。

Fig. 1 の各地点で行われたボーリング調査結果より、Ss 3 層中央の標高 ( $z$ ) を読み取り、正規確率紙上にプロットしたのが Fig. 5 である。他の層についても同様の整理を行ったところ、Fig. 5 と同じような結果になった。したがって、格子点の空間座標のうち  $z$  座標については、正規分布に従う確率変数としてモデル化した。地層が一樣に傾斜している場合等、 $z$  座標が  $x, y$  座標に依存することもある。しかしながら、今回の計算では、 $x, y, z$  の各変数は独立変数として取り扱った。なお、Ss 1 層については、この層を貫通する十分な数のボーリングデータがなかったため、最大値と最小値で規定される一様分布に従う確率変数とした (Table 2 参照)。

流動場の透水特性を推定するためにルジオン試験と湧水圧試験が行われている。透水係数 ( $k$ ) の変動はたいへん大きいので、各地点の試験結果から推定された値を常用対数表示し、その値を正規確率紙にプロットしてみた。原位置透水試験から得られる透水係数が対数正規分布でよく近似されることはすでに指摘されている<sup>4)</sup>が、Fig. 6 に示すように、今回の整理によってもそうした傾向のあることが十分うかがわれる結果となった。Fig. 6 は Ss 3 層の整理だが、他の層の値も同様の結果が得られた。したがって、透水係数は従来の指摘どおり、対数正規分布に従う確率変数でモデル化することにした。

層長 ( $l$ ) は、枝線の通水断面積 (式 (2) 中の  $t_{pj}W_{pj}$ ) を見積るときに必要なもので次のように推定した。いま、近接する 2 つのボーリング地点に、ある特定の地層が現われたら、その地層はこの 2 つのボーリング地点間の距離だけは連続して延びているとする。また、一方のボーリング地点に現われ、他方には現われない場合には、その地層は 2 つのボーリング地点の中央までは広がっていると考えた。このような考えで、あるボーリング地点より特定の層が連続しているボーリング地点をい

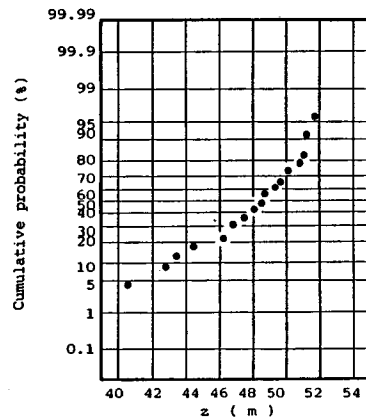


Fig. 5 Plotting elevation of Ss 3 on normal probability paper.

くつも結んで、最も長くなった距離を、そのボーリング地点での、その層の層長とした。そうした整理により Ss3 層の層長分布を正規確率紙にプロットしたのが Fig.7 である。この図より、層長もほぼ正規分布で近似できることがわかった。他の層についても同様の傾向がうかがわれたので、層長分布は正規分布に従う確率変数でモデル化することにした。

ボーリング柱状図から Ss3 層の層厚 ( $t$ ) を読み取り、正規確率紙にプロットしたのが Fig.8 である。他の層の層厚も同じ傾向がみられたので、層厚は正規分布によって近似した。なお、Ss1 層を貫通したボーリングは少なく、層厚について十分なデータを得ることができなかったため、得られたデータのうちの最大値、最小値を決めて一様分布としてモデル化した。

以上の整理より得られた各層の標高 ( $z$ )、層長 ( $l$ )、層厚 ( $t$ )、透水係数 ( $k$ ) の平均値 ( $\mu$ ) と標準偏差 ( $\sigma$ )

を Table 2 にまとめて示した。

正規分布あるいは対数正規分布に従う確率変数として各層の特性値をモデル化したが、数値計算を実行する際、それら各値を正規乱数を用いて推定すると、実際では考えられない非現実的な値が生起することもある。そうしたことを回避するため、今回の計算では、正規乱数から推定された値が平均値から標準偏差の 2 倍以内に収まるものだけを、ネットワークモデルの構造パラメーターとして採用した。ボーリングデータや原位置試験によって実際に得られた値の範囲に限定して、流れ場の各特性値のモデル化を行うことも可能である。今回は、できるだけ単純化したモデルを用いて、その結果をみても眼目としてあったので、統計学の基本量である期待値と標準偏差だけを利用して特性値のモデル化を試みた。

(2) 計算方法

ネットワークの格子点の空間座標、層長、層厚、透水

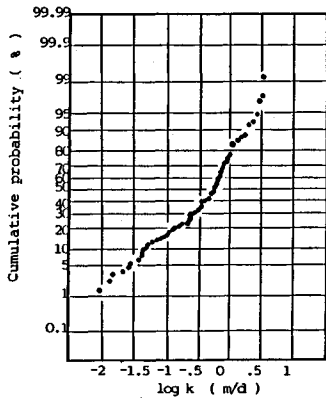


Fig.6 Plotting permeability of Ss3 on normal probability paper.

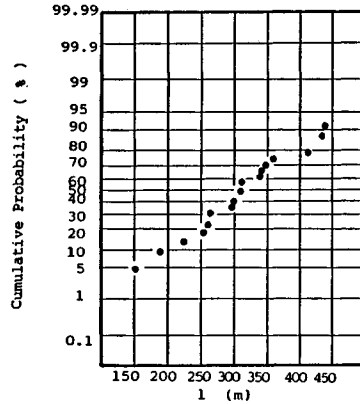


Fig.7 Plotting length of Ss3 on normal probability paper.

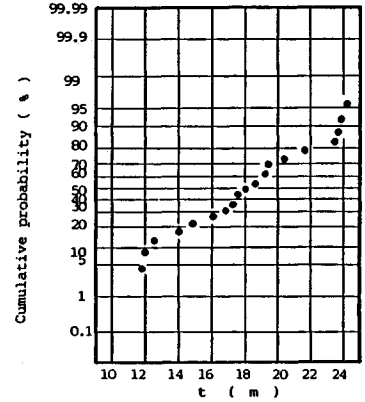


Fig.8 Plotting thickness of Ss3 on normal probability paper.

Table 2 Expected values and standard deviations of log  $k$ ,  $t$ ,  $l$ , and  $z$  given to network model (Parentetical values show maximum and minimum values of Ss1).

Layer		Ss5	Tf4	Ss3	MJ2	Ss1
Variable						
log $k$ (m/d)	$\mu$	-0.942	-0.993	-0.386	-1.127	-0.132
	$\sigma$	0.596	0.675	0.571	0.459	0.526
$t$ (m)	$\mu$	10.67	2.59	18.52	3.96	(7.4)
	$\sigma$	3.21	0.91	3.91	1.48	(6.0)
$l$ (m)	$\mu$	150.7	177.9	325.9	319.9	273.6
	$\sigma$	53.9	69.7	97.6	100.3	94.2
$z$ (m)	$\mu$	67.16	60.60	48.13	34.48	(34.0)
	$\sigma$	3.37	3.64	3.07	3.41	(25.5)

係数が先述のように確率分布に従う確率変量として近似できることがわかった。それら確率変量を使っての式(1),(2)に基づく数値計算法について、順を追って箇条書きすれば以下になる。

① Table 1, 2 の各パラメーターで規定される確率分布に従った乱数を発生させて、1 回目の試行計算における各格子点の空間座標を決定する。

② 格子点座標を利用して、ネットワークの枝線長  $D_{ij}$  を次式より計算する。

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $x_i, y_i, z_i$  は  $i$  番目格子点の  $x, y, z$  座標  $x_j, y_j, z_j$  は  $j$  番目格子点の  $x, y, z$  座標を示す。

③ Table 2 の各パラメーターで規定される確率分布に従う乱数を用いて、1 回目の試行計算で用いる各枝線の透水係数、層厚、層長を決定する。枝線が、同一層の格子点を結合する場合には、該当する地層の値を、異なる場合には、それぞれの層の平均値をその枝線の値とした。層幅 ( $W$ ) と層長 ( $l$ ) を区別してポーリング柱状図の整理を行わなかった。したがって、枝線が鉛直方向の流路を示す場合には層幅と層長を等しいものとし、式(2)中の  $l_{pj}W_{pj}$  は、 $l_{pj}^2$  として計算した。ここで、 $l_{pj}$  は、 $p$  番目格子点に結合する  $j$  番目枝線の層長である。

④ 流動経路の始点と終点の水頭値より、式(1)の  $\Delta H_i$  を求め連立方程式を作成し、1 回目の試行における各枝線の動水勾配を求める。

⑤ 流入口あるいは流出口での流量  $Q$  を

$$Q = \sum_{r=1}^R k_r l_r W_r X_r \dots\dots\dots (4)$$

$k_r$  : 流入口あるいは流出口における  $r$  番目枝線の

透水係数

$l_r$  : 流入口あるいは流出口における  $r$  番目枝線の層厚

$W_r$  : 流入口あるいは流出口における  $r$  番目枝線の層幅

$X_r$  : 流入口あるいは流出口における  $r$  番目枝線の動水勾配

$R$  : 流入口あるいは流出口における全枝線数

より計算し、流入口と流出口の流量を平均して1回目の試行による貯水池からの漏水量とする。

⑥ 上記の①~⑤の計算を必要な試行回数だけ繰り返し、漏水量  $Q$  の確率分布、期待値、標準偏差を算定する。2 回目以降の計算でも、格子点の空間座標 ( $x, y, z$ )、層厚 ( $l$ )、層長 ( $l$ )、透水係数 ( $k$ ) を、それぞれの確率分布に従う乱数を用いて与えることとなる。

(3) 計算結果と考察

試行回数 1000 回の場合の計算結果を Fig. 9 に示した。Fig. 9 の横軸は漏水量を示し、縦軸は発生確率(その漏水量となる計算回数/全試行回数)である。漏水防止効果を高めるため、貯水池下部にプランケットの施工も行われる。そこで、Fig. 4 で枝線 11 内にプランケットを示す格子点を設け、貯水池とプランケットの間の枝線にプランケットの透水係数 ( $10^{-5}$  cm/s) を確定値として与えて、プランケットを施工した場合の漏水量の計算も行った。Fig. 9 の破線で示した結果がプランケットを施工しなかった場合、実線がプランケットを施工した場合である。プランケット施工の場合の漏水量の期待値は、 $240 \text{ m}^3/\text{日}$ 、標準偏差は  $4.0 \text{ m}^3/\text{日}$ 、施工しない場合の期待値は  $310 \text{ m}^3/\text{日}$ 、標準偏差は  $2.9 \text{ m}^3/\text{日}$  となり、プランケット施工により漏水量を削減できることがうかがわれた。

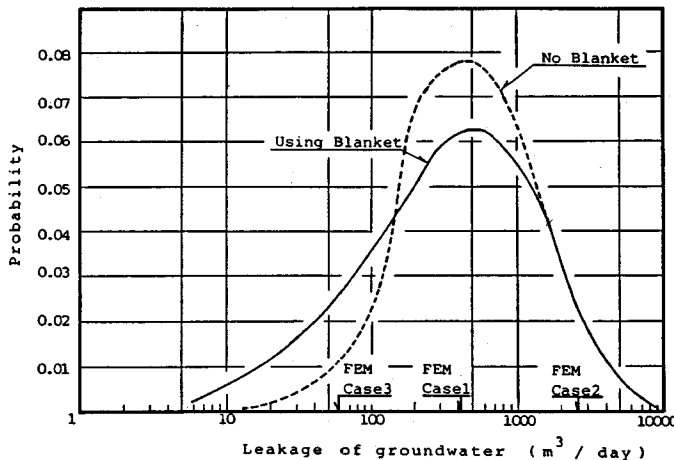


Fig.9 Leakage of groundwater calculated by network and finite element models.

**Table 3** Leakage of groundwater, computation time and entropy of information obtained from Monte Carlo simulations with different number of trial times.

Results	Number of trial times			
	1000	5000	10000	
Leakage of groundwater (m <sup>3</sup> /d)	$\mu$	240	230	230
	$\sigma$	4.0	4.0	4.0
Computation time (sec)	25.9	102.6	194.2	
Entropy of information	3.14	3.14	3.12	

**Table 4** Leakage of groundwater and entropy of information obtained from Monte Carlo simulations with different two types of random variables.

(A; restricted by  $\mu \pm 2\sigma$ , B; no restrictions)

Results	Model case		
	A	B	
Leakage of groundwater (m <sup>3</sup> /d)	$\mu$	240	880
	$\sigma$	4.0	65.0
Entropy of information	3.14	4.05	

試行回数の変化による計算結果と計算時間の比較を、Table 3 に示した。いずれの計算もプランケットを施工した場合のものである。試行回数が増えるにつれて計算時間が増加するものの、結果の期待値 ( $\mu$ )、標準偏差 ( $\sigma$ ) はそれほど変化していないことがわかる。計算結果を用いて、情報の不確かさの程度を示す情報エントロピー<sup>6)</sup>を算出してみた。試行回数が増えるほど、この値はいく分小さくなる傾向は示すものの、計算時間の増加に比べて、情報エントロピーの低下はきわめて微小で、今回の計算では、1000回の試行で所期の結果は十分に得られるものと判断された。

流れ場の特性値である透水係数、層厚、層幅(層長)を確率変数でモデル化したが、モンテカルロシミュレーションにあたっては、非現実的な特性値の発生を避けるため、平均値から標準偏差の2倍以内に収まるものだけを計算に用いた。当該地盤の流れ場としての特性値は各地点でかなりばらつくものの、極端な値にはならないという判断である。このような拘束条件の有無による計算結果の比較を次に示してみたい。確率変数としてモデル化された透水係数、層厚、層幅(層長)の各特性値の生起にあたって、先述のような条件を設けて計算したものをケース A、そうした条件を一切設けずに計算したものをケース B とし、両方法による計算結果を比較してみた。その結果を、Table 4 に示した。この計算は、いずれもプランケットを施工した場合に対するもので、試行回数が、1000回の場合である。ケース B の方が、期待値 ( $\mu$ )、標準偏差 ( $\sigma$ ) とともにかなり大きくなっている。情報エントロピーを算出すると、ケース A で 3.14、ケース B で 4.05 となり、ケース B による予測結果の方が

不確かさの程度は高くなっていることがわかる。したがって、先述したような予見に基づく拘束条件を設けることによって、ネットワークによる計算結果の不確かさをかなり低減できることがわかった。しかしながら、今回の調査規模であれば、どのくらいの情報エントロピーになるのが予測モデルとして妥当なのか、結論を得るまでに至らなかった。

**5. 有限要素法による計算結果との比較**

**(1) 計算モデル**

確定論的な地盤構造モデルによって行われた数値計算結果との比較のため、有限要素法による解析を行った。今回の計算では、ダム迂回浸透も考慮できるように三次元解析を行った。

計算対象領域の平面的範囲は Fig. 1 に示したとおりである。ダム軸に直角方向とダム軸方向の地盤構造モデルを Fig. 10, 11 に示した。Fig. 10, 11 をみてもわかるように、有限要素法の地盤構造のモデル化は、ボーリング調査各地点でのばらつきは考慮せず、平均的に行った。また、対象領域にレンズ状に堆積する Tf4 層は、層厚が薄いこともあり、Ss3 層に含めてモデル化した。

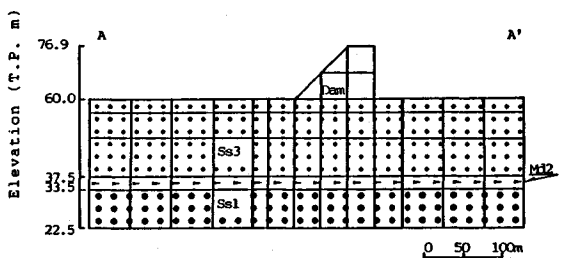
有限要素解析を行う際の基本式は次のようである。

$$\text{div}(k \text{ grad } h) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

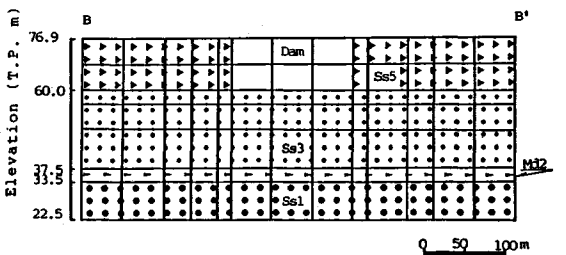
境界条件として、水頭が規定される境界で、

$$h = h_0 \dots\dots\dots (6)$$

地下水流入のない境界で、



**Fig.10** Geological structure of F.E. model along A-A' section (see Fig.1).



**Fig.11** Geological structure of F.E. model along B-B' section (see Fig.1).

$$\text{grad } h \cdot n = 0 \dots\dots\dots (7)$$

自由地下水面上で、

$$h = Z \dots\dots\dots (8 \cdot a)$$

$$\text{grad } h \cdot n = 0 \dots\dots\dots (8 \cdot b)$$

を考えた。ここで、 $k$  は透水係数、 $h$  は地下水頭（基準を T. P.  $\pm 0$  m に置き、位置水頭と圧力水頭の和をとったもの）、 $h_0$  は境界上での既知水頭、 $n$  は境界面上に立てた外向き法線の方向余弦ベクトル、 $Z$  は位置水頭を示す。

ダム上流の境界における鉛直面は不透水境界と考え、境界条件式 (7) を用いた。貯水池と接するモデル上には、計画貯水高 (T. P. 76.9 m) を既知水頭として与えた。ダム下流の側面には、ネットワークモデルの終点に与えたと同じ地下水頭値を既知水頭として与え、境界条件式 (6) を適用した。ダム左右岸の、モデル境界面と下底面 (T. P. 22.5 m) には不透水の条件式 (7) を用いた。それ以外の境界面では、自由地下水面上での境界条件式 (8·a), (8·b) を適用し、計算を行った。

飽和浸透解析を行ったので、自由地下水面上を捜し出すための繰り返し計算が必要であった。したがって、計算時間の短縮を計るため、計画貯水高より上部の地盤は解析領域から除外して初期の地盤モデルを構築した。

数値計算のための有限要素法への離散化はガラーキン法により行ったが、詳細は文献 7) に譲る。

貯水池からの漏水量の計算は、式 (9) に示した有限要素離散化式より、節点流量を算出して推定した。

$$\{F\} = \{G\} \{H\} \dots\dots\dots (9)$$

$\{G\}$ ：自由地下水面上の境界条件が満足されるまで節点座標を変えながら繰り返し計算を行って得られた最終的な透水性行列

$\{H\}$ ：最終的に得られた節点地下水頭ベクトル

$\{F\}$ ：節点流量

$\{H\}$  の値は、前記各境界条件を  $\{F\}$  に導入して、式 (9) の形の連立方程式を解けば求まる。得られた節点地下水頭値を式 (9) の  $\{H\}$  に代入すれば節点流量が算出できるので、貯水池と接する節点（換言すれば、水頭値 T. P. 76.9 m を水頭一定条件として与えた節点）での

流量を合計して、貯水池からの漏水量を推定した。

有限要素法では、流れ場としての地盤構造モデルを確定値として取り扱っている。それに対して、ネットワークモデルは、地盤構造モデルも確率変量と考えており、両方法の結果を直接に比較するのは困難であった。本論文では、次のようにして両者の結果を比較してみた。すなわち、有限要素法に入力する各層の透水係数として、ネットワークの各枝線に与えた透水係数の期待値 ( $\mu$ ) を入力したもの (Case 1)、 $\mu + 2\sigma$  を入力したもの (Case 2)、 $\mu - 2\sigma$  を入力したもの (Case 3) の 3 通りの計算を行い、ネットワークから得られた漏水量の確率分布の  $\mu$  と  $\mu \pm 2\sigma$  の値を比較した。なお、計算は、いずれも貯水池下面にプランケットを施工した場合を想定して行った。

(2) 結果の比較と考察

有限要素法によって得られた 3 つのケースによる結果を Fig. 9 に、ネットワークモデルによる各値との比較を Table 5 に示した。漏水量として、Case 1 で 420 m<sup>3</sup>/日、Case 2 で 2 260 m<sup>3</sup>/日、Case 3 で 60 m<sup>3</sup>/日という値が得られた。本論文で提案している簡易ネットワークによるモンテカルロシミュレーションから得られる値は、先述のように地盤構造モデルも確率変量でモデル化しているので、透水係数の変動だけを考えた有限要素法による結果よりも、 $\mu + 2\sigma$  と  $\mu - 2\sigma$  の間の漏水量の変動幅が大きくなっている。しかしながら、平均的に地盤構造モデルに、透水係数のばらつきを考慮して計算した有限要素モデルの各ケースの結果は、ネットワークによるそれぞれの位置での結果とほぼ対応する値となっている。どの程度の対応ならば透水解析として満足できる結果になっているか、一律に、その規準を示すことは困難である。解析対象領域の空間的広がりや調査規模、さらに結果の利用の仕方等によって、要求される計算精度は変わってくる。しかしながら、今回のような問題では、Table 5 程度の対応ならば、ネットワークモデルによる解析も予測作業に利用できると考えている。

ネットワークモデルによるモンテカルロシミュレーションと有限要素解析は、いずれも岐阜大学情報処理セ

Table 5 Leakage of groundwater and computation time in network and finite element models.

Results		Model case		
		1	2	3
Leakage of groundwater ( m <sup>3</sup> / d )	Network model	240	3800	14
	F.E. model	420	2260	60
Computation time ( sec )	Network model	25.9		
	F.E. model	289.1	264.3	339.8



ンターの M-360 を使用した。Table 5 に示したネットワークによる計算時間は、試行回数 1000 回のときのものであるが、有限要素解析の 1 つのケースの計算時間の約 10 分の 1 で済んだ。本論文の目的が、ダム漏水量の簡易計算の開発にもあったので、ネットワークを極力単純化した。また、有限要素解析では自由地下水面を探索するために、数回の繰り返し計算が必要で、そうしたことの影響も計算時間の差になって現われてきたものと思われる。しかしながら、本論文で示したように流動経路をあらかじめ指定しておくことにより、従来この種の計算でいわれていたような計算時間の問題は、かなり解消できるように思われた。

## 6. 結 論

ダム漏水量予測問題への適用を例にして、著者らの提案する簡易ネットワークによる地下水流動の解析法を説明した。本論文によって示された結論を要約すれば以下ようになる。

(1) 地下水の流れ場を仮想的な格子点と、格子点と格子点を結ぶ枝線とからなるネットワークにモデル化し、流れ場の特性値を確率変数で近似して、地下水流動のモンテカルロシミュレーションを行う方法を示した。流れ場をモデル化するにあたっては、地下水流動の経路をあらかじめ指定するとともに、ネットワークをなるべく単純なものにして計算時間の短縮を計ることを述べた。

(2) 当該地盤のボーリング試料と原位置透水試験結果の整理によれば、層厚、層幅（層長）は正規確率変数で、流れ場の特性を示す透水係数は対数正規確率変数でモデル化できることがわかった。

(3) ネットワークのモデル化のし方によって本論による手法の計算時間は変化するが、今回の例によれば、

著者らの提案する方法による計算時間は、有限要素法の約 10 分の 1 で済み、従来、この種の計算でいわれていた計算時間の問題は、流動経路をあらかじめ規定することで、かなり解消されることがわかった。

(4) 本手法による漏水量予測値のばらつきはかなり大きいのが、主要な位置 ( $\mu, \mu \pm 2\sigma$ ) での値は、平均的地盤構造モデルによる三次元有限要素解析による結果とほぼ対応する値となっており、本手法の実際問題への適用の可能性がうかがわれた。

## 参 考 文 献

- 1) Bachmat, Y. et al. : Groundwater Management—The use of numerical models, American Geophysical Union, 1980.
- 2) Cambou, B. : Application of First-order Uncertainty Analysis in the Finite Element Method in Linear Elasticity, Proc. of 2nd Int. Conf. on Application of Statics and Structural Engineering, Aachen, pp. 67~87, 1975.
- 3) Shin, S. : Modified Monte Carlo Application of Groundwater Movement—The Simultaneity Procedures, Water Resources Research, Vol. 9, No. 4, pp. 1029~1038, 1973.
- 4) Kottegoda, N. T. and Katuuk, G. C. : Effect of Spatial Variation in Hydraulic Conductivity on Groundwater Flow by Alternate Solution Techniques, Journal of Hydrology, No. 65, pp. 349~362, 1983.
- 5) Wu, T. H., Vyas, S. K. and Chang, N. Y. : Probabilistic Analysis of Seepage, ASCE, Vol. 99, No. SM 4, pp. 323~340, 1973.
- 6) 斎藤慶一 : 工科のための確率と確率過程, サイエンス社, 1974.
- 7) Zienkiewicz, O. C. : The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill, pp. 295 ~ 321, 1971.

(1987.12.16・受付)