

# 軟岩の非線形力学特性を考慮したトンネル理論解析

## NON-LINEAR ANALYSIS OF SOFT ROCK TUNNEL

久武勝保\*・伊藤富雄\*\*・朝倉俊弘\*\*\*

By Masayasu HISATAKE, Tomio ITO and Toshihiro ASAKURA

In order to make clear squeezing characteristics of a tunnel in soft rocks and to determine reasonable tunnel construction sequences, a theoretical analysis and tunnel model tests have been performed. In the analysis, the following factors are taken into account; (1) a non-linear stress-strain relationship which changes with confining pressure, (2) a non-linear yield criterion, (3) the ratio of strength and initial tangent modulus of a stress-strain curve is independent of confining pressure. Closed form solutions of stresses, strains and displacement have been obtained. Theoretical results obtained both by the non-linear analysis proposed and by the Kastner's elastoplastic analysis are compared with model test results. From the results of the comparison, appropriateness of the non-linear tunnel analysis is shown.

*Keywords*: tunnel, theoretical solution, non-linear, model test, squeezing, soft rock

### 1. 結 論

硬岩においては、節理などの不連続面の存在により、サンプリングより得られた岩石の挙動と岩盤のそれは、大きく異なる場合があるが、軟岩においては、それらの差はあまりない<sup>1)</sup>といわれている。したがって、軟岩地山においては、サンプリング供試体の力学特性から、トンネル挙動をある程度推定できるものと思われる。

軟岩トンネルでは地山強度比の小なるほど、トンネル変位は大であるといわれるが、その程度については通常、弾塑性解析によっている。しかし、この解析は、現場で観察される軟岩トンネルの変位特性と相当異なった結果を与えることが指摘される。

地山の時間に依存しない力学特性に起因するトンネルの大なる押し出し（以下、ここではこれを膨張という）を解明するには、以下の諸点を考慮する必要があると認められる。

1) 降伏条件式が非線形性を示す。

- 2) 応力-ひずみ関係が非線形性を示すとともに、
- 3) 初期接線弾性係数は、拘束圧の影響を顕著に受ける。しかし、
- 4) 初期接線弾性係数と強度の比は拘束圧の影響をあまり受けない。

そこで本研究では、軟岩トンネルの膨張特性を解明し、合理的な支保条件を決定するために、軟岩の上記諸特性を考慮した等方初期応力下の二次元平面ひずみ円形トンネル解析を理論的に行い、閉じた解を導くこととする。また、軟岩地山を想定したトンネル模型実験を行い、実験結果と、弾塑性解析結果、非線形解析結果の比較を通して、妥当な解析手法について検討する。

### 2. 解 析

#### (1) 基礎方程式

軟岩の応力-ひずみ関係は、通常非線形性を示すことが知られている<sup>1)</sup>。Kondner<sup>2)</sup>は、土の非線形応力-ひずみ関係を軸差応力と軸ひずみの双曲線関係で表現したが、以下ではこれを一般化し、八面体平面上のせん断応力  $\tau_{oct}$  とせん断ひずみ  $\gamma_{oct}$  の関係として表現する。

$$\tau_{oct} = \frac{\gamma_{oct}}{a + b \cdot \gamma_{oct}} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、

\* 正会員 工博 近畿大学講師 理工学部土木工学科  
(〒577 東大阪市小若江 3-4-1)

\*\* 正会員 工博 大阪工業大学学長  
(〒535 大阪市旭区大宮 5-16-1)

\*\*\* 正会員 工修 (財)鉄道総合技術研究所地盤・防災研究室  
(〒185 国分寺市光町 2-8-38)

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \}^{1/2}$$

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3} \{ (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 \}^{1/2}$$

$$a = \frac{1}{G_i}, \quad b = \frac{R_f}{\tau_{oct,f}}, \quad R_f = \frac{\tau_{oct,f}}{\tau_{oct,ult}}$$

$\sigma_k, \varepsilon_k (k=1\sim 3)$  はそれぞれ主応力、主ひずみ、 $G_i$  は初期接線係数、 $\tau_{oct,f}$  は測定される最大応力、 $\tau_{oct,ult}$  は双曲線モデルでの終局最大応力である。

図一に示す等方初期応力  $P$  の下での二次元平面ひずみトンネルにおいて、半径方向と円周方向の座標を  $r, \theta$  とすれば、 $(\varepsilon_\theta, \varepsilon_r), (\sigma_\theta, \sigma_r)$  はそれぞれ、主ひずみ、主応力であり、トンネル軸方向ひずみ  $\varepsilon_z$  は 0 となる。本非線形応力-ひずみ関係では、明確な弾性限界は存在しないが、実際にも、変形当初から塑性ひずみが生じていると考えることができる<sup>3)</sup>。そこで、偏差ひずみ速度がそれに対応する偏差応力に比例すると仮定<sup>4),5)</sup>すれば、平面ひずみ条件を考慮して、次式を得る。

$$\lambda = \frac{2 \dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta}{2 \sigma_r - \sigma_\theta - \sigma_z} \dots\dots\dots (2)$$

$$\lambda = \frac{2 \dot{\varepsilon}_\theta - \dot{\varepsilon}_r}{2 \sigma_\theta - \sigma_r - \sigma_z} \dots\dots\dots (3)$$

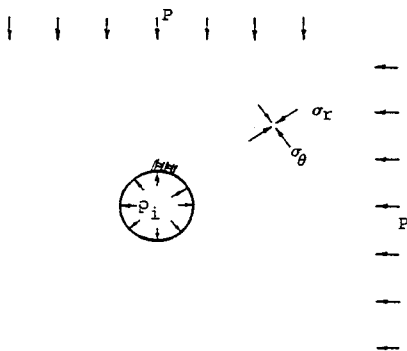
$$\lambda = \frac{-\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta}{2 \sigma_z - \sigma_r - \sigma_\theta} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\dot{\varepsilon}$  はひずみ速度である。式 (3), (4) から  
 $2 \dot{\varepsilon}_\theta - \dot{\varepsilon}_r = \lambda (2 \sigma_\theta - \sigma_r - \sigma_z) \dots\dots\dots (5)$   
 $-\dot{\varepsilon}_r - \dot{\varepsilon}_\theta = \lambda (2 \sigma_z - \sigma_r - \sigma_\theta) \dots\dots\dots (6)$

式 (5) から式 (6) を差し引いて、  
 $\lambda = \frac{\dot{\varepsilon}_\theta}{\sigma_\theta - \sigma_z} \dots\dots\dots (7)$

同様に、式 (2), (4) から次式が導かれる。  
 $\lambda = \frac{\dot{\varepsilon}_r}{\sigma_r - \sigma_z} \dots\dots\dots (8)$

したがって、式 (7), (8) から次の関係を得る。  
 $\dot{\varepsilon}_r (\sigma_\theta - \sigma_z) = \dot{\varepsilon}_\theta (\sigma_r - \sigma_z) \dots\dots\dots (9)$   
 ところで、せん断中に体積変化がない<sup>6)</sup>、と仮定すれば、



図一 円形トンネル

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_\theta + \varepsilon_r + \varepsilon_z &= 0 \\ \dot{\varepsilon}_\theta + \dot{\varepsilon}_r + \dot{\varepsilon}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

この第1式は、トンネル半径方向変位を  $u$  として、  
 $\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \dots\dots\dots (11)$

と表わされ、この微分方程式を解いて  
 $u = \frac{A}{r} \dots\dots\dots (12)$

ここに、 $A$  は、いまのところ未知の積分定数である。また、式 (9) と式 (10) の第2式から、次の関係が導かれる。

$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_\theta + \sigma_r) \dots\dots\dots (13)$$

ここで、式 (1) に、式 (10) と式 (13) の関係、および  $\varepsilon_z = 0$  を適用することにより、本トンネル問題における構成関係式が次のように得られる。

$$\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{1}{g} \cdot \frac{\varepsilon_\theta}{d + \varepsilon_\theta} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、  
 $g = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{R_f}{\tau_{oct,f}}$   
 $d = \frac{\sqrt{6} \cdot \tau_{oct,f}}{4 R_f \cdot G_i}$

次に、本問題でのつり合い式  
 $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} \dots\dots\dots (15)$

に、式 (10) の第1式と式 (12) から導かれる関係、  
 $\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = \frac{A}{r^2} \dots\dots\dots (16)$

および、式 (14) を代入して次式を得る。  
 $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{1}{gr} \cdot \frac{A}{d + \frac{A}{r^2}} \dots\dots\dots (17)$

上式が、本問題の基礎方程式であり、以下では非線形降伏条件下で、式 (17) を解くこととする。

(2) 非線形降伏条件下の式 (17) の解析  
 岩に対する降伏条件式は、普通非線形で表わされ、Hoek と Brown<sup>5)</sup> が示した次式が広く採用されている (図一2)。

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{(m \sigma_c \sigma_3 + s \sigma_c^2)} \dots\dots\dots (18)$$

ここに、 $\sigma_c$  は一軸圧縮強度、 $\sigma_1$  と  $\sigma_3$  は最大、最小主応力であり、 $s$  と  $m$  は岩の特性に応じて決まる材料定数である。そこで、以下では式 (18) を採用することとする。

ところで、岩石に対する試験結果によると、強度と弾性係数の関係<sup>8),9)</sup>は線形関係により近似することができる<sup>7)</sup>。そこで、これらの比、 $\tau_{oct,f}/G_i$  を一定と仮定し、また式 (18) の  $\sigma_1, \sigma_3$  は本トンネル問題で  $\sigma_\theta, \sigma_r$  にそ

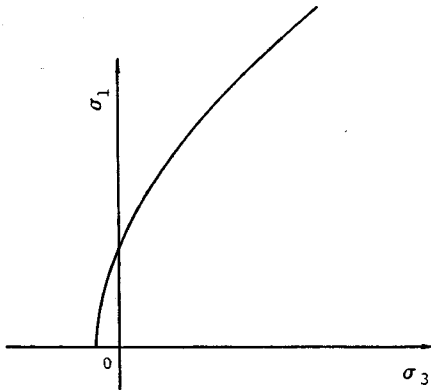


図-2 非線形降伏条件

それぞれ対応するから、式 (17) に式 (18) の関係を適用すれば、

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\sqrt{(m\sigma_c \sigma_r + s\sigma_c^2)}}{R_f} \cdot \left[ \frac{1}{r} - \frac{r}{A/d + r^2} \right] \dots\dots\dots (19)$$

となり、上式の一般解は次式となる。

$$\sigma_r = \frac{1}{m \cdot \sigma_c} \left[ -s\sigma_c^2 + c^2 - c \cdot \frac{m \cdot \sigma_c}{2 R_f} \cdot \ln \left( \frac{A}{dr^2} + 1 \right) + \left[ \frac{m\sigma_c}{4 R_f} \cdot \ln \left( \frac{A}{dr^2} + 1 \right) \right]^2 \right] \dots\dots\dots (20)$$

ここに、c は積分定数である。σ<sub>r</sub> は、r = ∞ で P に一致すべきであり、また、トンネル内面 (r = r<sub>i</sub>) は、覆工外面から内圧 p<sub>i</sub> を受けるので、これらの条件を式 (20) に適用して、未知定数 A, c が次のように決定される。

$$A = d (\exp(\alpha) - 1) r_i^2 \dots\dots\dots (21)$$

$$c = \sqrt{(Pm\sigma_c + s\sigma_c^2)} \dots\dots\dots (22)$$

$$\alpha = \frac{4 R_f}{m \cdot \sigma_c} \cdot \left[ \sqrt{(Pm\sigma_c + s\sigma_c^2)} - \sqrt{(s\sigma_c^2 + p_i m \sigma_c)} \right] \dots\dots (23)$$

以上により、すべての未知量が決定されたので応力、ひずみ、変位が以下のように求められる。

$$\sigma_r = P - \frac{\sqrt{(Pm\sigma_c + s\sigma_c^2)}}{2 R_f} \cdot \ln \left[ (\exp(\alpha) - 1) \left( \frac{r_i}{r} \right)^2 + 1 \right] + \frac{m \cdot \sigma_c}{16 R_f^2} \left[ \ln \left[ (\exp(\alpha) - 1) \left( \frac{r_i}{r} \right)^2 + 1 \right] \right]^2 \dots\dots (24)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \frac{\sqrt{(m\sigma_c \sigma_r + s\sigma_c^2)}}{R_f} \cdot \frac{(\exp(\alpha) - 1) \left( \frac{r_i}{r} \right)^2}{1 + (\exp(\alpha) - 1) \left( \frac{r_i}{r} \right)^2} \dots\dots\dots (25)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_\theta + \sigma_r) \dots\dots\dots (26)$$

$$u = \frac{\sqrt{6}}{4 R_f} \cdot \frac{\tau_{oct,r}}{G_i} \cdot (\exp(\alpha) - 1) \cdot \frac{r_i^2}{r} \dots\dots\dots (27)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{\sqrt{6}}{4 R_f} \cdot \frac{\tau_{oct,r}}{G_i} \cdot (\exp(\alpha) - 1) \cdot \left( \frac{r_i}{r} \right)^2 \dots\dots\dots (28)$$

$$\varepsilon_r = -\frac{\sqrt{6}}{4 R_f} \cdot \frac{\tau_{oct,r}}{G_i} \cdot (\exp(\alpha) - 1) \cdot \left( \frac{r_i}{r} \right)^2 \dots\dots\dots (29)$$

### 3. 模型実験

2. で導いた理論解析結果を検証するために、以下のような模型実験を行った。

#### (1) 実験方法

実験装置は、40 cm×40 cm×40 cm の土槽、掘削機、載荷装置、トンネルの円周方向 (4 個) と軸方向 (2 個) の土圧計、およびトンネル内面の変位計からなり、土圧計の配置を図-3 に示す。ただし、土圧・変位は、トンネル軸中央点を通るトンネル横断面内で計測される。

まず、軟岩地山を想定した貧配合のモルタルを土槽内に填充し、モルタル硬化後に、鉛直と、水平方向から同一値の応力 (P) で載荷する。この状態を維持しながら、直径 10 cm の円孔を手前から掘削し、掘削終了後の土圧と変位を測定する。なお、載荷圧の違いによるトンネル挙動を 2. の理論解が説明できるかを調べるために、同一配合材料を用い、P=30.8 kgf/cm<sup>2</sup> と 11.1 kgf/cm<sup>2</sup>

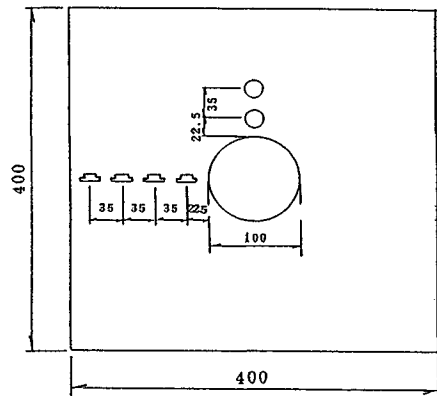


図-3 土圧計配置図 (単位: mm)

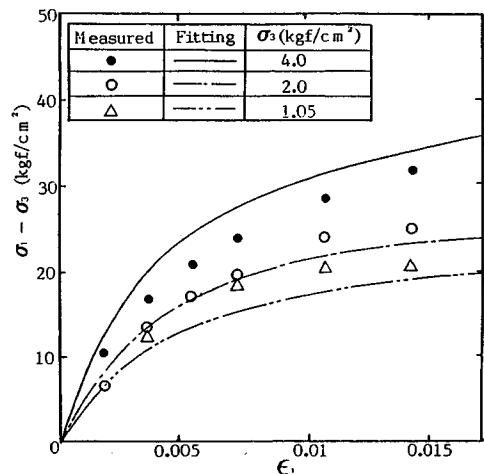


図-4 応力-ひずみ関係

の下で2回実験を行った。なお、土圧計の精度は、誤差1.5%以下である<sup>10)</sup>。

(2) 実験結果と考察

三軸圧縮試験により、地盤材料の強度・変形特性を求め、図-4に応力-ひずみ関係を、図-5に、強度特性を示す。軟質な岩の力学特性は、土質のそれと連続するよ

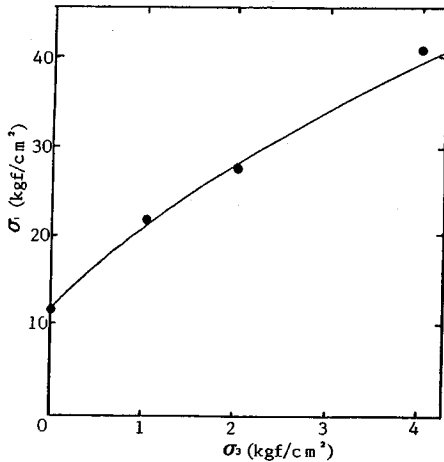


図-5 強度特性

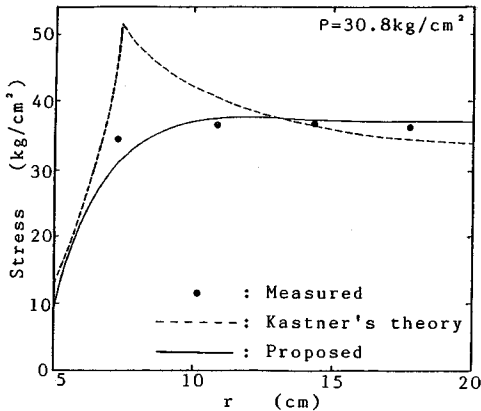
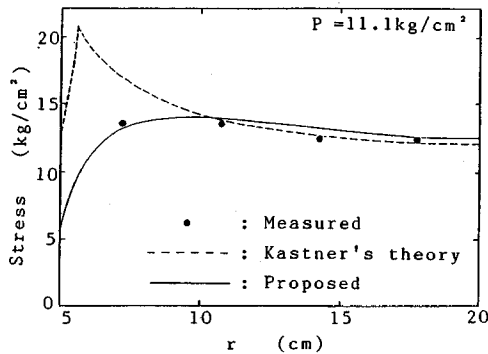


図-6 トンネル掘削後の円周方向応力

うになる<sup>9)</sup>が、図をみると、本材料は土質と共通領域の力学特性を有しているといえる。測定値から求めた材料定数は、 $R_f=0.831$ ,  $G_i/\tau_{oct,r}=184$ ,  $m=23.26$ ,  $s=1.0$ ,  $\sigma_c=12.0 \text{ kgf/cm}^2$ であり、これらを用いた理論曲線は実測結果をうまく表現していると思われる。

図-6にトンネル円周方向応力  $\sigma_\theta$  について、実測値、本非線形結果、および Kastner 理論<sup>11)</sup>による弾塑性解析の結果を比較して示す。ただし、Kastner 理論では内部摩擦角  $\phi=37.9^\circ$ 、粘着力  $C=3.26 \text{ kgf/cm}^2$  である。図-6をみると、弾塑性解析では、 $\sigma_\theta$  は弾性域から弾塑性境界に近づくにつれて、急勾配で増大するが、ピークに達した後、塑性域で急激に減少している。本解析では、 $\sigma_\theta$  はトンネルに接近するに従って、非常にわずかな増加しか示さず<sup>12)</sup>、その後減少しており、この傾向は弾塑性解析結果のそれと大きく異なっている。この原因は、応力-ひずみ曲線の非線形性による。実測応力は、本解析結果と非常によく対応しているが、弾塑性解析結果とは大きく異なっている。

図-7は、トンネル掘削に起因する、トンネル軸方向応力の変動値について、実測と本解析結果を比較して示したものであるが、両者はよく対応している。すなわち、本理論展開において仮定した式(2)~(4)および式(10)から導かれた式(13)の妥当性が理解できる。

次に、図-8はトンネル半径方向変位について、実測値、本解析結果および弾塑性解析結果を比較して示したものである。なお弾塑性解析での変位は、ポアソン比  $\nu$

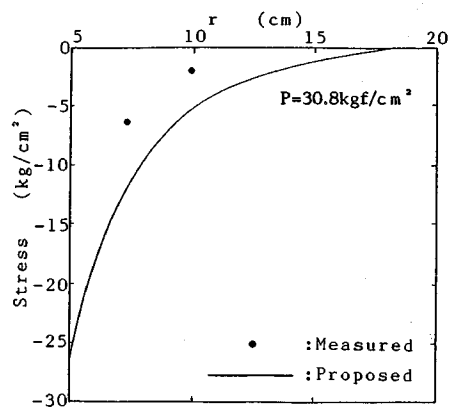
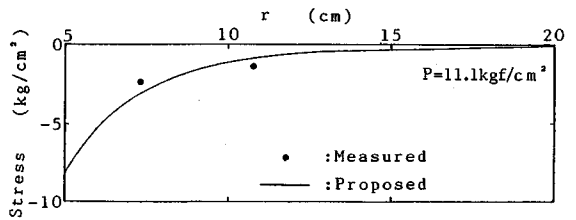


図-7 掘削によるトンネル軸方向変動応力

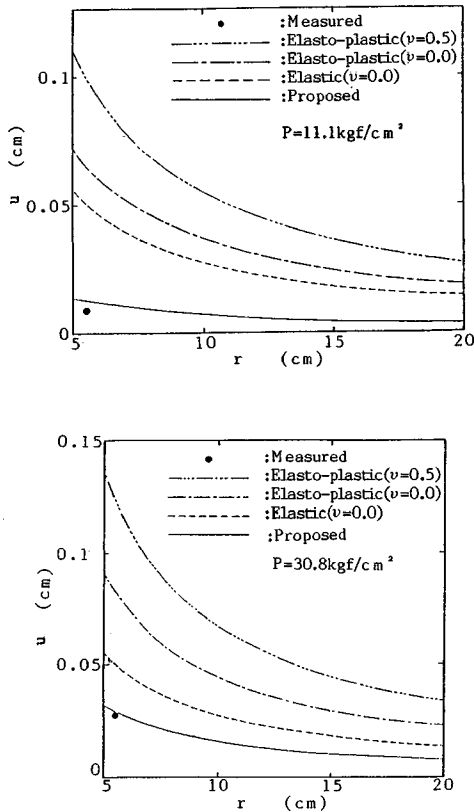


図-8 トンネル半径方向変位の比較

の値によって変化するので、 $\nu$ の値を2通り変えており、また弾性係数  $E$  は、拘束圧、ひずみレベルで異なった値を示し、一義的に決定できないので、ここでは一軸圧縮試験の応力-ひずみ曲線において、強度の50%における接線係数  $E_{50}$  を用いている。図をみると、弾塑性解析結果は、最小値を与える  $\nu=0.0$  の場合でも、実測値の約3倍から7倍大である。これは、主に材料定数の決定値に起因するが、ひいては応力-ひずみ関係の非線形性や拘束圧の影響を考慮できない弾塑性解析法そのものに限界のあることを示している。また、同図中には、 $\nu=0.0$  とし、かつ弾塑性解と同一の  $E_{50}$  値を用いた弾性解も併記しているが、当然のことながら、この結果も実測値と相当異なっている。一方、本解析結果は、実測結果によく対応しており、実際の現象をうまく表現できて

いることが理解できる。

#### 4. 結 論

本研究は、非線形応力-ひずみ関係、非線形降伏特性など、軟岩の諸特性を考慮して、等方初期応力下の二次元平面ひずみ円形トンネル解析を理論的に行い、応力、ひずみ、変位の閉じた解を導いた。

また、軟岩地山を想定したトンネル模型実験を行い、その結果と本非線形解析結果、Kastnerの弾塑性解析結果とを比較することにより、非線形な応力-ひずみ関係を呈する軟岩地山に対して、Kastner解が非現実的な解を与えることのあること、および本解析結果が軟岩トンネル挙動をよく説明できることを示した。

#### 参 考 文 献

- 1) 土質工学会：NATM工法の調査・設計から施工まで，1986.
- 2) Kondner, R. L. : Hyperbolic stress-strain response : Cohesive soils, J. Soil Mech. Fdns. Div. ASCE, 89, SM1, pp.115~143, 1963.
- 3) 川本眺万：岩盤力学，朝倉書店，pp.218, 1975.
- 4) Fung, Y. C. : Foundation of solid mechanics, Prentice-Hall Inc., 1985.
- 5) 竹山寿夫：初等塑性力学，丸善（株），1969.
- 6) Hoek, E. and Brown, E. T. : Underground excavation in rock, The institute of Mining and Metallurgy, 1980.
- 7) Yoshinaka, R. and Yamabe, T. : Deformation behavior of soft rocks, Proc. Int. Symp. on Weak Rock, Vol. 1, pp. 87~92, 1981.
- 8) Deere, D. U. : Geological considerations, Rock Mechanics in Engrg. Practice (ed. Stagg & Zienkiewicz), John Wiley, 1968.
- 9) 土質工学会編：岩の工学的性質と設計・施工への応用，pp. 236~239, 1985.
- 10) 川上義輝・朝倉俊弘：トンネル掘削に伴う周辺地山の挙動に関する模型実験（その2），鉄道技術研究所速報，No. A-87-209, pp.1~29, 1987.
- 11) Kastner, H. (金原 弘 訳)：トンネルの力学，森北出版，1976.
- 12) Hisatake, M., Cording, E.J. and Phienweja, D. : Effects of non-linearity and strength reduction on tunnel movements, 第22回土質工学研究発表会講演概要集，pp.1621~1624, 1987.

(1987.10.29・受付)