

有限定和分変換を用いた鋼管矢板井筒の設計法とその適用例

CALCULATION METHOD OF STRESS IN WELL STRUCTURES BUILT UP WITH STEEL PIPE PILES AND THE APPLICATION TO SOME PROBLEMS

竹内幹雄*・水谷善行**・柳原純夫***・能町純雄****

By Mikio TAKEUCHI, Yoshiyuki MIZUTANI, Sumio YANAGIHARA and Sumio NOUMACHI

Calculation method of stress in well structures built up with steel pipe piles is treated by means of Finite Fourier Integration Transforms.

The well structure of this kind is supposed to be structure of space beam which are connected to each other by axial joint springs.

Discussion is especially focused to an elliptic well having partition walls inside space. Three types of well: circle, square and ellips with two partition walls, are numerically taken up, and the results of the third type are compared with experimental values.

Keywords: well structures built up with steel pipe piles, Finite Fourier Integration Transforms, joint springs

1. ま え が き

鋼管矢板井筒基礎は、継手を有する鋼管（鋼管矢板）を井筒状に閉合し、一般に、その頂部をフーチングで剛結した基礎であり、仮締切を本体構造に兼用できる等の施工上の有利さから、近年橋梁用大型基礎としての実績が増大している¹⁾。

また、設計法については、昭和58年に道路協会より「鋼管矢板式基礎設計指針」²⁾が発刊され、従来からの多くの研究が集大成されたものとなっている。この指針によると、基本的には矢板の変位、断面力を求めるには、井筒全体を一本の弾性床の上のはりとしてモデル化し、各矢板の継手部分がずれることによる抵抗力の低下を、全体の曲げ剛性を低減させることにより評価する簡易手法によることとし、井筒が短い場合や、基礎の変形が大きい場合には、立体骨組解析等によって検証するものとされている。

一般的に、井筒全体をモデル化した立体骨組解析は、

計算機の進歩した今日においても、かなり多大な時間および費用を必要とし、設計計算を行ううえでは、大変煩雑なものとなる。

このような問題点を解決するために、建設省土木研究所では、井筒を薄肉断面から成る仮想井筒と考え、井筒断面は変形せず平面を保持する棒として働くが、せん断変形は生ずる等の仮定を与えている。また継手のずれ変位に伴い生ずる力を、薄肉断面のせん断流ととらえ、各継手部分のせん断流の総和が井筒全体のつり合い方程式を満足するようにしている。

この計算法は、地盤、継手に関する各種の要因を組み込み、なおかつ簡略な形となっており、設計法として多大な成果を収めている³⁾。

これに対し著者らは、個々の矢板を1節点6自由度を有するはり要素とし、そのおのおのを、継手部のずれ変位に抵抗するばねにより連結したモデルによる設計計算法を開発してきた⁴⁾。そして、上記の計算時間の問題を解決するために、井筒断面方向に有限フーリエ定和分変換手法を適用した。その結果、計算時間は大幅に短縮でき、断面形状が丸形の場合は、パソコンレベルでの計算をも可能なものとした。

本文では、有限フーリエ定和分変換手法による設計計算法の概略を示すとともに、各種断面形状井筒（四角形、

* 正会員 工修 技術士 (株)奥村組東京支社
(〒107 港区元赤坂1-3-10)

** 正会員 技術士 (株)奥村組東京支社 (同上)

*** 正会員 (株)奥村組東京支社 (同上)

**** 正会員 工博 日本大学教授 生産工学部土木工学科
(〒275 習志野市泉町1-2-1)

丸形小判形)の基本性状について検討した。

その結果、鋼管矢板井筒基礎の個々の矢板に発生する断面力は、断面形状の影響を大きく受けるものであることが明らかとなった。

2. 計算方法

丸型、無限直線等の基本配列のものについては、すでに著者らの1人、能町^{5),6)}により解法が示されている。本論では、小判形状のものについての計算方法を示す。

図-1に示すように、小判形の全体系を、直線部、円弧部、隔壁部の各部分系(サブストラクチャー)に分解した。各部分系は、0番目からn番目までの矢板により構成されているものとする(以下、第r番目矢板の諸量は、下添字rで表示する)。

図-2に計算手法の流れを示す。

(1) 基本仮定

本解析を進めるにあたって導入した基本仮定を以下に列挙する。

a) 各鋼管矢板要素は継手により連結され、伝達される節点力は、隣接する矢板間の相対変位に比例するものとする。その比例定数は次の3種類の継手係数とする(図-3)。

- K_T : 継手位置における接線方向ばね係数 (kgf/cm²)
- K_N : 継手位置における法線方向ばね係数 (kgf/cm²)
- K_S : 継手位置における軸方向ばね係数 (kgf/cm²)

b) 各矢板要素の管厚は十分厚く、その断面変形は考慮しないものとする。

c) 変位を生ずる際には、ベルヌーイ・オイラーの平面保持の仮定を満足するものとする。

d) 地盤は弾性床とする。地盤反力係数は、同一深さ断面で一定とする。

(2) 基本方程式の誘導

基本方程式は、おのおのの部分系で誘導する。

以下に、円弧部に関する基本方程式の誘導を示す。直線部の基本方程式は円弧部の基本方程式中の、 $\alpha=0$ としたものに等しい。

図-4より、r番目の矢板の、深さzにおける、右側継手変位、 $u_r^R(z)$, $v_r^R(z)$, $w_r^R(z)$ と、左側継手変位、 $u_r^L(z)$, $v_r^L(z)$, $w_r^L(z)$ は、矢板軸変位、 $u_r(z)$, $v_r(z)$, $w_r(z)$ を用いて、以下のように表わせる(以下(z)は、省略)。

$$u_r^R = (u_r - \theta_r \cdot a) \cos \alpha - v_r \sin \alpha \dots\dots\dots (1)$$

$$v_r^R = (u_r - \theta_r \cdot a) \sin \alpha + v_r \cos \alpha \dots\dots\dots (2)$$

$$w_r^R = w_r - \dot{v}_r \cdot a \dots\dots\dots (3)$$

$$u_r^L = (u_r + \theta_r \cdot a) \cos \alpha + v_r \sin \alpha \dots\dots\dots (4)$$

$$v_r^L = (u_r + \theta_r \cdot a) \sin \alpha + v_r \cos \alpha \dots\dots\dots (5)$$

$$w_r^L = w_r + \dot{v}_r \cdot a \dots\dots\dots (6)$$

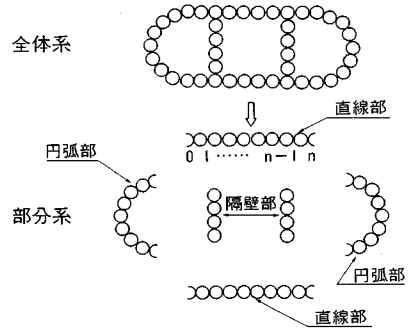


図-1 全体系と部分系

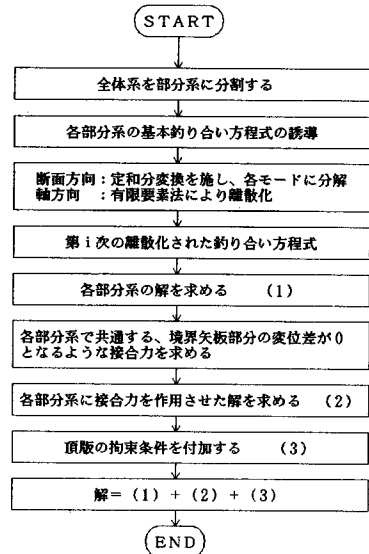


図-2 計算方法フロー

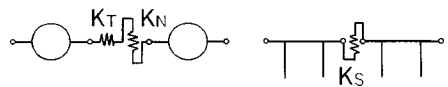


図-3 継手ばね

- u_r, v_r, w_r : r番目矢板の法線, 接線, 軸方向変位
- θ_r : u-v面内回転角
- a: 矢板中心から継手中心までの腕の長さ
- α : 矢板中心および継手中心が円弧中心となす角(矢板並びが直線の場合, $\alpha=0$)

図-5に示す継手力 $P_r^R, P_r^L, T_r^R, T_r^L, S_r^R, S_r^L$ は継手節点変位に対して生ずる節点力であるから、継手係数 K_T, K_N, K_S を比例定数として次のように表わせる。

$$P_r^R = K_N (u_{r+1}^L - u_r^R)$$

式(1), (4)を代入すると

$$P_r^R = K_N \{ (\Delta u_r + \nabla \theta_r \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_r \sin \alpha \} \dots\dots\dots (7)$$

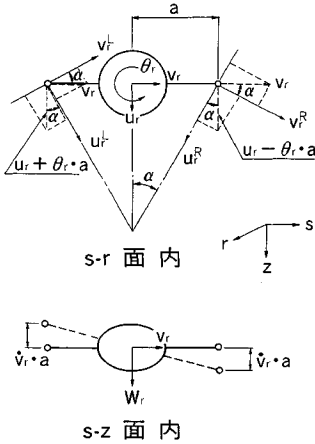


図-4 継手変位と矢板軸変位

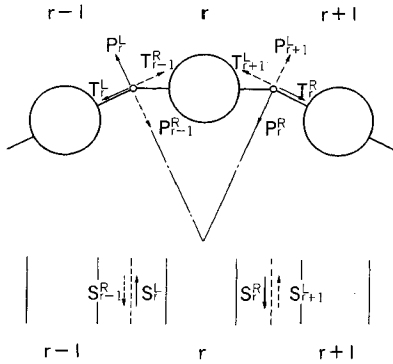


図-5 継手力

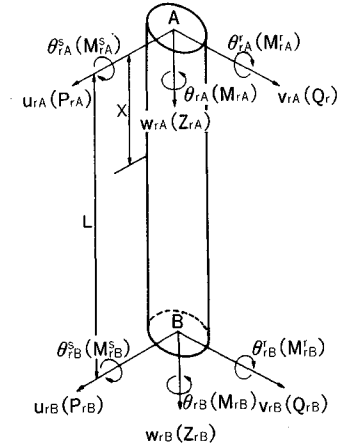


図-6 要素座標系

同様にして

$$P_r^L = K_N(u_r^L - u_{r-1}^R) = K_N(\Delta u_{r-1} + \nabla \theta_{r-1} \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_{r-1} \sin \alpha \quad (8)$$

$$T_r^R = K_T(v_{r+1}^L - v_r^R) = K_T[-(\nabla u_r + \nabla \theta_r \cdot a) \sin \alpha + \nabla v_r \cos \alpha] \quad (9)$$

$$T_r^L = K_T(v_r^L - v_{r-1}^R) = K_T[-(\nabla u_{r-1} + \Delta \theta_{r-1} \cdot a) \sin \alpha + \nabla v_{r-1} \cos \alpha] \quad (10)$$

$$S_r^R = K_S(w_{r+1}^L - w_r^R) = K_S(\Delta w_r + \nabla \dot{v}_r \cdot a) \quad (11)$$

$$S_r^L = K_S(w_r^L - w_{r-1}^R) = K_S(\Delta w_{r-1} + \nabla \dot{v}_{r-1} \cdot a) \quad (12)$$

ここに

$$\Delta f = f_{r+1} - f_r$$

$$\nabla f = f_{r+1} + f_r$$

r 番目の矢板の、外力と変位のつり合い方程式は、式(7)~(12)で示される継手力等により、表-1のようになる。

各部分系は、後に、境界矢板部分で接合する。したがって、r=0, n 番目の境界矢板の剛性および地盤反力係数は、あらかじめ、1/2としている。

(3) 有限フーリエ定和分変換による基本方程式の変換

表-1の基本方程式は $\Delta^2 f_{r-1}$, $\nabla^2 f_{r-1}$, Δf_r の2階和、差分の項を含んでおり、そのまま解こうとすると膨大な計算時間を必要とする。そこで、断面方向に有限フーリエ定和分変換を施し、2階和、差分の項を基本方程式から取り除いた。

関数 f_r (r=0, 1, 2, …, n-1, n) に対する有限フーリエ変換は以下のように定義される。

sin 変換

$$S_i[f_r] = \sum_{r=1}^{n-1} f_r \sin(\pi i r / n) \quad (13)$$

cos 変換

$$C_i[f_r] = \sum_{r=1}^{n-1} f_r \cos(\pi i r / n) \quad (14)$$

上式の変換に対し、逆変換は以下のように定義される。

$$f_r = 2/n \sum_{i=1}^{n-1} S_i[f_r] \sin(\pi i r / n) \quad (15)$$

$$f_r = 2/n \sum_{i=0}^n R_i[f_r] \cos(\pi i r / n) \quad (16)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} R_0[f_r] &= 1/2 \{C_0[f_r] + f_0/2 + f_n/2\} \\ R_i[f_r] &= \{C_i[f_r] + f_0/2 + (-1)^i f_n/2\} \\ R_n[f_r] &= 1/2 \{C_n[f_r] + f_0/2 + (-1)^n f_n/2\} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$\Delta^2 f_{r-1}$, $\nabla^2 f_{r-1}$, Δf_r に sin 変換, cos 変換を施すと以下ようになる。

$$S_i[\Delta^2 f_{r-1}] = -D_i S_i[f_r] + 1/2 G_i \{f_0 - (-1)^i f_n\} \quad (18)$$

$$S_i[\nabla^2 f_{r-1}] = E_i S_i[f_r] + 1/2 G_i \{f_0 - (-1)^i f_n\} \quad (19)$$

$$S_i[\Delta f_r] = -G_i \{C_i[f_r] + 1/2 f_0 + (-1)^i/2 f_n\} \quad (20)$$

$$C_i[\Delta^2 f_{r-1}] = -D_i \{C_i[f_r] + 1/2 f_0 + (-1)^i/2 f_n\} + (-1)^i \Delta f_{n-1} - \Delta f_0 \quad (21)$$

$$C_i[\nabla^2 f_{r-1}] = -E_i \{C_i[f_r] + 1/2 f_0 + (-1)^i/2 f_n\} - (-1)^i \nabla f_{n-1} - \nabla f_0 \quad (22)$$

$$C_i[\Delta f_r] = G_i S_i[f_r] + E_i \{-1/2 f_0 + (-1)^i/2 f_n\} - (-1)^i \Delta f_{n-1} - \Delta f_0 \quad (23)$$

ただし

$$D_i = 2(1 - \cos \pi i / n)$$

$$E_i = 2(1 + \cos \pi i / n)$$

$$G_i = 2 \sin \pi i / n$$

表一 つり合い方程式

矢板番号	半径方向曲げ	使用記号
$r=0$	$1/2(EI\ddot{u}_0 + k_N Du_0) = p_0 + K_N \{ (\Delta u_0 + \nabla\theta_0 \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_0 \sin \alpha \} \cos \alpha + K_T \{ -(\nabla u_0 + \Delta\theta_0 \cdot a) \sin \alpha + \Delta v_0 \cos \alpha \} \sin \alpha$	E I : 矢板の曲げ剛性 (kgf · cm)
$r=1 \sim n-1$	$EI\ddot{u}_r + k_N Du_r = p_r + (P_r^* - P_r^{\dagger}) \cos \alpha + (T_r^* - T_r^{\dagger}) \sin \alpha + K_N \{ (\Delta^2 u_{r-1} + \Delta^2 \theta_{r-1} \cdot a) \cos \alpha + \Delta^2 v_{r-1} \sin \alpha \} \cos \alpha + K_T \{ -(\nabla^2 u_{r-1} + \Delta^2 \theta_{r-1} \cdot a) \sin \alpha + \Delta^2 v_{r-1} \cos \alpha \} \sin \alpha$	G J : 矢板のねじり剛性 (kgf · cm)
$r=n$	$1/2(EI\ddot{u}_n + k_N Du_n) = p_n - K_N \{ (\Delta u_{n-1} + \nabla\theta_{n-1} \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_{n-1} \sin \alpha \} \cos \alpha + K_T \{ -(\nabla u_{n-1} + \Delta\theta_{n-1} \cdot a) \sin \alpha + \Delta v_{n-1} \cos \alpha \} \sin \alpha$	k_N : 水平方向地盤反力係数 (kgf / cm)
矢板番号	接続方向曲げ	
$r=0$	$1/2(EI\ddot{v}_0 + k_N Dv_0) = q_0 - K_N \{ (\Delta u_0 + \nabla\theta_0 \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_0 \sin \alpha \} \sin \alpha + K_T \{ -(\nabla u_0 + \Delta\theta_0 \cdot a) \sin \alpha + \Delta v_0 \cos \alpha \} \cos \alpha + K_S (\Delta w_0 + \nabla\dot{v}_0 \cdot a) \cdot a$	k_v : 鉛直方向地盤反力係数 (kgf / cm)
$r=1 \sim n-1$	$EI\ddot{v}_r + k_N Dv_r = T_r - (P_r^* + P_r^{\dagger}) \sin \alpha + (T_r^* - T_r^{\dagger}) \cos \alpha + (S_r^* + S_r^{\dagger}) \cdot a = q_r - K_N \{ (\Delta u_r + \nabla^2 \theta_{r-1} \cdot a) \cos \alpha + \nabla^2 v_{r-1} \sin \alpha \} \sin \alpha + K_T \{ -(\Delta u_r + \Delta^2 \theta_{r-1} \cdot a) \sin \alpha + \Delta^2 v_{r-1} \cos \alpha \} \cos \alpha + K_S (\Delta w_{r-1} + \nabla^2 \dot{v}_{r-1} \cdot a) \cdot a$	D : 矢板径 (cm)
$r=n$	$1/2(EI\ddot{v}_n + k_N Dv_n) = q_n - K_N \{ (\Delta u_{n-1} + \nabla\theta_{n-1} \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_{n-1} \sin \alpha \} \sin \alpha - K_T \{ -(\nabla u_{n-1} + \Delta\theta_{n-1} \cdot a) \sin \alpha + \Delta v_{n-1} \cos \alpha \} \cos \alpha + K_S (\Delta w_{n-1} + \nabla\dot{v}_{n-1} \cdot a) \cdot a$	p_r : 半径方向外力 q_r : 接続方向外力 m_r : ねじり方向外力 z_r : 軸方向外力
矢板番号	ねじり	
$r=0$	$-1/2 GJ\ddot{\theta}_0 = m_0 - K_N \{ (\Delta u_0 + \nabla\theta_0 \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_0 \sin \alpha \} a \cos \alpha - K_T \{ -(\nabla u_0 + \Delta\theta_0 \cdot a) \sin \alpha + \Delta v_0 \cos \alpha \} a \sin \alpha$	$\Delta^2 f_{r-1} = \Delta f_r - \Delta f_{r-1} = f_{r+1} - 2f_r + f_{r-1}$
$r=1 \sim n-1$	$-GJ\ddot{\theta}_r = m_r - (P_r^* + P_r^{\dagger}) \cdot a \cos \alpha - (T_r^* + T_r^{\dagger}) \cdot a \cos \alpha = m_r - K_N \{ (\Delta u_r + \nabla^2 \theta_{r-1} \cdot a) \cos \alpha + \nabla^2 v_{r-1} \sin \alpha \} a \cos \alpha - K_T \{ -(\Delta u_r + \Delta^2 \theta_{r-1} \cdot a) \sin \alpha + \Delta^2 v_{r-1} \cos \alpha \} a \sin \alpha$	$\nabla^2 f_{r-1} = \nabla f_r + \nabla f_{r-1} = f_{r+1} + 2f_r + f_{r-1}$
$r=n$	$-1/2 GJ\ddot{\theta}_n = m_n - K_N \{ (\Delta u_{n-1} + \nabla\theta_{n-1} \cdot a) \cos \alpha + \nabla v_{n-1} \sin \alpha \} a \cos \alpha + K_T \{ -(\nabla u_{n-1} + \Delta\theta_{n-1} \cdot a) \sin \alpha + \Delta v_{n-1} \cos \alpha \} a \sin \alpha$	$\Delta f_r = \Delta \nabla f_{r-1} = \nabla \Delta f_{r-1} = f_{r+1} - f_{r-1}$
矢板番号	軸力	
$r=0$	$-1/2 EA\ddot{w}_0 + k_v \pi D w_0 = z_0 + K_S (\Delta w_0 + \nabla\dot{v}_0 \cdot a)$	
$r=1 \sim n-1$	$-EA\ddot{w}_r + k_v \pi D w_r = p p_r + (S_r^* - S_r^{\dagger}) = z_r + K_S (\Delta^2 w_{r-1} + \Delta\dot{v}_{r-1} \cdot a)$	
$r=n$	$-1/2 EA\ddot{w}_n + k_v \pi D w_n = z_n - K_S (\Delta w_{n-1} + \nabla\dot{v}_{n-1} \cdot a)$	

表二 変換後のつり合い方程式

変換次数	半径方向曲げ	使用記号
$i=1 \sim n-1$	$EI U_i + (k_N D + K_N D_i \cos^2 \alpha + K_T E_i \sin^2 \alpha) U_i + (K_N + K_T) G_i \sin \alpha \cos \alpha V_i + K_N \cos^2 \alpha - K_T \sin^2 \alpha G_i a \Theta_i = (K_N \cos^2 \alpha - K_T \sin^2 \alpha) (1/2 u_0 - (-1)^i / 2 u_n) G_i + P_i$	$U_i = S_i [u_r]$ $V_i = R_i [v_r]$
変換次数	ねじり方向	
$i=0, n$	$-G I \Theta_i + (K_N E_0 - K_T D_0) a \sin \alpha \cos \alpha V_0 + (K_N E_0 \cos^2 \alpha + K_T D_0 \sin^2 \alpha) a^2 \Theta_0 = -(K_N E_0 \cos^2 \alpha + K_T D_0 \sin^2 \alpha) a / 2 \{ -1/2 u_0 + 1/2 u_n \} + M_0 + 1/2 \{ 1/2 m_0 + 1/2 m_n \}$	$\Theta_i = R_i [\theta_r]$ $W_i = S_i [w_r]$ $P_i = S_i [p_r]$
$i=1 \sim n-1$	$-G I \Theta_i + (K_N \cos^2 \alpha - K_T \sin^2 \alpha) G_i a U_i + (K_N E_i - K_T D_i) a \sin \alpha \cos \alpha V_i + (K_N E_i \cos^2 \alpha + K_T D_i \sin^2 \alpha) a^2 \Theta_i = -(K_N E_i \cos^2 \alpha + K_T D_i \sin^2 \alpha) a \{ -1/2 u_0 + (-1)^i / 2 u_n \} + M_i + 1/2 m_0 + (-1)^i / 2 m_n$	$Q_i = R_i [q_r]$ $M_i = R_i [m_r]$ $Z_i = S_i [z_r]$
変換次数	接続方向曲げ	
$i=0, n$	$EI V_0 + (k_N D + K_N E_0 \sin^2 \alpha + K_T D_0 \cos^2 \alpha) V_0 + (K_N E_0 - K_T D_0) \sin \alpha \cos \alpha \Theta_0 - K_S a^2 E_0 V_0 = (-K_N E_0 + K_T D_0) \sin \alpha \cos \alpha / 2 \{ -1/2 u_0 + 1/2 u_n \} + K_S a E_0 / 2 \{ -1/2 w_0 + 1/2 w_n \} + Q_0 + 1/2 \{ 1/2 q_0 + 1/2 q_n \}$	
$i=1 \sim n-1$	$EI V_i + (k_N D + K_N E_i \sin^2 \alpha + K_T D_i \cos^2 \alpha) V_i + (K_N + K_T) G_i \sin \alpha \cos \alpha U_i + (K_N E_i - K_T D_i) \sin \alpha \cos \alpha \Theta_i - K_S a G_i W_i - K_S a^2 E_i V_i = (-K_N E_i + K_T D_i) \sin \alpha \cos \alpha \{ -1/2 u_0 + (-1)^i / 2 u_n \} + K_S a E_i \{ -1/2 w_0 + (-1)^i / 2 w_n \} + Q_i + 1/2 \{ q_0 + (-1)^i / 2 q_n \}$	
変換次数	軸方向	
$i=1 \sim n-1$	$-EA W_i + (k_v \pi D + K_S D_i) W_i + K_S a G_i V_i = -K_S G_i \{ -1/2 w_0 + (-1)^i / 2 w_n \} Z_i$	

式 (20) より、偏差分 Δf_r の \sin 変換は、 f_r の \cos 変換を含んだ形になる。式 (23) の Δf_r の \cos 変換も同様に、 f_r の \sin 変換を含んだ形になる。したがって、たとえば、表—1 の半径方向曲げの式に、 \sin 変換を施すと、右辺は、 u_r の \sin 変換と v_r, θ_r の \cos 変換を含んだ形になる。

よって、基本式を変換するには、 \sin, \cos の、両変換が必要である。

配列が円形であれば、対称変形が仮定できるので、 $u_0 = u_n, w_0 = w_n, v_0 = v_n = 0, \theta_0 = \theta_n = 0$ となり、半径方向曲げ、軸方向の式に \cos 変換を、接線方向曲げ、ねじり方向の式に \sin 変換を施せば、好都合である。

しかし、本基本式では、対称変形の問題を扱わないので、どの組合せで変換してもよい。ここでは、半径方向曲げ、軸方向の式に \sin 変換を、接線方向曲げ、ねじり方向の式に \cos 変換を施す。

変換した式を、表—2 に示す。この変換されたつり合い式には、 \sin 変換を施した半径方向曲げ、軸方向の $r = 0, n$ 番目のつり合い式が含まれていない。

(4) 変換後のつり合い方程式の軸方向離散化

表—2 に示す変換後の第 i 次におけるつり合い方程式を、軸方向に有限要素法により離散化した。

各要素座標は、図—6 のように定めた。各要素の変換後の変位場は、節点変位を用いて次式のように仮定した。

$$U_i = N_1 U_{iA} - N_2 \theta_{iA}^r + N_3 U_{iB} - N_4 \theta_{iB}^r \dots\dots\dots (24)$$

$$V_i = N_1 V_{iA} + N_2 \theta_{iB}^\theta + N_3 V_{iB} + N_4 \theta_{iA}^\theta \dots\dots\dots (25)$$

$$W_i = N_5 W_{iA} + N_6 W_{iB} \dots\dots\dots (26)$$

$$\theta_i = N_5 \theta_{iA} + N_6 \theta_{iB} \dots\dots\dots (27)$$

ただし、 $N_1 \sim N_6$ は、形状関数で、以下のとおり。

$$N_1 = 2\xi^3 - 3\xi^2 + 1 \quad N_5 = 1 - \xi$$

$$N_2 = L(-\xi^3 + 2\xi^2 - \xi) \quad N_6 = \xi$$

$$N_3 = -2\xi^3 + 3\xi^2 \quad \xi = x/L$$

$$N_4 = L(-\xi^3 + \xi^2)$$

$$U_{iA} = S_i[u_{rA}], \theta_{iA}^r = S_i[\theta_{rA}^r]$$

$$V_{iA} = R_i[v_{rA}], \theta_{iA}^\theta = R_i[\theta_{rA}^\theta]$$

$$U_{iB} = S_i[u_{rB}], \theta_{iB}^r = S_i[\theta_{rB}^r]$$

$$V_{iB} = R_i[v_{rB}], \theta_{iB}^\theta = R_i[\theta_{rB}^\theta]$$

$$W_{iA} = S_i[w_{rA}], \theta_{iA} = R_i[\theta_r]$$

$$W_{iB} = S_i[w_{rB}], \theta_{iB} = R_i[\theta_r]$$

式 (24)~(27) の変位仮定に基づき、表—1 の第 i 次の基本方程式を、ガラ—キン法により離散化すると、下式のとおりとなる。

$$[K_i] \{\delta_i\} = [B_i] \{\delta_B\} + \{F_i\} \dots\dots\dots (28)$$

$[K_i]$: 第 i 次の剛性マトリックス

$\{\delta_i\}$: 第 i 次の節点変位

$[B_i]$: 第 i 次の境界変位-外力変換マトリックス

$\{\delta_B\}$: 境界変位

$\{F_i\}$: 第 i 次の節点外力

ここで、各要素における自由度は以下のとおりである。

$$\{\delta_i\}^e = [U_{iA}, V_{iA}, W_{iA}, \theta_{iA}^r, \theta_{iA}^\theta, \theta_{iA}, U_{iB}, V_{iB}, W_{iB}, \theta_{iB}^r, \theta_{iB}^\theta, \theta_{iB}]^T$$

$$\{\delta_B\}^e = [u_{0A}, w_{0A}, \theta_{0A}^r, u_{nA}, w_{nA}, \theta_{nA}^r, u_{0B}, w_{0B}, \theta_{0B}^r, u_{nB}, w_{nB}, \theta_{nB}^r]^T$$

$$\{F_i\}^e = [P_{iA}, Q_{iA}, Z_{iA}, M_{iA}^r, M_{iA}^\theta, M_{iA}, X_{iB}, Y_{iB}, Z_{iB}, M_{iB}^r, M_{iB}^\theta, M_{iB}]^T$$

ただし、

$$P_{iA} = S_i[p_{rA}], \quad Q_{iA} = R_i[q_{rA}]$$

$$Z_{iA} = S_i[z_{rA}], \quad M_{iA}^r = S_i[m_{rA}^r]$$

$$M_{iA}^\theta = R_i[m_{rA}^\theta], \quad M_{iA} = R_i[m_{rA}]$$

$$P_{iB} = S_i[p_{rB}], \quad Q_{iB} = R_i[q_{rB}]$$

$$Z_{iB} = S_i[z_{rB}], \quad M_{iB}^r = S_i[m_{rB}^r]$$

$$M_{iB}^\theta = R_i[m_{rB}^\theta], \quad M_{iB} = R_i[m_{rB}]$$

第1添字: 矢板番号 (0, n, r) あるいは変換モード (i)

第2添字: 要素端 (A, B)

(5) 離散化された基本方程式の解法

式 (28) の右辺には、任意の荷重 $\{F_i\}$ を変換した $\{F_i\}$ および境界変位 $\{\delta_B\}$ の項が含まれる。したがって、式 (28) を解くためには、任意の荷重に対する境界変位、すなわち、たわみ性マトリックス $[f_{BB}], [f_{BF}]$ を求めなければならない。

本計算では、境界変位に関する実空間の剛性マトリックスと式 (28) を組み合わせ、たわみ性マトリックスを求めた。

各部分系の解を求めた後、各境界矢板の変位差を 0 とする接合力をかけたときの解を重ね合わせ、全体系の解を求めた。なお、矢板頭部は頂版で剛結されていると仮定し、荷重方向における水平変位、たわみ角は同一であるという拘束条件を与えた。

本章では、小判形の基礎を扱っているが、四角形の場合についても直線よりなる部分系を接合するだけであり、解法は全く同じである。

3. 鋼管矢板井筒基礎の基本性状把握 (丸, 四角)

鋼管矢板井筒基礎は、丸形、四角形、小判形等の施工実績がある¹⁾。形状が大型になると、内部に隔壁矢板を配置する場合が多い。

平面形状が異なれば、変形状態や発生断面力が大きく異なることが推察される。また、従来から井筒長による継手効果をはじめとする、力学的挙動の相違も多く指摘されている^{7), 8)}。

本章では、前章で示した計算方法により、平面形状が四角、丸形についての計算を行い、鋼管矢板井筒基礎の基本性状把握を試みた。

(1) 計算条件

計算モデル平面形状を図-7に、計算条件を表-3に示す。

計算モデルは、四角形、丸形ともに、矢板本数を同数の32本とした。継手、地盤ばねは、定性的な傾向を把握することが目的であるので、線形とした。計算ケースは、形状、井筒長を変化させて4ケースとした。継手ばねは既往の鋼管矢板継手試験結果を参考として決定した⁹⁾。

(2) 計算結果

図-8に、各計算ケースにおける矢板水平変位深さ方向分布を示す。

これをみると、四角形前面中央矢板のNo.1矢板と、コーナー部のNo.5矢板では、変形形状が異なることがわかる。前面矢板では、曲げ変形が卓越した形状になっているが、コーナー部矢板では、やや直線的な形状を示している。この傾向は、井筒長の長いケースで著しい。

丸形の井筒は、四角形の前面矢板とコーナー矢板の中間的な変形形状を示している。

図-9に、深さ6.0mでの同一断面内の各矢板の水平変位分布を示す。

丸形の場合、各矢板の変位差がほとんどない。これに対し、四角形の場合、側面矢板部で一定値を示し、前面矢板部では、コーナー部から中央部に向かって減少していき、中央部矢板で最小値を示している。

これは、前面矢板部分と側面矢板部分の変形形状の相違によるものである。

図-10に、各ケースの継手鉛直ずれ変位分布を示す。

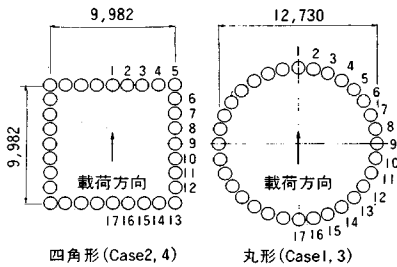


図-7 計算モデル平面形状

表-3 計算条件

計算 ケース	地盤 バネ		
	CASE 1 丸	CASE 2 四角	CASE 3 丸
平面形状	丸	四角	丸
井筒長(m)	10	10	20
継手 バネ	法線方向 K_N (tf/m ²)	接線方向 K_T (tf/m ²)	軸方向 K_S (tf/m ²)
第1層	100	20	20
第2層	3000	600	600
type	線形	線形	線形
荷重 (矢板頭部)	水平 H=1000 t モーメント M=50000 t m		
全点一定	5000	500000	30000

*ここでは地盤バネは、前面矢板、背面矢板共に等しく有効に働くものとして計算した。

これをみると、各ケースともに深さ2.0m付近に折れ点をもち、それ以深では深さ方向に増加する傾向を示している。本計算では、矢板頭部に水平荷重とモーメント荷重を作用させている。図-11に、おのおのの荷重による継手鉛直ずれ変位分布と、合計した荷重による分布を示す。

図-12に概念的に示すように、曲げモーメント荷重のみを作用させた場合は、曲げ変形が卓越した変形形状となり、変位方向は+側であり、底面の地盤ばねによる拘束の影響が現われる深さまで増加していく。

これに対し水平荷重のみを作用させた場合は、せん断変形が卓越した変形形状となり、変曲点までは一側で増大し、変曲点を過ぎてからは、曲率方向が変わるので減少していく。

図-10における継手鉛直ずれ変位分布は、この両者を足し合わせた形になっている。したがって、継手鉛直ずれ変位は、井筒全体の变形形状を反映したものとなる。

図-13に、各ケースにおける矢板頭部の曲げモーメント分布を示す。

これをみると、丸形の場合には井筒の長短に関係なく各矢板の変動が小さい。

これに対し四角形の場合、前面矢板中央部分で最大値を示し、側面矢板では一定した小さな値を示している。前面矢板部と側面矢板部の値の差は、井筒長の長い場合に大きくなっている。

図-14に $l=20.0$ m のケースの深さ方向せん断力分布を示す。

これをみると、丸形ではNo.9矢板で、四角形では側面矢板部のNo.6矢板で深さ方向に増大する分布を示している。この傾向は、井筒長が長い場合に著しくなっている。これに対し、丸形のNo.1矢板や、四角形前面中

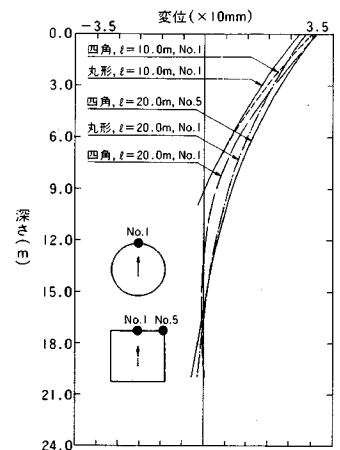


図-8 水平変位分布

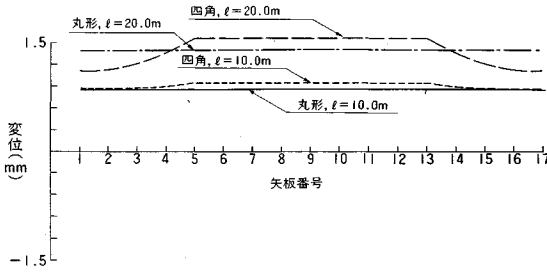


図9 同一断面内水平変位分布 (深さ 6 m)

中央 No.1 矢板では、頭部に最大値を示し、深さ方向に減少する分布形状になっている。

図-15に、水平荷重、モーメント荷重のおのおのを単一で作用させた場合と両者を同時に作用させた、せん断力分布を示す (丸形、 $l=20.0\text{ m}$)。

これより、深さ方向にせん断力が増大するのは、モーメント荷重を作用させた場合であることがわかる。

いま、図-16に示す鋼管矢板微小部分 A 点まわりのモーメントのつり合いを考える。 S^L, S^R は、矢板左右の継手部分のずれ変位により生ずる継手力である。

$$M + dM - M - Q \cdot dz + (S^R + S^L) \cdot a \cdot dz = 0$$

$$\therefore Q = dM/dz + (S^R + S^L) \cdot a$$

上式から、鋼管矢板に発生するせん断力は、左右の継

手鉛直ずれ変位に起因する継手力 S^R, S^L の影響を受けることがわかる。

よって、モーメント荷重による深さ方向のせん断力分布増大傾向は、井筒が曲げ変形を受けたことにより継手ずれ変位が深さ方向に増大していくことが原因であることがわかる。

これは、群杭基礎、ケーソン基礎等にみられない鋼管矢板井筒基礎特有の性質であるといえる。

以上の計算結果より、変位、断面力分布ともに、丸形の場合は矢板位置による変動が小さいのに対し、四角形の場合には前面矢板部と側面矢板部でかなり異なるといえる。この傾向は井筒長が長いほど著しい。

また、モーメント荷重のみを作用させた場合の変形形状と、水平荷重のみを作用させた場合の変形形状が異なり、断面力分布性状がそれに伴い異なる。したがって、両者を同時に作用させる場合は、両者の割合が鋼管矢板井筒基礎の力学的挙動に大きな影響を与えるといえる。

(3) 基礎の挙動に及ぼす継手ばね定数の影響

四角形のケースでは、前面矢板部分と側面矢板部分でかなり変形挙動の異なることが明らかとなった。この変形挙動の相違に支配的な要因として、鉛直継手ばね定数 K_s が考えられる。

図-17に四角形 $l=20.0\text{ m}$ の井筒で、 $K_{s0} = 30\ 000$

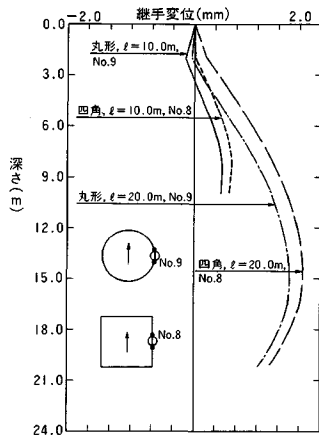


図-10 鉛直継手ずれ変位分布

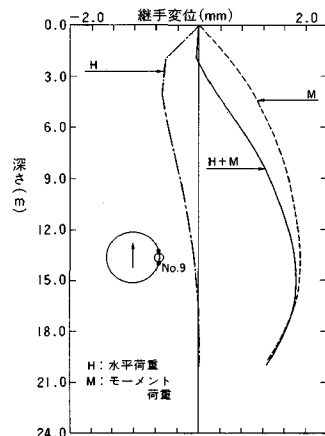


図-11 鉛直継手ずれ変位分布 (各荷重)

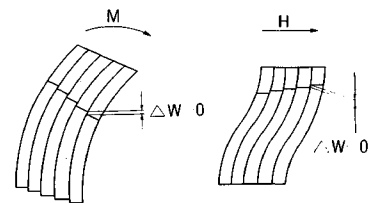


図-12 各荷重による継手変位概念図

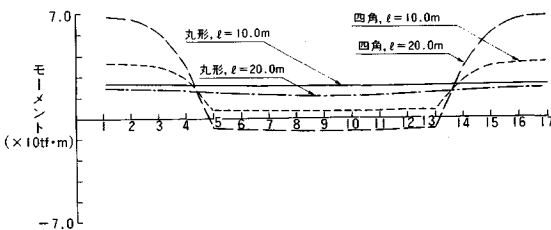


図-13 同一断面内モーメント分布

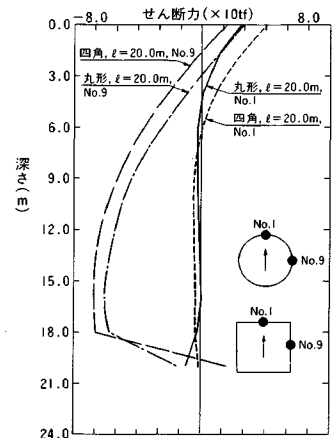
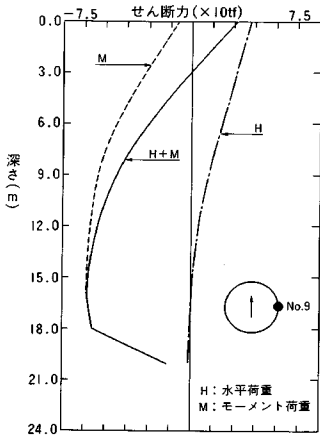
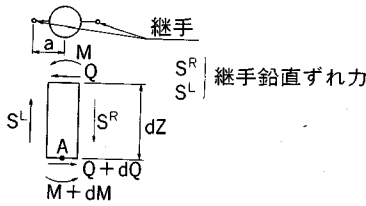


図-14 せん断力分布 ($l=20.0\text{ m}$)



図—15 せん断力分布 (丸形, $l=20.0\text{ m}$)



図—16 鋼管矢板微小部分のつり合い

tf/m^2 に対し, $K_s/K_{s0}=0.1, 1.0, 10.0$ のおのおのの場合の深さ 6.0 m における各矢板の水平変位分布を示す。これをみると, 継手ばね定数が多いほど側面矢板部分と前面矢板部分の変位差が大きくなるのがわかる。これは, 曲げ変形的な傾向を示す前面矢板部と剛体変形的な傾向を示す側面矢板部の変形性状の相違が, 鉛直継手ばね定数の増大に伴い, より顕著になるためである。すなわち, 鉛直継手ばね定数の増大に伴い, 側面矢板部の一体化が強まるためである。

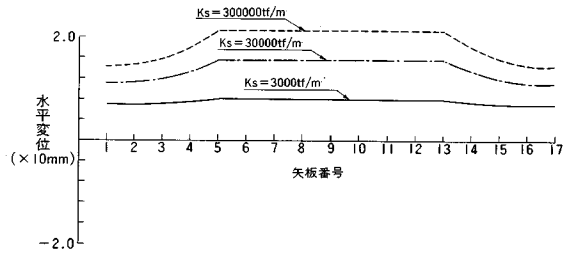
同様に, 鉛直継手ばね定数を変化させたときの各矢板頭部せん断力分布を図—18に示す。両者ともに, 継手ばね定数が小さい場合には, 各矢板に均等に断面力が分配されているのに対し, ばね定数が大きくなると発生断面力は矢板の場所に応じて異なる傾向を示す。

4. 小判型鋼管矢板井筒基礎の基本性状把握

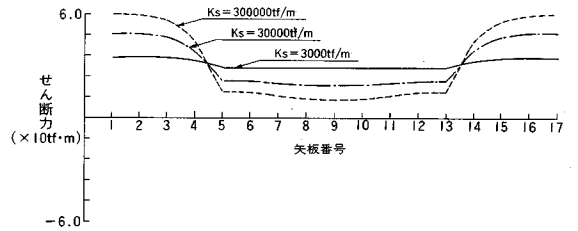
実規模水平載荷実験結果と本文で示す計算手法による計算結果により, 小判形鋼管矢板井筒基礎の基本性状把握を試みた。

実験は, 首都高速道路 KE 52, 53 工区の鋼管矢板井筒基礎を対象として, 実施されたものである¹⁰⁾。

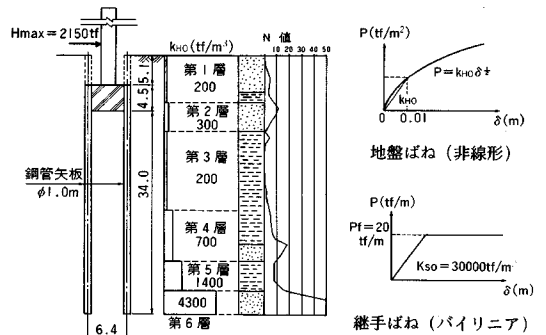
基礎形状および計算条件は, 図—19, 20 および表—4に示されるとおりである。なお, 図—19には使用する地盤, 継手のばね特性 (非線形, パイリニア) を併記し



図—17 同一断面内水平変位分布 (深さ 6 m)



図—18 同一断面内せん断力分布 (深さ 6 m)



図—19 基礎形状およびばね条件

ている。

基礎は, 直径 1 m の鋼管矢板 42 本と厚さ 4.5 m の頂版コンクリートで構成されており, 2 つの隔壁を有する小判形状をしている。実験地点の土質は, 頂版下端 $2\sim 3\text{ m}$ から約 20 m にわたって軟弱な粘性土が堆積している。

(1) 実験および計算結果

図—21に水平変位深さ方向分布の計算結果と実験結果を示す。実験結果に示される前面中央の No.5 矢板と, 隔壁部との接合部である No.3 矢板の変形形状の相違が妥当なものであることを計算結果は示している。

また, 四角形前面矢板と側面矢板でみられた変形形状の相違は, 小判形の前面矢板部と隔壁矢板部においても, 同様に認められる。

図—22に継手鉛直ずれ変位深さ方向分布を示す。

これをみると, 前章の丸形や四角形の場合と異なり, -10 m 付近までは, 一側の値を示し, それ以深で+側

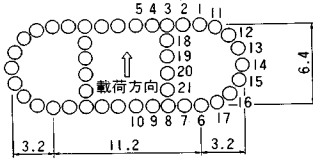


図-20 平面形状

表-4 計算条件

	地盤バネ			継手バネ		
	法線方向 k_{no} (tf/m ²)	接線方向 k_s (tf/m ²)	軸方向 k_v (tf/m ²)	法線方向 K_N (tf/m ²)	接線方向 K_T (tf/m ²)	軸方向 K_S (tf/m ²)
第1層	200	40	40	全点一定	5000	500000
第2層	300	60	60			
第3層	200	40	40			
第4層	700	140	140			
第5層	1400	280	280			
第6層	4300	860	860			
type	非線形	線形	線形	荷重 (矢板頭部)		
				水平	H = 2150 t	
				モーメント	M = 12040 t·m	

*ここでは地盤バネは、前面矢板、背面矢板共に等しく有効に働くものとして計算した。
*地盤の各矢板に対する法線方向バネは、それらの載荷方向の総和が、指針により求められる井筒全体の載荷方向の地盤バネ（載荷幅17.6m）に等しくなるように設定した。

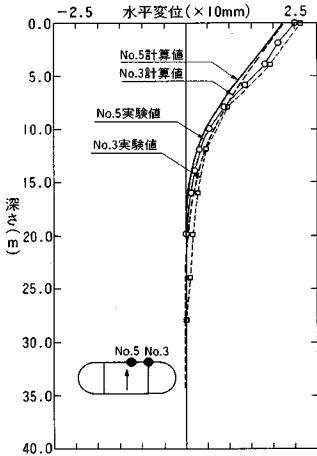


図-21 水平変位分布

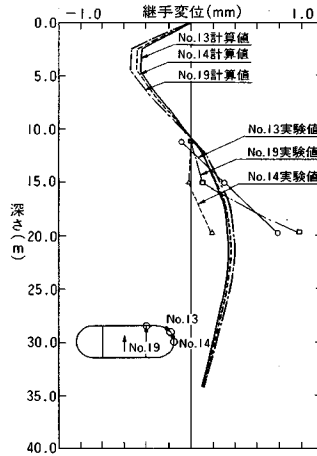


図-22 鉛直継手ずれ変位分布

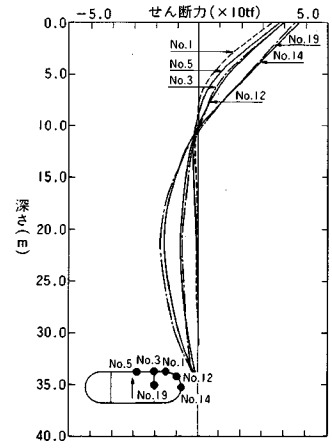


図-24 せん断力分布

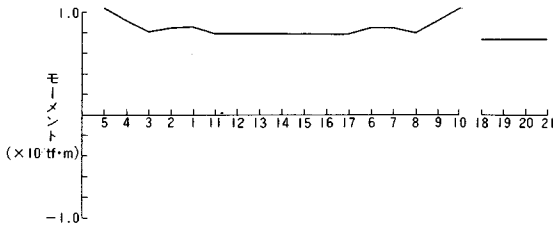


図-23 同一断面内モーメント分布

に増加していく。これは、せん断変形が前章と比較すると、かなり卓越していることを示している。すなわち、本計算においては、水平荷重2150t、モーメント荷重12040t·mとなっており、前章より水平荷重の占める割合がかなり大きいことによる。

図-23に各矢板頭部モーメント分布を示す。これを見ると前面中央矢板で最大値を示し隔壁部との接合部で最小値を示しているが、全体的な変動は隔壁矢板が存在することにより小さくなっていることがわかる。これより、本計算で対象とした井筒は、隔壁矢板が妥当な場所に配置されているといえる。

図-24に各矢板のせん断力深さ方向分布を示す。

前面部のNo.1, No.3矢板では矢板頭部で最大値を示し、深さ10.0m付近ではほぼ0近くまで減少している。

これに対し、隔壁部 (No.19)、円弧部 (No.12, No.14) の矢板では、深さ10.0m以深で矢板頭部と反対方向に大きくなり、22m付近でピーク値を示し、矢板頭部の約1/2になっている。

これは、前章でみられた現象と同じで、各矢板の変形性状の相違から生じるものである。

5. 結 語

鋼管矢板井筒基礎の継手部分を等価なばねでモデル化した基本方程式を誘導し、有限フーリエ定分変換手法による解法を示した。

本計算法は、各部分系の境界矢板を接合し全体系で解く際に若干の計算時間を必要とするが、直接立体骨組モデルに継手ばねを付加し有限要素法で解く場合と比較すると、かなり少ない計算時間となる。

実際の適用例として、断面形状が四角形、丸形、小判形のものについて示した。その結果得られた、鋼管矢板井筒基礎の基本性状を以下に列挙する。

(1) 変位、断面力分布ともに、丸形の場合は矢板位置による変動が小さいのに対し、四角形矢板の場合は、前面矢板部と側面矢板部でかなり異なる。この傾向は井筒長が長いほど著しい。

(2) 井筒の変形は、水平荷重に起因するせん断変形とモーメント荷重に起因する曲げ変形が重ね合わさったものである。

(3) 四角形の場合、継手ばね定数が大きくなると各矢板の断面力差は大きくなる傾向を示す。

(4) 小判形状の場合、前面矢板部、隔壁部、円弧部で変位、断面力分布性状が異なるが、四角形の前面矢板部と側面矢板部ほど顕著な差異はない。隔壁矢板が適正に配置されることによる。

(5) 各矢板のせん断力分布は、継手鉛直ずれ変位の影響を大きく受ける。

今後、鋼管矢板式井筒基礎設計において最適な基礎形状を決定するためには、各矢板に発生する断面力に大きな影響を及ぼす鉛直継手ばね定数すなわち継手部分の鉛直ずれ抵抗を適切に評価することが重要であると考えられる。

最後に、本研究を開始する契機と示唆を与えて頂きました首都高速道路公団 大貫一生氏、飯島啓秀氏に厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 加藤：鋼管矢板施工標準について，基礎工，Vol.12，No.12，pp.31～41，1984.
- 2) 日本道路協会：鋼管矢板基礎設計指針・同解説，1984.
- 3) 建設省土木研究所：矢板式基礎の設計法（その1），土木研究所資料第1175号，1977.
- 4) 竹内ほか：鋼管矢板井筒基礎水平載荷実験および解析，（株）奥村組技術年報，No.11，pp.107～114，1985.
- 5) 能町・澤田・佐藤：水平鋼管矢板構造の継手効果について，土木学会北海道支部論文報告集，pp.119～122，1977.
- 6) 能町・澤田・中辻：鋼管矢板式井筒における継手効果のモデル化について，土木学会北海道支部論文報告集，pp.118～123，1978.
- 7) 笹戸ほか：矢板式基礎の構造特性に関する模型実験（上），橋梁と基礎，Vol.21，No.5，pp.18～24，1976.
- 8) 笹戸ほか：矢板式基礎の構造特性に関する模型実験（下），橋梁と基礎，Vol.21，No.6，pp.27～32，1976.
- 9) 嶋・植木・行友・森川：鋼管矢板井筒基礎の立体骨組構造としての設計法，橋梁と基礎，Vol.27，No.2，pp.30～37，1982.
- 10) 大貫・山下・花川：鋼管矢板式基礎の水平載荷実験，基礎工，Vol.12，No.12，pp.105～108，1984.

(1988.4.1・受付)