

河川における溶存物質の二次元輸送解析のための 流管モデルについて

THE STREAM-TUBE MODEL FOR THE TRANSPORT OF DISSOLVED MATERIAL IN NATURAL RIVERS

四倉信弘*・中村俊六**

By Nobuhiro YOTSUKURA and Shunroku NAKAMURA

This paper presents a comprehensive assessment of the stream-tube model for two-dimensional solute transport in a natural river with steady discharge. Employing a transform of transverse independent variable from distance to cumulative discharge, consistent derivations are shown for model equations under unsteady and steady transport and for equations taking account of solute exchange with a deadwater zone. Analytical solutions for steady transport are presented as adequate approximations. Also solutions for solute with a first-order decay are obtained as modifications to those for conservative solute. Recent information on model coefficients are reviewed, in particular on the transverse dispersion coefficients. The paper concludes that some improvements are needed for Taylor's dispersion theory, which is the basis of the present model, in order to predict transverse dispersion properly in a nonuniform flow.

Keywords : open channel transport, advection and diffusion, solute concentration

1. はじめに

わが国の河川においては、輸送される溶存物質の水中滞留時間がアメリカ等でのそれに比べてきわめて短く、また川幅も狭いためか、溶存物質輸送現象を二次元的に把握する研究はきわめて少なく、また応用例も限られている。しかし、蛇行や自然河床が残されている限り、河道内の流速分布は十分に複雑であり、一次元の移流拡散方程式を用いての解析におのずから限界があることは明らかである。

第一著者は1960年代から、アメリカで原子廃棄物の河川投棄問題を起点として始まった溶存質輸送の研究に参加し、二次元解析モデルの1つとして現在北米で広く使われている流管モデルの導入と検証に携わってきた。

このモデルは、移流拡散方程式の独立変数を横断距離 z から累積流量 q に転換することによって得られ、川幅が変化し河道が湾曲する自然河川での二次元現象の記述に適している。その特徴は、横方向の移流項が消去されているため縦方向の移流のみを考えればよいこと、

横方向の濃度分布が q に関して正規分布に近いという実験的事実に基づいていることである。

したがって、河道形状が流れによって自然に形づくられ、流管も滑らかな曲線の連続として表現できるような状況であるほど、この方法の適用が容易になる。事実、断面や河道形が滑らかな自然河川での定常二次元の濃度分布については今までのところ十分に満足すべき結果を得ている。

ただ、わが国の河川のように人工的に直線が多用された断面や線形の河道の場合、その直線の折れ目での渦や剥離の発生がこうした理想的な条件を崩すことが予想される。また、流管モデルの非定常の濃度分布の予測や非保存性溶存質への適用等に対する検討は必ずしも十分とはいえない現状である。

著者らはこうした認識から、わが国の河川の特殊性をも考慮して流管モデルの活用をはかろうとしているものであるが、そのための資料収集の過程で、わが国では流管モデルの基本式が公式¹⁾として知られているとはいえる本質的な意味や利点が十分には理解されていないようと思われた。

本論文は、こうした現状をふまえて流管モデルをその導入の経緯から概説し、理論的構成と使用方法を詳説することによって現段階での実用の便に供するとともに、

* 正会員 Ph.D. 豊橋技術科学大学教授 建設工学系
(〒440 豊橋市天伯町雲雀が丘1-1)

** 正会員 工博 豊橋技術科学大学助教授 建設工学系
(同上)

より高度な環境水理モデルの開発に必要なアプローチ等に関する最近の知見を整理したものである。

2. モデル導入の経緯

1966年夏のアトリスコ運河での染料投入による二次元定常拡散の実験において、従来のように濃度 c を横方向距離 z の関数として扱うのは質量保存の原則から正しくないと結論され、Fischer²⁾は水深 h 、主流速 v_x を用いて、 $v_x h c$ の z に対する分布から横拡散係数を計算し、一方Yotsukuraは累積流量 q を導入して、 c と q のプロットが多くの場合正規分布になることを発見し、ともに二次元流管を用いた横拡散の概念を得た。その後、ミズーリ河の横拡散実験結果³⁾をFischerは流管を用いた数値解と比較し、Yotsukuraら⁴⁾は等流河川の定常拡散式の独立変数を z から q に転換して得られる解析解と比較し、ともに良好な結果を得た。

上述の c と q のプロットの有利性はアイオワ大学グループによっても確認され、同大学での湾曲水路実験⁵⁾やミズーリ河の横拡散の実測等⁶⁾にも用いられた。その後Yotsukuraら⁷⁾は、1976年に二次元の自然座標系を導入し、連続式と移流拡散式を組み合わせて独立変数を z から q に転換し、定常流の自然河川における定常拡散の流管モデルを得た。さらにその解析解および数値解と実測値の良好な一致を数例を挙げて示し、二次元の定常拡散はこのモデルによって十分に記述できると結論した。

ついで、1977年にはShen⁸⁾が流管モデルの非定常移流拡散への拡張を行ったが、この数値解⁹⁾とミズーリ河の実測値との比較から、Yotsukuraら¹⁰⁾が指摘したとおり縦拡散項は縦移流項に比して無視できると結論した。

3. 二次元移流拡散方程式

流管モデルの導入は上述の経緯を経てきたのであるが、以下の数学的記述は、この時間経過とは逆に、まず定常流河川での二次元非定常流管モデルを導き、最後に定常のモデルを示すことにする。

河幅が変化し水路が蛇行している自然河川における輸送（移流拡散）を記述するには、二次元の直交曲線座標（自然座標） (x, z) を導入するのが便利である。Yotsukuraら^{7), 11)}によれば非定常流の河川の連続式および移流拡散方程式は式(1), (2)のように与えられる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{m_x m_z} \left[\frac{\partial}{\partial x} (m_z h v_x) + \frac{\partial}{\partial z} (m_x h v_z) \right] = 0 \dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial (h c)}{\partial t} + \frac{1}{m_x m_z} \left[\frac{\partial}{\partial x} (m_z h v_x c) + \frac{\partial}{\partial z} (m_x h v_z c) \right] \\ = \frac{1}{m_x m_z} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{m_x}{m_z} h e_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \right] \end{aligned} \dots (2)$$

ここに、 v_x, v_z ：縦および横方向の水深平均流速、 h ：水深、 c ：保存性溶存質の水深平均濃度、 e_x, e_z ：縦および横方向の水深平均による拡散係数、 m_x, m_z ：縦および横方向の座標距離修正メトリック、である。

式(1), (2)に用いられた自然座標系は図-1に示すとおりであり、河川の形になるべく合うように x および z の曲線座標を固定する。この座標は二次元の流線網に近いことが望ましいが一致する必要はない。図-1では便宜上河道中心の x 座標と上流端断面の z 座標を原座標としてあり、他の座標に沿う距離は原座標の距離にメトリック m_x, m_z をかけて得られる。もし、 $m_x = m_z = 1$ とすれば、式(1), (2)は直交直線座標での式に帰着する。ここでは二次元の問題を扱うので y 座標は直接の関係がないが、式(1), (2)の基礎となる三次元の式の y 座標については、図-1に示したように $m_y = 1$ であり、任意原点からの鉛直方向の距離が y の値となる。

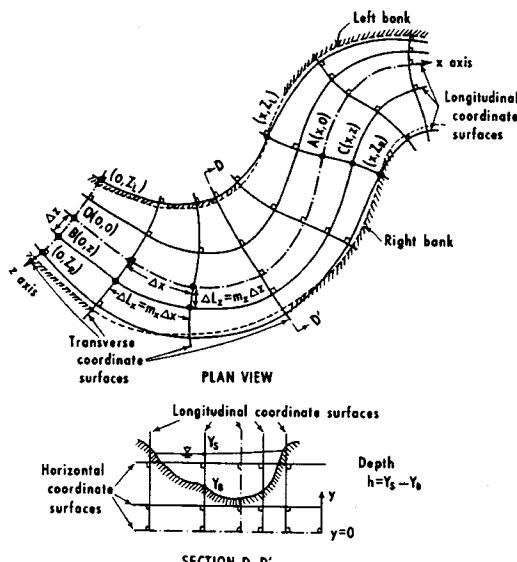


図-1 自然河川における直交曲線座標

式(1), (2)は三次元の式の各項を水深方向に平均して得られるが、式(2)の拡散係数 e_x, e_z は、流速と濃度の鉛直方向の変動の相関を、Taylor¹²⁾によって始められ、Elder¹³⁾によって開水路に応用された分散理論を用いて係数化したものであり、二次元の分散係数として扱う量と渦動拡散係数の水深平均の和からなっている。なお、分散とは溶存質の輸送が断面内の流速差によって起きるとき、断面平均濃度の分布が輸送方向に拡大し、断面内拡散に助けられて緩やかに正規分布に収束する現象を指し、一次元および二次元の輸送方程式に必要な概念である。これに対して拡散は濃度勾配のみによって輸

送が起きる現象を指す。開水路においては分散による輸送は拡散によるそれよりも大きいのが普通である。たとえば湾曲部で2次流が顕著な部分の e_z については前者が後者の数倍になることがFischer¹⁴⁾によって確かめられている。

式(1)および(2)には上述の分散以外の仮定はなく非定常流の自然河川の基本となる連続式および輸送方程式である。なお、これから後の記述には拡散の代わりに分散を用語として使用する。

さて流れが定常流である場合には各断面の形に関係なく総流量 Q が定数であり、累積流量 q は x と z の関数として z 座標に沿って式(3)のように定義される。

$$q = \int_{Z_L}^z m_z h v_x dz \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 Z_L は左岸の z 座標値で x の関数であり、 q は左岸において0、右岸において Q となる。また、 q が一定の曲線は二次元の流線を示す¹⁵⁾。

式(3)を用いて式(1)および(2)を組み合わせて、横方向の独立変数を z より q に転換すると、 v_z を含む横断方向の移流項が消去され定常流での非定常移流分散方程式は式(4)として与えられる¹⁶⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} &= \frac{1}{m_x m_z h} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial x} \right) \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \frac{\partial q}{\partial x} \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial x} \right) \frac{\partial q}{\partial x} \right] \\ &\quad + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial}{\partial q} \left(m_x h^2 v_x e_z \frac{\partial c}{\partial q} \right) \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

式(4)では、 c を x 、 q 、 t の関数としているが、 q が x 、 z の関数であることと流線と x 座標が必ずしも一致しないことのために、縦分散の項が複雑になっている。

この式(4)を簡単化する第一の方法としては流線と x 座標が完全に一致すると仮定し、 $\partial q / \partial x = 0$ を式(4)に適用する方法であり、この結果は式(5)に示される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} &= \frac{1}{m_x m_z h} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{m_z}{m_x} h e_x \frac{\partial c}{\partial x} \right) \\ &\quad + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial}{\partial q} \left(m_x h^2 v_x e_z \frac{\partial c}{\partial q} \right) \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

第2の方法は、縦方向の分散項による輸送は移流項のそれに比べてきわめて小さいというTaylorの分散理論の基礎である仮定を入れて、 $e_x = 0$ とする方法であり、この場合には式(4)から直接次の式を得る。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial}{\partial q} \left(m_x h^2 v_x e_z \frac{\partial c}{\partial q} \right) \dots \dots \dots (6)$$

さらに、定常状態を考えれば、式(7)を得る。

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial q} \left(m_x h^2 v_x e_z \frac{\partial c}{\partial q} \right) \dots \dots \dots (7)$$

式(4)、(5)、(6)、(7)が定常流の自然河川における保存性溶質の流管モデルである。非定常の式(4)、(5)、(6)のいずれを用いるかについての検討は十分にされてはいないが、実験的見地からも式(6)の仮定は十分検証されている。これに対して式(5)の仮定である x 座標と流線の一致については理論上はともかく実際上は難しい仮定であろう。定常の式(7)の検証は前述のように数多くの自然河川で行われている。

4. 流管モデルの設定と諸係数

(1) 流管モデルの設定

流管モデルの基礎である z から q への転換は独立変数のそれであって座標系を変えるものではない。しかしながら、その結果濃度の断面内分布を q の関数として扱えるのはきわめて有利であり、このため河幅が変化する河川での溶質プルームの発達を負の横分散係数を用いる矛盾を犯すことなく記述することができる¹⁵⁾。また、 q/Q はどの断面でも0から1までの値に限られる。

さらに、一流域にわたる溶質濃度の分布を記述することも下流端での Q を用いて原則的に可能である。これは x と q を用いると図形的には河道を矩形水路として扱えるためあり、各支流は合流点までは他の支流または本流との間の横分散が起こらない流管群とみなすことができ、また河道に存在する島はその長さにわたって $e_z = 0$ の流線として扱うことができる。実河川の複雑な本流・支流網をこのように簡単化すれば固定した二次元座標のもとで総流量 Q の違う流れに対応する溶質輸送を比較的容易に記述できる¹⁶⁾。

(2) 係数 h 、 m_x 、 m_z および e_x

水深 h 、縦方向メトリック m_x 、横方向メトリック m_z は x と z の関数であり原則的には実測可能な量である。

今までのところ自然座標の適用例は多くないので、実河川において m_x や m_z がどの程度の値になるかについての報告例は少なく、Sayreら⁶⁾がミズーリ河の180度の湾曲部で流心に x 原軸をとって設定したところ、 m_x は外側河岸で最大1.15、内側河岸で0.85になったと報告しているくらいである。式(6)または(7)を用いる場合には m_x の精度は e_z のそれと密接な関係があるので正確な測定が望ましい。これに対して m_z は上式では消去されているため、川幅の急変する場合にはその変動が大きいにもかかわらず、現在までのところ詳細な検討は行われていない。

縦分散係数 e_x には、通常Elder¹³⁾の値: 5.93 $h v_*$ が用いられる。ここに v_* は摩擦速度である。これは主流

速の鉛直方向分布を対数形と仮定して得られる分散量 $5.86 h v_*$ と乱流拡散量 $0.07 h v_*$ の和として与えられたが、縦分散の輸送は縦移流のそれに比べて僅少なため、他の測定報告はない。ただ Elder の値を再考すると、上の乱流拡散量は本来鉛直方向に適用されるべきものであり、縦方向には $0.14 h v_*$ 程度をとるのが妥当であるので e_x としては $6.00 h v_*$ とするのが適当であろう。

(3) 主流速 v_x

主流速 v_x ももちろん x と z の関数である。二次元の記述では、 v_x による移流が縦方向の輸送を左右するので重要であるがその実測値を詳細に得ることが難しく、これが流管モデルの応用上最大の問題である。最も望ましいのは比較的容易に得られる断面の水深分布から流速分布を予測する手法の開発であり、たとえば Sium¹⁷⁾ によるマニング公式の二次元への応用例があるが、この場合、河岸近くの浅部での精度が不十分という欠点がある。

湾曲部での流速予測法としては、Kalkwijk ら¹⁸⁾の、自然座標を用いた運動方程式の数値解法が今のところ最も適当と思われるが、湾曲部の流れの構造は土砂輸送の観点からも近年研究が盛んな分野であり、よりよい予測法の発展が期待される。

(4) 係 数 e_z

横分散係数 e_z については多くの実測例が報告されており、Fischer ら¹⁹⁾の総括がこれをよくまとめているが、ここでは最近の情報も加えて調べてみよう。

係数 e_z も e_x と同じく長さのスケールと乱流強度の積¹³⁾と考えて

のように表わすのが一般的である。ここに α は無次元の定数である。なお、実用上は式(8)の各変数を正確に x と z の関数として扱うことは難しいので、断面平均や河道平均係数についても同じ式を用いることが多く、以下の記述ではそうした場合についても無次元係数 α を用いることにする。

従来、直線等流の実験水路においては、 α は平均的に 0.15 であるとされてきたが、最近の Webel ら²⁰⁾の結果によれば、 v_x/v_* が 10 より小さいときは α は 0.13 であり、10 より大きくなると 0.18 くらいまで増えるようである。また、一般河道においては底面の形状粗度による流れの乱れがあるため、 α は 0.20 以上になるようで、アトリスコ運河の直線水路において得られた^{21), 4)} 0.25 は水深に比べて大きな砂渾の影響によるものと考えられる。自然河川ではさらに断面内の水深変動、水路の湾曲、側壁での乱れ等の諸要素の分散係数への影響が大きく、湾曲のゆるやかな河川では α は 0.4 から 0.8 の範囲にあるものとされている¹⁹⁾。なお、河川の湾曲の甚だしい場合の例としては Sayre ら⁶⁾によって $\alpha=3.4$ が報告さ

れており、Fischer¹⁴⁾の予測式と比較すると、これは自然河川での e_z の最大限度を示していると思われる。

以上は、水路への染料投入実験によって得られた結果であるが、巨大な河川における平均横拡散係数の推定について、本流と支流の水質、たとえば、塩化物、ナトリウム、水温、酸素や水素の同位体等、の違いを天然トレーサーとして、定常の濃度分布を仮定して計算できることがある。たとえば、1968年の6月にカナダのマッケンジー河とリヤード河の合流点から440 km 下流までの塩化物およびナトリウム濃度の測定が Mackey²¹によって行われ、定常濃度分布式から求めた α は 0.4 から 0.9 までであると報告されている。

この点に関して、後述の定常近似解を用いて再検討したところ、合流点より 192 km までは、塩化物濃度からは $\alpha=0.69$ 、ナトリウム濃度からは $\alpha=0.78$ の結果が得られた。しかし、これより下流での計算においては α が 0.1 から 1.4 まで大きく変動した。さらに 1970 年の酸素同位体濃度の測定結果²²⁾を用いて計算したが同様の結果を得た。これらの再検討を通して、流量の等しい両河川の水質が完全に混合するには合流点より 300~500 km を要するとの Mackey の結論は正しいものと推定される。

また、1972 および 1973 年に Matsui ら²³⁾によって行われたアマゾン河での酸素同位体濃度の測定結果によれば、マナウスの合流点でネグロ河とソリモス河の両川において定常の濃度差が認められた。このデータについても、ネグロ河の流量が総流量の 23 % であるとした Matsui らの結論に従って後述の定常近似解を用いてデータと比較したところ、合流点より 120 km 下流のアマタリに至る間の α は 0.5 であった。なお、この計算では Oltman ら²⁴⁾の観測結果を参考にして、 $Q=169\,400\text{ m}^3/\text{s}$ 、 $V_x=1.8\text{ m/s}$ 、 $H=48\text{ m}$ 、 $V_*=0.1\text{ m/s}$ を仮定した。ここに V_x 、 H 、 V_* は測定河道区間での主流速、水深、および摩擦速度の推定平均値であり、 B を川幅の平均値とすると、 $Q=V_xHB$ で与えられる。この計算が正しいとすると両川水質の完全混合は合流点より 700 km 下流と推定される。

これらの巨大河川におけるデータは水理量および濃度の測定精度が高くはないので、人工トレーサー投入実験の結果と比べて α の信頼度は低いが、少なくともこのような河川であっても横分散係数は式(8)の形で与えられ、実験水路や中小河川のそれと著しく異なるものではないことが理解されよう。

実測による横分散係数の理論的予測は、通常、横方向の流速の鉛直分布が Taylor の分散理論に必要な等流の条件を満足しないので困難である。Fischer¹⁴⁾は河川の渦曲が横分散効果を得られる河道の長さだけ続くと

仮定し、さらに Rozovskii が測定した鉛直方向の 2 次流の流速分布が横方向に一定であると仮定して次の予測式を提案した。

$$\frac{\bar{e}_z}{\bar{h}\bar{v}_*} = \frac{0.25}{x^5} \left(\frac{\bar{v}_x}{\bar{v}_*} \right)^2 \left(\frac{\bar{h}}{R} \right)^2 + 0.15 \quad \dots \dots \dots (9)$$

ここに、 x ：カルマン定数、 R ：湾曲半径、 \bar{e}_z 、 \bar{h} 、 \bar{v}_x 、 \bar{v}_* ：横分散係数、水深、主流速、および摩擦速度の各断面平均値、である。右辺の第 1 項は湾曲部 2 次流の分散量であり、第 2 項は乱流拡散量である。

5. 流管モデルの定常近似解

式 (7) の解法については、水理量の詳細なデータを得たうえで数値解を求めるのが最も望ましい²⁵⁾。しかし、現在までの経験によれば、式 (7) の右辺の係数群を横分散定数 D によって近似し、解析解を用いる方法も十分に有用である。

いま、 h 、 v_x 、 e_z の断面平均値を測定河道区間で平均したものとそれを H 、 V_x 、 E_z と表現して横分散定数を次のように定義する²⁶⁾。

$$D = \lambda H^2 V_x E_z \quad \dots \dots \dots (10)$$

ここに、 λ は係数群 $m_x h^2 v_x e_z$ の断面内および河道における変化を考慮して実験的に得られる無次元係数であり、ゆるやかな湾曲部では $\lambda = 1.4 \sim 2.2$ くらいである^{4), 26)}。

式 (7) は式 (10) の定義より式 (11) として近似される。

$$\frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial \eta^2} \quad \dots \dots \dots (11)$$

さらに、式 (11) を無次元化するために 3 個の無次元量を導入する。

$$c' = c Q / M, \quad \xi = x \lambda E_z / V_x B^2, \quad \eta = q / Q \quad \dots \dots \dots (12)$$

ここに、 M は投入源における保存性溶質の単位時間当たりの流入質量で定数であり、また B は $Q / H V_x$ である。

式 (12) を式 (11) に代入すれば次式を得る。

$$\frac{\partial c'}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 c'}{\partial \eta^2} \quad \dots \dots \dots (13)$$

なお、境界条件は η が 0 と 1 である両岸において、 $\partial c' / \partial \eta = 0$ である。

式 (13) の解析解は多くの文献によって与えられているが、ここでは解の重ね合わせの原理を用いた解を示しておこう。

第 1 の解は、点源が η_s ($0 \leq \eta_s \leq 1$) にある場合で、次のように与えられる。

$$c'(\xi, \eta) = \frac{1}{\sqrt{4 \pi \xi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\exp \left\{ -\frac{(2N + \eta_s + \eta)^2}{4\xi} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(2N + \eta_s - \eta)^2}{4\xi} \right\} \right] \quad \dots \dots \dots (14)$$

第 2 の解は線源が η_{s1} から η_{s2} までの場合で、 $0 \leq \eta_{s1} < \eta_{s2} \leq 1$ とすると、解は式 (15) となる。

$$c'(\xi, \eta) = \frac{1}{2(\eta_{s2} - \eta_{s1})} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\operatorname{erf} \left\{ \frac{2N + \eta_{s2} + \eta}{\sqrt{4\xi}} \right\} - \operatorname{erf} \left\{ \frac{2N + \eta_{s1} + \eta}{\sqrt{4\xi}} \right\} + \operatorname{erf} \left\{ \frac{2N + \eta_{s2} - \eta}{\sqrt{4\xi}} \right\} - \operatorname{erf} \left\{ \frac{2N + \eta_{s1} - \eta}{\sqrt{4\xi}} \right\} \right] \quad \dots \dots \dots (15)$$

ここに、 N は整数であり、通常の計算では -4 から +4 までの 9 個を用いれば十分である。

式 (14) や (15) の適用範囲は溶存質濃度が水深方向に一様な水域に限られ、たとえば溶存物質が水面近くで投入されるような場合には投入点より測った下流距離が水深の 50~100 倍を超えた水域に適用されるべきである⁷⁾。

次に、式 (14) や (15) によれば、溶存質濃度が横方向にほぼ一様となる距離は、式 (12) より、

$$x = \xi V_x B^2 / \lambda E_z \quad \dots \dots \dots (16)$$

で与えられ、点源 $\eta_s = 0.5$ の場合には $\xi = 0.06$ 、 $\eta_s = 0$ または 1 の場合には $\xi = 0.24$ であり、線源の場合も同じ程度の ξ が用いられる。この完全混合距離は川幅の 2 乗に比例し、実測の結果とかなりよく合うことが報告されている⁴⁾。

式 (14) や (15) はトレーサー実験と組み合わせて E_z の算定に使われることが多い。この場合は濃度分布測定断面ごとに最適の解析解を求め、その ξ より E_z を逆算し、全断面の E_z を平均するのが通常のやり方であるが、Holley ら²⁷⁾によって導入されたモーメント法を Beltaos²⁶⁾ が式 (11) に応用した次の式を用いる方法もある。

$$\sigma_{\eta}^2 = \frac{2 \lambda E_z}{V_x B^2} \int_0^x [1 - (1 - \bar{\eta}) c'_L - \bar{\eta} c'_R] dx \quad \dots \dots \dots (17)$$

ここに、 c'_L 、 c'_R はそれぞれ左岸、右岸の無次元濃度であり、 $\bar{\eta}$ は測定した $c' - \eta$ 分布の 1 次モーメント、 σ_{η}^2 は $\bar{\eta}$ に関する 2 次モーメントである。この方法では σ_{η}^2 と右辺の積分値をプロットしてその直線関係より E_z を計算する。

式 (14) による保存性溶存質の定常分布のシミュレーションは上述の文献、たとえば 4), 7), 25) 等、に多く収録されているが、その最近の使用例を図-2 に示す。これは第一著者ら²⁸⁾が再曝気係数調査のために行った染料実験の結果である。この場合は $Q = 14.7 \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $H = 0.54 \text{ m}$ 、 $B = 91 \text{ m}$ 、 $V_x = 0.3 \text{ m/s}$ 、 $V_* = 0.067 \text{ m/s}$ であり、また定常点源 η_s は 0.3 であり測定断面は投入点より 3220 m 下流であった。図-2 より、最適分布を与える ξ は 0.035 と判定され、式 (12) の λ を 1 として計算した結果、式 (8) の α は 0.75 であった。河道内の

詳細なデータがないので入を1としたが、もし入が1より大きいとすれば α はもう少し小さくなるはずであり分散係数の不確かさを避けられない。

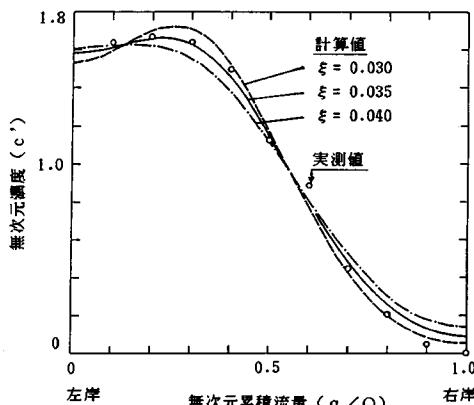


図-2 シエナンゴ河染料実験結果とその解析解

6. 非定常輸送への応用

河川への汚染物質排出は事故による瞬間的な流入であることもあり、また下水処理場や発電所等の排水路からの連続的な流入の場合もある。しかし河川での溶存質の移流分散式は、式(4)で示されるように線形同次であり、これに溶存質の一次減衰項を加えたとしてもその性質は変わらないので解の重ね合わせの原理が適用される。したがって非定常輸送の問題は原則として溶存質の瞬間投入に応ずる下流の濃度分布を予測または実測する問題に帰することになる。

アメリカにおける溶存質の非定常輸送の研究は原子力委員会の主導によって1950年代に始められ、低レベルの放射性物質の河川への瞬間投入による一次元の移流分散をニューヨーク州のモホーク河での実験²⁹⁾やシカゴの運河での実験等³⁰⁾で調べたのが嚆矢とされている。ついでGodfrey³¹⁾らによつていくつかの中小河川での実測がなされるに及んで、一次元の移流分散方程式に用いられるべき分散係数は、水深平均のみを考えたElderの値の数十倍になることが確認された。

この問題に明快な説明を与えたのがFischer³²⁾であり、河川での一次元の縦分散は主流速の横断方向の分布によってほとんど定まるとして、一次元縦分散係数 K_x を次の式で与えた。

$$K_x = \frac{-1}{A} \int_0^B (v_x - V_x) h \int_0^z \frac{1}{e_z h} \int_0^z (v_x - V_x) h dz dz dz \quad \dots \quad (18)$$

ここに、 A は断面積であり、等流が仮定されている。

式(18)はその後多くの研究者によって理論的にも実

験的にも検証され、等流河川への、Taylorの分散理論の最も正しい適用であると認められている。ただ、自然河川では蛇行その他のによる非等流性のために式(18)の検証が難しく、たとえば現在までに実測された最大の K_x であるミズーリ河での値 $1500 \text{ m}^2/\text{s}^3$ に対して、式(18)による計算値は、 $3440 \text{ m}^2/\text{s}$ 程度となっている¹⁹⁾。

溶存質濃度が水深方向および横断方向にほぼ一様となった後の濃度軽減は上述の一次元の分散によってなされ、最も効果的な濃度希釈がこの段階で行われるが、実用上の問題としては、往々にして一次元式の適用水域が濃度予測の必要のある水域の下流になることが挙げられるよう。縦分散係数が定数である一次元輸送方程式が適用できる水域（いわゆるテラー水域）の推定式はデータの集積とともに改訂されてきたが、現在ではChatwin³³⁾の提唱式、

$$x = 0.4 V_x B^2 / E_z \dots \quad (19)$$

が妥当と思われる。この係数0.4は円管内の層流での分散実験によって定められたが、開水路の乱流にも適用され得ることが確かめられている¹⁹⁾。1967年のミズーリ河の瞬間投入実験³⁴⁾で横分散係数を $0.6 HV_*$ と仮定すると式(19)から $x = 210 \text{ km}$ となる。ちなみに式(19)は前述の式(16)と同形であるが、係数を比べてみると、一次元分散水域は完全横混合の水域よりも下流となることがわかる。このことからもわかるように、多くの場合、自然河川での濃度予測水域は、一次元のテラー水域よりも上流にあり、また、この水域では横断方向濃度が通常は一様でないことも考えると、二次元の非定常流管モデル、式(5)または(6)を用いるのが望ましいことは明らかであろう。これらの式の適用については、式(16)を水深方向に応用して $E_y = 0.07 HV_*$ を仮定し、瞬間投入が河岸で行われたとすると、適用水域は $x = 4 V_x H / V_*$ 程度よりも下流として与えられるので、実用上の問題は少ない。

今までのところ非定常流管モデルの実河川での使用例はHardenら³⁵⁾のミズーリ河への応用のみであるが、水質予測、ことに非保存性汚染質のそれより正確な達成が望まれる将来には、二次元のシミュレーションの実用上の重要性は増加するものと思われる。式(5)または(6)の適用にあたって留意すべきことは、これらの式は縦方向の輸送のほとんどを移流項 $((v_x/m_x)(\partial c/\partial x))$ で表わしていることであり、特に式(6)には縦分散項が存在しない。これが断面平均流速 V_x を移流項に使用する従来のFickの方程式が縦分散の項を必ず必要とすることとの決定的な違いである。著者らはこのようなFickの方程式は一次元の輸送の問題のみに限られるべきであると考える¹⁰⁾。

流管モデルの非定常輸送への適用上のもう1つの問題

は河床河岸等に存在する停滞域の扱い方であろう。自然河川への瞬間投入実験で下流の濃度を時間に対してプロットすると、最高濃度に達するまでは濃度増加が早く、最高濃度を越えた後は濃度が緩やかに減少するのが普通である。

このような分布の正規分布からのずれは早くから認められており、Elder¹³⁾の直線水路実験において、その縦分散係数 $e_x = 5.93 h v_*$ の検証には最高濃度までの前部のみが正規分布として用いられ、後部の濃度については、正規分布量を差し引いた分は層流底層内に滞留している溶質が分子拡散によって主流部に逆拡散したものと説明されている。

Elder の概念に基づいて主流域と停滞域の輸送式を連立させ、界面交換によって溶質収支のバランスをとるモデルの適用は Thackston ら³⁴⁾のバンダービルト大学グループ、Sabol ら³⁵⁾、その他によって進められてきたが、この一次元モデルの最も新しい適用は Bencala ら³⁶⁾によるカリフォルニアの山間渓流におけるそれであろう。この流れの平均断面積はわずか 0.4 m^2 であるが、河床は砂利玉石等よりなっていて高い浸透性をもち、また断面積の変化も流路の湾曲も著しい。彼らは界面交換係数と停滞域断面積という 2 個の未知係数を用いて主流部濃度の最適シミュレーションを試みて好結果を得ている。この渓流では停滞域の平均断面積は 0.7 m^2 と推定され、主流部の 0.4 m^2 より大きいと結論されている。

二次元モデルに停滞域を導入する場合、停滞域が河床にあるか河岸にあるか等の状況に左右されて必ずしも単純ではないが、ここでは停滞域が河床にあり、主流域との界面は水平であると仮定した場合の式を以下のように導いておこう。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{v_x}{m_x} \frac{\partial}{\partial q} \left(m_x h^2 v_x e_z \frac{\partial c}{\partial q} \right) - \frac{k_s}{h} (c - c_s) \quad (20)$$

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = \frac{k_s}{h_s} (c - c_s) \quad (21)$$

ここに、 h_s ：主流部の下部に位置する停滞域の水深、 c_s ：停滞域における保存性溶存質の平均濃度、 k_s ：主流域と停滞域との間の交換係数、である。交換係数 k_s は Elder や Bencala のそれと同様、長さ/時間の次元で与えられる。停滞域現象について的確な情報が欠如している現状を考えれば、こうした簡単な界面交換モデルでも、少なくとも主流域濃度のシミュレーションのためには実用上十分に有用と思われる。

7. 非保存性溶存質への応用

河川に排出されたり、天然に存在したりする溶存物質は多く非保存性であり、河川の水質汚染の予測は終局的

には非保存性を考慮しなければならない。

現在までのところ、非保存性溶質については一次減衰のモデルが多く使用され、相応の成果を挙げている。下水処理場の排水に含まれる BOD はその生化学反応について諸種の研究がなされているが実用上は一次減衰として扱われており、低レベル原子廃棄物も同様である。再曝気は水面での酸素の吸収現象であるが、水深が浅く流速の早い河川では負的一次減衰として扱える。その他発電所からの温排水については、排水の温度と流入河川の温度の差である余剰温度に関しては一次減衰モデルを使えることが確かめられている¹⁶⁾。

一次減衰の基本概念は $dc/dt = -Jc$ である。ここに J はいわゆる減衰係数である。非保存性溶存質の場合の二次元の輸送方程式は、減衰項として式 (2) の右辺に $-hJc$ 、式 (4)、(5)、および (6) の右辺には $-Jc$ 、式 (7) の右辺には $-m_x Jc/v_x$ を加えて得られる。ただし、実用上では減衰の予測や J の測定を溶存質の連続投入の条件下ですることが多いことを考えれば、投入条件を考慮してこれらの支配方程式の数値解を求めることは迂遠な方法であり、保存性溶質の分布と結びつけてもっと簡単に非保存性溶質の分布が解析できればその方が望ましい。いま、 J が定数であると仮定すると、非保存性溶質濃度 c は保存性溶質濃度 c_c と次の式で関係づけられよう。

$$c = c_c \exp(-Jt) \quad (22)$$

式 (22) を非定常の支配方程式に代入すれば減衰項が消去され、式 (2)、(4)、(5)、および (6) 等の保存性溶質の式に帰するという簡単な数学的事実があり、移流分散については非保存性溶質と保存性溶質は同じであることになる。実験的にも溶存質濃度が極端に高くなればこの結論は正しいものとしてよいだろう。

連続投入の条件下での減衰項の扱いについては、現在、等流での一次元輸送式の定常解に基づいた議論¹⁹⁾があるのみで、自然河川での二次元の問題には十分でない。ここでは解の重ね合わせの原理を用いて減衰項の扱い方を検討してみよう。いま、非保存性溶質の質量 W と保存性溶質の質量 W_c を混合して流量 Q の河川に瞬間投入したとする。この場合、投入質量と濃度が比例すると仮定すれば、式 (22) は次のように書くことができる。

$$\frac{cQ}{W} = \frac{c_c Q}{W_c} \exp(-Jt) \quad (23)$$

式 (23) の右辺の c_c を与えられた位置 (x, z) での時間 t の関数と考え、単位応答濃度 f_c を次のように定義する。

$$f_c = \frac{c_c}{\int_0^\infty c_c dt} \quad (24)$$

この定義によれば f_c は時間の逆数の次元をもち、

$$\int_0^\infty f_c dt = 1$$

である。次に、式(24)の分母の積分値は、その地点を通過する保存性溶質の質量を表わしており、この地点を含む全断面を通過する総質量 W_c/Q の一部であることから、無次元量 s_c を次のように定義できる。

したがって、 s_c は位置の関数であるが時間には無関係となる。式 (24), (25) を式 (23) に代入すれば次式を得る。

非保存性溶質を連続的に投入する場合には、単位時間当たりの投入質量を $M(\tau)$ とすると、 $Md\tau$ を瞬間投入量 W と考えて、解の重ね合わせの原理により式(26)の積分式を次のように書くことができる。

$$c = \frac{s_c}{Q} \int_0^t M(\tau) f_c(t-\tau) \exp\{-J(t-\tau)\} d\tau \dots\dots(27)$$

ここに、投入時間 τ は t と原点が同じである。式 (27) は投入量 M が時間とともに変わるものに対する非定常の解である。

M が一定である場合の定常解は、積分変数 $p = t - \tau$ を導入して t を無限大にすることによって得られるが、ここでは便宜上 p を t に戻して式 (28) で表わす。

上の式において J をゼロとすると f_c の積分値は定義によって 1 であるので s_c は式 (12) によって定義された無次元の保存性溶質の定常濃度 c' に等しいことがわかる。以上の、式 (23) から式 (28) に至る過程は、解の重ね合わせを時間のみに関する積分として扱っており、 c_c , f_c , s_c 等の空間次元は二次元であるが、これらが一次元、三次元であっても適用できる関係である。

さて、上述の式(28)に含まれる単位応答濃度 f_c は定義により、その積分値が 1 となるのであるが、その 1 次モーメント

$$\bar{t} = \int_0^\infty t f_c(t) dt$$

は投入点より測定位置までの平均流下時間を表わす。いま \bar{m} を用いて式(28)の積分をテーラー級数に分解して整理すれば次式を得る。

$$\int_0^{\infty} f_c \exp(-Jt) dt = \exp(-J\bar{t}) \left[1 + \sum_{N=2}^{\infty} \frac{(-1)^N J^N}{N!} \cdot \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^N f_c dt \right] \dots \dots \dots (29)$$

したがって、式(28)は次のように分離して書き直す

ことができる。

$$c = \frac{Ms_c F}{Q} \exp(-J \bar{t}) \dots \dots \dots \quad (30)$$

$$F = 1 + \sum_{N=2}^{\infty} \frac{(-1)^N J^N}{N!} \int_0^{\infty} (t - \bar{t})^N f_c dt \dots \quad (31)$$

ここに, F は式 (30) の補正值とみなすことができ, 通常の河川で得られる f_c と J の範囲においては 1 に近い値が得られる²⁸⁾. この関係は, 等流の一次元輸送において $4K_x J / V_x^2$ が 0 に近い場合に, 定常解は $C = |M \exp(-Jx/V_x)|/Q$ で近似される¹⁹⁾のと似たものであるが, 上述の重ね合わせの解法は空間次元に無関係であり, 等流の仮定も不必要的でより汎用性のある関係である. 式 (30) や (31) は, 自然河川の非保存性濃度の二次元定常解の扱いに最も適していると考えられる.

8. おわりに

以上、流管モデルの現状と今後拡張を要する面を実用を主として詳説したが、各章の終りには一応の結論がまとめてあるのでここにまたそれを繰り返す必要もないと思われる。そこで終りにあたって流管モデルの基礎手法である変数転換と分散理論についての再評価を述べておきたい。

式(3)に定義された q による二次元輸送式の独立変数の転換は、Von Mises が 1927 年に二次元の運動方程式の転換として提唱したものと同じであり、Spalding ら³⁷⁾はこの転換を軸対称流の境界層内の流れや輸送の解析に応用している。Yotsukura ら⁴⁾は自然河川の横方向濃度分布が累積流量に関して正規分布に近いという実験的発見をもとにこの転換を独立に得たのであるから、Von Mises の転換の在来の利点、すなわち運動方程式や輸送方程式から v_z を含む項を消去できること、をさらに強化したことになり、今後の二次元開水路の問題の解析に有用なアプローチを与えるものと思われる。

式(3)による q は、 $\partial q / \partial z = m_z h v_x$ および $\partial q / \partial x = -m_x h v_z$ を与えるので、在来の流れ関数の定義には一致しないが、 q が定数の曲線は二次元の流線であることが証明されている³⁷⁾ので累積流量を不等流での流れ関数とみなしてもよいであろう。

流管モデルのもう1つの基礎である Taylor の分散理論は、Aris³⁸⁾によって証明されたように、等流を仮定する場合のみに適用される層流・乱流に共通な輸送の漸近解であり、また、Iwasa ら³⁹⁾によって示されたように、等流の乱流では Taylor のより基本的な理論であるランジュの拡散理論⁴⁰⁾に漸近する理論である。

この分散理論の非定常流や不等流への応用は数多く試みられているが^{41)~44)}、二次元式に関する限り、近似解としての応用は鉛直方向の濃度分布がほぼ一様になるの

に必要な距離にわたって流れが等流である場合に妥当であるといえよう。この混合距離は前述のように、 $x=4 v_x h / v_*$ 程度と推定されるが、かなり長い流下距離であり、この距離以内で変化する不等流でのシミュレーションでは横分散係数が一定とならず振動することが知られている^{5), 6)}。

不等流とみなせる自然河川への分散理論の応用に関しては、鉛直混合距離についての今後の実験的研究が待たれることはいうまでもないが、分散係数の理論的な扱いについては Smith⁴⁵⁾ の用いている固有関数による摂動解法が最適ではないかと考えられる。Smith⁴⁶⁾ はこのアプローチを式(6)に近い二次元式に適用して、不等流における一次元分散係数の変動について有用な理論を提唱しており、それは自然河川での経験をかなりよく説明している。

なお、本研究は昭和 61, 62 年度文部省科学研究費補助金・一般研究 B (代表: 四倉信弘, No. 61460166) の補助を受けたものであることを記し、末尾ながら深甚なる謝意を表するものである。

参考文献

- 1) 水理委員会水理公式集改訂委員会: 水理公式集、土木学会, pp. 468~469, 1985. 4.
- 2) Fischer, H. B. : Transverse Mixing in a Sand-Bed Channel, U.S. Geol. Survey Prof. Paper 575-D, pp. 267~272, 1967.
- 3) Yotsukura, N., Fischer, H. B. and Sayre, W. W. : Measurement of Mixing Characteristics of The Missouri River between Sioux City, Iowa and Plattsburgh, Nebraska, U.S. Geol. Survey Water-Supply Paper 1899-G, 29 p., 1970.
- 4) Yotsukura, N. and Cobb, E. D. : Transverse Diffusion of Solutes in Natural Streams, U.S. Geol. Survey Prof. Paper 582-C, 19 p., 1972.
- 5) Chang, Y. C. : Lateral Mixing in Meandering Channels, Ph. D. Thesis, Univ. of Iowa, 195 p., 1971.
- 6) Sayre, W. W. and Yeh, T. P. : Transverse Mixing Characteristics of The Missouri River Downstream from The Cooper Nuclear Station, IIHR Report 145, Univ. of Iowa, 46 p., 1973.
- 7) Yotsukura, N. and Sayre, W. W. : Transverse Mixing in Natural Channels, Water Resour. Res., AGU, Vol. 12, No. 4, pp. 695~704, 1976.
- 8) Shen, H. T. : Comment on "Transverse Mixing in Natural Channels" by Yotsukura and Sayre, Water Resour. Res., AGU, Vol. 13, No. 2, pp. 495~496, 1977.
- 9) Harden, T. O. and Shen, H. T. : Numerical Simulation of Mixing in Natural Rivers, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol. 105, No. HY 4, pp. 393~408, 1979.
- 10) Yotsukura, N. and Sayre, W. W. : Reply to Comment by Shen, Water Resour. Res., AGU, Vol. 13, No. 2, p. 497, 1977.
- 11) Yotsukura, N. : Derivation of Solute-Transport Equations for a Turbulent Natural-Channel Flow, Jour. of Res., U.S. Geol. Survey, Vol. 5, No. 3, pp. 274~284, 1977.
- 12) Taylor, G. I. : The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe, Royal Soc. London, Proc. Ser. A, Vol. 223, pp. 446~468, 1954.
- 13) Elder, J. W. : The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow, J. of Fluid Mechanics, Vol. 5, Pt. 4, pp. 544~560, 1959.
- 14) Fischer, H. B. : The Effect of Bends on Dispersion in Streams, Water Resour. Res., AGU, Vol. 5, No. 2, pp. 496~506, 1969.
- 15) Sayre, W. W. : Investigation of Surface-Jet Thermal Outfall for Iatan Steam Electric Generating Station, IIHR Report 167, Univ. of Iowa, 65 p., 1975.
- 16) Jackman, A. P. and Yotsukura, N. : Thermal Loading of Natural Streams, U.S. Geol. Survey Prof. Paper 991, 39 p., 1977.
- 17) Sium, O. : Transverse Flow Distribution in Natural Streams as Influenced by Cross-Sectional Shape, M. S. Thesis, Univ. of Iowa, 99 p., 1975.
- 18) Kalkwijk, J. P. Th. and De Vriend, H. J. : Computation of the Flow in Shallow River Bends, J. of Hyd. Research, IAHR, Vol. 18, No. 4, pp. 327~342, 1980.
- 19) Fischer, H. B., List, E. J., Koh, R. C. Y., Imberger, J. and Brooks, N. H. : Mixing in Inland and Coastal Waters, First Ed., Academic Press, Inc., pp. 55~147, 1979.
- 20) Weibel, G. and Schatzmann, M. : Transverse Mixing in Open Channel Flow, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol. 110, No. 4, pp. 423~435, 1984.
- 21) Mackay, J. R. : Lateral Mixing of The Liard and Mackenzie Rivers Downstream from Their Confluence, Canadian Jour. of Earth Sciences, National Res. Council of Canada, Vol. 7, No. 1, pp. 111~124, 1970.
- 22) Krouse, H. R. and Mackay, J. R. : Application of $H_2^{18}O/H_2^{16}O$ Abundances to The Problem of Lateral Mixing in The Liard-Mackenzie River System, Canadian Jour. of Earth Sciences, National Res. Council of Canada, Vol. 8, pp. 1107~1109, 1971.
- 23) Matsui, E., Salati, F., Friedman, I. and Brinkman, W. L. F. : Isotopic Hydrology in The Amazonia:2, Relative Discharges of The Negro and Solimoes Rivers Through ^{18}O Concentrations, Water Resour. Res., AGU, Vol. 12, No. 4, pp. 781~785, 1976.
- 24) Oltman, R. E., Sternberg, H. O. R., Ames, F. C. and Davis, L. C. : Amazon River Investigations Reconnaissance Measurements of July, 1963, U.S. Geol. Survey Circular 486, 15 p., 1964.
- 25) Lau, Y. L. and Krishnappan, B. G. : Modeling Transverse Mixing in Natural Streams, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol. 107, No. HY2, pp. 209~226, 1981.
- 26) Beltaos, S. : Transverse Mixing Tests in Natural Streams, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol. 106,

- No, HY10, 1980.
- 27) Holley, E.R., Siemons, J. and Abraham, G. : Some Aspects of Analyzing Transverse Diffusion in Rivers, *J. of Hyd. Research, IAHR*, Vol. 10, No. 1, pp. 27~57, 1972.
 - 28) Yotsukura, N., Stedfast, D.A. and Jirka, G.H. : Assessment of a Steady-State Propane-Gas Tracer Method for Determining Reaeration Coefficients, *Che-nango River, New York, U.S. Geol. Survey WRI Report 84-4368*, 69 p., 1984.
 - 29) Parker, F.L. : Mechanisms of Dilution of Radio Contaminants in Streams, Ph. D. Thesis, Harvard University, 1955.
 - 30) Thomas, I.E. : Dispersion in Open Channel Flow, Ph. D. Thesis, Northwestern University, 140 p., 1958.
 - 31) Godfrey, R.G. and Frederick, B.J. : Dispersion in Natural Streams, U.S. Geol. Survey Prof. Paper 433-K, 1970.
 - 32) Fischer, H.B. : The Mechanics of Dispersion in Natural Streams, *J. of Hyd. Div.*, Proc. ASCE, Vol. 93, No. HY6, pp. 187~216, 1967.
 - 33) Chatwin, P.C. : The Approach to Normality of The Concentration Distribution of a Solute in a Solvent Flowing along a Straight Pipe, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 43, pp. 321~352, 1970.
 - 34) Thackston, E.L. and Schnelle, K.B. : Predicting Effects of Dead Zones on Stream Mixing, *J. of Sanit. Eng. Div.*, Proc. ASCE, Vol. 96, No. SA2, pp. 319~331, 1970.
 - 35) Sabol, G.V. and Nordin, C.F. : Dispersion in Rivers as Related to Storage Zones, *J. of Hyd. Div.*, Proc. ASCE, Vol. 104, No. HY5, pp. 695~708, 1978.
 - 36) Bencala, K.E. and Walters, R.A. : Simulation of Solute Transport in a Mountain Pool-and-Riffle Stream : a Transient Storage Model, *Water Resour. Res.*, AGU, Vol. 19, No. 3, pp. 718~724, 1983.
 - 37) Spalding, D.B. : GENMIX:A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena, HMT Vol. 1, Pergamon Press, pp. 34~84, 1977.
 - 38) Aris, R. : On The Dispersion of A Solute in A Fluid Flowing Through A Tube, *Royal Soc. London, Proc. Ser. A*, Vol. 235, pp. 67~77, 1956.
 - 39) Iwasa, Y. and Aya, S. : Lagrangian Characteristics of Longitudinal Mixing in Free Surface Shear Flows, *Proc. of 21st Congress at Melbourne, International Assoc. for Hyd. Res.*, Vol. 2, pp. 181~185, 1985.
 - 40) Taylor, G.I. : Diffusion by Continuous Movements, *London Math. Soc.*, Proc. Ser. A, Vol. 20, pp. 196~211, 1921.
 - 41) Bowden, K.F. : Horizontal Mixing in The Sea Due to A Shearing Current, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 21, pp. 83~95, 1965.
 - 42) Chatwin, P.C. : On The Longitudinal Dispersion of Passive Contaminant in Oscillatory Flow in Tubes, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 71, pp. 513~527, 1975.
 - 43) Holley, E.R., Harleman, D.R.F. and Fischer, H.B. : Dispersion in Homogeneous Estuary Flow, *J. of Hyd. Div.*, Proc. ASCE, Vol. 96, HY 8, pp. 1691~1709, 1970.
 - 44) Fukuoka, S. and Sayre, W.W. : Longitudinal Dispersion in Sinuous Channels, *J. of Hyd. Div.*, Proc. ASCE, Vol. 99, HY 1, pp. 195~217, 1973.
 - 45) Smith, R. : Where to Put A Steady Discharge in A River, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 115, pp. 1~11, 1982.
 - 46) Smith, R. : Longitudinal Dispersion Coefficients for Varying Channels, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 130, pp. 299~314, 1983.

(1988.5.2・受付)