

# 縦筋河床の形成領域と掃流力の分布特性に関する研究

## STUDY ON FORMATION REGION OF SAND RIBBONS AND CHARACTERISTICS OF TRACTIVE FORCE DISTRIBUTION

大本 照憲\*・平野 宗夫\*\*

By Terunori OHMOTO and Muneo HIRANO

Multi-cellular longitudinal vortices dominate the three-dimensional structure of open channel flows and also produce the sand waves with longitudinal ridges and troughs which are called sand ribbons.

In this paper, the process of development of the sand waves was investigated in view of the interaction between the large scale eddies and the bed material, and the formation of sand ribbons was examined in detail.

Furthermore, the influence of secondary currents on the tractive force was estimated on the basis of Reynolds momentum equation to which the experimental results were applied. The results obtained show that the secondary currents have a significant effect on the tractive force.

*Keywords : sand ribbons, tractive force, multi-cellular secondary currents*

### 1. まえがき

近年、乱流計測、流れの可視化技術の向上に伴い、大規模乱流構造の組織性が明確に把握されるとともに、流れの三次元的挙動が明らかにされつつある。直線状河川には、コルク、ボイルおよび並列らせん流等の大規模渦運動が存在し、三次元流況の主因になると同時に、河床との複雑な相互作用を通して各種の河床波を形成する<sup>1)</sup>。

大規模渦運動と河床波との関連については、従来よりさまざまな角度から検討を加えた研究が行われている。木下<sup>2)</sup>は、移動床流れの実験において、横断方向にはほぼ水深スケールの間隔で主流方向に並列した凹凸を呈する縦筋河床 (Sand Ribbons) を観察した。また、洪水流の航空写真撮影からのデータを分析した結果、自由水面には高速域と低速域が横断方向に規則的に配列していることを見出し、流下方向に軸をもつ縦渦が、横断方向に交互に回転の向きを変えて配列している、いわゆる並列らせん流の存在を示唆している。このほか、実河川における縦筋河床は、Culbertson<sup>3)</sup>、Karcz<sup>4)</sup>、および Cole-

man<sup>5)</sup>らによって報告されている。しかし、実験水路において縦筋河床を再現させ、その形成領域について十分な検討を行った研究はなされていない。

自由水面における縦筋状の流紋を実験水路に再現させるため、あるいは並列らせん流を安定化させるために、固定床上に斜め格子状の溝、人工縦桟粗度、あるいは河床からスリット状のジェットを与えるなど、さまざまな工夫の施された大規模乱流構造に関する実験的研究<sup>6)~8)</sup>が行われている。しかし、並列らせん流を発生・維持する要因となる壁面せん断力の横断分布については不明な点が多い。黒木・岸<sup>9)</sup>は、二次流の鉛直流速成分と壁面せん断力とは同位相の関係にあることを解析的に導いている。すなわち、縦渦の上昇流部に比べて下降流部では壁面せん断力が小さいことを意味する。これに対して、中川・禰津<sup>8)</sup>は、水路床に人工縦桟粗度を設けた開水路流の流速分布に対数則を適用することにより摩擦速度を求め、縦渦の上昇流部に比べて下降流部では摩擦速度が大きくなるという実験結果を得た。移動床流れにおいて二次流が発達すれば縦渦の下降流部で掃流砂量が多くなり、縦筋が形成されること<sup>10)</sup>から、中川・禰津の説明が妥当であると考えられる。しかし、縦渦、すなわち二次流の壁面せん断力への影響について詳細な検討を行った研究は少ない。

\* 正会員 工修 九州大学助手 工学部水工土木学科  
(〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

\*\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科(同上)

河床が横断方向に傾斜角をもつ場合の壁面せん断力を算定する方法としては、平均主流速に対数分布則を適用して求める方法、Vertical Depth Method, Normal Depth Method, Area Method, Lundgren-Jonssonによる方法<sup>11)</sup>、および澤井、芦田の方法<sup>12)</sup>等が挙げられるが、いずれも二次流の壁面せん断力への影響を十分に評価することは不可能である。

本研究ではまず、縦筋河床の発生・発達過程に対して縦渦と河床砂との相互作用について考察が加えられ、その形成領域が詳細に検討された。

次に、縦筋河床上の砂粒の限界掃流力に対する縦渦の影響がLane<sup>13)</sup>によって導入されたSlope Factorを用いて評価された。

最後に、二次流の掃流力への影響を評価するため、流れの運動方程式を基礎式とし、縦筋河床の横断形状、流れの平均特性量および乱れ特性量に関して実測データを参照した実験式を適用することによって主流方向および横断方向の掃流力が算定され、その分布特性が検討された。

## 2. 実験装置および方法

実験に使用した水路は、長さ10m、幅30cm、深さ30cmのアクリル樹脂製可変勾配水路で、測定部の長さは8mである。河床材料は、図-1に示された粒度分布をもつ5種類の均一に近い砂である。

縦筋河床が発生・発達する過程を調べるために、以下の手順で実験を行った。河床材料を測定長全域にわたって厚さ3cmで均一に敷き均し、所定の勾配、流量に設定し、下流端の堰の高さを調節してほぼ等流とみなせる状態から実験を開始した。縦筋河床の横断形状は、縦筋が平衡状態に達したとみなされた時点で、超音波測深器を用いて測定し、掃流砂量は水路入口より6m下流位置において厚さ1mmの仕切り板を有する捕砂器によって幅方向に1cm間隔で計測した。

次に、縦筋上の乱流特性を明らかにするため、縦筋が水路全域にわたって平衡状態に達した後に、水路入口より5m下流位置において乱れの計測を行った。流速測

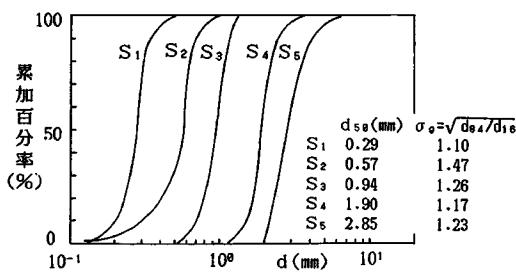


図-1 河床材料の粒径加積曲線

定は熱線流速計システムにX型エンドフロープローブを使用し、流速の主流方向成分と鉛直方向成分の同時計測および主流方向成分と幅方向成分の同時計測を、同一地点で行った。

計測結果は、サンプリング周波数75HzでAD変換した後、一測点4096個のデータに関して統計処理が施された。

## 3. 実験結果とその考察

### (1) 縦筋河床の発生・発達過程

移動床上においては、水流と河床砂との複雑な相互作用により形成される河床波は、砂漣、砂堆および反砂堆等の多種多様な形態を取る。しかし、並列せん流が発達した場合、河床にはかなり規則的で明瞭な縦筋が発生・発達することが観察される。

写真-1は、平均流速度 $U_m=36.9\text{ cm/s}$ 、水路勾配 $I_0=1/500$ 、水深 $H=4.97\text{ cm}$ 、河床材料 $d_{50}=0.94\text{ mm}$ の実験条件の下で通水し、60分経過した際の縦筋河床である。主流に平行に形成された2本のSand Ridgesは、波高が約5mmで水路幅をちょうど三等分する形で配列していることが認められる。固定床における縦渦の上昇流は水路側壁より水深の奇数倍の位置に発生しやすい<sup>7)</sup>が、移動床では縦渦の上昇流部にあたるSand Ridgeは側壁より水深の偶数倍の位置において形成されることが注目される。Sand Ridge上では砂はほとんど動かず、Sand Trough上でのみ掃流砂が存在し、その運動形態は転動であった。

写真-2は砂礫堆と縦筋が共存している様子を撮影したものである。実験条件は、 $U_m=57\text{ cm/s}$ 、 $I_0=1/90$ 、 $H=4.05\text{ cm}$ 、 $d_{50}=1.90\text{ mm}$ であり、通水後20分経過している。さらに平均流速を大きくした場合、河床には始めに縦筋が発生・発達し、続いて徐々に砂礫堆が発達し、水流の蛇行が激しくなるに従って縦筋の消滅する様子が観察された。縦筋の代表スケールは水深であり、一方砂礫堆は水路幅であることから、水路幅・水深比の大

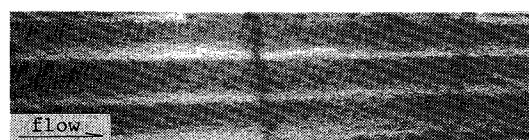


写真-1 縦筋河床

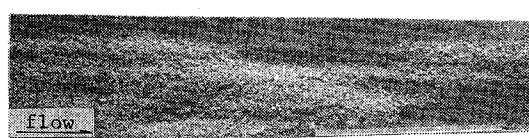


写真-2 縦筋と砂礫堆の共存

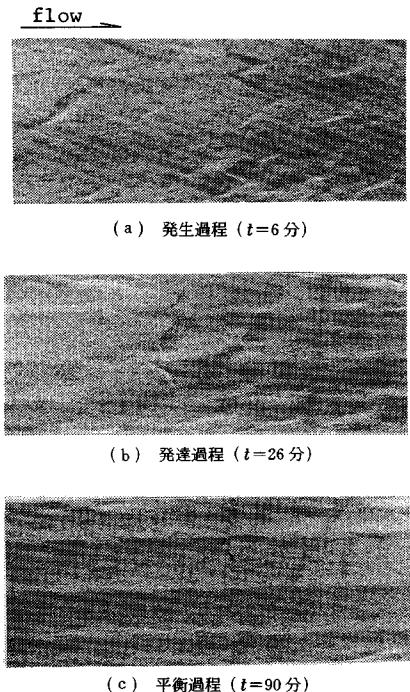


写真-3 縦筋の発達過程

きい実際河川においては、縦筋と砂礫堆との相互作用は弱く、両者は共存する可能性のあることが推察される。

写真-3(a)～(c)の一連の写真は、中央粒径  $d_{50}=0.57\text{ mm}$  (岩垣の式によれば無次元限界掃流力  $\tau_{*c}=0.034$ ) の河床砂に対して無次元掃流力  $\tau_*=0.051$  で通水した際の縦筋の発生・発達過程を示したものである。実験は、 $U_m=29.6\text{ cm/s}$ ,  $H=3.33\text{ cm}$ ,  $I_0=1/500$  の条件下で行われた。実験開始後、数分経過すると路床には至るところで河床波の峰線が水路横断方向に水深の2倍程度の間隔でくさび状に交錯する紋様が現われた(写真-3(a))。このような斜め交錯縞は、しだいに砂堆に発達するとともに、横断方向に水深の2倍程度の長さスケールで縦筋が発達しているのが観察された(写真-3(b))。縦渦と縦筋との相互作用はしだいに強まり、通水後1時間30分経過した頃には(写真-3(c))、砂堆は減衰し明瞭な縦筋の形成されていることが認められた。写真-3(a)の斜め交錯縞のくさびの頂点を結ぶ線が写真-3(c)のSand Troughの位置に対応している。通水初期に観察された斜め交錯縞は縦渦の影響により掃流力が幅方向に変化することによって形成されたものと考えられる。

## (2) 縦筋形状および掃流砂量の横断分布

実験において初期の平坦河床が縦筋河床へと遷移する過程で、縦渦と縦筋は相互に作用を及ぼし、縦渦は強くなり安定化するとともに縦筋は発達することが考えられる。

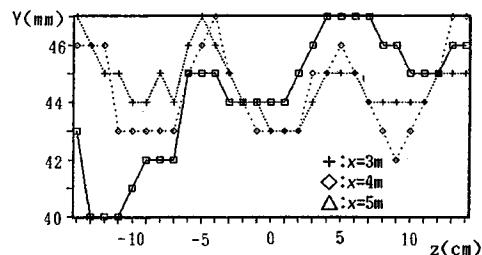


図-2 縦筋河床の横断形状

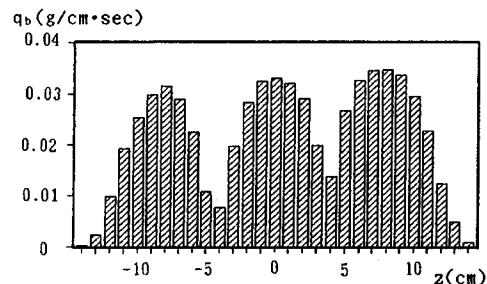


図-3 掃流砂量の横断分布

る。

図-2および図-3は、実験条件が  $Q=5.50\text{ l/s}$ ,  $U_m=37.5\text{ cm/s}$ ,  $H=4.88\text{ cm}$ ,  $I_0=1/400$ ,  $d_{50}=0.94\text{ mm}$ ,  $u_*=3.08\text{ cm/s}$  の下で通水され1時間経過した際の河床波形状および掃流砂量の横断分布である。図-2から縦筋の波高は、水路入口より  $X=3\text{ m}$ ,  $4\text{ m}$  および  $5\text{ m}$  においていずれも約4～5mmの範囲にあり、その形状は主流方向に相似であることがわかる。掃流砂量は図-3に示されるように横断方向に大きく変化し、Sand Troughで卓越していることがわかる。縦筋の発達に伴って、縦渦は強まり、安定化し掃流力を幅方向に変化させ、その結果、掃流砂量は幅方向に不均一になったことがうかがえる。

## 4. 縦筋河床の形成領域

河床形態は、その代表的長さスケールが水深に相当する小規模河床形態と河幅に相当する中規模河床形態に大別されている。小規模河床形態は鉛直乱流場に規定され、支配要素である流れのフルード数と砂粒レイノルズ数によって砂漣、砂堆、遷移河床、動的平坦河床、反砂堆に分類され、中規模河床形態は水平乱流場に支配されるところから水路幅と水深の比によって形成領域が区分されることが知られている<sup>14)</sup>。

ところで、写真に示されたように上記の河床形態とは幾何学的特性を異にし、縦渦の作用により形成される縦筋河床が存在する。縦筋は、水深スケールの現象であることから河床形態を規模で分類すれば小規模河床形態に

含まれる。実際河川では自由水面の流況等により古くからその存在は認められ<sup>2)</sup>、実験水路においても観察され<sup>て</sup>はいるが<sup>15)~17)</sup>、その形成領域について十分な検討はなされていない。

広幅の固定床開水路流の実験結果によれば、安定した縦渦は河床が滑面の場合には水路隅角部近傍を除いては観測されていない<sup>18)</sup>のに対して、河床が粗面の場合には比較的安定して存在することが報告されている<sup>19), 20)</sup>。

今本ら<sup>21)</sup>は、種々の粗度要素を路床に設置し、二次流の安定性について検討し、二次流は摩擦速度の増大に伴って安定化することを指摘している。視点を変えれば、二次流発生の外的要因をもたず、粘性底層の形成された流れ場においては、縦渦は発達および安定化しないことが考えられる。

図-4は、目視観察を通して主に縦筋河床と認められるものを中心に、無次元元掃流力  $\tau_* = u_*^2 / sgd$  と砂粒レ

表一 例

記号	中央粒径 d <sub>50</sub>	記号	河床形態
○	0.29 mm	○	縦筋
○	0.57 mm	○	縦筋と砂堆の共存
○	0.94 mm	○	縦筋と砂礫堆の共存
○	1.90 mm	●	砂渾
○	2.85 mm	●	砂礫堆
			砂堆

- ▽ :Vincent,J.  
Sand Ribbons( $d_{50}=1.00\text{mm}$ )
- ◇ :Wolman,Lucian,Brush  
Sand Ribbons( $d_{50}=0.67\text{mm}$ )

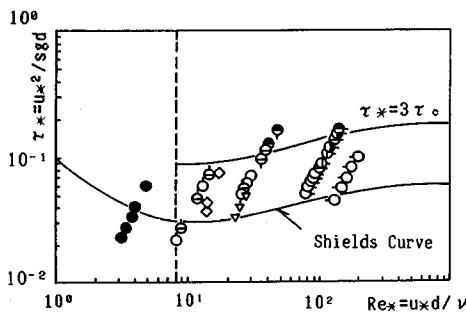


図-4  $\tau_*$  と  $R_{e*}$  の関係図における縦筋の形成領域

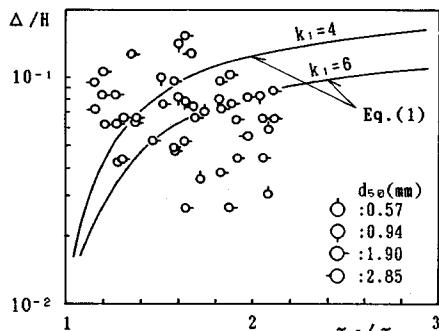


図-5 離筋波高  $\Delta/H$  と  $\tau_0/\tau_c$  の関係

イノルズ数  $R_{e*} = u_* d / \nu$  に対してプロットしたものである。図から明らかなように、 $R_{e*}$  が 8 以下では縦筋は発生していない。砂粒レイノルズ数は、固定床では河床が粗面か滑面かを判断する物理量であり、移動床においては砂漣と砂堆を区分する重要なパラメーターとなる。Yalin<sup>22)</sup> は  $R_{e*} \leq 8$  では、河床には砂漣以外の河床波は形成されないことを指摘した。砂漣のみが形成される条件を、砂粒レイノルズ数  $R_{e*} < 8$  および無次元掃流力  $\tau_* > \tau_{*c}$  とすれば、両式を満足する砂粒は  $d < 0.57 \text{ mm}$  となる。河床材料として  $d_{50} = 0.29 \text{ mm}$  を用いた実験では河床には砂漣のみが発生し縦筋は観察されなかった。

また、縦筋が明瞭に現われるのは掃流力が限界掃流力をわずかに越えたところにあたり、掃流力の増加とともに縦筋は砂堆と共存し、掃流力が限界掃流力の約3倍以上になると縦筋は減衰し砂堆の卓越していることが認められる。図-5は、縦筋の波高  $\Delta$  と掃流力  $\tau_0$ との関係を示したものである。掃流力はエネルギー勾配および断面平均水深から求められ、砂粒に対する限界掃流力  $\tau_c$  の算定には岩垣の実験式が用いられている。図中の実線は Yalin<sup>23)</sup> による砂堆の波高に関する実験式であり、次式のように与えられた。

図より明らかなように、掃流力の増加とともに砂堆の波高は増大するのに対して、平均的な縦筋の波高は、逆に減少する傾向をもつことが認められる。縦筋は流れの掃流力が砂粒の限界掃流力をわずかに越えたところで最も発達し、掃流力の増加とともに減衰し、それに代わって砂堆の発達することが考えられる。

なお、本実験は Froude 数が  $0.32 < F_r < 1.37$  の範囲で行われ、縦筋が形成された Froude 数の範囲は、 $0.45 < F_r < 1.15$  であった。木下の実験<sup>2)</sup>によれば  $0.49 < F_r < 1.29$  であり、縦筋河床は広い範囲の Froude 数で形成されることが考そられる。

図-4 および 5 から、縦筋河床は砂粒レイノルズ数  $R_{e*} > 8$  で、かつ掃流力は下限に限界掃流力、上限に限界掃流力の約 3 倍程度の値を有する範囲で形成される。

## 5. 縦筋上の砂粒子の移動限界

図-6に示された横断方向に傾斜角  $\theta$  を有する斜面上において静止した砂粒子に働く力は、抗力  $D$ 、揚力  $L$ 、水中重量  $W'$ 、および摩擦力  $F_s$  であり、それぞれ次式のように表わされる。

$$D \equiv 1/2; \rho; \varepsilon; C_p; (U_c^2 + W_c^2); A_c; d^2 \dots \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$L \equiv 1/2; \rho; \varepsilon_0; C_0; (U_c^2 + W_c^2); A; d^2; \dots \dots \dots \dots \quad (3)$$

ここに、 $\epsilon_0$ ：遮蔽係数、 $C_a$ ：抗力係数、 $C_r$ ：揚力係数

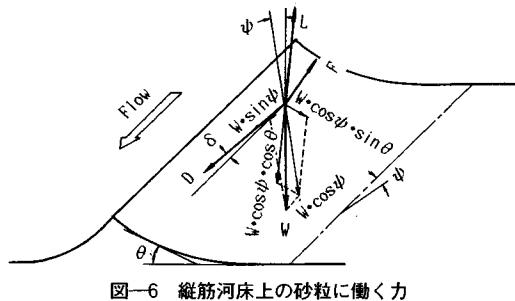


図-6 縦筋河床上の砂粒に働く力

$\psi$ : 河床の主流方向に対する傾斜角,  $U_f$  および  $W_f$ : おののおの, 砂粒に作用する主流方向および横断方向の代表的平均流速成分  $\sigma$  および  $\rho$ : おののおの, 砂粒および水の密度,  $A_2$  および  $A_3$ : おののおの, 砂粒の面積係数および体積係数,  $d$ : 砂粒の直径および  $\phi$ : 砂粒の水中静止摩擦角である.

縦筋河床上の砂粒子は、二次流の影響を受け、抗力  $D$  の方向は主流方向に対して偏角  $\delta$  を有する。移動限界状態においては、これらの力は斜面上でつり合っているから、この状態に下添字  $cr$  を付記すると、

$$F_s = \sqrt{(D_{cr} \cos \delta)^2 + (W' \sin \theta - D_{cr} \sin \delta)^2} \quad \dots (6)$$

となる。上式に、式(2)～(5)を代入して整理すると、

$$(1-\alpha^2 \tan^2 \phi) D_{cr}^2 + 2(\alpha \cos \theta \tan^2 \phi - \sin \theta \sin \delta) \\ \times W' D_{cr} - (\cos^2 \theta \tan^2 \phi - \sin^2 \theta) W' = 0 \quad \dots \dots (7)$$

ここに、 $\alpha = L_{cr}/D_{cr}$  である。上式より、抗力  $D_{cr}$  と水中重量  $W'$  との比が導かれ、

$$D_{cro}/W' = \cos \theta / (1 - \alpha^2 \tan^2 \phi)$$

$$\begin{aligned} & \cdot [-(\alpha \tan^2 \phi - \sin \delta \tan \theta) \\ & + \{\tan^2 \phi (1 + \alpha^2 \tan^2 \theta - \sin \theta \sin \delta) \\ & - \tan^2 \theta (1 - \sin^2 \delta)\}^{1/2}] \dots \quad (8) \end{aligned}$$

ところで、縦筋河床の Trough 中央では、 $\theta=0$  で  $\delta=0$  となることから、

$$P_{cr0}/W' = 3/4 \cdot C_p \cdot \phi_d^2 \cdot U_{*cr0}^2/(sqd)$$

となる。ここに、 $D_{cre} = D_{cre}|_{\theta=0}$ 、 $s$ ：水中比重および  
 $\phi_a$ ：砂粒に作用する流体の代表的流速係数である。した  
がって、傾斜角  $\theta$  上の限界掃流力  $\tau_{cre}$  は、

$$\begin{aligned} \tau_{cro}/\tau_{cro} = & \cos \theta / |\tan \phi (1 - \alpha \tan \phi)| \\ & \cdot [-(\alpha \tan^2 \phi - \sin \delta \tan \theta) \\ & + \{\tan^2 \phi (1 + \alpha^2 \tan^2 \theta) - 2\alpha \sin \theta \sin \delta\} \\ & - \tan^2 \theta (1 - \sin^2 \delta)]^{1/2}] \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

で表わされる。上式は、Lane<sup>13)</sup>によって導入された、側岸の傾斜角  $\theta$  の限界掃流力への効果を示す Slope Factor と同様の表示形式である。式(10)において、 $\delta = 0$ の場合、Slope Factor は、

$$\frac{\tau_{cre}}{\tau_{cro}} = \cos \theta / \{ \tan \phi (1 - \alpha \tan \phi) \} [ -\alpha \tan^2 \phi + \{ \tan^2 \phi (1 + \alpha^2 \tan^2 \theta) - \tan^2 \theta \}^{1/2} ]$$

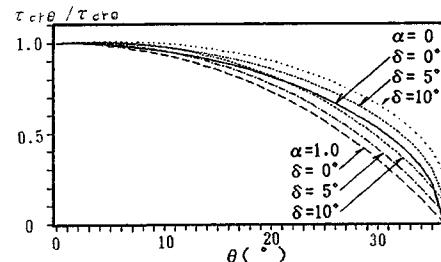


図-7 Slope Factor と  $\mu$  との関係

.....(11)

となり、池田の式<sup>24)</sup>に一致する。さらに、 $\alpha=0$ の場合には、

$$\tau_{cra}/\tau_{cre} = \cos \theta \{ \tan^2 \phi - \tan^2 \theta \}^{1/2} / \tan \phi \quad \dots \dots \quad (12)$$

となり、Lane の式<sup>13)</sup>に一致することがわかる。

図-7は、 $\delta$ のSlope Factorに与える影響を明らかにするため、実測された水中静止摩擦角  $\phi=36^\circ$ を用い、 $\alpha$ および $\delta$ をパラメーターとして式(10)を計算し、Slope Factorと $\theta$ との関係を図示したものである。図から、傾斜面上の砂粒の限界掃流力は二次流を無視した $\delta=0$ の場合には小さく見積られ、上向きの揚力を無視した $\alpha=0$ の場合には大きく見積られることがわかる。

## 6. 縦筋河床に働く掃流力の評価

### (1) 掃流力の基礎方程式

主流方向に  $x$  軸、自由水面に垂直に交わる方向に  $y$  軸、および横断方向に  $z$  軸を取り、また対応する流速成分を、おのおの、 $U+u'$ 、 $V+v'$ 、および  $W+w'$  (ここに、 $U$ 、 $V$  および  $W$ : おのおの、平均流成分、 $u'$ 、 $v'$  および  $w'$ : おのおの、流速変動成分) とする。主流方向に一様な開水路流れの運動方程式は次のように与えられる。

$$V \cdot \partial U / \partial y + W \cdot \partial U / \partial z = F_x - 1/\rho \cdot \partial P / \partial x \\ + \partial / \partial y (-\overline{u'v'} + v \cdot \partial U / \partial y) \\ + \partial / \partial z (-\overline{u'w'} + w \cdot \partial U / \partial z) \dots \dots \dots (13)$$

$$V \cdot \partial V / \partial y + W \cdot \partial V / \partial z = F_y - 1/\rho \cdot \partial P / \partial y \\ + \partial / \partial y (-\overline{v'^2} + \nu \cdot \partial V / \partial y) \\ + \partial / \partial z (-\overline{v'w'} + \nu \cdot \partial V / \partial z) \dots \dots \dots (14)$$

$$V \cdot \partial W / \partial y + W \cdot \partial W / \partial z = F_z - 1/\rho \cdot \partial P / \partial z \\ + \partial / \partial y (-\overline{v'w'} + \nu \cdot \partial W / \partial y) \\ + \partial / \partial z (-\overline{w'w'} + \nu \cdot \partial W / \partial z) \dots \dots \dots (15)$$

ここに,  $F_x$ ,  $F_y$  および  $F_z$ : 外力項,  $P$ : 平均圧力および  $\nu$ : 動粘性係数である。縦筋の形成領域は、砂粒レイノルズ数  $u_* \cdot d_{50} / \nu > 8$  であることから、粘性項を無視することが可能である。平均圧力に静水圧分布を仮定して、式(13)を  $y$  軸に関して河床から自由水面まで積分すれば、

$$\int_{y_b}^{y_s} [\partial/\partial y(U \cdot V) + \partial/\partial z(U \cdot W)] dy = g \cdot S \cdot H(z) - 1/\rho \cdot \tau_{*x} / \cos \theta + \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(-\bar{u}'w') dy \quad (16)$$

となる。ここに、 $S$ ：水面勾配、 $\tau_{*x}$ ：主流方向の掃流力、 $\theta$ ：横断方向の河床傾斜角、 $y_b$ ：河床高、および $y_s$ ：水面高である。河床および自由水面では、 $U \cdot V = 0$  となることから、 $\tau_{*x}$  は次式のように表わされる。

$$1/\rho \cdot \tau_{*x} / \cos \theta = g \cdot S \cdot H(z) + \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(-\bar{u}'w') dy - \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(U \cdot W) dy \quad (17)$$

ここに、 $H(z)$ ：局所水深である。主流方向の掃流力は、上式の右辺第1項によって算定される Vertical Depth Method に対して、右辺第2項および第3項による修正が必要となる。右辺第2項および第3項は、おのおの、乱れ成分  $w'$  および二次流成分  $W$  によって主流方向の運動量が横断方向に輸送されることから生じるせん断力を意味する。

式(17)の右辺第2項および右辺第3項に、ライプニツの微分公式を適用すれば、おのおの、

$$\begin{aligned} \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(-\bar{u}'w') dy &= d/dz \int_{y_b}^{y_s} (-\bar{u}'w') dy \\ &- \{(-\bar{u}'w')|_{y=y_s} \cdot dy_s/dz - (-\bar{u}'w')|_{y=y_b} \cdot dy_b/dz\} \end{aligned} \quad (18)$$

および

$$\begin{aligned} - \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(UW) dy &= -d/dz \int_{y_b}^{y_s} UW dy \\ &+ \{UW|_{y=y_s} \cdot dy_s/dz - UW|_{y=y_b} \cdot dy_b/dz\} \end{aligned} \quad (19)$$

となる。ところで、自由水面では Shear stress = 0 から  $(-\bar{u}'w')|_{y=y_s} = 0$  であり、河床では  $(-\bar{u}'w')|_{y=y_b} = 0$  と仮定すると、式(18)は

$$\int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(-\bar{u}'w') dy = d/dz \int_{y_b}^{y_s} (-\bar{u}'w') dy \quad (20)$$

となる。また、式(19)は、 $dy_s/dz = 0$  および  $UW|_{y=y_b} = 0$  であるから、

$$- \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(UW) dy = -d/dz \int_{y_b}^{y_s} UW dy \quad (21)$$

となる。式(20)および(21)を式(17)に代入すれば、 $\tau_{*x}$  は

$$\begin{aligned} 1/\rho \cdot \tau_{*x} / \cos \theta &= g \cdot S \cdot H(z) + d/dz \int_{y_b}^{y_s} (-\bar{u}'w') dy \\ &- d/dz \int_{y_b}^{y_s} UW dy \end{aligned} \quad (22)$$

によって与えられる。

次に、式(15)を  $y$  軸に関して河床から自由水面まで積分すれば、

$$\int_{y_b}^{y_s} (V \cdot \partial W/\partial y + W \cdot \partial W/\partial z) dy$$

$$= -1/\rho \cdot \tau_{*y} / \cos \theta + \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(-\bar{w}'^2) dy \quad (23)$$

となる。ここに、 $\tau_{*y}$ ：横断方向の河床せん断力である。上式の左辺の被積分関数を

$$V \cdot \partial W/\partial y + W \cdot \partial W/\partial z = DW/Dt$$

に置換し、微分と積分の順序を交換すれば、

$$\int_{y_b}^{y_s} (V \cdot \partial W/\partial y + W \cdot \partial W/\partial z) dy = D/Dt \int_{y_b}^{y_s} W dy$$

となる。さらに、連続の条件  $\int_{y_b}^{y_s} W dy = 0$  を用いれば、式(23)の左辺は

$$\int_{y_b}^{y_s} (V \cdot \partial W/\partial y + W \cdot \partial W/\partial z) dy = 0 \quad (24)$$

となる。また、右辺第2項は、

$$\begin{aligned} \int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(\bar{w}'^2) dy &= d/dz \int_{y_b}^{y_s} (\bar{w}'^2) dy \\ &- \{(\bar{w}'^2)|_{y=y_s} \cdot dy_s/dz - (\bar{w}'^2)|_{y=y_b} \cdot dy_b/dz\} \end{aligned}$$

に展開される。ところで、 $dy_s/dz = 0$  であり、また、 $(\bar{w}'^2)|_{y=y_b} = 0$  と仮定すれば、上式は

$$\int_{y_b}^{y_s} \partial/\partial z(\bar{w}'^2) dy = d/dz \int_{y_b}^{y_s} (\bar{w}'^2) dy \quad (25)$$

となる。式(24)および(25)を式(23)に代入すれば、横断方向の河床せん断力  $\tau_{*y}$  は、

$$1/\rho \cdot \tau_{*y} / \cos \theta = -d/dz \int_{y_b}^{y_s} (-\bar{w}') dy \quad (26)$$

によって与えられる。

## (2) 主流方向の掃流力の分布特性

主流方向の掃流力は、河床の横断形状、流れの平均特性量  $U(y, z)$ 、 $W(y, z)$  および乱れの特性量  $-\bar{u}'w'$  が与えられれば、式(22)により算定が可能となる。しかし、二次流が発達し流れが三次元的様相を呈する場合、現段階では二次流の平均流速成分およびレイノルズ応力を厳密に表現することはきわめて困難である。ここでは、二次流の掃流力への影響を検討するため、以下のように問題を単純化して計算を行う。

### a) 縦筋河床の横断形状

前節で述べたように、縦筋が特に明瞭に現われるのは、河床砂が限界掃流状態の近傍においてである。そこで、河床上の各点で掃流力  $\tau_\theta$  が限界掃流力に近いと考えて河床の横断形状を表現する。すなわち、

$$\tau_\theta = \tau_{c\theta} \dots \quad (27)$$

また、傾斜角  $\theta$  を有する斜面上の砂粒の限界掃流力と水平面上の限界掃流力との比は式(12)によって表わす。掃流力は式(22)と(26)から求められるが、ここでは、第一近似として、次式

$$\tau_\theta = \rho \cdot g \cdot I_e \cdot H \cdot \cos \theta \dots \quad (28)$$

を用いる。式(12)と式(28)を連立させれば、水深  $H(z)$  の横断分布が求められ次式のようになる。

$$H = H_{\max} \cdot \cos(\tan \phi \cdot z / H_{\max}) \dots \quad (29)$$

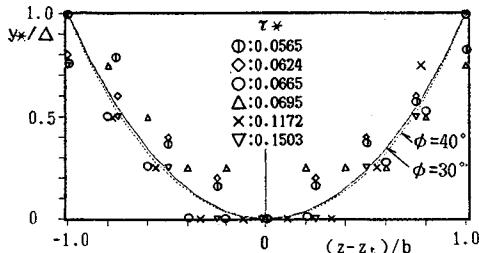


図-8 理論値と実測値との比較

ここに、 $H_{max}$ ： $\theta=0$ における水深である。上式より縦筋河床の横断形状は、次のように表わされ、

$$\begin{aligned} y^*/\Delta &= (H_{max} - H)/\Delta \\ &= \{1 - \cos(\tan \phi \cdot (z - z_t)/H_{max})\}/ \\ &\quad \{1 - \cos(\tan \phi \cdot b/H_{max})\} \end{aligned} \quad (30)$$

Lane の式<sup>13)</sup>と一致する。ここに、 $\Delta$ および  $b$ ：おのの、縦筋の波高および半波長、 $z_t$ ：Sand Trough 中央位置である。

図-8 は、実測された最大水深および縦筋の波長を用いて式(27)から計算された縦筋の横断形状と実測された横断形状との比較を示したものである。式(30)は、縦筋上のすべての砂粒子は限界掃流状態にあると仮定し、縦渦の掃流力への影響を無視して誘導されている。しかし、両者の対応はほぼ良好であり、式(30)は縦筋河床の横断形状を実用的には表現し得るものと考えられる。

### b) レイノルズ応力 $-\bar{u}'w'$ の横断分布

図-9 は、主流方向および横断方向の流速変動からなるレイノルズ応力の横断分布に対して実測値をプロットしたものである。 $z/b=0$  は Sand Trough に  $z/b=\pm 1$  は Sand Ridge に対応する。図より明らかなように、 $-\bar{u}'w'$  の横断分布は、乱れ成分  $w'$  によって主流方向の運動量が Sand Trough から Sand Ridge に向けて横断方向に輸送された結果であることがわかる。実測データを参照して、 $-\bar{u}'w'$  が Sand Ridge 間で直線的に変化するものと仮定すれば、 $-b < z < b$ において $-\bar{u}'w'$  は

$$-\bar{u}'w' = -a(y) \cdot z/b \quad (31)$$

によって表わされる。ここに、 $a(y)$ ：河床からある高さ  $y$  における $-\bar{u}'w'$  の極大値である。

### c) 平均主流速 $U$ の横断分布

図-10 は、無次元化された平均主流速の横断分布を示したもので、鉛直方向にほぼ相似形を保つことが認められる。ここに、 $U_m(y)$  は  $U(y, z)$  を Sand Ridge 間で平均された値である。図中の実線は、無次元化された平均主流速の横断分布に対して cosine 関数を適用したものであり、実測値の分布傾向をほぼ表わすことがわかるしたがって、 $U(y, z)$  を次式のように仮定する。

$$U(y, z) = U_m(y) + U_0(y) \cdot \cos(\pi z/b) \quad (32)$$

また、 $U_m$  に対して対数則を仮定すれば、

$$\left. \begin{aligned} U_m(y) &= 1/\kappa \cdot U_* \cdot \ln \{A_r \cdot y/H(z)\} \\ U_* &= (g \cdot H_m \cdot I_e)^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

となる。ここに、 $\kappa$ ：Karman 定数、 $A_r$ ：粗度の関数、 $H_m$ ：縦筋間の平均水深である。

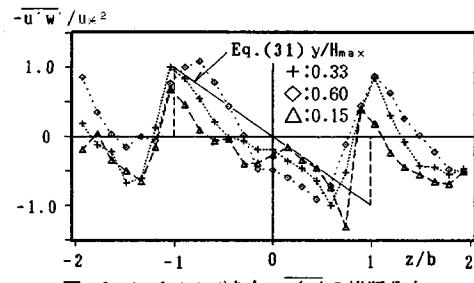
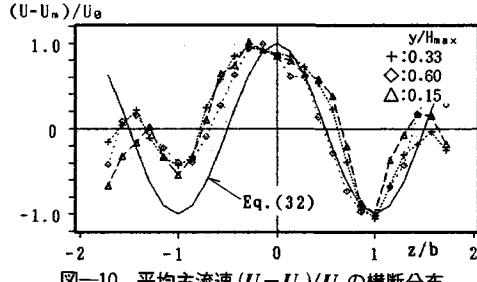
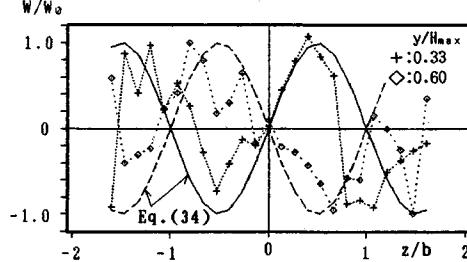
となる。ここに、 $\kappa$ ：Karman 定数、 $A_r$ ：粗度の関数、 $H_m$ ：縦筋間の平均水深である。

### d) 二次流成分 $W$ の横断分布

図-11 は、横断方向の平均流成分  $W(y, z)$  をその振

表-2 実験条件

流量	$Q = 5.34 \text{ l/s}$
水深	$H = 5.53 \text{ cm}$
平均流速	$u_m = 32.19 \text{ cm/s}$
摩擦速度	$u_* = 1.88 \text{ cm/s}$
水路勾配	$I_0 = 1/500$
中央粒径	$d_{so} = 0.94 \text{ mm}$
レイノルズ数	$R_e = 17800$
フルード数	$F_r = 0.437$
砂粒レイノルズ数	$R_{re} = 17.7$

図-9 レイノルズ応力  $-\bar{u}'w'$  の横断分布図-10 平均主流速  $(U - U_m) / U_0$  の横断分布図-11 二次流  $W / W_0$  の横断分布





取り、Sand Ridge に近づくに従って増大することがわかる。

## 7. 結 論

本研究は、組織渦の中でも時間的、空間的に比較的安定して存在する並列らせん流、すなわち縦渦と河床との相互作用について実験的・理論的考察を加えたもので、主要な結果は以下のとおりである。

(1) 縦筋河床の発生・発達過程が縦渦との相互作用を通して検討され、初期平坦河床が斜め交錯模様の河床波を経て縦筋河床へと発達する様子が経時的に示された。

(2) 移動床と固定床では縦渦の配置が異なり、移動床では縦渦の上昇流部は水路側壁より水深の偶数倍の距離にあたり、固定床では奇数倍の距離にある。

(3) 縦筋は砂漣とは共存せず、砂堆、砂礫堆と共に存することが観察された。

(4) 縦筋河床は砂粒レイノルズ数  $R_{et} \geq 8$  で、かつ、掃流力が限界掃流力と限界掃流力の 3 倍程度の値の範囲で形成された。

(5) 傾斜面上の砂粒の限界掃流力は式(10)より、二次流を無視した場合には小さく見積られ、上向きの揚力が無視された場合には大きく見積られることが明らかにされた。

(6) 縦筋河床の横断形状は、実用的には式(30)で表示し得ることが実験的に検証された。

(7) 流れの運動方程式を基礎式とし、実測データから明らかにされた縦筋河床の横断形状、平均流特性および乱れ特性を適用することにより主流方向および横断方向の掃流力が算定された。掃流力の分布特性には二次流および乱れによる主流方向の運動量の横断方向への輸送が重要な役割を果たしていることが明らかにされた。

(8) 実測された掃流砂量に、Meyer-Peter and Müller の掃流砂量式を適用することにより主流方向の掃流力が算定された。得られた結果は、流れの運動方程式から求められた掃流力と分布傾向の一一致していることが認められた。

**謝 辞**：本研究を遂行するに際し、本学・技官 松岡雅博氏、本学・学生 石丸英伸君、澤田誠一君、中濱正博君には実験およびデータ解析に熱心な協力を得た。ここに記して謝意を表します。

## 参 考 文 献

- 1) 土木学会水理委員会研究小委員会：土木学会論文報告集，

- 第 345 号, pp. 41~52, 1984.
- 2) 木下良作：石狩川河動変遷調査（本編、参考編），科学技術資源局資料, No. 36, 1961.
- 3) Culbertson, J. K. : USGS, Prof. Paper, 575-D, 1967.
- 4) Karkz, I. : J. Geology, Vol. 75, pp. 113~121, 1967.
- 5) Coleman, J. M. : Sediment. Geol., Vol. 3, pp. 129~239, 1969.
- 6) Müller, A. : Proc. of 18th Congr. of IAHR, No. B. A. 3, pp. 19~24, 1979.
- 7) 宇民 正・上野鉄男：京大防災研究所年報, 第 20 卷 B-2, pp. 331~354, 1977.
- 8) 中川博次・福津家久・富永晃宏：土木学会論文報告集, 第 312 号, pp. 93~105, 1981.
- 9) 黒木幹男・岸 力：土木学会論文報告集, 第 312 号, pp. 83~92, 1981.
- 10) 大本照憲・平野宗夫：第 32 回水理講演会論文集, pp. 443~448, 1988.
- 11) Lundgren, H. and Jonsson, I. G. : Proc. ASCE, Vol. 90, HY1, pp. 1~21, 1964.
- 12) 澤井健二・芦田和男：土木学会論文報告集, 第 266 号, pp. 73~86, 1977.
- 13) Lane, E. W. : ASCE, Vol. 90, HY1, pp. 1234~1279, 1964.
- 14) 水理委員会移動床流れの抵抗と河床形状研究小委員会：土木学会論文報告集, 第 210 号, pp. 65~91, 1973.
- 15) Wolman, M. G. and Brush, L. M. : USGS Prof. Paper No. 282-G, 1961.
- 16) Vincent, J. : Proc. of 12th Congr. of IAHR, Vol. 1, pp. 162~171, 1967.
- 17) 芦田和男・奈良井修二：京大防災研年報, 第 20 号, B-2, pp. 449~461, 1977.
- 18) Nakagawa, H., Nezu, I. and Tominaga, A. : 4th Symposium on Turbulent Shear Flow, Karlsruhe, pp. 246~260, 1983.
- 19) 林 泰造・大橋正和・小谷祐司：第 28 回水理講演会論文集, pp. 263~269, 1984.
- 20) 平野宗夫・大本照憲・松枝修治：第 30 回水理講演会論文集, pp. 619~624, 1986.
- 21) 今本博健・宇民 正・上野鉄男・日紫喜剛啓・仲井公哉：京大防災研究所年報, 第 22 号, B-2, pp. 469~490, 1979.
- 22) Yalin, M. S. : Mechanics of Sediment Transport, Pergamon Press, Oxford, 1972.
- 23) Yalin, M. S. : Proc. ASCE, Vol. 90, HY5, pp. 105~119, 1964.
- 24) Ikeda, S. : Proc. ASCE, Vol. 108, HY1, pp. 95~114, 1982.
- 25) Meyer-Peter, E. and Müller : Proc. 2nd IAHR Congr. Stockholm, pp. 39~64, 1948.
- 26) 福岡捷二・山坂昌成：土木学会論文報告集, 第 351 号, pp. 87~96, 1984.

(1988.4.25・受付)