

横流式沈殿池における濁度密度流の特性

SOME PROPERTIES OF TURBIDITY CURRENT IN A RECTANGULAR SETTLING TANK

藤崎 一裕*・向井保紀**・西 政秀***・栗谷陽一****

By Kazuhiro FUJISAKI, Yasunori MUKAI, Masahide NISHI and Yoichi AWAYA

This paper presents a simple mathematical model of the turbidity current. The model consists of conservation equations for fluid mass and momentum and sediment volume. To describe the outline of the phenomena, we employed the boundary layer approximation and assumed the constant eddy diffusivity. The effect of the bottom shear and the resuspension of particles are neglected. In the numerical analysis, in addition to the finite difference method, the method of moment is also employed, which enables forward computation even in the case where the surface return flow is present. Flow velocity properties and sediment concentration distributions are given for various values of both dimensionless eddy diffusivity and the densimetric Froude number. Predicted velocity profile and sediment concentrations are compared with experimental data.

Keywords : turbidity current, settling tank, density current

1. 序論

本論文は、横流式沈殿池内の粒子懸濁による密度流、つまり濁度密度流について、その概略を検討したものである。

沈殿池内に密度流が発生すると、流入水の滞留時間を減少させる。また、池内底部に発達した密度流は、乱流強度を増大させ、乱れに伴う沈降の妨害、沈殿物の再浮上などを生じる。これらの現象はいずれも沈殿池の処理能力を低下させるように作用し、かつ制御困難な因子となる場合が多い。

沈殿池内の濁度密度流は、その発生要因となる粒子懸濁部（高密度部）が流下とともに沈降、減少していく。このことが、通常の温度密度流と最も異なる点である。この種の現象に関する従来の研究としては、完全流体の場合を対象にした栗谷らの研究¹⁾、池内の流れを層流と仮定した Wouda らの解析²⁾、2 層流モデルを用いた Fan Jiahua の研究³⁾、 $k-\epsilon$ model を用いた De Vantier らの数値解析⁴⁾などを挙げることができる。

上に述べた研究はいずれも、それぞれの立場から興味ある結果を示しているが、この種の現象の特徴を一般的に論じるまでには至っていない。そこで本論文で、著者らは横流式沈殿池の濁度密度流の概略を総括的に取り扱い、密度差と乱流拡散の両者が作用する場合の濁度密度流現象の大略を記述することを試みた。具体的には、境界層近似を用いた基礎式の解を数値計算により求めて、現象の特徴を考察した。また、これらの理論解析の結果を室内実験により検証した。

2. 基礎式

流れの場は二次元定常とおき、運動方程式に Boussinesq の近似が成立するものとする。懸濁粒子の沈降速度は一定とし、流下沈降中のフロックの成長等は考慮しない。流体および粒子の密度は一定とする。沈殿池内の乱れの要因には種々のものが入り混じっており、また本報では現象の概略を把握することを目的としているため、乱流拡散係数は水深によらない一定値とする。乱れに及ぼす密度勾配や粒子懸濁の影響も考慮しない。

沈殿池の長さは、水深に比べて十分長い場合を考え、したがって運動方程式には境界層近似が適用できるものとする。

このときの基礎方程式として次の式が与えられる。

* 正会員 工博 九州工業大学助教授 工学部開発土木工学科 (〒804 北九州市戸畠区仙水町1-1)

** 学生会員 九州工業大学大学院 (同上)

*** 工修 日本通運

**** 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\beta \nu_t \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c \right) \quad (4)$$

ここで、 $u, w : x$ (流下) 方向および z (鉛直上方) 方向の流速、 w_0 : 粒子沈降速度、 p : 圧力、 ν_t : 渦動粘性係数、 g : 重力加速度、 c : 粒子濃度、 β : 定数 ($=1$ とした) である。式 (1), (2) はおのおの x, z 方向の運動方程式、式 (3), (4) は流体および粒子の保存則である。粒子濃度 c と懸濁液の密度 ρ との間には、粒子および流体の密度を ρ_s, ρ_t とすると、

$$\rho = c \rho_s + (1-c) \rho_t = \rho_t + c (\rho_s - \rho_t) \quad (5)$$

の関係が成立するものとする。

沈殿池に一様流入を仮定すると、底面から発達する境界層は水深に比べて十分に小さい場合が多いので、この境界層における現象を無視して、底部で $\tau=0$ とおく。また、沈積した粒子の再浮上がない場合を考える。

したがって、

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=0, h$$

$$\nu_t \frac{\partial c}{\partial z} + w_0 c = 0 \quad \text{at } z=h$$

$$\frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z=0$$

が、基礎式の境界条件となる。 h は水深である。流入条件としては、流入部 ($x=0$) で一様流速 $u=u_0$ 、一様濃度 $c=c_0$ とする。式 (2) の ρ に粒子懸濁の影響が取り入れられ圧力 p を通して式 (1) の流れの状況を変化させる。つまり式 (2) より

$$p = \int_z^h \rho g dz \quad (6)$$

式 (6) を式 (1) に代入して無次元表示すると、次式となる。

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} = -\frac{1}{F_{dc}^2} \int_{\bar{z}}^{\bar{h}} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{x}} d\bar{z}$$

$$-\frac{1}{F_d^2} \frac{d\bar{h}}{d\bar{x}} + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{z}} \right) \quad (7)$$

同様に式 (3), (4) も以下のように表わされる。

$$\frac{d}{d\bar{x}} \int_0^{\bar{h}} \bar{u} d\bar{z} = 0 \quad (8)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{x}} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\nu_t \frac{\partial \bar{c}}{\partial \bar{z}} + \bar{c} \right) \quad (9)$$

ここに

$$\bar{x} = \frac{xw_0}{HU_0}, \quad \bar{z} = \frac{z}{H}, \quad \bar{h} = \frac{h}{H}, \quad \bar{u} = \frac{u}{U_0}, \quad \bar{c} = \frac{c}{c_0},$$

$$\bar{w} = \frac{w}{w_0}, \quad \nu_t = \frac{\nu_t}{w_0 H}$$

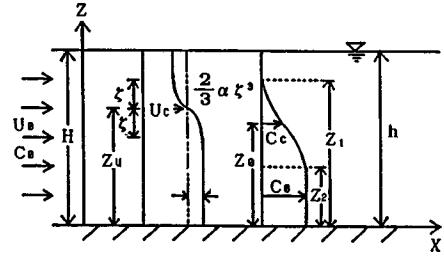


図-1 流速、濃度の分布の近似

$$F_{dc} = \frac{U_0}{\sqrt{(\rho_s - \rho_t)/\rho_t \cdot c_0 g H}}, \quad F_d = \frac{U_0}{\sqrt{g H}} \quad (10)$$

である。

式 (10) の F_{dc} は密度フルード数、 ν_t は渦動拡散係数の無次元表示で現象は主としてこの 2つのパラメーターにより特徴づけられる。式 (7) の $d\bar{h}/d\bar{x}$ は、 $\bar{z}=0, \bar{z}=\bar{h}$ における境界条件を同時に満足するように決める。また、式 (7), (8) の積分の上限の h には $h \approx H$ として $\bar{h}=1$ を用いた。なお流下方向の距離は一様流入速度と沈降速度の比を用いて無次元化している。

基礎式の数値計算には、通常の有限差分法を用い全水深を 20~80 分割し流下方向のきざみ $\Delta \bar{x} = 0.001 \sim 0.01$ として、各格子点上の流速と粒子濃度を入口から流下方向に前進差分によって順次求めた。また数値積分には Runge-Kutta 法を用いた。

F_{dc} の値が小さくなり、密度流の発生が著しい場合には、水面流速が 0 となる場合が現われる。このとき水面が特異点となり、上述の前進差分法で解を求めることが困難になる。これは現象を境界層近似していることに起因している。しかしここでは境界層近似でその概略をとらえ得る場合を対象として考える。したがって、この数値計算上の困難性を避けるために、水面流速が 0 になるような状況に対しては積分モーメント法を用いた。この方法は剥離を伴う境界層の解析⁵⁾などに利用されているものである。積分モーメント法では、流速や粒子濃度の鉛直方向の分布を簡単な代数関数で表わし (図-1 参照)、その関数のパラメーターに関する微分方程式を順次解いていくものである。

この解析では、次の近似関数を用いた。

$$u = \begin{cases} u_c - 2/3 \cdot \alpha \zeta^3, & (z_u + \zeta \leq z \leq 1) \\ u_c + 1/3 \cdot \alpha (z - z_u)^3 - \alpha \zeta^2 (z - z_u), & (z_u - \zeta \leq z \leq z_u + \zeta) \\ u_c + 2/3 \cdot \alpha \zeta^3, & (0 < z \leq z_u - \zeta) \end{cases} \quad (11)$$

$$c = \begin{cases} 0, & (z_1 \leq z \leq 1) \\ a_1 (z - z_1)^2 + b_1, & (z_0 \leq z \leq z_1) \\ a_2 (z - z_2)^2 + b_2, & (z_2 \leq z \leq z_0) \\ 1, & (0 \leq z \leq z_2) \end{cases} \quad (12)$$

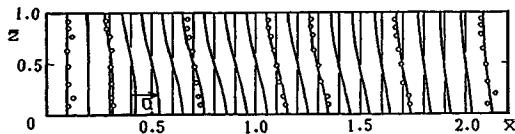


図-2 流速分布

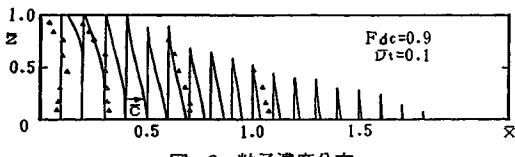


図-3 粒子濃度分布

式(11), (12)をもとの基礎式(7), (8)に代入して, z^i ($i=0 \sim 3$)をかけ, 全水深にわたって積分することにより, 未知パラメーターに関する微分方程式を得る。これらの式を解いて順次流速や濃度の鉛直方向の分布形を求めた。

3. 濁度密度流の概略

図-2, 3に計算により得られた流速分布と粒子濃度分布の例を示す。図-2によると水路底部において流速の成長が促進され, 水面での流速の減少が現われている。図中にプロットした点については後述する。図-4は $c=0.5$ の位置を界面高さ Z_c としたときの流下方向の界面高さの変化の様子を示す。これらの傾向は、次の図-5と対応しており界面の低下が著しいところで密度流の発達も著しい。図-5は、密度流の最大流速 \bar{u}_b (沈殿池底部の流速)と最小流速 \bar{u}_a (水面における流速)の発達の様子を示したものである。

これらの図から F_{dc} が小さく, \bar{v}_t が小さいほど密度流が発生しやすいこと, \bar{v}_t が大きいほど密度流の発達が遅れ, 減衰は早いことなどを数値的に知ることができる。また, 粒子の沈降は $x=1$ の部分でほぼ終了することを考えると, 沈降終了後も密度流の影響がかなり下流まで残っていることがわかる。このことが, この種の現象の大きな特徴である。図-6に密度流の最大値 $\bar{u}_{b\max}$ と最小値 $\bar{u}_{a\min}$ を示した。図によると, $\bar{u}_{b\max}$, $\bar{u}_{a\min}$ はそれぞれ F_{dc}^2 と比例しており, この比例定数が \bar{v}_t により変化する。このことは, 本報での解析が一様流に濁度密度差による exchange flow を加えた形となっていることからも予想される結果である。 $\bar{u}_{b\max}$ は大きい場合には入口流速の2倍を越える値となる。これらの値は, 沈殿池底部における沈殿物の再浮上, 亂れ強度の増大等をもたらし, 沈降の妨害や処理効率低下の要因となる。

表面流速が負となる部分では, いわゆる死水域を生じる。この死水域は沈殿池として機能しない無駄な空間となる。図-7には死水の発生状況例を, 図-8には死水

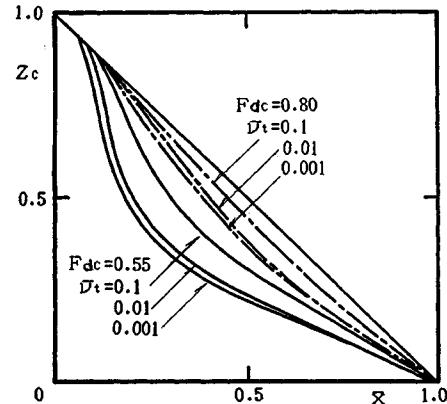
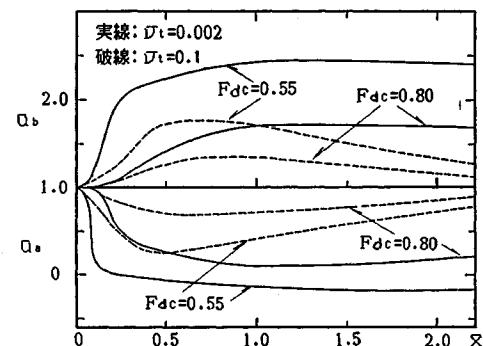
図-4 界面高さ ($c=0.5$)

図-5 最大流速, 最小流速の発達過程

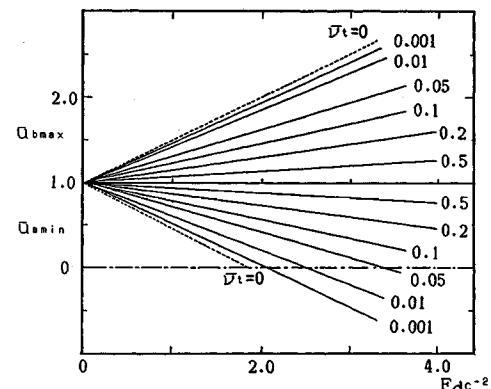


図-6 最大流速, 最小流速

域の大きさを示した。これらの図から, 本論文で用いた2つのパラメーター F_{dc} , \bar{v}_t と死水との関係の概略を知ることができる。本研究の結果を用いて求めた除去率の値は, 密度流の影響を受けることが少なく, その値は, 鉛直方向の乱流拡散のみを取り入れた Camp の解⁶⁾と非常に近いものとなる。これは底部における沈積粒子の再浮上を考慮していないためである。本研究では現象の概略を把握することを目的としたために上記のような単純

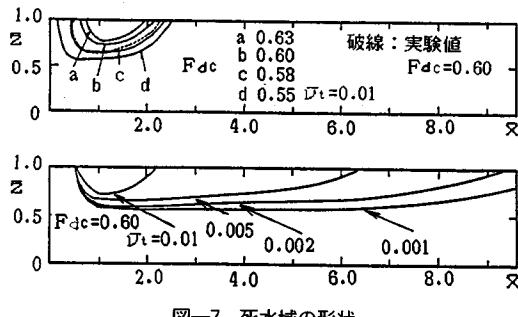


図-7 死水域の形状

なモデルを用いた。今後は本研究の成果をもとに、沈積粒子の特性をも考慮に入れてより実用的な検討を進める必要がある。

4. 実験

理論解析の妥当性を調べるために、モデル実験を行った。幅 20 cm, 長さ 5 m, 深さ 1.5 m の水槽を沈殿池のモデルとして沈殿実験を行った。用いた砂は、豊浦産標準砂（比重 2.65）で、これを 126~153 μm に整粒したもので、平均沈降速度は 2.8 cm/s である。粒子は乾燥状態でホッパーから定量供給されインジェクションポンプ部で混合され流入口から噴出する。流入水は定水位高架水槽より供給され入口部で整流される。粒子濃度の測定には、手製の光電式濁度計を用いた。そして実験のたびに沈殿池内の数か所でサイフォンにより懸濁液をサンプリングしてこの濁度計の検量線をチェックした。また、死水の発生状況は染料を用いた可視化により観察した。流速は三次元電磁流速計により求めた。この流速計のプローブは直径 20 mm の球形である。

図-2, 3 中に実験により求めた流速と濃度の値をプロットして示した。また、図-7 は死水の観測例を図中に破線で示した。実験水槽の幅が 20 cm とやや狭く、実験結果は側壁の影響を受けていることが予想される。このことを考慮して D_{st} を適当に定めると実験値は理論値を比較的よく再現しているといえる。

5. 結言

横流式沈殿池における濁度密度流について検討した。境界層近似をした基礎方程式を用い以下のような事項について考察した。

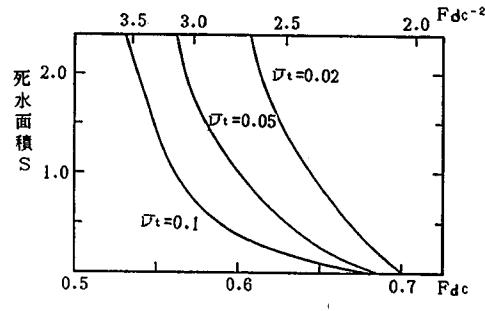


図-8 死水面積

池内の粒子濃度分布、流速分布を数値計算により求め、特に沈殿池底部における発達した密度流速と密度フード数 F_{dc} 、無次元拡散係数 D_{st} との関係を示した。また水面側での減速域に関して、特に死水域の発生状況やその形状とこれらのパラメーターとの関係も明らかにした。

理論解析の結果を実験により検証して、現象の第一近似としては本論文での解析が十分有効であることを確認した。

終わりに、実験および数値計算等に協力された、九州工业大学院の小野敏孝、中山竜起の両君ならびに白浜昭二君（現・神鋼鋼線（株））に感謝する。

参考文献

- 栗谷陽一・楠田哲也：く形沈殿池における密度流と死水、土木学会論文集、第 168 号、pp. 25~36、1969 年 8 月。
- Wouda, T. W. M., Rielema, K. and Ottengraaffs, P. P. : Continuous sedimentation theory, effect of density gradients and velocity profiles on sedimentation efficiency, Chem. Eng. Sci., Vol. 32, pp. 351~358, 1977.
- Fan Jiahua : Experimental Studies on the Density Currents in Settling Basin, Scientia (Series A), Vol. XXVII, No. 3, pp. 319~336, 1985.
- Bruce A. De Vantier and Bruce E. Larock : Sediment Transport in Stratified Turbulent Flow : Journal of Hydraulic Division, Proc. of ASCE, Vol. 109, No. 12, pp. 1622~1635, 1983.
- 谷一郎編：流体力学の進歩、境界層、丸善、pp. 18~19, 1984.
- Camp, T. R. : Sedimentation and Design of Settling Tanks, Transactions, ASCE, Vol. 111, Paper No. 2285, pp. 895~958, 1946.

(1988.2.17・受付)