

ドライベッドを遡上する長波の抵抗則

FRICTION LAWS FOR LONG WAVES ON A DRY BED

藤間功司*・首藤伸夫**

By Koji FUJIMA and Nobuo SHUTO

Friction laws are obtained through hydraulic experiments on long waves running up on a dry bed. In the experiments, a bottom-running channel is used to yields a stationary wave and the water particle velocity is measured with an LDV. Similarity laws are found in the distributions of velocity and Reynolds stresses in the bottom boundary layer. The turbulence structure observed is quite similar to that in a turbulent boundary layer of a flow without free surface. Numerical simulations using the obtained friction laws successfully reproduce the tip profile of a wave as well as its run-up height.

Keywords : tsunami, shallow water theory, friction law, turbulent boundary layer

1. はじめに

津波が海岸構造物や陸上構造物に及ぼす破壊力を計算するには、先端部（本論文ではサージフロントとよぶ）における詳細な波形や流速を知る必要がある¹⁾。したがって、津波の数値計算において、浸水域だけでなく構造物に働く波力の算定をも目的とするなら、実験的根拠に基づいた精度のよい抵抗則が要求される。

現在、津波の遡上計算では Manning 則が広く用いられており、粗度係数を適当に選べば、浸水域をかなり正確に再現できる。しかし、津波先端部の流れの構造は実験的に十分調べられてはおらず、Manning 則が津波のエネルギー損失の物理機構を正しく表わしているか否かは不明のままである。

実際、ドライベッドを遡上する波の底面摩擦の研究としては、わずかに真野・加藤（1987）^{2),3)}の研究が挙げられる程度である。真野・加藤は可視化手法によって汀線上および汀線から 30 cm 岸側の測線上で波高と流速分布の経時変化を測定した。また、特性曲線法による数

値解と実験結果との比較により全動粘性係数（動粘性係数と渦動粘性係数の和）を決め、摩擦係数を評価している。詳細な先端波形を求めるための研究としては、前水深を有するダム破壊流れを対象とした松富（1986）⁴⁾の研究もあるが、碎波の影響を取り込むことに主眼が置かれており、摩擦係数は一定値として扱うにとどめている。

本論文では波先端部の構造を調べるために、底面走行式水路を用いた水理実験を行い、先端部の詳細な波形・流速分布・レイノルズ応力分布を測定する。底面走行式水路では、底面を一定速度で移動させることによりサージフロントを空間に固定できる。これにより準定常状態での観察が可能で、実験が非常に容易になる⁵⁾。また、通常の実験に比べてレイノルズ数を大きく（すなわち実際現象に近く）とることができ。これらの実験結果から、サージフロントの抵抗則を導く。ただし、底面走行式水路で得られる定常状態の波は非碎波で一定速度で進行する波に相当し、波の変形に伴う境界層の変化は観察できない。そこで、非定常時の波の構造や境界層の発達の仕方を調べるために、定常流れに長周期変動を加えた非定常実験も行う。最後に得られた抵抗則を近似して、実用計算に利用できるドライベッド上の長波の摩擦係数を決定する。また実際に数値計算に用いて、どのような先端波形を与えるかを検討する。

* 正会員 工博 防衛大学校助手 土木工学教室
(〒239 横須賀市走水1-10-20)

** 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科
(〒980 仙台市荒巻字青葉)

2. 実験装置および実験方法

実験に用いた底面走行式水路⁶⁾を図-1に示す。水路は両面ガラス張りである。底面は滑らかなポリウレタンゴムである。 U_B は底面の移動速度、 θ は底面勾配で、それぞれ適当に変えることができる。 x は波先端を原点として底面に沿った座標、 z は x 軸に垂直上向きに取った座標である。また、波形（水深）を H 、 (x, z) 方向の平均流速を (U, W) 、変動成分を (u, w) と定義する。

実験は定常実験を3ケース、非定常実験を1ケース行った。各ケースの実験諸元を表-1に示す。 T は周期である。Case D の長周期変動は図-1の水路右端に取り付けた造波装置により発生させた。また、Case D では波先端が移動するため、水が静止しているときの先端位置を座標原点としている。

測定項目は、波形、平均流速分布、およびレイノルズ応力分布である。波形は Case A, B ではポイントゲージ、また Case C, D ではサーボ式波高計を用いて測定した（Case C は定常実験であるが、水面の変動が大きかったためサーボ式波高計を用いた）。

流速成分は1方向 LDV (KANOMAX 製、出力15mW、前方散乱)により測定した。 \overline{uw} は x 方向のほかに±45°方向の乱れを計測し、 x, z 方向に分解することにより算出した。LDVの出力は、サンプリング周波数100 Hzで、Case A, B では10 000個、Case C では60 000個、Case D では実験時間やデータ処理上の制約

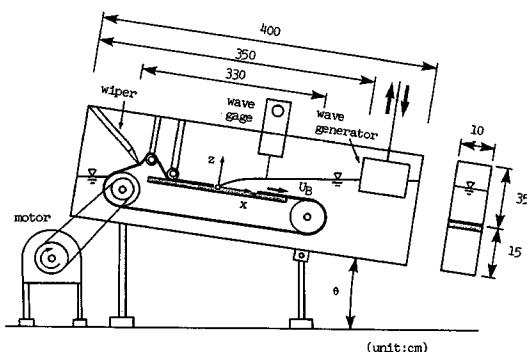


図-1 底面走行式水路

表-1 実験諸元

	U_B (cm/s)	$\tan \theta$	T (sec)	備考*
Case A	184.	0.109	定常	II
Case B	311.	0.109	定常	II
Case C	184.	0.051	定常	I, II
Case D	184.	0.109	6.14	II

* I: 水表面まで境界層が発達している

II: 界界層と一樣流速域に分割できる

Case C では $x < 30$ cm で I, $x > 30$ cm で II

から210波分を抽出した。データは直接AD変換し、ドロップアウトデータは除去したうえで、Case A~Cでは時間平均、Case Dでは位相平均法で処理した（造波装置に変位計を取り付け、それに同期させて位相平均を行った）。なお、Case Dではさらに0.1秒間ごとの平均を取り、最終的に10 Hzのデータとした。したがって、Case Dのデータは高々約2 000個の生データの平均であり、レイノルズ応力を計算するところつきが大きくなるが、平均流速分布のみを対象とするなら十分滑らかな分布が得られる。

Case Dの波先端位置 x_f は底面から約3 mmの高さで底面に平行に設置した容量線式波高計で測定した。波先端近傍は表面張力を受け約4 mmの厚さで丸まっているため、底面から3 mmの高さの水面位置を波先端としても大きな誤差は生じない。

測定範囲は波先端からの距離 $x=2.5\sim50$ cmまで、測定間隔は x 方向に2.5~10 cm、 z 方向には1~5 mmである。底面付近では $U, \overline{u^2}$ は $z=1$ mmまで、 \overline{uw} は $z=4$ mmまで測定した。

3. 流れの領域の分割

得られた実験結果の一例（Case B）を図-2に示す。これから、底面付近の流速勾配の大きな領域（底面境界

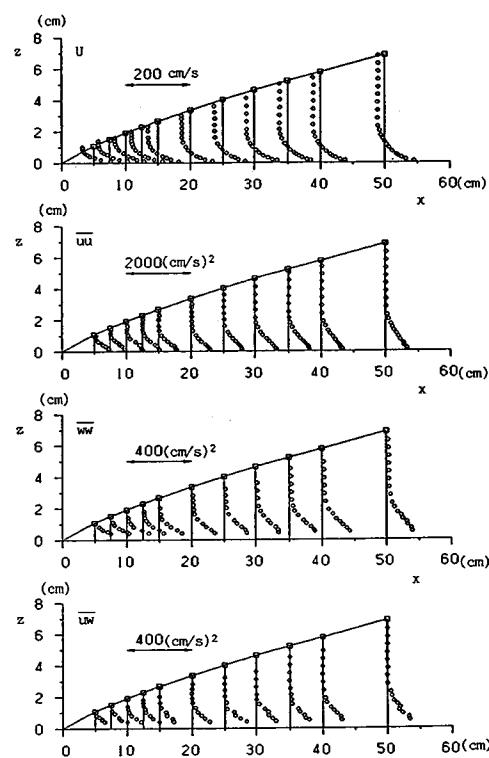


図-2 Case B の実験結果

層)と底面から離れたほぼ一様流速とみなせる領域があることがわかる。流速分布の状況と記号の定義を図-3に示す。Case Bと同様、Case Aもほぼ流れ全域にわたくて2領域に分割できることが確かめられている。

図-4にCase Cの平均流速分布を示す。Case A,Bと異なり、 $x < 30\text{ cm}$ で底面境界層が水表面まで達していることがわかる。底面境界層が水面にまで達している $x < 30\text{ cm}$ の領域では渦塊に対応するとみられる水表面の乱れが観察されるが、 $x > 30\text{ cm}$ での水表面は比較的滑らかな状況に保たれていた。また、 $x = 30\text{ cm}$ 以降しばらくの間、底面境界層厚 δ はむしろ小さくなるという興味深い現象が起こる(Case A~Cにおける δ の分布は図-14に示されている)。

Case Dの代表的な位相での波形と流速分布を図-5に示す。波先端位置 x_f の全振幅は約24 cmであり、Case Dでは定常時の波先端移動速度184 cm/sに±12 cm/sの変動を与えることになる。この変動を、波先端移動速度が(184±12) cm/sの振幅で正弦的に変わることの周期 T' の波の一部とすると、 $T' \sim 54\text{ s}$ になる。乱れの時間スケール δ/u_* との比を取ると、 $\delta/u_* / T' \sim 0.002$ である。一方、実際の津波の δ 、 u_* 、 T' の代表値をそれぞれ1 m、0.3 m/s、20 minとすると $\delta/u_* / T' \sim 0.003$ である。したがって、乱流構造に及ぼす非定常性の強さに関しては、本実験で与えた長周期変動は現象とほぼ同程度の大きさであるといえる。図から、非定常時においても、一様流速域と底面境界層に分割できることがわかる。図中には境界層厚 δ も点線で描かれている。 δ は、まず水表面流速 $U_s(x)$ を一様流速域の流速値の平均として求め、次に境界層内の流速分布をlog曲線に当てはめて、その曲線が U_s になる高さとして算

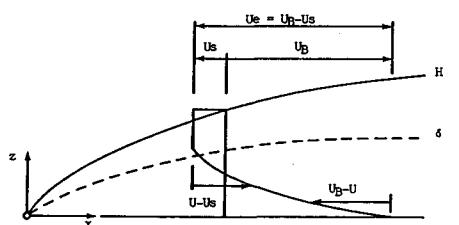


図-3 記号の定義

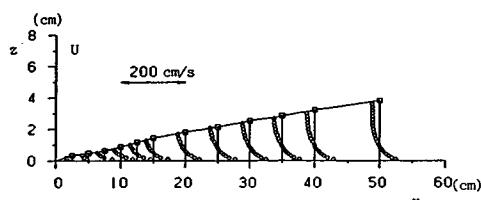


図-4 Case C の流速分布

出した(底面境界層が水表面に達している場合の水表面流速は、水表面近くの流速データにlog曲線を当てはめ、水表面における値として計算した)。真野・加藤(1987)²⁾による波先端部の流速測定では δ/H は時間的にはほぼ一定であるが、本実験での δ/H は時間的・空間的に変化している。

4. 境界層の構造

(1) 定常の場合

本節では、定常実験の結果を用いて、境界層の乱流構造の相似性と底面摩擦係数について検討する。

$\bar{w}\bar{w}$ 分布を境界層内で直線近似し、 $z=0$ における値として底面せん断力 $\tau_0/\rho = u_*^2$ を算出する。 u_* は摩擦速度で、乱れを代表する速度スケールである。

本実験における u_* の値(8~14 cm/s)から、本実験の測定点はすべて境界層の外層に位置することが予想される。そこで無次元高さを z/δ 、無次元流速を $(U - U_s)$

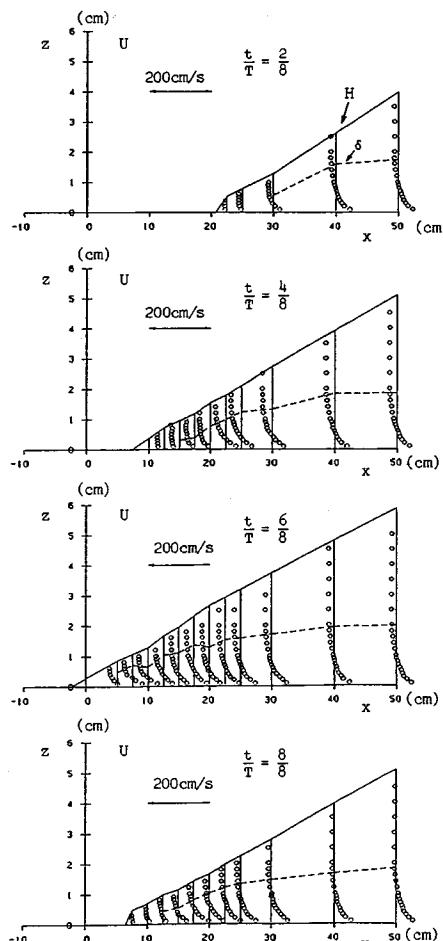


図-5 Case D の実験結果

$/u_*$ と選ぶ。無次元化した境界層内の流速分布を図-6に示す。図中の実線は次式である。

$$\frac{U - U_s}{u_*} = \frac{U_e - (U_b - U)}{u_*} = -6.8 \log_{10} \frac{z}{\delta} \dots\dots\dots(1)$$

境界層が水表面まで達した Case C の $x < 30$ cm の測線（□印のデータ）を除けば、式（1）の速度欠損則が測定範囲のほぼ全域において精度よく成り立つことがわかる。 $z/\delta < 0.1$ でのばらつきは実験上の z の設定そのものの誤差によるものであろう。圧力勾配が作用した場合には流速分布も変化するはずであるが、本実験では、圧力勾配項 $U_s \partial U_s / \partial x$ とレイノルズ応力項 ($-u_*^2 / \delta$) の大きさの比は 0.06~0.16 と小さいため、圧力勾配の影響は顕著に現われていないものと考えられる。ここで、 $U - U_s$ は一様流速部からの速度欠損、 $U_b - U$ は底面で流速がゼロになるように座標変換したときの流速、 $U_e (= U_b - U_s)$ はそのときの境界層外縁流速である。

同様にレイノルズ応力 \bar{u}^2 , \bar{uw} 分布を図-7, 8 に示す。図から、ばらつきはあるものの、レイノルズ応力分布にも相似性が認められる。乱れは底面に向かって増加するが、 $z/\delta = 1$ 付近でもゼロにはならない。また、境界層が水表面まで達したときには $z/\delta \sim 1$ で \bar{u}^2 が比較的大きな値をもつことがわかる（ \bar{uw} もそこでは大きな値をもつかもしれないが、水表面近傍では \bar{uw} の測定は困難で、データは得られていない）。

以上の結果から、境界層が水表面まで達した場合では（特に水表面付近において）乱流構造の変化がみられるものの、ほぼ現象は相似とみなせることがわかる。

平板乱流境界層においても式（1）と同様の対数形の速度欠損則が成り立ち、式（1）の係数 6.8 に相当する係数は、 $z/\delta < 0.15$ で 5.6, $z/\delta > 0.15$ で 8.6 である⁷⁾。

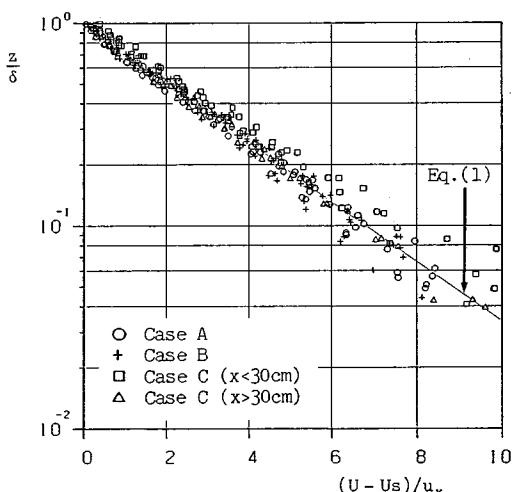
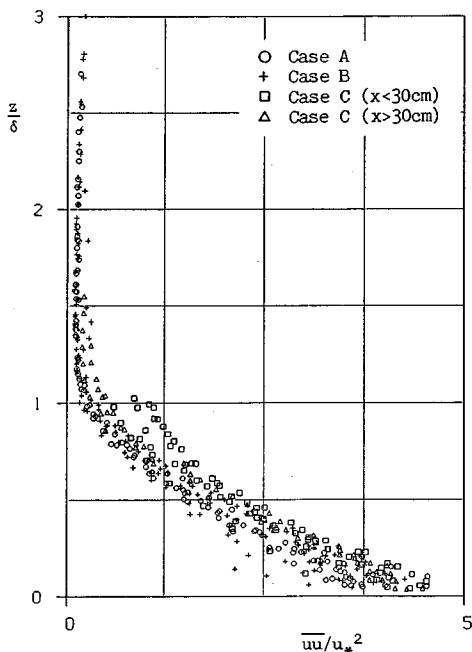
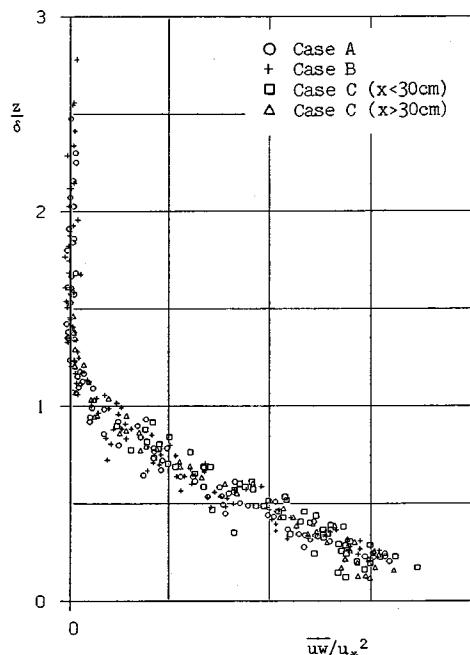


図-6 流速分布

したがって、本実験結果は平板乱流境界層の内層と外層の中間の値であり、流速分布の傾向や大きさは、平板乱流境界層の流速分布とほぼ同じであるといえる。 \bar{u}^2 , \bar{uw} の量も平板乱流境界層での測定例^{8), 9)}と同じオーダーであり、底面に向かって増加する傾向も似ている。

図-7 \bar{u}^2 分布図-8 \bar{uw} 分布

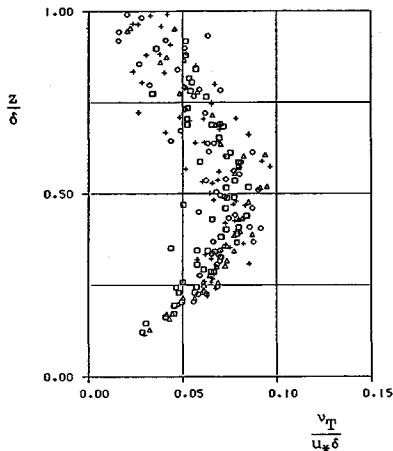


図-9 涡動粘性係数分布

サージフロントの底面境界層の構造をさらによく調べるために、 U と $\bar{u}\bar{w}$ の測定値から渦動粘性係数と混合距離を求めた結果を図-9, 10 に示す。渦動粘性係数 ν_T と混合距離 l は次式から計算した。

$$\nu_T = -\bar{u}\bar{w} / \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \quad (2)$$

$$l^2 = -\bar{u}\bar{w} / \left(\frac{\partial U}{\partial z} \left| \frac{\partial U}{\partial z} \right| \right) \quad (3)$$

ただし $\partial U / \partial z$ は数値微分ではなく、個々の測線で流速分布に log 曲線を当てはめて計算した。

渦動粘性係数は $z/\delta < 0.5$ では z とともに増加し、 $z/\delta > 0.5$ では逆に減少する傾向がみられる。混合距離は $z/\delta < 0.4$ ではほぼ z に比例し、 $l = 0.28z$ 程度である。これは、通常の壁乱流の場合 ($l = xz$) の約 70 % である。 $z/\delta > 0.4$ では l はほぼ一定で $l/\delta \sim 0.11$ と与

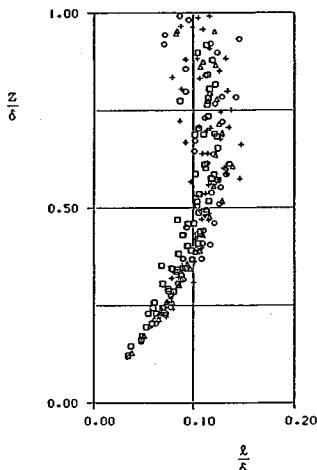


図-10 混合距離分布

えられるようである。また、 $z/\delta > 0.75$ では l はゆるやかに減少する。これらの状況を壁乱流の計算に用いられる仮定¹⁰⁾と比べると、係数に若干の違いがあるものの、定性的にはほとんど一致している。

以上の結果から、サージフロント底面境界層の乱れ構造には相似性があり、しかも平板境界層の乱れ構造と非常によく似ているといえる。

以上の議論のように、境界層外縁流速 U_e 、摩擦速度 u_* 、境界層厚 δ による無次元化で現象が相似になるならば、 $\tau_0 / \rho (= u_*^2)$ は x, H, U_e の特殊な状況によらず、 U_e と δ のみによって決まることが期待される。そこで底面摩擦係数 C_f を次式で定義して、レイノルズ数 $Re = U_e \delta / \nu$ による変化を調べたものが図-11 である。

$$\frac{C_f}{2} = \frac{\tau_0}{\rho U_e^2} = \frac{u_*^2}{U_e^2} \quad (4)$$

図中の実線は滑らかな平板上の乱流境界層の摩擦係数で、次式で表わされる。

$$C_f = 0.046 Re^{-0.25}, \quad Re = U_e \delta / \nu \quad (5)$$

図から、本実験の測定範囲では、サージフロントの底面境界層の摩擦係数は、第1次近似としては式 (5) で近似できることがわかる。各ケースごとの C_f の分布を詳細にみると、下に凸に湾曲した傾向がみられるが、その原因は今のところ明らかではない。

図中には、真野・加藤 (1987)³⁾ により得られた摩擦係数も描かれている。これから次のことがいえる。

- 本実験では真野・加藤の実験に比べ大きなレイノルズ数が得られている（ただし、実際現象のレイノルズ数のオーダーは、本実験に比べてもさらに1~2オーダー大きいと考えられる）。
- 真野・加藤の実験ではレイノルズ数の範囲 ($1.2 \times 10^3 \sim 2 \times 10^3$) が狭く、また可視化により測定し

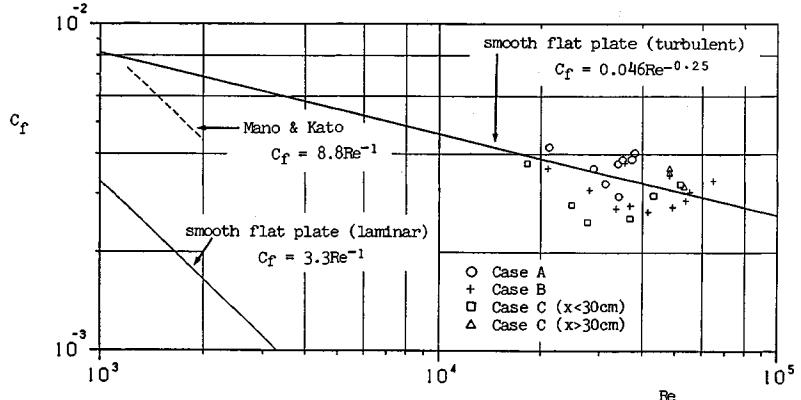


図-11 摩擦係数

た流速分布から摩擦係数に関係する諸定数を評価しているため、精度的に若干の問題もあるが、摩擦係数の大きさは式(5)とあまり変わらない。したがって、式(5)は 10^3 程度の小さなレイノルズ数に対しても十分適用できるといえよう。

ただし真野・加藤の摩擦係数は、本論文での定義に従って換算してある。その際、真野・加藤の流速分布から $\delta/H \approx 0.4$ とした。

(2) 非定常の場合

Case D では \bar{w} の実験データにばらつきが多いため、 \bar{w} 分布から u_* を直接求めることは困難である。しかし、平均流速分布から U_e と δ を求める、上記の定常時の抵抗則(4), (5)により u_* を計算して境界層内の流速分布を調べると、 $z/\delta < 0.1$ を除いてほぼ定常時の流速分布と同じであることがわかる(図-12に示す)。これは Case D の乱れの時間スケールが $\delta/u_* \leq 0.25$ s で、波の変動の時間スケール T' に比べて小さく、乱れが十分に混合されているためと思われる。したがって、変動が特に急激でなければ、境界層内の構造は定常時とあまり変わらず、定常時の流速分布や抵抗則をそのまま用いても十分な近似になるといえよう。

5. 境界層の発達

(1) 亂流境界層への遷移点

図-5 をみると、境界層厚 δ は先端からの距離が 3 cm くらいまでの間はほとんど 1 mm 以下で、先端からの距離が 3 cm から 10 cm 位の間で急激に増加し始めている。これは、層流境界層から乱流境界層への遷移であると考えられる。そこで、Case D の結果を用いて遷移レイノルズ数について調べる。

δ と先端からの距離 $(x-x_r)$ の関係を図-13 に示す。

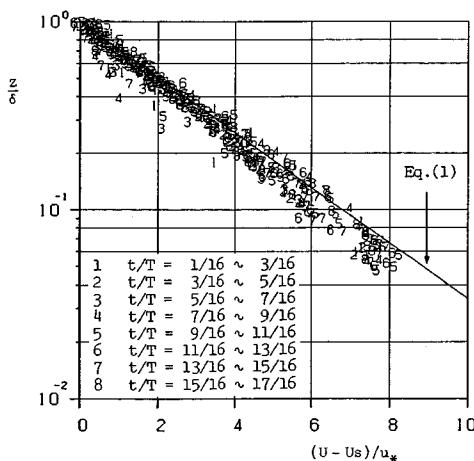


図-12 Case D の流速分布

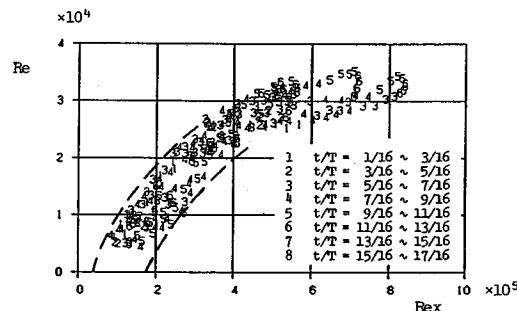


図-13 δ と $(x-x_r)$ の関係

R_{ex} は $(x-x_r)$ を用いたレイノルズ数(次式)である。

$$R_{ex} = U_e(x-x_r)/\nu \dots \dots \dots (6)$$

本実験では層流境界層での δ のデータが得られておらず、また図-13のデータでも境界層が薄いところでは計算誤差が大きくなる。したがって、遷移レイノルズ数を決定することは必ずしも容易ではないが、図から次の範囲であると推定できる。

$$R_{ex} \approx 5 \times 10^4 \sim 2 \times 10^5 \dots \dots \dots (7)$$

本来、遷移レイノルズ数は圧力勾配に大きく依存するので、本実験のように小さな圧力勾配でも遷移レイノルズ数に影響を与えている可能性がある。しかし本実験の場合、圧力勾配は時間的・場所的に変化しており、データのばらつきそのものも大きいため、圧力勾配による遷移レイノルズ数の変化まで議論することは困難である。

(2) 運動量積分

平板境界層とサージフロント境界層では流速分布の係数が若干異なり、また本実験では乱流境界層への遷移点も正確には決められないため、両者の発達を直接比較することは困難である。そこで、ここではサージフロント境界層の発達が、原理的に通常の境界層理論と同様の運動量積分で表わされるか否かを検討する。

サージフロントの運動量積分は式(8)で表わされる。ただし、圧力分布には静水圧近似が用いられている。境界層近似でも圧力勾配は z 方向に変化しないので、これは本質的に境界層近似の運動量積分と同等である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^z U dz + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^z U^2 dz + gH \cos \theta \frac{\partial H}{\partial x} \\ = gH \sin \theta + u_*^2 \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

流速分布として式(1)を用いて積分を行えば、式(8)は式(9)に変形される。式(1)は定常実験・非定常実験の両者を通じてよい近似であることが確認されている。また境界層内層では式(1)は成立しないが、内層は非常に薄いので、式(8)中の積分に対する内層の寄与は無視し得ると考えられる。

$$\frac{\partial \delta}{\partial x} = \left[-\frac{\partial}{\partial t} (U_s H - S_1 u_* \delta) - \frac{\partial}{\partial x} (U_s^2 H) \right]$$

$$+2S_1\delta\frac{\partial}{\partial x}(U_s u_*) - S_2\delta\frac{\partial}{\partial x}(u_*^2) \\ -gH \cos \theta \frac{\partial H}{\partial x} + gH \sin \theta + u_*^2] \\ /(-2S_1 U_s u_* + S_2 u_*^2) \dots \dots \dots \quad (9)$$

式(9)と式(4),(5)の抵抗則、および U_s, H の実験値を用いて δ を計算した結果を図-14, 15に示す。ただし、測定領域の右端で $\delta(\text{calculation}) = \delta(\text{experiment})$ として波先端方向へ計算を進めた。図-14は定常実験との比較、図-15は非定常実験との比較である。式(9)を用いた計算では $\partial\delta/\partial x$ の x 方向の変化があまり現われないものの、全体的にはほぼ実験値を再現している。

これから、サージフロント境界層の発達も、通常の境界層理論と同様の運動量積分によって記述し得ることがわかる。したがって、境界層の発達についてもサージフロント境界層は平板境界層と類似しているといえる。

6. 実用的な摩擦係数の設定

(1) 運動量補正係数を考慮しない場合 (I 法)

前節までの結果から、サージフロント底面境界層の乱れ構造は平板境界層のものとよく似ており、特に抵抗則は、平板境界層の抵抗則(4),(5)が係数の変更もなしに十分当てはまることが明らかになった。そこで本節では、数値計算に利用できるよう、底面せん断力を水深 H と線流量 Q で評価する。ただし、本来の摩擦係数には境界層厚 δ が関係しているが、 δ は H と Q だけでは一意に決まらないため、何らかの仮定が必要である。なお、ここでは利用上の便宜のため、底面で流速がゼロになる静止座標系を用いる。

経験的な摩擦係数 f を導入し、次式で定義する。

津波の数値計算では、まずエネルギー損失を正しく評価することが必要なので、エネルギー損失が実現象と同等になるように摩擦係数を設定する。エネルギーは境界層外層から内層に輸送され、内層において乱れエネルギーに変換されて散逸する。その量はほぼ $\rho U_e u_*^2$ と評価される。すなわち、

一方、浅水理論に底面摩擦項を付加した方程式系の範囲では、これは次のように評価される。

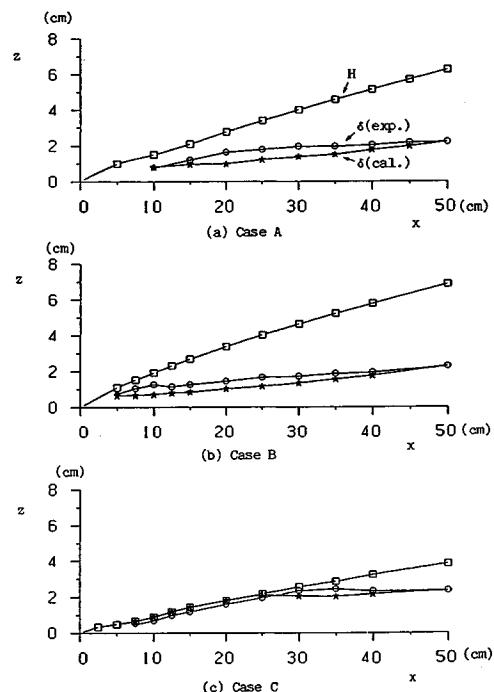


図-14 境界層の発達 (Case A~C)

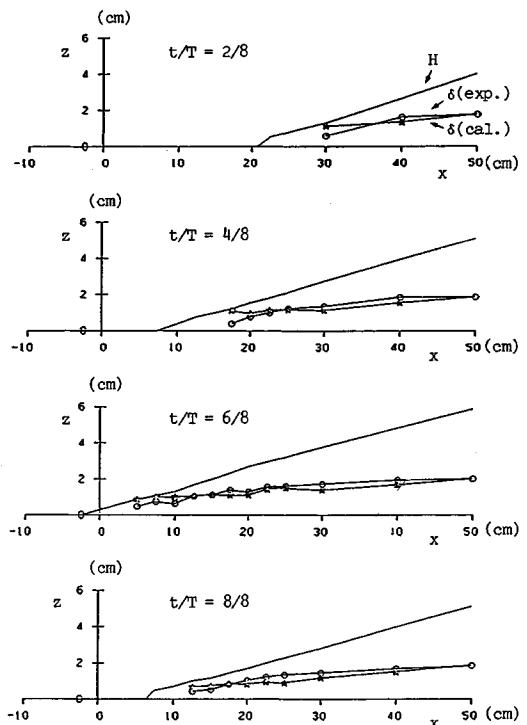


図-15 境界層の発達 (Case D)

$$\frac{\Delta E}{\rho} = \frac{Q}{H} u_*^2 = f \frac{Q^3}{H^3} \quad \dots \dots \dots (14)$$

式(13), (14)で表わされるエネルギー損失が同等の大きさになるように $f (=f_e)$ を求めると、次式を得る。

$$f_e = \frac{C_f}{2} \left(\frac{U_e H}{Q} \right)^3 \quad \dots \dots \dots (15)$$

したがって、 f_e は H , Q , U_e , δ によって決まる。ただし、流速分布の式(1)から、これらの間に次式の関係が成り立つので、実際にはこのうち 3 つの量で決まる。

$$Q = U_e H - S_1 u_* \delta \quad \dots \dots \dots (16)$$

実験値の H , U_e , δ から式(15), (16)で評価した f_e を図-16 に示す。図から、 f_e はほぼ Q のみで表わしがることがわかる。 Q/ν は全水深にわたっての平均的なレイノルズ数である。図中の実線は次式であり、十分な近似といえる。

$$f = 0.033 (Q/\nu)^{-0.25} \quad \dots \dots \dots (17)$$

ただし、式(17)はエネルギー損失のみが実際現象と同等になるように決められており、必ずしも他の保存則は同時に満たされないことに注意を要する。実際、運動量欠損(すなわち u_*^2 そのもの)が同等になるように $f (=f_m)$ を求めると、次式を得る。

$$f_m = \frac{C_f}{2} \left(\frac{U_e H}{Q} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (18)$$

図-16 と同様に、実験値から式(18)により f_m を算出した結果を図-17 に示す。図から、式(17)は運動量欠損に対し、 $Q/\nu < 8 \times 10^4$ で 10 % 程度過大評価であることがわかる。ただし、抵抗則(5)が、実験値に比べてすでに 20~30 % の誤差を含んでいるので、必ずしも大きな誤差とはいえないであろう。

(2) 運動量補正係数を考慮する場合(Ⅱ法)

I 法でエネルギー損失と運動量欠損を同時に合致させ得ないのは、浅水理論の範囲では流速分布が一様で、境界層外縁流速 U_e が評価できていないためである。しかし、運動量補正係数を導入すれば流速分布を考慮してい

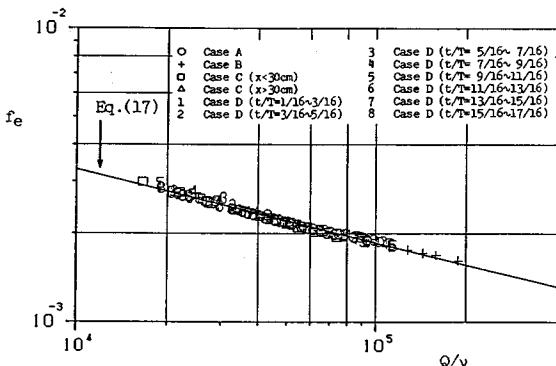


図-16 f_e と Q/ν の関係

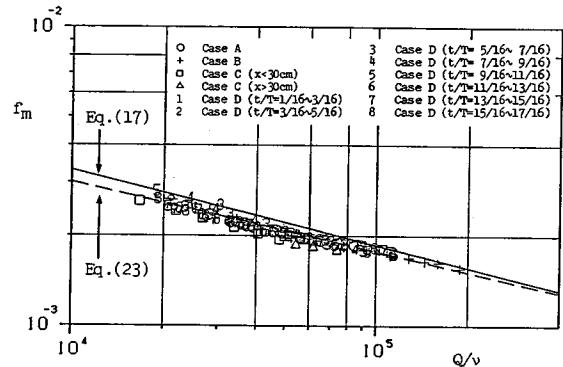


図-17 f_m と Q/ν の関係

ることになり、両者を同時に合致させることができよう。すなわち、いま U_e を U'_e と評価しているとすれば、エネルギー損失は、

$$\frac{\Delta E}{\rho} = f \frac{Q^2}{H^2} U'_e \quad \dots \dots \dots (19)$$

であり、この場合のエネルギー損失を正しく評価する摩擦係数 $f (=f'_e)$ は次式で表わされる。

$$f'_e = \frac{C_f}{2} \left(\frac{U_e H}{Q} \right)^2 \frac{U_e}{U'_e} \quad \dots \dots \dots (20)$$

したがって、 U_e/U'_e が 1 に近ければ、 f'_e と f_m はほぼ等しくなり、エネルギー損失と運動量欠損を同時に正しく評価できる。ただし、境界層外縁流速が U'_e であることに相当する運動量補正係数を取り込む必要がある。

運動量補正係数 β は次式で定義される。

$$\int_0^H U^2 dz = \beta \frac{Q^2}{H} = U_e^2 H - 2 S_1 U_e u_* \delta + S_2 u_*^2 \delta \dots \dots \dots (21)$$

実験値から、式(21)により計算した β を図-18 に示す。図から、 β を次式で近似することにする。

$$\beta = 1 + 0.025 \exp \left[-2.5 \times 10^{-4} \left(\frac{Q}{\nu} \right)^{0.72} \right] \quad \dots \dots \dots (22)$$

ただし厳密には、非常に Q/ν が小さい領域では、境界層は層流できわめて薄いため、 $\beta=1$ となるはずである。しかも、遷移点は全水深にわたっての平均的なレイノルズ数 Q/ν では決まらない。式(22)ではそのような状況は考慮されていないため、 $Q/\nu < 5 \times 10^4$ では誤差が大きくなる。

数値計算において β を式(22)で与えることに対応した U'_e を式(16), (21), (22)から求め、式(20)により f'_e を評価した結果を図-19 に示す。 f'_e は式(23)で近似できる。式(23)は図-17 にも点線で描かれており、運動量欠損もほぼ正しく評価されることがわかる。

$$f = 0.025 (Q/\nu)^{-0.23} \quad \dots \dots \dots (23)$$

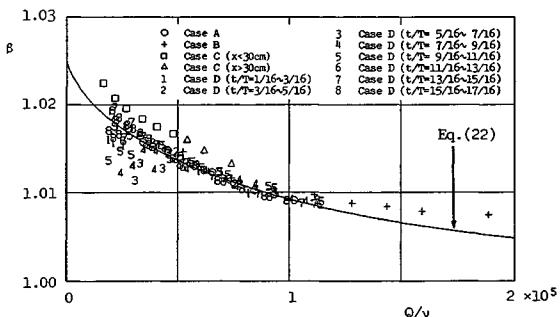


図-18 β と Q/ν の関係

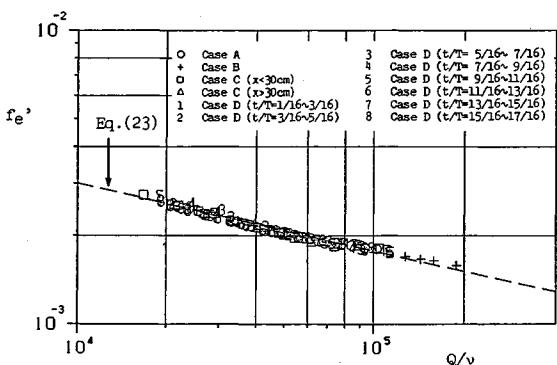


図-19 f'_e と Q/ν の関係

7. 計 算 例

実験の Case D に対応した数値計算を実用的な摩擦係数 f を用いて行う。支配方程式は以下のとおりである。

$$\left| \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{Q^2}{H} \right) + gH \frac{\partial \eta}{\partial x} = -f \frac{Q^2}{H^2} \right. \dots \dots \dots (25)$$

ただし、 f と β には、I 法では式 (17) および $\beta=1$, II 法では式 (22), (23) を用いる。

前節までは x 軸を底面に平行に取ったが、ここでは従来の津波の計算に合わせて x 軸を静水面と平行に取る。したがって、厳密には H , Q の定義が前節までと異なるが、斜面勾配が 0.1 度程度なのでほとんど問題にならないであろう。 η は基準面からの水面の高さを表わす。

計算方法は従来の実用計算^{11),12)}と同じであるが、実験を底面走行式水路で行ったため、境界条件を与える際の便宜を考慮し、計算領域を $U_B \Delta t$ ずつずらすこととした。実際には格子間隔を $\Delta t = 0.0005$ s, $\Delta x = 0.5$ cm と取ったため、11 時間ステップ当たり 2 格子ずつ計算領域を動かした。また、まず実験値を初期値として Case A に 対応する定常時の数値解を求め、本計算の初期条件とし

た。沖側境界条件として最も沖側にある測線における実験値を用いた。計算は、3周期目には定常に達した。

I 法による計算結果と実験結果との比較を図-20に示す。先端部において両者の波形を比べると、計算波形は実験波形よりも丸くなっていることがわかる。これは抵抗則(17)が先端付近で u_*^2 を過大評価していることによると考えられる。波先端における水位の誤差は約 1 cm で、波形が実験値より丸まっている領域は先端付近の約 10 cm である。ところで、図には領域を $U_B \Delta t$ ずつずらして計算した結果がそのまま描かれているが、実際の波は $t/T = 2/8 \sim 6/8$ の間に、水平距離でほぼ $U_B \cdot T/2 = 5.6$ m、垂直距離でもほぼ $U_B \cdot T/2 \tan \theta = 61$ cm 進行している。したがって、計算波の実際の進行距離やはい上がり高さと比べれば、 u_*^2 が過大である影響の出る領域は 2 % 以下であり、非常に小さいといえる。また、実験の先端位置と計算の先端位置の差は時間的にはほとんど変わらず、エネルギーの変化は精度よく計算されている。そこで、摩擦係数(17)は実用的には十分な精度をもっているといえよう。

II法による計算結果と実験結果の比較を図-21に示す。I法に比べかなり先端近くまで実験値と一致していることがわかる。したがって、実用的には1.02程度の運動量補正係数はあえて取り入れる必要はないと思われるが、II法で示した f と β を用いれば先端近傍まで精度よく計算することが可能だといえる。

また、実験では先端のごく近傍では表面張力が影響しているので、これ以上計算値を実験値と一致させるのは困難であろう。実際、波先端近傍の水の厚さ a は約 4 mm ので、全圧力がほぼ $\frac{1}{2}\rho g a^2 \sim 0.16 \text{ N/m}$ なのに對し、先端近傍の波形を直径 a の半円と考えれば、表面張力は約 0.15 N/m となる。したがって、先端近傍では表面張力と圧力がほぼつり合い、表面張力が先端近傍で

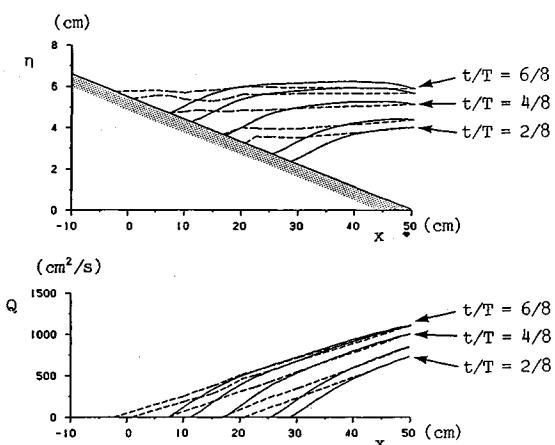


図-20 I 法の計算結果 (—: 計算値, - - : 実験値)

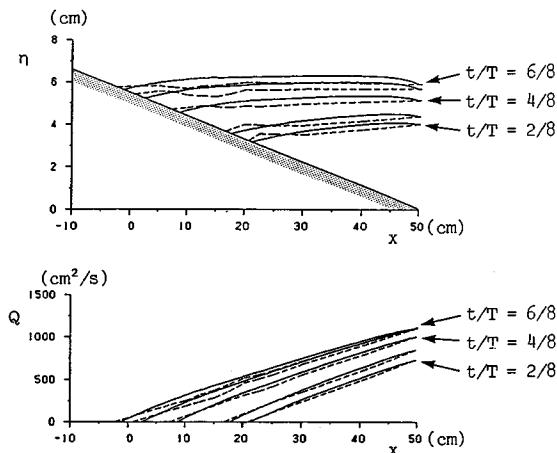


図-21 II法の計算結果（——：計算値，---：実験値）

の力のバランスに大きく寄与していることがわかる。

8. 結 論

本論文の主要な結論を列挙する。

(1) 先端近傍では境界層は層流境界層で、先端からの距離を用いたレイノルズ数 $R_{ex}=5\times10^4\sim2\times10^5$ で乱流境界層へ遷移する。

(2) サージフロント底面境界層の流速分布、レイノルズ応力分布に相似性が認められる。ただし、境界層が水表面まで達している場合は乱流構造は若干変化する。

(3) 流速分布は式(1)の速度欠損則で精度よく表わすことができる。

(4) サージフロントの底面摩擦係数として、近似的に平板境界層のものが使える。

(5) 混合距離分布、渦動粘性係数分布を得た。渦動粘性係数は $z/\delta < 0.5$ では z とともに増加し、 $z/\delta > 0.5$ では逆に減少する傾向がある。混合距離 l は $z/\delta < 0.4$ では $l=0.28 z$ 、 $z/\delta > 0.4$ では $l/\delta=0.11$ と与えられる。また、 $z/\delta > 0.75$ では l は緩やかに減少する。

(6) 境界層の発達は、通常の境界層理論と同様の運動量積分によって記述できる。

(7) 以上から、サージフロント底面境界層の乱れ構造は滑らかな平板上の乱流境界層のものと類似しているといえる。

(8) エネルギー損失を実際現象と同等に評価するための実用的な摩擦係数を、運動量補正係数を考慮しない場合(I法)と考慮する場合(II法)について定めた。I法では運動量欠損は必ずしも正しく評価されないが、

II法では運動量欠損も同時に正しく評価される。

(9) I法の摩擦係数を用いた数値計算は最大打ち上げ高・先端波形とも実験結果を精度よく再現でき、十分実用に供し得る。ただし、先端のごく近傍では実際よりもやや丸まった計算波形を与える。II法を用いて運動量補正係数を導入すれば、先端近傍も含めて、精度の高い計算が可能である。

謝 辞：東北大学工学部 山路弘人技官からは、水路の製作をはじめ、実験に関するさまざまな協力、助言を得た。また長尾昌朋助手には、AD 変換プログラムを作成していただいた。ここに記して感謝の意を表します。なお、本研究の一部は、文部省科学研究費（自然災害特別研究、研究代表者：首藤伸夫）によって行われたことを付記し、あわせて謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Cross, R. H.: Tsunami surge forces, Proc. ASCE, WW 4, pp. 201~231, 1967.
- 2) 真野 明・加藤聰也：流速分布を考慮した波先端の特性曲線解、土木学会論文集、第387号／II-8, pp. 273~280, 1987.
- 3) 真野 明・加藤聰也：段波の陸上週上時の摩擦特性、第34回海岸工学講演会論文集, pp. 16~20, 1987.
- 4) 松富英夫：下流側水深を有するダム破壊流れ先端部の水面形、土木学会論文集、第375号／II-6, pp. 161~170, 1986.
- 5) LeMéhauté, B. : Run-up, surge on a dry bed, energy dissipation of Tsunami waves, Proc. NSF Workshop on Tsunamis, pp. 156~181, 1979.
- 6) 藤間功司・首藤伸夫：底面走行式水路を用いたサージフロントの底面摩擦、第33回海岸工学講演会論文集, pp. 199~203, 1986.
- 7) Daily, J. W. and Harleman, D. R. F. : Fluid Dynamics, Addison-Wesley Publishing Company, pp. 231~244, 1966.
- 8) Schlichting, H. : Boundary-layer theory, McGraw-Hill, pp. 564~570, 1955.
- 9) 畿 友正(編)：乱流現象の科学, pp. 389~420, 1985.
- 10) 谷 一郎(編)：流体力学の進歩—乱流、丸善, pp. 147~149, 1980.
- 11) 岩崎敏夫・真野 明：オイラー座標による二次元津波週上の数値計算、第26回海岸工学講演会論文集, pp. 70~74, 1979.
- 12) 長谷川賢一・鈴木孝夫・稻垣和夫・首藤伸夫：津波の数値実験における格子間隔と時間積分間隔に関する研究、土木学会論文集、第381号／II-7, pp. 111~120, 1987.

(1988.4.28・受付)