

波群に伴う長周期変動波力の解析

ANALYSIS OF LOW-FREQUENCY WAVE EXCITING FORCES ASSOCIATED WITH WAVE GROUPS

喜岡 渉*

By Wataru KIOKA

The diffraction of wave groups with a large offshore structure has been considered using the perturbation method of multiple scales. Second-order slowly-varying wave forces arising from such diffraction are then evaluated numerically for two types of incident wave envelope; one is the soliton envelope that is stable for the relative depth $kh > 1.36$, while the other assumes simply sinusoidal profile. The numerical results for low-frequency wave force coefficients are presented for a circular and a rectangular cylinder and for a conical structure. It will be shown that the low-frequency wave forces become increasingly important in estimating the total wave forces as the value of kh decreases and as the value of diffraction parameter increases.

Keywords : low-frequency wave force, wave groups, set-down wave, nonlinear diffraction

1. はじめに

通常、設計外力として考慮されるような波形勾配の大きい入射波に対して作用波力を計算する場合、波の非線形性の影響を的確に評価しておく必要がある。入射波の振幅が構造物の径に比べて十分に小さく流体の剝離による影響が無視できるときには非線形回折波理論に基づく取扱いがなされる。こうした問題については円柱に対して従来より検討されており、Hunt and Williams¹⁾、Rahman²⁾、および喜岡・石田³⁾によって非線形自由表面境界条件を2次のオーダーまで厳密に満足する波力算定式が導かれている。この場合、非線形波力項は振幅の二乗に比例する定常漂流力と倍周波数で振動する時間変動項から成ることが示されている。

不規則波浪または波群中に構造物が置かれた場合、Pinkster⁴⁾らによって示されているように、定常漂流力のほかに2次のオーダーではスペクトルにおける2つの隣接した周波数の和(短周期)と差(長周期)に対応する波力成分が働く。これら非線形流体力のうち長周期変動項は、係留浮体の共振と密接な関係があることから従来より数多くの検討がなされており、Newman⁵⁾、

Pinkster⁴⁾によってスペクトルが十分狭帯域で定義されるという条件下でその算定式が提案されている。しかしながら、彼らは個々の周波数成分の規則波に対応する定常漂流力に基づいて近似的に長周期変動波力を求めており、周波数の差に対応する2次のオーダーの速度ポテンシャルによって生じる非線形流体力については厳密には考慮されていない。こうした周波数の差の波に起因する長周期変動波力は、浅海域での大型構造物の外力評価にあたっては無視できなくなるものと考えられるが、その算定には上述の非線形回折波理論による取扱いが必要となり、单一周波数に対する解析に比べても計算労力は多大なものとなる⁶⁾。

一方、Agnon and Mei⁷⁾は二次元線形係留浮体の応答問題を取り扱い、狭帯域スペクトルの仮定下では周波数の差の成分すなわちset-down波に伴って生じる長周期変動波力はmultiple-scale摂動法を用いてきわめて効率よく求めることができることを示している。さらに、Zou and Liu⁸⁾は彼らの方法を用いて円柱に作用する長周期変動波力を具体的に求めている。

本研究においても、Agnon and Meiと同様にmultiple-scale摂動法を用いて長周期変動波力の表示式を導き、その算定方法、特にset-down波に伴って生じる非線形流体力の解析方法を検討することとする。さらに、

* 正会員 Ph.D 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科(〒466 名古屋市昭和区御器所町)

包絡ソリトンおよび正弦波形で入射波波群の包絡波形が与えられた場合について具体的に波力係数を求め、その支配パラメーターを明らかにするとともに、線形解に基づく1次のオーダーの波力係数と比較することによって全波力に及ぼす長周期変動波力項の割合について調べることとする。

2. 長周期変動波力の表示式

非粘性、非圧縮かつ非回転の流体運動を仮定する。座標系としては、 xy 平面を静止水面と一致させ、鉛直上向きに z 軸をとる。水深は一定で h とし、 x 方向に伝播する波が入射する場合を考える。スケールの異なる時空間変動を取り扱うため、波形勾配のオーダーの微小パラメーター ϵ を導入し、通常の独立変数 (x, y, z, t) のほかにスケールの異なるゆっくりと変動する $(x_1 = \epsilon x, y_1 = \epsilon y, t_1 = \epsilon t)$ を定義する。これらを用いて、速度ポテンシャルを次のように摂動展開する。

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n \Phi_n(x, y, z, t; x_1, y_1, t_1) \quad (1)$$

さらに基本波（搬送波）の角周波数を ω として、 n 次の速度ポテンシャルを次のように表わすものとする。

$$\Phi_n = \sum_{m=-n}^n \Phi_{nm}(x, y, z; x_1, y_1, t_1) \exp(-im\omega t) \quad (2)$$

ただし、 $\Phi_{n-m} = \Phi_{nm}^*$ で、* は共役複素数を示すものとする。

波力についても同様に次の摂動展開を行うと、1次のオーダーの波力項は $\exp(-i\omega t)$ で分離できる通常の線形の波力式と一致する。

$$F = \sum_{n=1}^{\infty} \epsilon^n F(x, y, z, t; x_1, y_1, t_1) \quad (3)$$

ただし、圧力を p として、波力ベクトル F は物体浸水表面 S における外向法線ベクトル n について $F = -\int_S p n dS$ として与えられる。長周期変動波力項 \bar{F} は2次のオーダーにおいて現われ、次式が得られる。

$$\bar{F} = \bar{F}_a + \bar{F}_s \quad (4)$$

ここに、

$$\bar{F}_a = \rho \int_s |\nabla \Phi_{11}|^2 n dS - \frac{\rho}{g} \int_w \Phi_{11} \Phi_{11}^* n dl \quad (5)$$

$$\bar{F}_s = \rho \int_s \frac{\partial \Phi_{10}}{\partial t_1} n dS \quad (6)$$

上式中、 W は物体表面が静止水面と直交するものとして水線についての積分を示し、 ρ は流体密度を示す。

線形の速度ポテンシャル Φ_{11} の二乗項として得られる \bar{F}_a は定常漂流力に対応するもので、入射波の振幅が一定であれば常に一定値をとる。線形解 Φ_{11} は、ラプラスの方程式と次の式 (7)～(9) に示された境界条件のほかに radiation 条件を満足する関数として求められる。

$$\frac{\partial \Phi_{11}}{\partial z} - \nu \Phi_{11} = 0, \quad \nu = \frac{\omega^2}{gh} \quad (z=0) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \Phi_{11}}{\partial z} = 0 \quad (z=-h) \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Phi_{11}}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S) \quad (9)$$

線形解 Φ_{11} はしたがって任意形状の物体に対して種々の方法によって求めることができるため、漂流力 \bar{F}_a は比較的簡単に算定することができる（たとえば文献9）。長周期変動波力に関する従来の研究の多くはこれら定常漂流力項のみを考慮しており、set-down 波に起因する波力項 \bar{F}_s については無視されている。

式 (6) の Φ_{10} は遅いスケールでの独立変数 (x_1, y_1, t_1) の関数であり、包絡波形を A で示すと Φ_{10} の solvability condition から次式を満足するものとして与えられる¹⁰⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_{10}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{10}}{\partial y_1^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \Phi_{10}}{\partial t_1^2} \\ = \frac{\omega^2}{gh} \left(\frac{C_g}{4 \sinh^2 kh} - \frac{\omega}{2 k \tanh^2 kh} \right) \frac{\partial |A|^2}{\partial x_1} \end{aligned} \quad (10)$$

ただし、 k は基本波の波数で、 C_g は群速度を示し、 A については Φ_{21} についての solvability condition より次式を満足するものでなければならない。

$$\frac{\partial A}{\partial t_1} + C_g \frac{\partial A}{\partial x_1} = 0 \quad (11)$$

さらに、物体浸水表面 S 上の境界条件として Φ_{10} は次式を満足しなければならない。

$$\frac{\partial \Phi_{10}}{\partial n} = 0 \quad (\text{on } S) \quad (12)$$

式 (10) の右辺強制項は $(x_1 - C_g t_1)$ の関数として表わされ、入射波の set-down 波の速度ポテンシャルに対応する項とみなすことができる。したがって、入射波と散乱波の速度ポテンシャル Φ_{10}^I, Φ_{10}^S を式 (13) のように分離すると、 Φ_{10}^S は式 (14), (15) および radiation 条件を満足する関数として求めることができる。

$$\Phi_{10} = \Phi_{10}^I + \Phi_{10}^S \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{10}^S}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{10}^S}{\partial y_1^2} - \frac{1}{gh} \frac{\partial^2 \Phi_{10}^S}{\partial t_1^2} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Phi_{10}^S}{\partial n} = -\frac{\partial \Phi_{10}^I}{\partial n} \quad (\text{on } S) \quad (15)$$

式 (14) から Φ_{10}^S は長波の波速 $(gh)^{1/2}$ で伝播する齊次解として与えられ、 Φ_{10}^I は $(x_1 - C_g t_1)$ の関数であることから次式で与えられる。

$$\frac{\partial \Phi_{10}^I}{\partial x_1} = \frac{1}{C_g^2 - gh} \frac{\omega^2}{\sinh^2 kh} \left(\frac{\omega \cosh^2 kh}{2k} + \frac{C_g}{4} \right) |A|^2 \quad (16)$$

以上より、長周期変動波力を求めるという問題は1次

の速度ポテンシャル Φ_{10} および Φ_{11} に関する境界値問題を解くことに帰着した。このうち Φ_{11} については従来の線形解を求める計算方法をそのまま用いることができるるので、本研究では set-down 波 Φ_{10} による波力項 \bar{F}_s の算定方法について検討することとする。

3. Set-down 波に伴う波力の算定方法

(1) 直立円柱に soliton 型包絡波形が入射する場合

計算にあたって入射波の速度ポテンシャル Φ_{10}^s を与えるためには、まず式 (16) における包絡波形 A を規定しておく必要がある。式 (11) から A は遅いスケールでの変数 ($x_1 - C_g t_1$) に関する任意の関数として与えられる。進行波の場合、 A は 3 次のオーダーまで考えると非線形 Shrödinger 方程式によって記述され、相対水深 $kh > 1.36$ では Hashimoto and Ono¹¹⁾ により分散項と非線形項がつり合った状態で次のソリトン解が得られている。

$$A = A_0 \operatorname{sech} \left[\left(\frac{A_0^2 \beta}{2\alpha} \right)^{\frac{1}{2}} (x_1 - C_g t_1) \right] \exp \left(-i \frac{A_0^2 \beta}{2} \varepsilon t_1 \right) \quad \dots \dots \dots (17)$$

ここに、 A_0 は包絡波の振幅を示し、分散係数 α および非線形係数 β はそれぞれ次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{C_g^2}{2\omega} - \frac{\omega kh \cosh^2 kh}{k^2 \sinh 2kh} + \frac{C_g kh \sinh kh}{k \cosh kh} \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$\beta = \frac{\omega k^2}{16 \sinh^4 kh} (\cosh 4kh + 8 - 2 \tanh^2 kh) - \frac{\omega (2\omega \cosh^2 kh + kC_g)^2}{2(gh - C_g^2) \sinh^2 2kh} \quad \dots \dots \dots (19)$$

式 (17) で与えられた包絡ソリトンは、非線形 Shrödinger 方程式に基づく数値計算によって $kh > 1.36$ では安定な解となることが示されている^{12), 13)}。ここでは、こうした包絡ソリトンにより A が規定されたものとして、set-down 波に伴う波力成分を計算する。

入射波の速度ポテンシャルを次式のようにフーリエ積分表示する。

$$\Phi_{10}^s = -\frac{i}{k} \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \exp [ik(x_1 - C_g t_1)] dk + * \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここに、第 1 項に対する共役複素数 * が加えられることにより上式左辺は実数で与えられることを示す。式 (16) の右辺に式 (17) を代入して得た結果をフーリエ変換することにより上式の $C(k)$ を求めると次式を得る。

$$C(k) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{C_g^2 - gh} \frac{\omega^2}{\sinh^2 kh} \left(\frac{\omega \cosh^2 kh}{2k} + \frac{C_g}{4} \right) \right] \times \frac{\alpha}{\beta} \frac{k}{\sinh \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{2\alpha}{A_0^2 \beta} \right)^{\frac{1}{2}} k \right]} \quad \dots \dots \dots (21)$$

こうして与えられた Φ_{10}^s に対して、式 (14), (15) よ

び radiation 条件を満足する散乱波ポテンシャル Φ_{10}^s を任意形状構造物について求めることは多大な計算労力を必要とするため、ここでは円筒型構造物を対象とすることとする。

この場合、式 (20) は m 次の第 1 種ベッセル関数 J_m を用いて円筒座標系により次式のように表わされる。

$$\Phi_{10}^s = -\frac{i}{k} \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \sum_{m=0}^{\infty} [\delta_m J_m(kr_1) \times \exp(-ikC_g t_1) \cos(m\theta)] dk + * \quad \dots \dots \dots (22)$$

ただし、 $\delta_0 = 1$ で $\delta_m = 2i^m$ ($m > 1$) を示し、 $r_1 = (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}$ である。また、ここでは式 (6) で示される動水圧を取り扱うため、 x_1 のみの関数となる定常流速成分は式 (22) から除外しておくこととする。このとき、前述の境界値問題の解は m 次の第 1 種ハンケル関数 H_m を用いることにより

$$\Phi_{10}^s = \frac{i}{k} \int_{-\infty}^{\infty} C(k) \sum_{m=0}^{\infty} \left[\delta_m \frac{J'_m(ka)}{\gamma H'_m(\gamma ka)} H_m(\gamma kr_1) \times \exp(-ikC_g t_1) \cos(m\theta) \right] dk + * \quad \dots \dots \dots (23)$$

と表わされる。ここに、 γ は散乱波の伝播速度に対する群速度の比を示す。すなわち、

$$\gamma = \frac{C_g}{(gh)^{\frac{1}{2}}} \quad \dots \dots \dots (24)$$

半径が a の円柱に対する水平方向の波力は式 (6) より

$$\bar{F}_s = \rho h \int_0^{2\pi} \frac{\partial \Phi_{10}}{\partial t_1} a \cos \theta d\theta \quad \dots \dots \dots (25)$$

と書けるので、上式に式 (22) や (23) を代入して、結果を無次元表示すると次式を得る。

$$\frac{\bar{F}_s}{\rho g h a^2} = -f \frac{\alpha}{\beta} \chi(t_1) \quad \dots \dots \dots (26)$$

ここに、群速度と基本波の波速の比を n として

$$f = \frac{2\pi k a \tanh kh (n \cosh^2 kh + n^2/2)}{kh \sinh kh \cosh kh - n^2 \sinh^2 kh} \quad \dots \dots \dots (27)$$

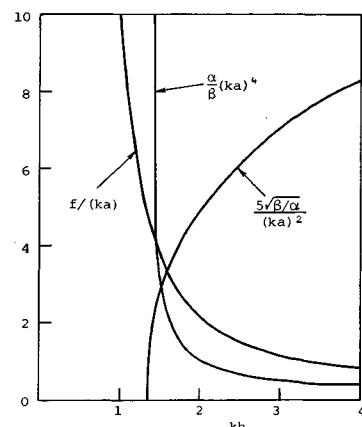


Fig.1 Coefficients involved in Eq. (26).

$$\chi(t_1) = \int_0^\infty \frac{-ika \left[J_1(ka) - \frac{J'_1(ka)}{\gamma H'_1(\gamma ka)} H_1(\gamma ka) \right]}{2 \sinh \left[\frac{\pi ka/(2)^{\frac{1}{2}}}{A_0 a (\beta/\alpha)^{\frac{1}{2}}} \right]}$$

$$\times \exp(-ikC_g t_1) dka + * \quad \dots \dots \dots (28)$$

である。得られた結果から明らかなように \bar{F}_s は kh , ka のみならず $A_0 a (\beta/\alpha)^{1/2}$ の関数となっている。係数値のうち a/β は Fig.1 に示すように $kh \rightarrow 1.36$ で発散するので、式 (26) は $kh > 1.36$ に対して成り立つものである。式 (28) で与えられた積分項は時間的に振動するが、その振幅は $ka \rightarrow 0$ および $ka \rightarrow \infty$ で 0 に近づく傾向があるため、数値積分によって比較的簡単に算定することができる。

(2) 任意形状構造物に sin 型包絡波形が入射する場合

波群が浅海を伝播する場合、特に kh が 1.36 より小さい地点まで浅水化したとき包絡波形がどのように表わされるかについては、現在のところ明らかでない。ここでは、包絡波形 A が次式のように波数が k_0 の正弦波として規定できるものとして、式 (6) における Φ_{10} を求めることとする。

$$A = A_0 \sin k_0 (x_1 - C_g t_1) \quad \dots \dots \dots (29)$$

この場合、入射波の速度ポテンシャルは式 (29) を式 (16) に代入することによって次式で表わされる。

$$\Phi'_{10} = \phi'_{10} \exp(-2i\omega_0 t_1) + * \quad \dots \dots \dots (30)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \phi'_{10} = & -\frac{i A_0^2}{8 k_0} \left[\frac{1}{C_g^2 - gh} \frac{\omega^2}{\sinh^2 kh} \left(\frac{\omega \cosh^2 kh}{2k} + \frac{C_g}{4} \right) \right] \\ & \times \exp(2ik_0 x_1) \quad \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

ただし、 $\omega_0 = C_g k_0$ は包絡波の角周波数を示し、上式は波力に寄与する時間変動項についてのみ示したものである。また、散乱波ポテンシャルは次式のように表わすことができて、

$$\Phi_{10}^s = \phi_{10}^s \exp(-2i\omega_0 t_1) + * \quad \dots \dots \dots (32)$$

式 (14), (15) はそれぞれ次のように示される。

$$\frac{\partial^2 \phi_{10}^s}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \phi_{10}^s}{\partial y_i^2} + 4\gamma^2 h_0^2 \phi_{10}^s = 0 \quad \dots \dots \dots (33)$$

$$\frac{\partial \phi_{10}^s}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{10}^s}{\partial n} \quad (\text{on } S) \quad \dots \dots \dots (34)$$

ここに、 γ は式 (24) ですべて与えられている。

式 (33) および radiation 条件を満足する ϕ_{10}^s は point wave source すなわちグリーン関数 G を物体浸水表面 S 上に強度関数 σ に従って分布させることによって次式のように与えることができる。

$$\phi_{10}^s(x_1, y_1) = \frac{1}{4\pi} \int_S \sigma(\xi_1, \eta_1) G(x_1, y_1; \xi_1, \eta_1) dS \quad \dots \dots \dots (35)$$

ただし、 (x_1, y_1) , (ξ_1, η_1) はそれぞれ計算点と source 点を示し、グリーン関数は 0 次の第 1 種ハンケル関数 H_0 を用いて次式で与えられる。

$$G = i\pi H_0(2\gamma k_0 R_1) \quad \dots \dots \dots (36)$$

ここに、 $R_1 = [(x_1 - \xi_1)^2 + (y_1 - \eta_1)^2]^{1/2}$ である。式 (35) の強度関数 σ は S 上の境界条件 (34) から次式により与えられる。

$$\begin{aligned} -\sigma(x_1, y_1) + \frac{1}{2\pi} \int_S \sigma(\xi_1, \eta_1) \frac{\partial G}{\partial n}(x_1, y_1; \xi_1, \eta_1) dS \\ = -2n_x \frac{\partial \phi_{10}^s}{\partial x_1}(x_1) \quad (\text{on } S) \quad \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

ここに、 n_x は n の x 方向成分を示す。なお、以上の各式は z の座標点には無関係であり、三次元的構造物も二次元的に取り扱うことができる。

任意形状の構造物を取り扱うため、方程式の離散化にあたっては四辺形の一定要素 ΔS_j ($j=1, N$) を用いることとし、各要素内の重心点に節点を配置するものとする。このとき、積分方程式 (37) は次の N 個の線形連立方程式として近似的に解くことができる。

$$\sum_{j=1}^N A_{ij} \sigma_j = f_i \quad (i=1, N) \quad \dots \dots \dots (38)$$

ここに、 f_i は既知数で、 ΔS_i の節点における式 (37) の右辺の値を示し、 A_{ij} はクロネッカーデルタ δ_{ij} を用いると次式で与えられる。

$$A_{ij} = -\delta_{ij} + \frac{\Delta S_j}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial n}(x_i, y_i; \xi_j, \eta_j) \quad \dots \dots \dots (39)$$

式 (38) を解いて σ_j がいったん求まれば、任意点 i における散乱波ポテンシャルは次の数値積分により得られる。

$$\phi_{10}^s(x_i, y_i) = \sum_{j=1}^N B_{ij} \sigma_j \quad \dots \dots \dots (40)$$

ここに、 B_{ij} の算定には $i=j$ のときの特異性を考慮して次の各式を用いるものとする。

$$B_{ij} = \frac{\Delta S_j}{2\pi} G(x_i, y_i; \xi_j, \eta_j) \quad (i \neq j) \quad \dots \dots \dots (41)$$

$$B_{ii} = -\frac{\Delta S_i}{2\pi} \left[\ln \gamma k_0 \left(\frac{\Delta S_i}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}} + E - 1 - i \frac{\pi}{2} \right] \quad \dots \dots \dots (42)$$

ただし、 $E = 0.5772156$ でオイラー定数を示す。

さらに、任意平面形状を有し水面に突き出た柱状構造物のように没水部分が z 方向に形状が変化しない場合には、式 (37) は断面曲線 l まわりの線積分方程式として表わされる。このとき、 l を N 個の線分要素 Δl_j ($j=1, N$) に分割し、各線分の中点を節点とすると、式 (38) ～(41) は ΔS を Δl と置き換えることによりそのまま成り立ち、式 (42) は次式のように書きなおせる。

$$B_{ii} = -\frac{\Delta l_i}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{\gamma k_0 \Delta l_i}{2} \right) + E - 1 - i \frac{\pi}{2} \right] \quad \dots \dots \dots (43)$$

また、浮体または全没水で鉛直な側面を有する構造物を

取り扱う場合には、式(38)～(42)は z の座標点とは無関係であることから、側面には水深方向に一様な細長い長方形要素を用いる必要がある。

4. 計算結果とその考察

(1) 定常漂流力

式(5)で示されたように、線形ポテンシャル Φ_{11} の二乗項から成る波力成分 \bar{F}_d は $|A|^2$ に比例する。入射波の包絡波形 A が時空間でゆっくりと変動する場合は、波の進行方向に通常、構造物を押すように作用する定常漂流力と長周期変動波力項に分離することができる。時間変動成分は、たとえば角周波数 ω_0 で振動する正弦波で A が与えられた場合、 $2\omega_0$ で単振動することになる。**Fig.2**は計算結果の一例で、水深 h の水底に鉛直に立てられた半径が a の円柱に対して水平方向の定常漂流力項を計算したものである。計算結果は、包絡波の振幅を A_0 として、 $(\rho g a A_0^2)$ で割って無次元表示してある。相対水深 kh が小さくなるほど波力係数は増加し、その最大値は kh の値によらず ka が一定の値で現われていることがわかる。

(2) Set-down 波による長周期変動波力

入射波として包絡ソリトンを仮定した場合、半径が a の円柱に対する波力は式(26)で与えられる。式中の時間変動項 $\chi(t_1)$ はパラメーター $A_0 a (\beta/\alpha)^{1/2}$ によって変化し、 $kh=2.0$ のケースについての計算結果を示すと**Fig.3**のようである。図からわかるように、正の最大値の方が負の極値の絶対値より大きく、波の進行方向に逆向きに作用する波力値の方が大きいことになる。**Fig.4**は正の最大値を位相差とともにプロットしたもので、 $A_0 a (\beta/\alpha)^{1/2}$ の値の増加に伴って最大値も単調増加していることがわかる。なお、 kh を変化させること

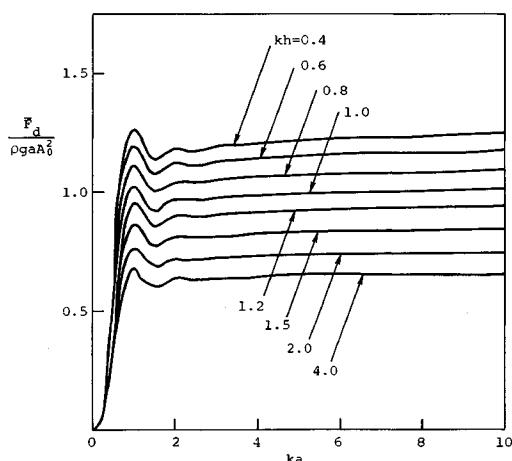


Fig.2 Drift force \bar{F}_d on a vertical circular cylinder of radius a for various values of kh .

によって得られた計算結果の差異は小さい。

包絡波形が式(29)で示すような \sin 型で与えられた場合には、長周期変動波力は $2\omega_0$ で単振動し、 kh と k_0 に構造物の代表長 a を乗じた回折パラメーター $k_0 a$

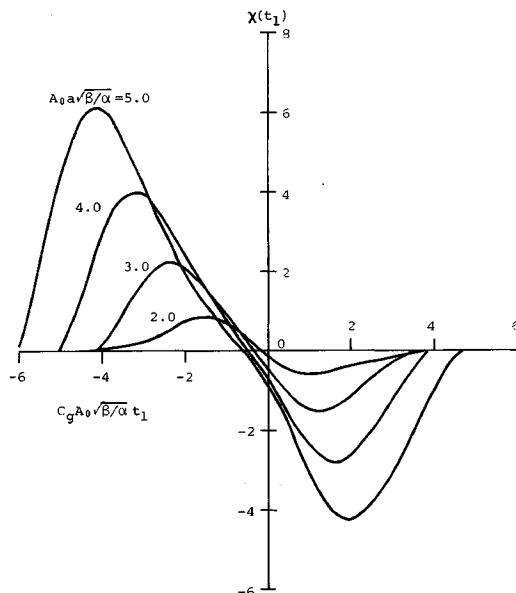


Fig.3 Temporal variation of $\chi(t_1)$ given in Eq.(28) for $kh=2.0$.

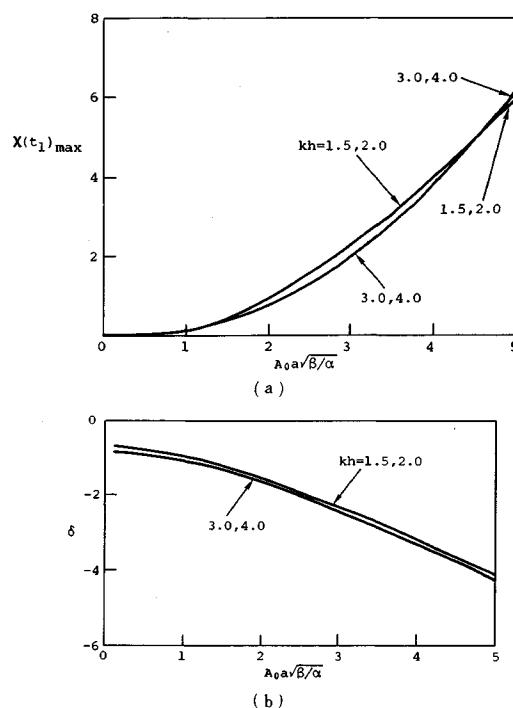


Fig.4 Maximum values of $\chi(t_1)$ on (a), and corresponding time shift δ on (b).

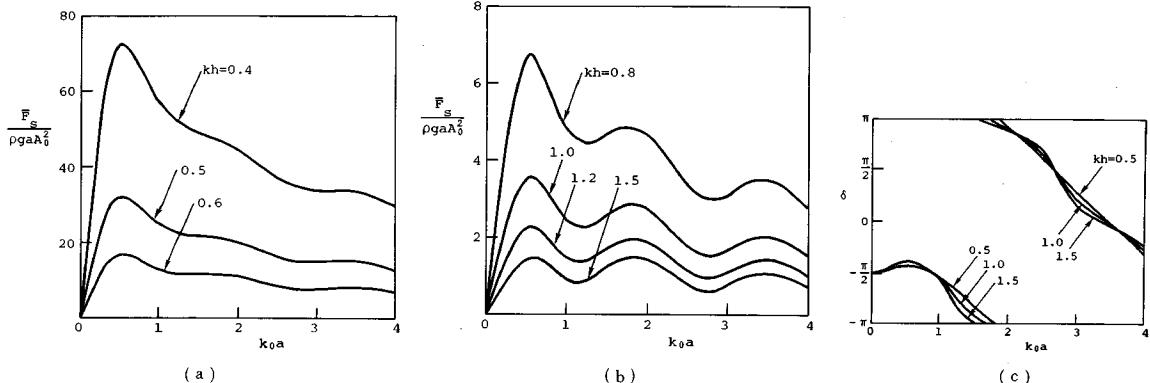


Fig. 5 Low-frequency wave force coefficients in the x -direction due to the set-down waves acting on a vertical circular cylinder of radius a : (a) and (b), and corresponding phase angle : (c).

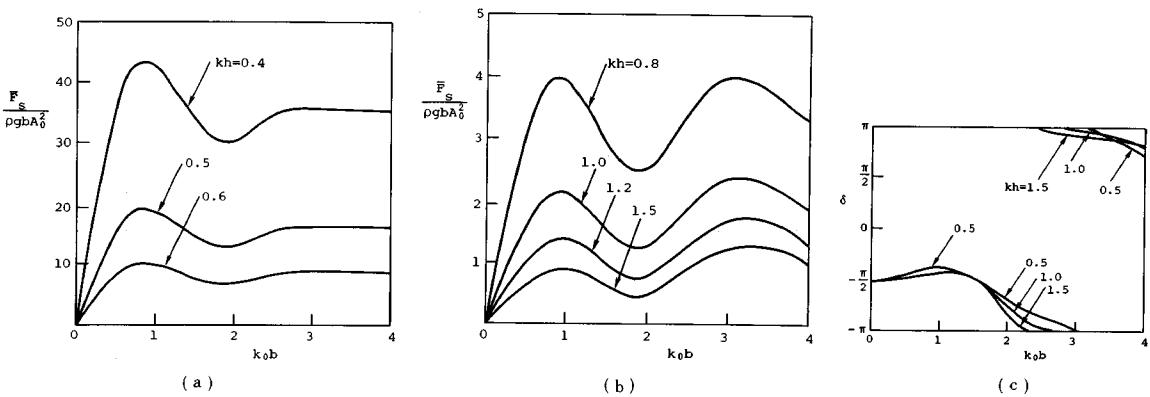


Fig. 6 Low-frequency wave force coefficients in the x -direction due to the set-down waves acting on a vertical rectangular cylinder with side length b : (a) and (b), and corresponding phase angle : (c).

の関数となる。半径が a の直立円柱の断面曲線まわりを $N=32$ 個の線素分に分割し、前述の線積分方程式に基づく解析方法を用いて、水平波力の最大値を計算した結果を最大値が発生する位相差 δ とともに Fig. 5 に示す。無次元表示した水平波力の最大値である波力係数は kh の減少に伴って著しく増加する傾向がみられ、ピーク値が発生するときの $k_0 a$ の値は kh の値によらずほぼ一定となっている。また、位相差については kh が変化することによる差異は小さい。なお、円柱に対する長周期変動成分は Zou and Liu⁸⁾によっても計算結果が示されているが、入射波の set-down 波自体の表示に誤りがみられるため、ここでは彼らの結果と比較していない。

一辺が b の正方形断面をもつ構造物について同様な計算を行った結果を Fig. 6 に示す。計算に用いた要素数は円柱の場合と同じで $N=32$ である。波力係数は kh が減少するのに従って増加しているが、 kh の値が比較的大きくなると $k_0 b$ に関して 1 番目のピーク値より 2 番目のものが大きく現われている。

z 方向にも形状が変化する三次元的構造物の場合には

鉛直方向にも波力成分が生じ、離散化にあたっては面要素を用いる必要がある。ここでは、底面の半径が a で側面と底面のなす角が 60° であるような円錐体に対して、前述の積分方程式法を用いて長周期変動波力を求めた。計算にあたっては、没水部分の側面を $N=120$ 個の四辺形要素に分割した。水平方向および鉛直方向の波力係数についての計算結果を位相角とともにそれぞれ Fig. 7, 8 に示す。水平方向および鉛直方向の波力係数はともに $k_0 a$ が特定の範囲において激減する傾向がみられ、1 次のオーダーの波力係数における波なし周期に対応するものと考えられるが、その出現範囲は kh の値によって異なっている。

(3) 1 次の波力係数との比較

非線形な波力成分である長周期変動波力と線形解から求められる 1 次のオーダーの波力成分を直接比較するためには、それぞれの最大値の生じる位相差が異なるために波形勾配をまず規定しておく必要がある。そこで、ここでは定常漂流力 \bar{F}_d と set-down 波に伴う波力 \bar{F}_s から求められる長周期変動波力 \bar{F} の最大値と 1 次の波力

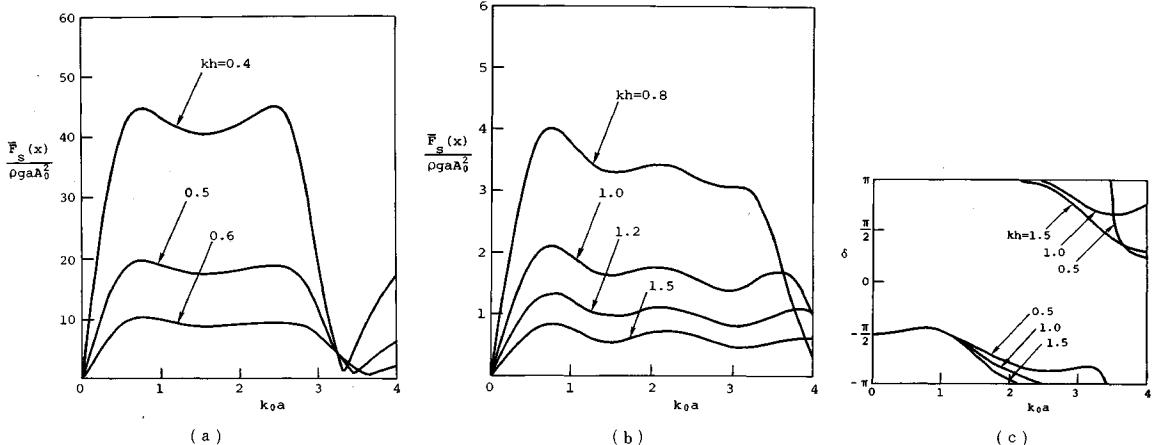


Fig. 7 Low-frequency wave force coefficients in the x -direction due to the set-down waves acting on a conical structure of base radius a with the cone angle 60° : (a) and (b), and corresponding phase angle: (c).

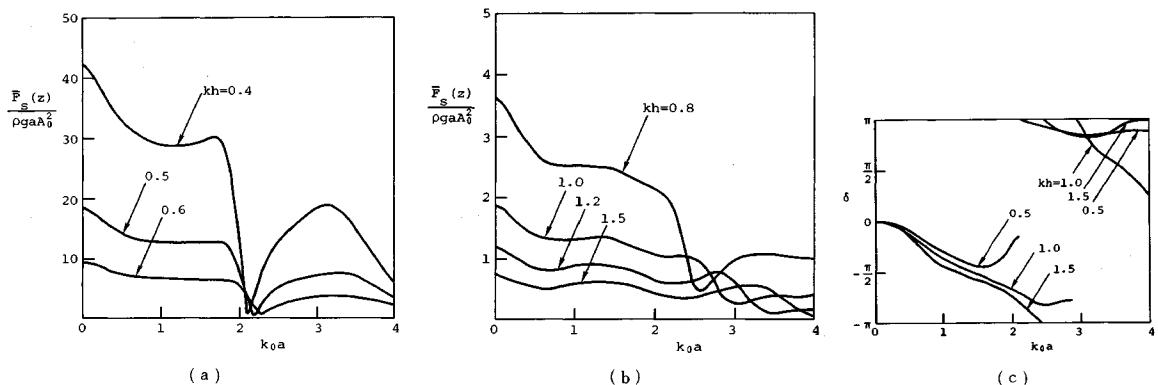


Fig. 8 Low-frequency wave force coefficients in the z -direction due to the set-down waves acting on a conical structure of base radius a with the cone angle 60° : (a) and (b), and corresponding phase angle: (c).

\bar{F}_1 の最大値の比を求めることした。Fig. 9 は円柱に対する計算結果で、包絡波が波数 k_0 の正弦波として与えられるときの最大値の比率を振幅水深比 A_0/h で割って無次元表示してある。ここに、1次のオーダーの波力値の算定には MacCamy and Fuchs による解析理論解を用いた。1次の波力係数に対する長周期変動波力係数の割合は、基本波と包絡波の波数比 kh/k_0 により変化するものの、平均的にみれば kh が小さくなるほど、また ka が大きくなるほど著しく大きくなることがわかる。同様な計算を包絡ソリトンを入射波と仮定した場合について行った結果を Fig. 10 に示す。波力値はパラメータ $A_0 a (\beta/\alpha)^{1/2}$ の値にも支配されるので計算には kA_0 を与えておく必要がある。この場合にも ka の増加に伴って長周期変動波力の割合が大きくなる傾向がみられる。

5. 結 語

波群中に置かれた海洋構造物に作用する長周期変動波力 \bar{F} の表示式を multiple-scale 摂動法に基づき誘導し、その算定方法を提案した。長周期変動波力は、構造物の代表長を a 、入射波の搬送波の波数を k として回折パラメーター ka と相対水深 kh の関数となる定常漂流力 \bar{F}_d に対応する成分と、包絡波形が規定されるときに求めることができる set-down 波に起因する波力項 \bar{F}_s に分けて取り扱われる。入射波の包絡波形 A を振幅 A_0 の包絡ソリトンとした場合、 \bar{F}_s は α, β をそれぞれ非線形 Schrödinger 方程式の分散係数および非線形係数として $A_0 a (\beta/\alpha)^{1/2}$ に比例し、したがって kh , ka および kA_0 の関数として示される。一方、 A を波数 k_0 の正弦波とした場合には、 \bar{F}_s は kh と包絡波形に関する回折パラメーター $k_0 a$ の関数として表わされる。

円柱に対して、線形解に基づく 1次のオーダーの水平

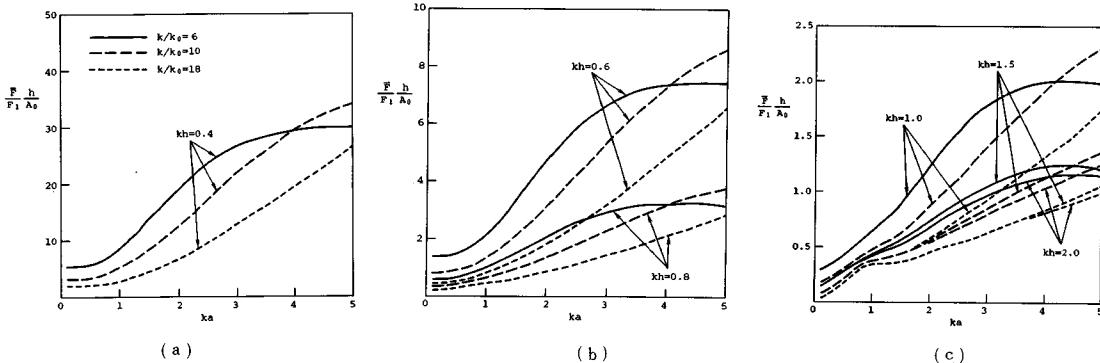


Fig. 9 Ratio of low-frequency to first-order wave force coefficients on a vertical circular cylinder of radius a for the sinusoidal incident envelope.

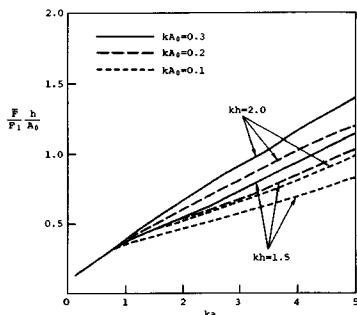


Fig. 10 Ratio of low-frequency to first-order wave force coefficients on a vertical circular cylinder of radius a for the soliton incident envelope.

方向の波力係数に対するこれら長周期変動波力の最大値の比率を求めたところ、実用上重要な ka の範囲では kh が小さくなるほどまた ka が大きくなるほどその比率は著しく大きくなることがわかった。このことから、相対水深が小さい領域で大型構造物を設置する場合には、浮体の運動に対してのみならず、着底式構造物の滑動、転倒を検討するうえでの設計外力としても、こうした長周期変動成分を考慮する必要があると考えられる。ただし、ここでは、狭帯域スペクトルのうねりを対象として、波群を構成する個々の波はほぼ同一の周期をもつものとして取り扱われており、実際の現地での適用にあたっては、こうした仮定も含めてさらに検討を加える必要があろう。

参考文献

- 1) Hunt, J. N. and Williams, A. N. : Nonlinear diffraction of Stokes water waves by a circular cylinder for arbitrary uniform depth, *J. de Mecanique theorique et appliquee*, Vol. 1, No. 3, pp. 429~449, 1982.
- 2) Rahman, M. : Wave diffraction by large offshore structures—An exact second-order theory, *Appl. Ocean Res.*, Vol. 6, No. 2, pp. 90~100, 1984.
- 3) 喜岡 渉・石田 昭：円柱に作用する第2次近似回折波波力、第31回海岸工学講演会論文集, pp. 620~624, 1984.
- 4) Pinkster, J. A. : Low frequency second order wave exciting forces on floating structures, *Netherlands Ship Model Basin Pub.* No. 650, 1980.
- 5) Newman, J. N. : Second order slowly varying forces on vessels in irregular waves, *Proc. Int. Symp. on Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves*, London, pp. 182~186, 1974.
- 6) Kioka, W. : Nonlinear diffraction loads upon three-dimensional bodies of arbitrary shape, *IUTAM Symp. on Non-linear Water Waves*, Tokyo, pp. 239~249, 1987.
- 7) Agnon, Y. and Mei, C. C. : Slow-drift motion of a two-dimensional block in beam seas, *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp. 279~294, 1985.
- 8) Zou, C. and Liu, P. L.-F. : Second-order low-frequency wave forces on a vertical circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, Vol. 175, pp. 143~155, 1987.
- 9) 喜岡 渉：柱状構造物に作用する非線型回折波波力、第34回海岸工学講演会論文集, pp. 576~580, 1987.
- 10) Mei, C. C. : *The applied dynamics of ocean surface waves*, Wiley-Interscience, 740 p., 1983.
- 11) Hashimoto, H. and Ono, H. : Nonlinear modulation of gravity waves, *J. Phys. Soc. Japan*, Vol. 33, No. 3, pp. 805~811, 1972.
- 12) 土屋義人・安田孝志・山下隆男・芝野真次：非線形波の変調と波群、第32回海岸工学講演会論文集, pp. 179~183, 1985.
- 13) 間瀬 肇・古室健史・岩垣雄一：単一波群の非線形伝播変形とうねりの波群構造、第32回海岸工学講演会論文集, pp. 189~193, 1985.

(1988.3.16・受付)