

干潟の潮汐による水位変動および水位計の波動による 水位変動の非線形応答解析

AN ANALYSIS ON THE VARIATION OF WATER LEVEL IN THE LAGOON
BY THE TIDE AND THAT IN THE MEASUREMENT TANK
FOR WATER LEVEL OF RIVER BY THE WAVE

荻原国宏*・上原忠保**

By Kunihiro OGIHARA and Tadayasu UEHARA

The water surface in the well for measuring the mean water level of the river is varied by the surface waves. And the same phenomenon is observed in the lagoon, namely its water surface is also varied by the tide. These two phenomena can be analyzed as the response by the periodical motion, and especially these are interest as nonlinear response phenomenon. This report shows the theoretical analysis and the correlations between the theoretical results and both the experimental data in the well and the observed data in the lagoon. The method for this theoretical analysis is useful for the nonlinear phenomenon which has the second order term of the velocity.

Keywords : non-linear response, variation of water surface lagoon

1. はじめに

蒲生干潟のように河口付近で細い水路または管路で河川と結合された干潟（以下表現を簡易にするために干潟と書く）の水位変動は潮汐の変動によってその動きが支配されており、約12時間の周期によって変動している。

その変動の潮汐に対する応答は水の出入りによる現象によって支配されているのはよくわかる事実である。同じような現象は河川の常時観測施設としての水位計の波による応答としての水位変動が考えられる。

いずれの現象も単純に考えると線形の振動の応答問題として解析できるが、モデル実験との比較ではこのような解析が必ずしも現象を説明できるものでないことが判明している。

そこで今回改めて干潟の潮汐に対する応答問題、および水位計の波に対する応答問題を、非線形の現象として扱い解析モデルを作り、理論解析およびこれに対する検証として模型実験の結果と現地における観測結果との相関について検討した。その結果非常によい相関が得られたので、ここに論文としてまとめた。

2. 基礎方程式

まず干潟の潮汐による水位変動および水位計の波による水位変動は基本的には管路または狭く部を通じての水の出入りが支配的な現象であり、双方とも同じ現象であると考えられる。そこで双方に共通な基礎方程式を導いて、その方程式の特性を理論的に検討する。

まずFig.1のような2つの水位計のモデルを考える。(b)のモデルは河川と管路で連結された干潟の潮汐による変動、および水位計の波による変動のモデルに相当するものである。抵抗力としては摩擦力と出入口の抵抗を考えている。

Fig.1の(a)のような水位計の場合には管全体が同じ断面で作られているので主として慣性力と摩擦による抵抗力によって支配されている。(a)は(b)の特殊の場合と考えられるので(b)について次のような方程式が導かれる。

$$\rho A L \frac{d^2 y}{dt^2} = w A_1 y_1 - w y A_1 - \frac{1}{2} \rho f S L \frac{dy}{dt} \left| \frac{dy}{dt} \right| \quad (1)$$

ここに、 ρ は水の密度、 w は水の単位重量を表わし、 f は摩擦による抵抗係数、 S は水位計の連結管の周長を表わしている。 L は連結管の長さを、 y_1 は河川側の水

* 正会員 工博 東洋大学教授 工学部土木工学科
(〒350 埼玉県川越市鷺井2100)

** 正会員 工修 東北学院大学助教授 工学部土木工学科

位変動を、 y は水位計内の水位変動を表わしている。また A, A_1 はそれぞれ水位計および連結管の断面積を表わしている。もし水位計と外部の接続する部分の断面積 A_1 が水位計の断面積 A に比べてかなり小さい場合には、この部分での抵抗が効いてくることになる。

また水位計の中の曲がりの部分の抵抗が効く場合にはこれも考慮する必要がある。これらの点を含めて抵抗の式を次の形式で表わすこととする。

$$F = wh_r A_1 \cdot \frac{\rho f_e}{2} \cdot \left(\frac{A}{A_1} \right)^2 \left(\frac{dy}{dt} \right) \left| \left(\frac{dy}{dt} \right) \right| A_1 \dots \dots \dots (2)$$

h_r は水の出入りによる損失を、 f_e は入口の損失係数を表わしている。曲がりの場合には f_e の代わりに曲がりの損失係数 f_b を使用すればよい。

この式を式 (1) の右辺第3項の後ろに加えて使えばよい。次にこの方程式の特性をいくつかの場合に分けて解を取りまとめておこう。

(1) 減衰項を無視できる場合

一般的にはこのような現象は減衰項を無視でき得ないが慣性項と抵抗の項との比較の問題で、慣性項が粘性抵抗に比べて大きく粘性抵抗の項が無視できる場合である。

したがってこのケースに相当するのは Fig.1 の (a) のような断面積に比べて周辺長の小さい等断面で作られた水位計のような場合である。

基礎方程式 (1) より次の式が導かれ外側の水位変動を外力項とし $y_1 = (H/2) \sin \omega t$ を考慮すると、式 (4) のような解が求められる。

$$\ddot{y} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 \left(\frac{H}{2} \right) \sin \omega t \dots \dots \dots (3)$$

$$\omega_n^2 = \frac{g A_1}{L A}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad T \text{ は周期}$$

$$y = \left(\frac{H}{2} \right) \left[\frac{1}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right] \sin \omega t \dots \dots \dots (4)$$

(2) 抵抗項が線形抵抗として近似できる場合

水位変動が比較的小さくて抵抗の項が速度に比例するような場合には式 (3) の左辺に粘性項を加えて式 (5) のような式にし、これに外力項を考慮して解くと式 (6) のような解が得られる。

$$\ddot{y} + 2\gamma \dot{y} + \omega_n^2 y = \omega_n^2 \left(\frac{H}{2} \right) \sin \omega t \dots \dots \dots (5)$$

$$2\gamma = \frac{f S_a}{2\pi A}$$

ここに、 a は y の振幅である。

$$y = a \sin(\omega t + \phi)$$

$$a^2 = \left(\frac{H}{2} \right)^2 \frac{1}{[(\xi^2 - 1)^2 + 4h^2\xi^2]}$$

$$\tan \phi = \frac{2h\xi}{(\xi^2 - 1)}, \quad h = \frac{\gamma}{\omega_n}, \quad \xi = \frac{\omega}{\omega_n} \dots \dots \dots (6)$$

これは振動の線形応答の解そのものである。

(3) 抵抗項が非線形の場合

水位の変動が大きくなると抵抗が速度の2乗に比例した形で扱う必要がでてくる。この場合に非線形の2乗項であるうえにしかも絶対値記号のついた式の厳密解を導くことになり解くことは難しい。そこで著者らはこの項に対してフーリエ展開式を使い、たとえば \sin 関数の場合には次のような近似式を適用して解を導くことにした。

$$\begin{aligned} \sin \theta |\sin \theta| &= \frac{8}{\pi} \left\{ \frac{1}{3} \sin \theta - \frac{1}{15} \sin 3\theta \right. \\ &\quad - \frac{1}{105} \sin 5\theta - \frac{1}{(4n^2-1)(2n+3)} \\ &\quad \left. \cdot \sin(2n+1)\theta + \dots \right\} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

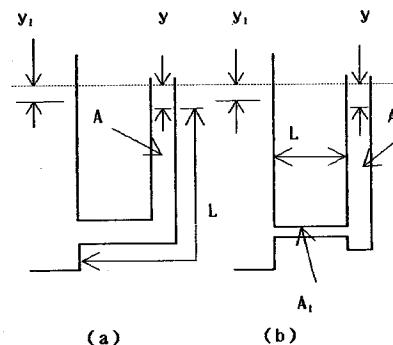


Fig.1 Well for measuring the water level.

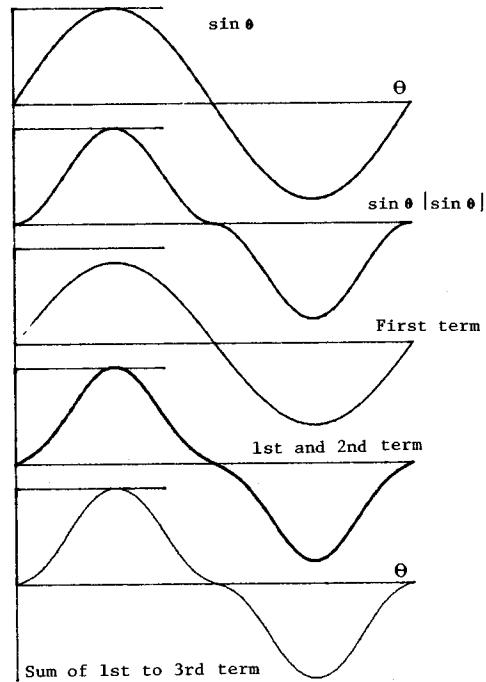


Fig.2 Variations of nonlinear term.

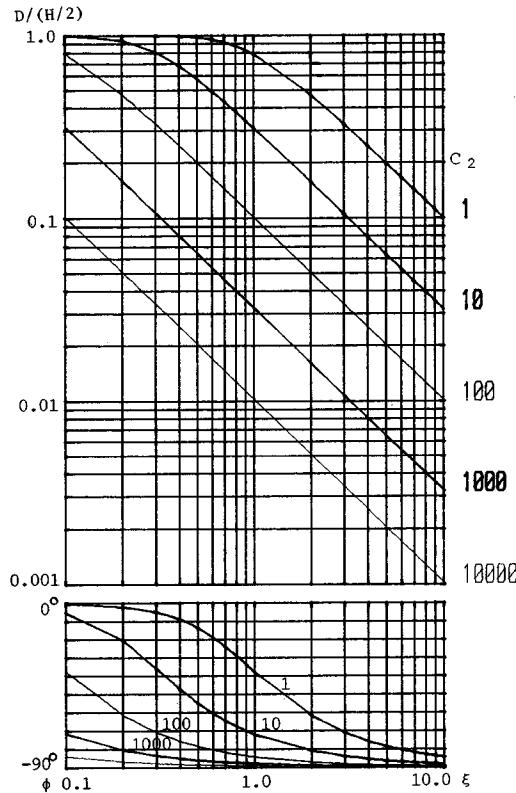


Fig. 4 Non-linear response curve (2).

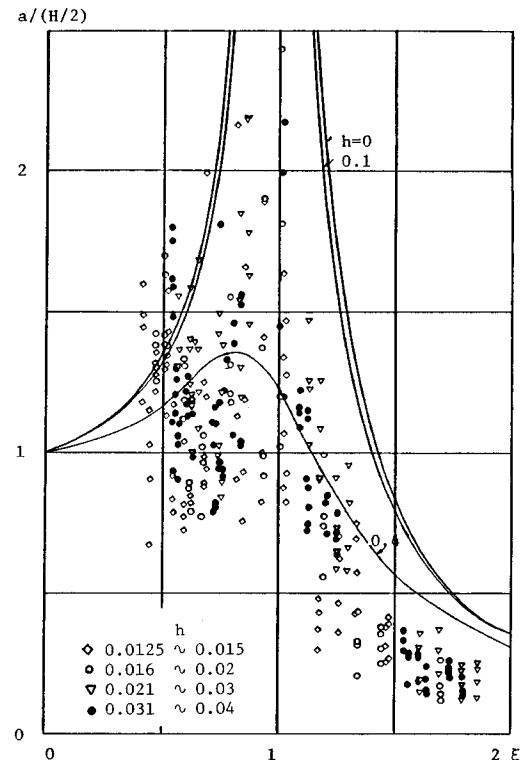


Fig. 5 Relations between experimental data and linear response curve.

3. 水位計の実験値および干潟の観測値への適用結果

前節の解析結果を水位計の波に対する応答の実験結果および干潟の潮汐に対する応答の現地観測結果に適用してみる。前者については(1)の線形抵抗の解、(2)非線形抵抗の解、(3)非線形抵抗を考慮するが慣性項を無視した解のそれについて、後者については(3)の解について適用してみた。

(1) 線形抵抗の解への適用結果

これについてはすでに検討しているので結果²⁾のみまとめておこう。慣性項の無視できない場合が Fig. 5 であり無視できる場合が Fig. 6 である。

Fig. 5 に示してある実験データは線形応答として求めた減衰比の同じ程度のケースごとに印を変えてあり、ひし形は減衰比が $h=0.0125 \sim 0.015$ 、白抜きの丸は $h=0.016 \sim 0.02$ 、三角は $h=0.021 \sim 0.03$ 、黒丸は $h=0.031 \sim 0.04$ の場合を示している。

結果についてみると一見よい相関を示しているように見えるが次の点で一致していない。

- a) 理論曲線の減衰比 h は 0, 0.1, 0.4 を与えているが実験値の値は $0.0125 \sim 0.04$ である。実験値と理

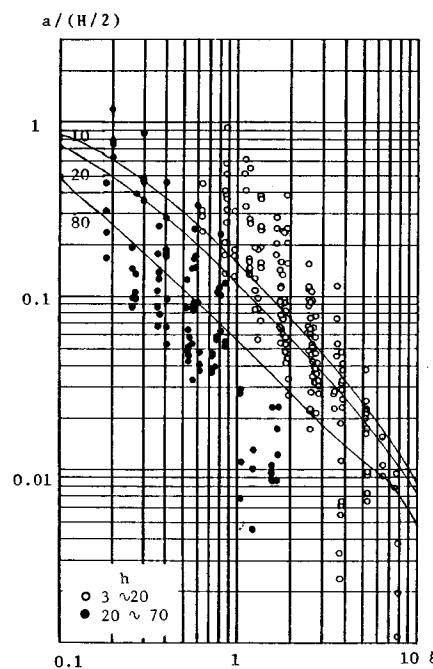


Fig. 6 Relations between experimental data and linear response curve.

論値とよい相関を示しているものと思われる曲線 $h = 0.4$ とは減衰比の値で 10 倍もの違いがある。

b) $\xi = 1 \sim 2$ の間では $h = 0.4$ の曲線ともかなり離れてきている。

Fig. 6についてみると理論曲線は $h = 10, 20, 80$ の場合を示しており、実験値は白い点が $h = 3 \sim 20$ を黒い点が $h = 20 \sim 70$ の場合を示している。この場合も次の点でよい相関を示しているとはいえない。

a) 白い点も黒い点も理論曲線を横切る形で分布して

$D/(H/2)$

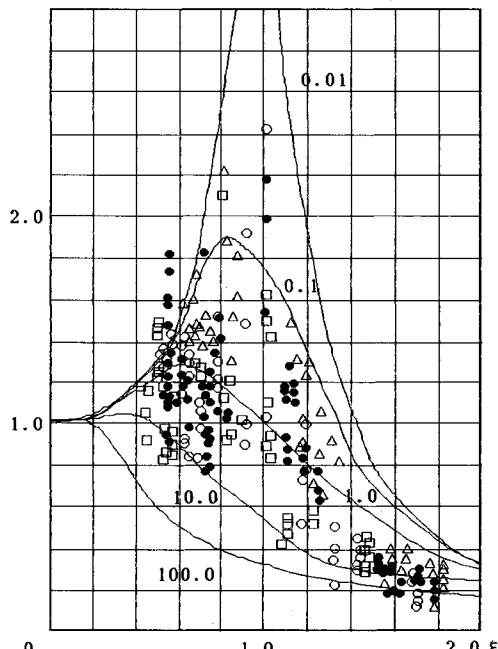


Fig. 7 Relations between nonlinear response (1).

$D/(H/2)$

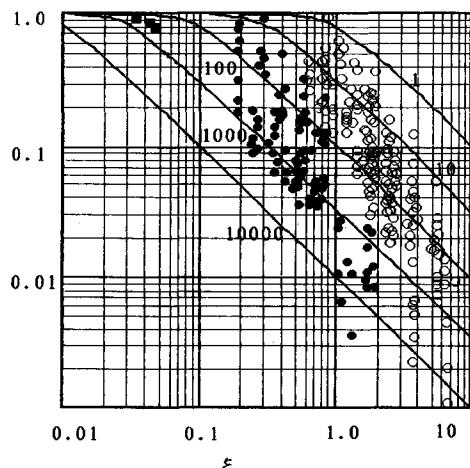


Fig. 8 Relations between nonlinear response (2).

おり、ごく一部のみ理論曲線と一致している程度である。

このようなことからこの現象を線形の抵抗を考慮した線形応答として扱えないことがわかった。

(2) 非線形抵抗を考慮した解への適用結果

慣性項を無視できない場合の解 Fig. 5 の結果を非線形解 Fig. 3 に適用した結果が Fig. 7 である。図中の記号は減衰比の似たもの同士を集めただけであるが、その値が 0.0125～0.04 の範囲にあり特に区別するほどの傾向は示していない。

実験値のパラメーターの値 C_2 を式 (16) で求めると $C_2 = 0.016 \sim 2.53$ の値となり、実験値のプロットが理論曲線の 0.01～10 の間にあっており、さきの Fig. 4 の場合に比べて非常によい相関を示していることがわかる。

(3) 非線形抵抗を考慮し慣性項を無視した場合

先の慣性項を無視できる場合の Fig. 6 に相当する場合について理論解析の結果の Fig. 4 に適用してみた。まず水位計の場合について結果をまとめると Fig. 8 の白点と黒点である。

白点と黒点の相違は Fig. 1(b) でパイプの長さ L が長い場合と短い場合に相当している。そこでこの実験の場合のパラメーター C_1 の値を求めてみる。

断面積比 $A/A_1 = 16 \sim 144$

パイプ長 $L = 0.2 \sim 10$ cm

入口の損失係数 $f_e = 0.5 \sim 0.8$

波高 $H = 5 \sim 40$ cm

これらの値よりパラメーター C_1 を式 (20) で求めると $C_1 = 1.69 \sim 4884$ となる。この値はまさに理論曲線での値 1～10 000 の間にあり、この場合も理論解と非常によい相関を示していることがわかった。

(4) 干潟の潮汐による水位応答

干潟の観測値は 1977.8.8～8.9 にかけて蒲生干潟で著者の一人が観測し集めたデータを使う。蒲生干潟の概略は Fig. 9 に示すようになっており七北川との間に導流堤が設置されヒューム管によって連結されている。

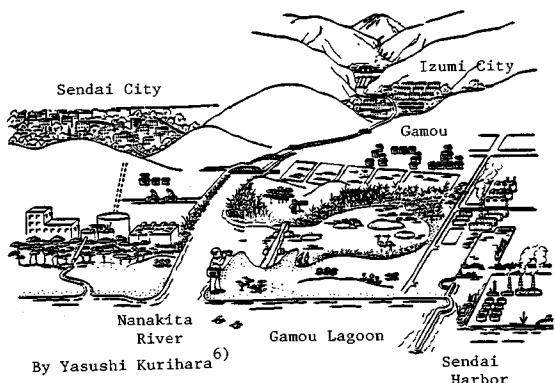


Fig. 9 Sight scene of Gamou Lagoon.

これはちょうど慣性項の無視できる水位計の応答現象と全く同じと考えられる。蒲生干潟の平面図および断面図は Fig. 10 のごとくなつておる、またこの観測期間中の干潟内外の水位変化は Fig. 11 のごとくなつてゐる。

Fig. 11 の水位の変動をみると 200 m 付近の狭さく部より奥では、干潟内の水位が水平になって変動しているのがわかる。したがつてこの現象は水位計と同じ現象であると考えることができる。この図をみると明らかに導流堤の部分で水位の不連続が観測され、この部分で水位変動の現象が支配されていることがわかる。

そこでこの観測結果に先の理論解析を適用してみる。

水位変動は観測値より

河川部 0.63, 0.73, 0.76 m

干潟内 0.59, 0.53, 0.66 m

となつてゐる。水位変動の値は並びの順にカップルとなつてゐる。

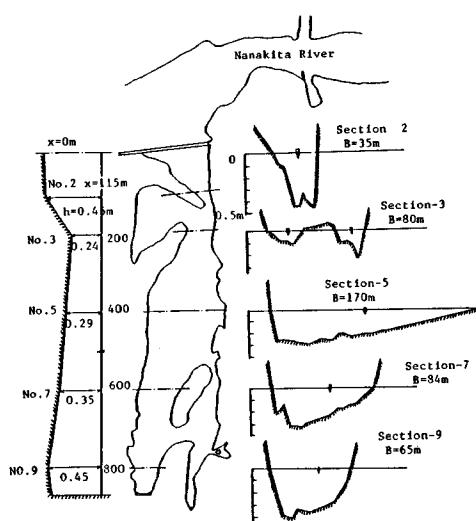


Fig. 10 Plan and section of Gamou Lagoon.

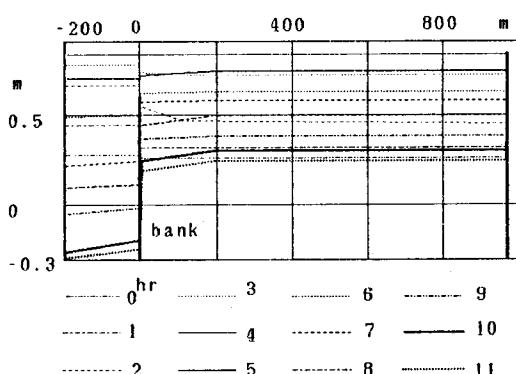


Fig. 11 Variation of water surface by tide.

これより応答振幅の値を求めるごとくなる。

$$a/(H/2) = 0.936, 0.726, 0.868$$

また干潟の平面積を Fig. 11 の観測値を使い台形公式で求め、ヒューム管の長さ断面積等を次のように求めた。

$$\text{干潟の平面積 } A = 73440 \text{ m}^2$$

$$\text{ヒューム管の断面積の和 } A_1 = 1.57 \text{ m}^2$$

$$\text{ヒューム管の長さ } L = 10 \text{ m}$$

潮汐の周期を 12 時間とし、角周波数および系の固有角周波数を求める

$$\omega = 2\pi/T = 1.454 \times 10^{-4} \text{ (1/s)}$$

$$\omega_n = \sqrt{gA_1/L} = 4.58 \times 10^{-3} \text{ (1/s)}$$

となる。

したがつて ξ およびパラメーター C_1 の値は次のようになる。

$$\xi = \omega/\omega_n = 0.0317$$

$$C_1 = 356, 415, 465$$

パラメーター C_1 の 3 つの値は水位変動の 3 ケースに対応しているものである。ただし $f_e = 0.5$ として求めている。

この結果を理論解析の結果に当てはめたのが Fig. 8 の図中の四角の黒点である。観測値は理論曲線のパラメーター C_1 の値が 100~1 000 の間にプロットされており、非常によい相関を示している。

4. おわりに

非線形の抵抗項をもつ基礎方程式を解くことにより、線形解の適用が難しかつた水位計の波に対する応答、干潟の潮汐による応答が非常によく説明できることができた。解析の特徴とするところは非線形項をフーリエ展開した近似項で置き換えて解を求めたところであり、この手法は速度の 2 乗の非線形項をもつ方程式の解法として有効な方法である。

参考文献

- 1) 林 栄港・渡辺泰次郎・荻原国宏：河川水位計の応答消波に関する実験、土木学会年次学術講演会、1971。
- 2) 本間 仁・荻原国宏：河川水位計の波に対する応答について、土木学会年次学術講演会、1972。
- 3) Ogiwara, K. : Theoretical Analysis on the Transverse motion of a buoy by surface wave, Applied Ocean Research, Vol. 2, No. 2, 1980.
- 4) 岩崎敏夫・上原忠保：小河川感潮区域における侵入塩分の挙動に関する研究、土木学会第 27 回水理講演会論文集、1983.2.8.
- 5) 上原忠保：蒲生干潟における塩分の侵入と交換に関する研究、土木学会第 27 回水理講演会論文集、1984.2.8.
- 6) 栗原 康：干潟は生きている、岩波書店、1980.

(1988.1.7・受付)