

掃流砂の停止機構に関する研究

REST MECHANISM OF THE TRANSPORTED PARTICLES AS BED-LOAD

関根正人*・吉川秀夫**

By Masato SEKINE and Hideo KIKKAWA

Each of the particles transported as bed-load will rest on the bed after a certain passage, mostly due to being held up with the unevenness of bed surface particles and rarely to die-out of reflection energy during the impingement of the particle on the bed. In order to investigate the mechanism of this process, the uneven arrangement of bed particles are simulated stochastically, based on the observation by a video analysis, and a simulation model of bed-load movement is constructed. The validity of this model is verified by experimental data, and as a result, the characteristics of this process, that is Step-length and Moving-period, are clarified and the equation for estimation of these values can be developed as a function of dimensionless tractive force u^*/w_0 . It is confirmed that the estimated values by these expressions agree well with the experimental values obtained by several researchers.

Keywords : bed-load, step-length, rest mechanism of moving particle

1. 目 的

著者らは、掃流砂の運動を、離脱・流送・停止の3つの素過程に分け、そのおのおのの運動特性を確率論的に説明しようとする研究を進めてきた。本研究では、これまで明らかにしてきた離脱・流送過程についての成果^{1)~3)}を踏まえ、停止過程についても確率論的に扱うことにする。そして、その結果として、この過程を特徴付けるパラメーターである Step-length, Moving-period の平均的な特性や確率分布について明らかにする。

解析にあたっては、現象をより広範囲にわたって検討するため、掃流砂の運動に関する数値シミュレーションを行う。本シミュレーション・モデルは、移動中の粒子についての運動方程式と、移動粒子と河床粒子との衝突モデルとからなるものであり、流送砂の流送過程の解析¹⁾の際にも同様の計算を行っている。ただし、その場合には、河床を構成する粒子が規則的に平坦かつ密に並んでいるとしたため、一度移動を開始した粒子はほとんど停止することなく流送されてしまい、結果的に停止過

程に関する知見を得ることはできなかった。そこで、本論では、新たに、河床面上に露出している河床表層の粒子の高さを確率論的な手法を使ってモデル化し、これにより生成されるランダム河床上での数値模擬を行う。

2. 現象のモデル化

(1) モデルの概要

本研究で行う数値模擬は、河床粒子の配列の仕方に関する新たなモデルを加えたことを除けば、前報^[1]で説明したものとほぼ同様である。すなわち、これは、掃流砂の successive saltation 運動を、その運動方程式を差分化して解くことにより解析しようというもので、その解法の際に必要な個々の saltation の初期条件については、移動粒子と河床粒子との衝突事象の結果として与えられる。

運動方程式としては、前報と同様に、式(1)を用いることにし、これを差分化した後、Runge-Kutta法を使って解くことにした。

$$\left. \begin{array}{l} m_1 \cdot (d^2x/dt^2) = -D_x \\ m_1 \cdot (d^2y/dt^2) = -D_y \\ m_1 \cdot (d^2z/dt^2) = -D_z - m_2 \cdot a \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに、 $m_1 = (\pi \cdot d^3/6) \cdot \rho(\sigma_s + C_m)$, $m_2 = (\pi \cdot d^3/6) \cdot \rho(\sigma_s - 1)$, (d :粒径, ρ :水の密度, σ_s :粒子の比重,

* 正会員 工博 早稲田大学助手 理工学部土木工学科
(〒160 新宿区大久保 3-4-1)

** 正会員 工博 早稲田大学教授 理工学部土木工学科
(同上)

C_s : 仮想質量係数). また、式中の D_x, D_y, D_z は、式(2)で定義される抗力ベクトルの各方向成分であり、これは、相対速度ベクトル \vec{V}_r の大きさに応じて決まる抗力係数 $C_b(t)$ との関係で、次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \vec{D} &= (D_x, D_y, D_z) = \rho / 2 \cdot C_b(t) (\pi d^2 / 4) |\vec{V}_r| \cdot \vec{V}_r \quad (2) \\ \vec{V}_r &= (dx/dt - U(z(t)), dy/dt, dz/dt) \\ C_b(t) &= 24/R_{ep}(t) + 3/\sqrt{R_{ep}(t)} + 0.34 \\ R_{ep}(t) &= |\vec{V}_r| \cdot d / \nu \end{aligned} \quad \cdots \cdots (3)$$

また、式(3)中の流体の時間平均流速 $U(z(t))$ については、対数分布則を適用することにより与えることにしており。なお、本論でも、土砂の運動に及ぼす流体の乱れの影響が顕著でない領域を研究の対象としているため、式中に乱れの影響を表わす項を入れることはしていない（ただし、乱れの効果を取り込むことにより、掃流砂から浮流砂への遷移についてや、両者が混在する場合の全流砂の特性についての解析も可能となるが、これについては別途研究を進めており、続報として報告する予定である）。

(2) 河床粒子の配列に関するモデル

河床粒子の配列に関するモデル化に先立って行った実験結果のビデオ解析によれば、河床面上に露出している粒子の高さは、粒径スケールではあるが、流下方向および横断方向にランダムに変化していることがわかった。そこで、その分布の仕方を調べたところ、図-1のような結果が得られた。これは、河床面上に露出している粒子の中心の高さの存在確率密度分布の一例である。この図より、露出している河床粒子の中心の位置 z_{bc} が、平均河床のまわりに分散 $\sigma_z = d/3$ (d : 粒径) の正規分布をすることが明らかになった。このことは、平坦河床といえども、確率として、平均河床のまわりに最大一粒径程度の凹凸まで河床表面に生起している可能性があるということを表わしており、妥当な結論といえる。また、流下方向あるいは横断方向への配列の仕方について、スペクトル解析を行ったところ、特に強い相關性は認められなかった。なお、著者らの実験の範囲内では、無次元掃流力の大きさによらず、上記の結果がほぼ満足されることを確かめている。しかし、掃流力がさらに大きくなつた場合には、河床波が形成されることになり、上記のことが成り立たなくなるが、その場合には本論で述べるモ

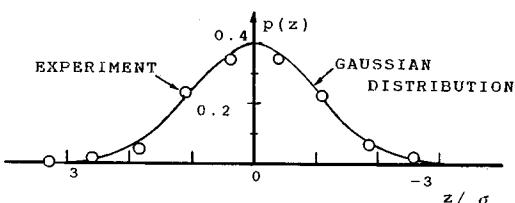


図-1 河床表層の粒子中心の高さの存在確率密度分布

デルの修正が必要となると考える。

以上の知見に基づき、本モデルでは、任意点での河床粒子の位置 z_{bc} を、正規乱数を用いてランダムに与えることにした。また、計算では、実際の現象に少しでも近づけるため、粒子の運動を三次元的に追跡するために、条件として与えるべき河床粒子の配列の仕方についても三次元的な広がりをもち、流下方向および横断方向にランダムに変化するものとした。ただし、隣接する粒子間の相対的な位置関係については、そのなす角が安息角を越えることがないように配慮している。

図-2には、このようにして得られたモデル河床の一例を示している。この図より、生成された粒子オーダーの凹凸のうち、まれに、隣接粒子より半粒径あるいはそれ以上深い「窪み」（図中の矢印参照）が生じていることがわかる。このことは、実験時のビデオ解析の結果とも一致する。また、その際の観察結果から、移動粒子が停止に至るのは、その粒子が、衝突時あるいは衝突後にこの「窪み」の部分に入り込み、この凹の部分を構成する隣接した二粒子と交互に衝突を繰り返すことにより、その全エネルギーを損失した場合である、と考えられることから、本計算では、移動粒子が、この「窪み」の部分にトラップされ、上下流いずれの方向にも流送されない状態に至ったとき、その粒子は停止したと判断することにしている。ただし、このような停止パターンとは別に、衝突時の運動量交換の結果として、河床粒子が運動を開始し、移動粒子自体は停止してしまうこともまれには生じることがわかっているが、本計算ではこのことをモデルに取り入れることはしていない。図-3には、参考までに、計算によって得られた粒子の軌跡の一例を示しており、図の矢印の位置で停止している（図中の梢円

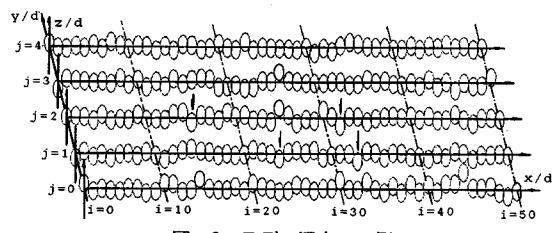


図-2 モデル河床の一例

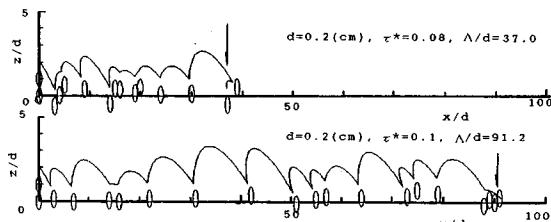


図-3 計算による移動粒子の軌跡の一例

は、移動粒子と接触した河床粒子のみを、また、曲線は移動粒子の中心の軌跡をそれぞれ示したものである。なお、同図は、 x および z 方向の縮尺の比を約 1:3.5 にとって描いたものである。

計算にあたっては、境界条件として、移動粒子が到達する可能性のある領域における河床粒子の位置を、上記の方法により、あらかじめ与えておくことにし、すべての z_{bc} の値を既知量として、1 つの粒子の離脱開始から停止までの一連の運動を追跡する。計算では、粒子の個々の軌跡を約 200 回追跡することにし、それにより得られる約 200 ケース分のデータを母集団として統計処理し、移動粒子の停止事象についての確率変数の平均値およびその分布についての特性を調べている。ただし、河床粒子の配列のパターンを、各ケースごとに無作為に変えて計算している。なお、計算回数については、100 回前後で各特性量の平均値が一定の値に達することがわかり、平均量に関する限り、この程度の回数で十分であると考えられる。

(3) 移動粒子の河床粒子との接触判定

移動している粒子が、このように不規則に配列された河床粒子に接触したか否かについては、各瞬間ごとに次の条件を満足しているか否かによって判断することができる。すなわち、 \vec{L} を河床粒子の中心位置からみた移動粒子の中心位置の位置ベクトル、 d を粒径とすれば、

$$|\vec{L}| \leq d$$

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} X_{bc}(i, j) \\ Y_{bc}(i, j) \\ Z_{bc}(i, j) \end{pmatrix} \quad (4)$$

ここに、 $|x(t), y(t), z(t)|$ および $|X_{bc}(i, j), Y_{bc}(i, j), Z_{bc}(i, j)|$ は、任意の時刻 t における移動粒子の中心の座標、および河床粒子の座標をそれぞれ表わしている。また、 i および j は、 x および y 方向へ付けた河床粒子番号であり、関数 $\text{INT}(x)$ を x を越えない最大の整数を表わすものと定義すれば、次式で表わされる。

$$\begin{cases} i = \text{INT}(x(t)/d + 0.5) \\ j = \text{INT}(y(t)/d + 0.5) \end{cases} \quad (5)$$

また、移動粒子の真下にある粒子の番号を i_0 および j_0 で表わすことになると、各瞬間に、 $(i, j) = (i_0, j_0)$, $(i_0 + 1, j_0)$, $(i_0, j_0 - 1)$, $(i_0, j_0 + 1)$ に対応する 4 つの粒子に対して、式 (4) による判定を行う必要がある。すなわち、移動粒子は、その真下に存在する河床粒子と、これに隣接する粒子に対して、各瞬間ごとに、両者の位置関係をチェックしながら跳躍を繰り返すことになる。したがって、これら 4 つの河床粒子のいずれについても、式 (4) が満足されなかった場合に限り、粒子は河床と接触することなく、saltation 運動を継続する。

(4) 衝突位置の決定

式 (4) を満足する（すなわち、衝突された）河床粒子 (i, j) に対して、その表面上のどの位置に衝突するかについては、次のように考える。いま、衝突点を (x_0, y_0, z_0) とすると、

$$\begin{cases} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{cases} = \begin{cases} d \cdot \cos \phi \cdot \cos \psi \\ d \cdot \cos \phi \cdot \sin \psi \\ d \cdot \sin \phi \end{cases} + \begin{cases} X_{bc}(i, j) \\ Y_{bc}(i, j) \\ Z_{bc}(i, j) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \phi &= \arctan(l_z / |\vec{L}|) \\ \psi &= \arcsin(l_y / l_x) \end{aligned} \quad (7)$$

ここに、 ϕ および ψ の取り方については図-4 に示すとおりである。

(5) 衝突直後の初速度ベクトルの決定

移動粒子と河床粒子との衝突の直後における移動粒子の初速度は、次のような座標変換を行うことにより、簡単かつ合理的に決定することができる。

まず、 X_p - Y_p - Z_p 座標系（これは元の x - y - z 座標系と同一）でみた衝突点 P_1 およびその直前 (dt 時間前) の点 P_0 の座標 (X_{P1}, Y_{P1}, Z_{P1}) および (X_{P0}, Y_{P0}, Z_{P0}) は、最終落下速度ベクトル $\vec{V}_{ep} = (U_e, V_e, W_e)$ を用いて、次式のように表わされる。

$$\begin{cases} X_{P0} \\ Y_{P0} \\ Z_{P0} \end{cases} = \begin{cases} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{cases} - dt \times \begin{cases} U_e \\ V_e \\ W_e \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} X_{P1} \\ Y_{P1} \\ Z_{P1} \end{cases} = \begin{cases} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{cases}$$

次に、衝突された河床粒子の中心を原点に取った X_q - Y_q - Z_q 座標系でみた上記の二点 P_0 , P_1 の座標を $Q_0(X_{q0}, Y_{q0}, Z_{q0})$, $Q_1(X_{q1}, Y_{q1}, Z_{q1})$ とし、この座標系での衝突点 Q_1 を球の天頂 $S_1(0, 0, d)$ に移す座標変換を施すと、変換後の X_s - Y_s - Z_s 座標系でみた衝突直前・直後の点の座標 $S_0(X_{s0}, Y_{s0}, Z_{s0})$, $S_2(X_{s2}, Y_{s2}, Z_{s2})$ は、マトリックス $[M]$ を用いて、

$$\begin{cases} X_{s0} \\ Y_{s0} \\ Z_{s0} \end{cases} = [M] \begin{cases} X_{q0} \\ Y_{q0} \\ Z_{q0} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} X_{s2} \\ Y_{s2} \\ Z_{s2} \end{cases} = e \begin{cases} X_{s1} - X_{s0} \\ Y_{s1} - Y_{s0} \\ Z_{s1} - Z_{s0} \end{cases} + \begin{cases} X_{s1} \\ Y_{s1} \\ Z_{s1} \end{cases}$$

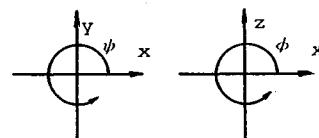


図-4 ϕ と ψ の取り方

で求められる。ここに、 e は反発係数である^{註1)}。この式は、 $X_s - Y_s - Z_s$ 座標系でみた衝突前後の速度ベクトル $\vec{V}_{es}, \vec{V}'_{es}$ の間に、

が成り立つことから求めたものである。

さらに、上記の逆変換を施すと、元の X_P - Y_P - Z_P 座標系でみた衝突直後の点 P_2 の座標 (X_{P2} , Y_{P2} , Z_{P2}) が次のように求められる。

$$\begin{Bmatrix} X_{P_2} \\ Y_{P_2} \\ Z_{P_2} \end{Bmatrix} = [M]^{-1} \begin{Bmatrix} X_{S_2} \\ Y_{S_2} \\ Z_{S_2} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} X_{bc}(i, j) \\ Y_{bc}(i, j) \\ Z_{bc}(i, j) \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (11)$$

したがって、次の saltation の初期条件を与えるべき衝突直後の初速度ベクトル $\vec{V}_0 = (U_0, V_0, W_0)$ は、次式により求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} U_0 \\ V_0 \\ W_0 \end{Bmatrix} = (1/dt) \times \begin{Bmatrix} X_{P2} - X_{P1} \\ Y_{P2} - Y_{P1} \\ Z_{P2} - Z_{P1} \end{Bmatrix} \dots \dots \dots \quad (12)$$

なお、式(8), (9)中のマトリックス $[M]$, $[M]^{-1}$ について、次のように定義される。

$$[M] = \begin{bmatrix} \sin \phi \cdot \cos \psi & \sin \phi \cdot \sin \psi & -\cos \phi \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ \cos \phi \cdot \cos \psi & \cos \phi \cdot \sin \psi & \sin \phi \end{bmatrix} \dots \quad (13)$$

$$[M]^{-1} = \begin{bmatrix} \sin \phi \cdot \cos \psi & -\sin \psi & \cos \phi \cdot \cos \psi \\ \sin \phi \cdot \sin \psi & \cos \psi & \cos \phi \cdot \sin \psi \\ -\cos \phi & 0 & \sin \phi \end{bmatrix} \dots \dots \dots \quad (14)$$

3. 停止過程の諸特性

(1) モデルの妥当性の検証

本論では、停止過程を特徴付けるパラメーターとして、Step-length および Moving-period について検討するが、それに先だって、まず、シミュレーションの妥当性の検証を行う。図-5, 6 では、粒子の鉛直方向への存在確率密度分布 $f(Z)$ および移動速度分布 $u_s(Z)$ についての比較を行っている。図中のプロットは粒径 5 mm のガラス・ビーズを用いた著者らの実測結果¹⁾であり、また、実線は実験条件と同一の条件で計算することにより得られた結果を示している。ただし、実測の際には、 Z の原点を河床粒子の存在し得る上限の高さに設定しているため、これとの比較のため、図中の計算結果も、高さの補正を行ったものを示している。この図-5, 6 より、計算

注1) 土屋・青山⁴⁾によれば、反発係数 e が、移動床では掃流力によらず 0.5 前後の値となり、固定床では 0.8 程度まで及ぶと報告されている。ここでは、これらを考慮し、しかも本モデルにより現象を最もよく説明する値として、 $e=0.65$ という値を用いている。なお、前報では、 $e=0.7$ としていることを付記する。

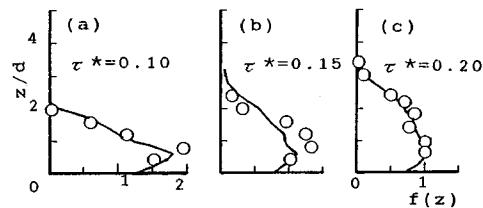


図-5 粒子の鉛直方向への存在確率密度分布 $f(z)$ の比較

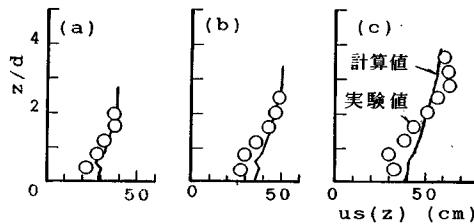


図-6 粒子の移動速度分布 $u_s(Z)$ の比較

値は実測値を、よく説明していることがわかる。また、図-7では、無次元掃流力 ($\tau^* = u^{**}/sgd$; s : 粒子の比重, g : 重力加速度) の変化に伴う粒子の平均跳躍高さ h_s について調べており、これについても両者は比較的よく一致していることがわかる（図中の曲線が計算値）。

以上により、本モデルは、掃流砂の運動を忠実に再現していると判断され、以下、本モデルを用いて掃流砂現象の諸特性を明らかにする。

(2) Step-length の評価

“Step-length Λ ”は、河床を離脱した粒子が再び河床に停止するまでに流下する距離として定義される。これについては、これまで、中川・辻本⁵⁾、矢野・土屋・道上⁶⁾、および、篠原・椿⁷⁾による実験的研究がなされているが、粒子をラグランジ的に追跡することが容易でなく、かつ、停止の判断が難しいことなどから、得られたデータにはばらつきが大きく、値の変化傾向がわかるのみで、その実態が十分把握できていないというのが実

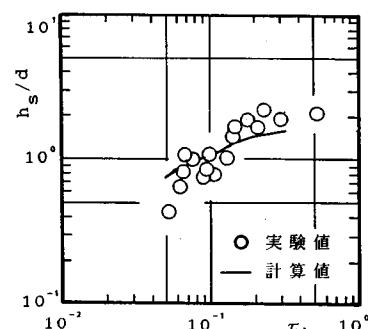


図-7 粒子の平均跳躍高さ h_m の比較

状である。一方、理論的あるいは半理論的な研究については、中川・辻本によりなされたものがあり、これは、矢野らの実測結果とも一致するものであるが、step-length が $\tau^*=0.07$ 前後で最小値をとる分布となることが示されている。しかし、著者らの実験時の観察によれば、限界掃流力 ($\tau^*=0.045$) 付近では、河床を離脱した粒子は、周期的に粒径の数倍から数十倍程度の距離を移動するにすぎず、 $\tau^*=0.07$ 付近での粒子の移動と比較して際立って緩やかな運動であることから、 $\tau^*=0.045$ の方が Λ が大きくなるとは考えられない。そこで、本論では、このような点を考慮して、現象を合理的にモデル化した数値計算を行い、その結果から、帰納的に step-length 等のパラメーターの特性を知り、その推定方法を導き出そうとするものである。

本論では、河床構成材料として、直径 d が 0.1~1.0 (cm) の範囲の均一粒径の砂を対象とし、無次元掃流力 τ^* を 0.05~0.25 程度の範囲で変化させて計算している（上記の無次元掃流力の範囲は、これまで報告されている flat-bed 上での移動床実験^{1), 4)-7)} が行われている範囲とほぼ一致する）。計算では、河床に静止していた 1 つの粒子が河床から離脱した直後を、時間の原点として取ることにし、その後の粒子の運動軌跡を追跡するものである。図-8 には計算により得られた平均 Step-length Λ (1 つの条件に対して 100~200 回の試行計算により求まった Step-length の平均値) の、掃流力に伴う変化の仕方を示している。ここに、図の縦軸には無次元 Step-length $\lambda (= \Lambda/d)$ を、横軸には摩擦速度と粒子の静水中での最終沈降速度との比 u^*/w_0 をそれぞれ取っている。この図より、 λ を u^*/w_0 との関係で整理すると粒径が異なる場合にも相似性が保たれ、その関係が、式 (15) で表わされる図中の実線によって説明され

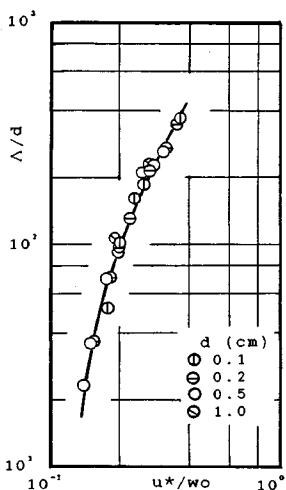
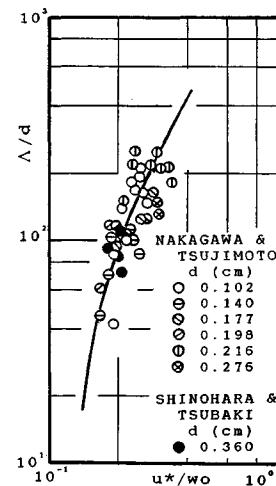
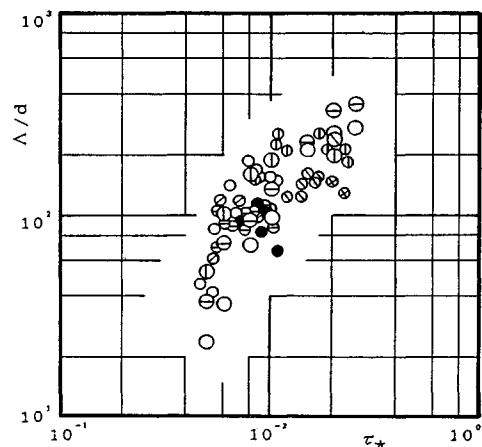


図-8 Step-length の計算結果

ることがわかる。なお、通常の τ^* による整理の仕方をしたのが図-10 (図中のプロットの記号は、図-8, 9 と同一であり、計算値を大きなプロットで、実測値を小さなプロットで表わしている) であり、この図より、特に計算結果に着目すれば、プロットが粒径によって明確にばらついていることがわかる。そこで、ここでは、 u^*/w_0 による整理の仕方の方が適切であると判断した^{注2)}。また、このような整理の仕方は、浮流砂が共存するような流れまで拡張していく際に、特に有効となると考える。

図-9 Λ の実測値と計算値との比較 (1)図-10 Λ/d と τ^* との関係

注 2) τ^* と u^*/w_0 とは、ともに無次元掃流力を表わすパラメーターであり、両者の間には次式の関係がある。

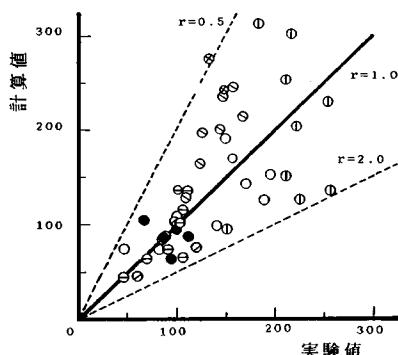
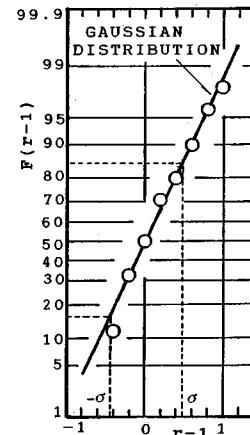
$$\tau^* = (4/3) \cdot C_D \times (u^*/w_0)^2$$

したがって、粒子レイノルズ数 R_{ed} によって抗力係数 C_D が変化する $R_{ed} < 10^3$ の範囲では、 τ^* と u^*/w_0 とは比例関係ではない。

$\lambda = \Lambda/d = \alpha_1 \cdot (u^*/w_0)^{3/2} \cdot [1 - k_c/(u^*/w_0)] \dots \dots \dots (15)$

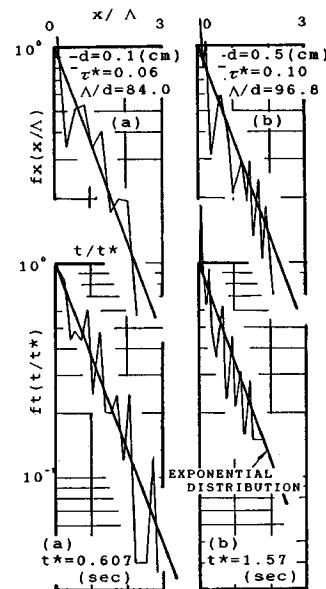
ここに、 α_1 および k_c は定数であり、 $\alpha_1 = 2500$ 、 $k_c = 0.12$ で与えられる。なお、 k_c については、各粒径の粒子に対する限界掃流力に相当する値を表わすと考えられる。そこで、 u^*/w_0 (u_c^* は限界掃流力に対する摩擦速度を表す) の値をシールズ関数を用いて算出してみると、粒径によって異なるものの、 $d = 0.05 \sim 1.0$ (cm) の範囲の砂に対して、0.13~0.18 程度の値となることがわかった。これは、限界掃流力の定義の仕方にもよるが、 $u^*/w_0 = u_c^*/w_0$ のとき必ずしも $\lambda = 0$ となる（すなわち、粒子が動かない）わけではなく、ある有限の値をとることもあり得ることから、上記の値はほぼ妥当なものといえる。

次に、式 (15) あるいは計算結果の妥当性を検討するため、中川・辻本⁵⁾、篠原・椿⁷⁾による実測結果との比較を行った。その結果が、図-9~11 である。ここで、図-9 中の実線は式 (15) による値を表わしている。また、図-11 中の実線は、実測値と式 (15) による計算値との比 r (= 実測値/計算値) が 1 の場合に、破線は $r = 0.5$ あるいは 2.0 の場合に相当している。これらの図より、多少のばらつきはあるものの、式 (15) による計算値は実測値を比較的よく説明しており、この式によって Step-length を精度よく推定することが可能であることが明らかになった。なお、上記のばらつきの程度を定量的に調べるために、図-12 では、実測値と計算値との差をとって求めた誤差分布 (図の横軸は (実測値 - 計算値)/計算値 = $r - 1$) を示している。この図より、両者の相対的な誤差が正規分布 (図中の実線に相当) に従うことが明らかになった。このことは、実測値を真値とすれば、これと式 (15) による推定値との比が、分散 $\sigma = 0.5$ 程度のガウス分布で表わされる誤差範囲に入るような、比較的精度よい値を式 (15) が与えることを表わしている。一方、見方を変えれば、この図は、実測値が、式 (15) で与えられる一連の傾向から図のような分

図-11 Λ の実測値と計算値との比較 (2)図-12 Λ の実測値と計算値との差の確率分布

布に従ってばらついていることを表わしているとも考えられる。

以上は Step-length の平均値についての性質であるが、実際にはこれも確率量であるため、平均値のまわりにある分布を取ることが予想される。そこで、その生起確率密度分布 $f_x(x/\Lambda)$ について検討したところ、図-13 のような結果が得られ、これまで指摘されてきたとおり指数分布に従うことがわかった。したがって、このことからも本モデルの妥当性が確かめられた。なお、計算結果が図中の折れ線のようにばらつくのは、データのサンプル数が必ずしも十分多くないことによる。

図-13 Λ と t^* の生起確率密度分布

(3) Moving-period の評価

“Moving-period t^* ”は、粒子が離脱してから停止するまでに要する運動の寿命時間として定義される。一方、オイラー的な見方をすれば、これは、断面内の土砂濃度が定常化するのに要する時間に相当するとも考えられ、Step-length とは、次の関係にある。

ここに、 U_s は粒子の断面内平均移動速度である。

計算により得られた t^* を、 u^*/w_0 との関係で整理したもののが図-14である。この図より、プロットが図中の実線（すなわち、式（17））によってうまく表わされることがわかる。

$$T^* = t^* \times \sqrt{sg/d} = \alpha_2 \cdot \{1 - k_c/(u^*/w_0)\} \dots \dots \dots (17)$$

ここに, α_2 は定数であり, プロットの傾向を最もよく説明する値として, $\alpha_2=250$ としている. なお, 前報²⁾では, この t^* に関する情報が十分ではなかったため, これを 0.5~2.0 秒 (平均的には 1 秒程度) として解析を進めたが, 本研究により, 一連の研究で対象とした粒径・掃流力の範囲内では, これがほぼ妥当な値であることが明らかになった.

次に、この計算結果の妥当性について検討する必要があるが、 t^* についての実測結果がないため、ここでは、実測結果のある断面内平均移動速度 U_s についての比較を通じて間接的にこれを行うことにした。すなわち、 t^* に対して得られた式 (17) と前節で得られた式 (15) とを、式 (16) に代入すると、 U_s についての関係を表わす式 (18) が導かれる。

そこで、この式の適合性を調べるために、著者ら¹⁾および

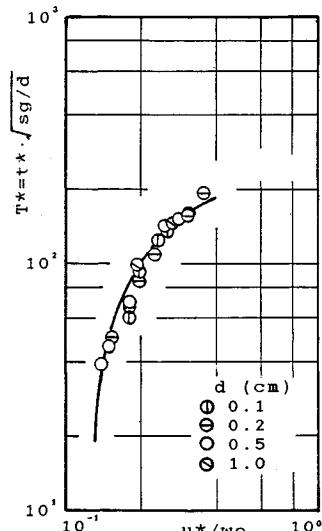


図-14 Moving-period の計算結果

Francis⁸⁾ の実測値との比較を行ったのが、図-15である（図中には、本計算結果も併記している）。図-15より、計算値は実測結果と良好な一致を示し、しかも、これらが式(18)の関係（図中の実線）を満足することがわかる。ただし、同図では、特に砂粒子に限って比較を行っており、比重が異なる粒子については検討の対象とはしていない（Francis の実測の場合には、砂粒子以外に、比重をさまざまに調整した粒子を用いて実験を行っている）。

以上により、 t^* に関する計算結果および式 (17) の妥当性が検証され、Moving-period については、式 (17) によって推定できるとの結論が得られた。

また、 t^* の生起確率密度分布 $f_t(t/t^*)$ についても、その一例を図-13に示すとおり、指数分布に従うことがわかっている。

4. 流砂量式の誘導

掃流砂の各過程を特徴付けるパラメーターについて
は、前報および前章までの研究により明らかにすること
ができた。そこで、ここでは、これらに基づいた新たな
流砂量式を誘導する。

単位幅当たりの流砂量 q_B は、通常、

で定義される。式中の N_B は河床単位面積上に存在する粒子体積であり、 $(k_3/k_2) \cdot d$ で与えられる（ここに、 k_2, k_3 ：面積および体積に関する形状係数）。また、 P_s は pick-up-rate であり、前報³⁾で次式を得ている。

$$P_s^* = P_s \cdot \sqrt{d / sg} = \alpha_3 \cdot \sqrt{u^*/w_0} \cdot \{1 - k_c/(u^*/w_0)\}^3$$

.....(20)

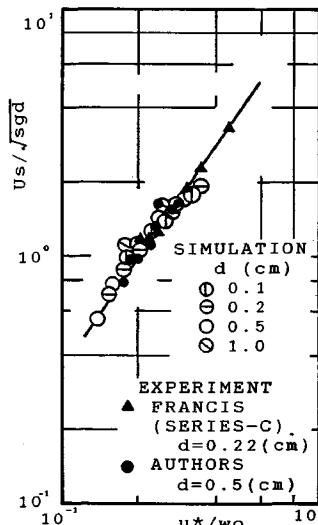


図-15 断面平均移動速度の実測結果との比較

ここに、 α_3 は定数であり、 $\alpha_3=0.08$ で与えられる。

したがって、式(15)（あるいは(17)と(18)）および(20)を式(19)に代入することにより、次式のような流砂量式が導かれる。

$$q_B^* = q_B / \sqrt{sgd^3} = \alpha_4 \cdot (u^*/w_0) \cdot [1 - k_c/(u^*/w_0)]^4 \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

ここに、 α_4 は、 $\alpha_4 = \alpha_1 \times \alpha_3 \times (k_3/k_2) = 133$ で与えられる定数である。

次に、このようにして導かれた式(21)の適合性について調べることにする。図-16は、実測値と式(21)との比較を行ったものである。図中のプロットは、著者らおよび Gilbert⁹⁾、篠原・椿⁷⁾、矢野・土屋・道上⁶⁾による実測結果を表わしている。ただし、同図では、本モデルが適用可能と考えられる平坦床(flat-bed)上で得られたデータを、比較の対象として用いている。この図より、式(21)は実測値より若干大きめの値を与えるものの、比較的精度よい流砂量の推定式であることがわかった。なお、本モデルでは、主に、saltation形式で流送される土砂の運動を対象としている(ここでは、滑動・転動形式での土砂の輸送を、跳躍長の限りなく短い

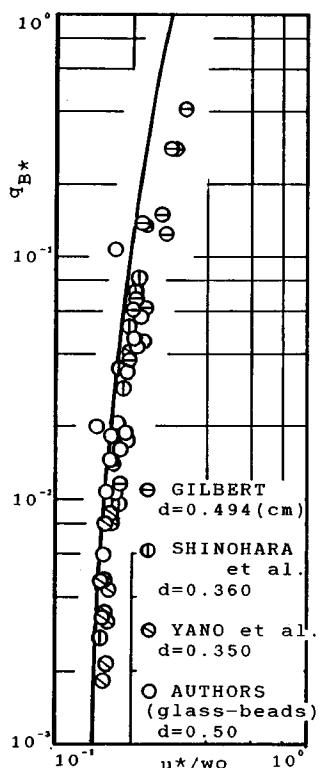


図-16 掃流砂量

saltation 形式での輸送とみなしている)ため、式(21)により推定される値は、流砂量の上限値を与えるものと考えられる。

論 結

本論では、土砂の停止の原因として、河床表層の粒子が不規則でしかも必ずしも密な配列をしているとは限らないことを考慮して、この河床粒子群の高さの変化についての簡単なモデル化を行い、これを掃流砂輸送モデルの一部に取り込んだ新たな数値模擬を試みた。その結果として、掃流砂の停止過程を特徴付けるパラメーターである Step-length および Moving-period の確率論的な性質が明らかとなり、併せてその平均値を定量的に評価する式を導くことができた。さらに、著者らがこれまでに明らかにしてきた他の過程のパラメーターとの積の形で流砂量を精度よく推定することができるようになった。

本研究では、河床が均一粒径の砂により構成され、しかも河床が flat である場合に限って解析を進めてきたが、今後は、河床構成材料が混合粒径になった場合や、河床に Ripple 等の河床波が形成された場合についても検討していく必要があると考えている。

本研究の遂行にあたり、文部省科学研究費奨励研究(A)「流砂モデルの再検討とその統一化に関する研究」(研究代表者: 関根正人) の援助を得た。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 関根・吉川：掃流砂の流送機構に関する研究，土木学会論文集，No. 351，1984.
 - 2) 関根・吉川：エネルギー関係から見た掃流砂現象の特性，土木学会論文集，No. 351，1984.
 - 3) 関根・吉川：流砂に関する従来理論の再検討，早稲田大学理工学研究所報告，No. 114，1986.
 - 4) 土屋・青山：水流による砂れき Saltation の機構（2），京都大学防災研究所年報，第 13 号 B，1970.
 - 5) 中川・辻本：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，No. 244，1975.
 - 6) 矢野・土屋・道上：砂れきの流送機構の確率過程としての特性について，京都大学防災研究所年報，第 11 号 B，1968.
 - 7) 篠原・椿：河床砂れきの移動機構に関する一考察，九州大学応用力学研究所報，第 10 号，1957.
 - 8) Francis, J. R. D. : Experiments on the Motion of Solitary Grains along the Bed of a Water-Stream, Proc. Royal Society of London, A332, 1973.
 - 9) Gilbert, G. K. : The Transportation of Debris by Running Water, U. S. G. S. Professional Paper 86, 1914.

(1988.6.14・受付)