

振動法によるケーブル張力測定値への曲げ剛性の影響

EFFECT OF FLEXURAL RIGIDITY ON CABLE TENSION ESTIMATED BY VIBRATION METHOD

島田忠幸*・西村 昭**

By Tadayuki SHIMADA and Akira NISHIMURA

The estimating method of tension imposed on bridge cables by measuring their natural frequency, so-called vibration method, is very convenient on the construction site of structures with cables. However, there still exist several problems concerning the flexural rigidity of cables that have to be overcome so as to get reliable and accurate estimation as follows :

- ① The flexural rigidity of the cable is needed to be obtained beforehand, but few data have been reported in regard to the property.
- ② The accuracy of estimated cable tension, affected by the flexural rigidity in particular, is necessary has to be analysed theoretically.
- ③ A simple method of estimating the flexural rigidity of cables on the construction site is desired.

In this paper, the above mentioned problems are theoretically and experimentally studied.

Keywords : vibration method, cable tension, flexural rigidity

1. 緒 言

斜張橋・ニールセン橋のような、ケーブルが組み込まれた構造物のケーブル張力測定では、ロードセル、あるいは油圧ジャッキが用いられてきた。しかし、ケーブル本数が多くなると、それらの方法では、測定および測定準備に多大の労力を要する。これに対して新家ら^{1),2)}が提案した、ケーブルの振動数から張力を計測するいわゆる振動法は、計測は簡便である。しかし、実橋でよくあるように、ケーブル長さが直径に比して短くなると、測定結果は曲げ剛性の影響を大きく受けるようになる。

ケーブルの曲げ剛性については、これまで、西村ら³⁾によって、吊橋のケーブルバンド部における、パラレルワイヤストランドの曲げによる二次応力の研究がなされている。しかし、ケーブル全体の動特性解析において重要になる曲げ剛性は、山口ら⁴⁾も述べているように、ケーブルは素線体の集合であるため、棒材のようにヤング率と断面性状から一義的に決定され得るものではない。

曲げ剛性に関してはこれまでも実験結果が報告され

ている^{1),2),5)}が、結果にばらつきが生じるとの報告がある^{2),5)}。この理由の1つとして撚りのあるケーブルに張力を作用させると、ケーブルは撚りの戻る方向に自転⁶⁾するので、値が変化するためと思われるが、この面の究明がなされていない。本論は、振動法に関連して曲げ剛性を実験的に推定する場合に問題となる、支点拘束条件と実験方法について最初に検討を行った。次に、曲げ剛性の測定精度の問題に対処するため、曲げ剛性の相対誤差が測定張力に与える影響についての計算法を示し、最後に実橋における曲げ剛性の1つの推定法を述べた。

2. ケーブル曲げ剛性への影響要因の実験的究明

ケーブルの支点拘束条件を検討するため、ソケットの回転の影響について実験を行った。

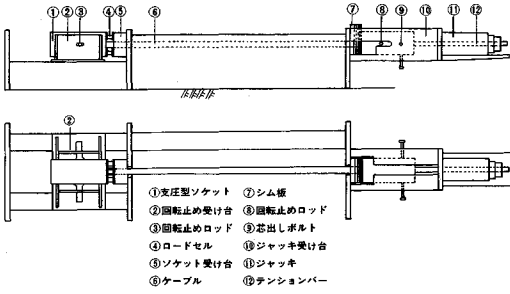
(1) 実験方法

実験に用いたケーブルには、長大吊橋のハンガー、ニールセン橋の吊材などに一般に用いられているものとして、直径58.5 mm、長さ3.5 m、単位長さ重量16.7 kgf/m (1.64×10^{-1} kN/m)のスパイラルケーブルを選んだ。両端には支圧型ソケットがついている。

図-1は、支圧型ソケットの回転を拘束したときの実験装置を示す。センターホールジャッキでケーブルに張力を与え、ロードセルをジャッキと反対側のソケットに

* 正会員 石川島検査計測(株)
(〒135 江東区豊洲1-2-40)

** 正会員 工博 神戸大学教授 工学部土木工学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町1)



図一 曲げ剛性の実験装置

設置した。張力を導入しても、回転止めロッドによって両端のソケットは回転しない。

回転の条件を与える場合には、ロードセル側にベアリングを入れた。センターホールジャッキは回転を固定していないのでジャッキ側のソケットは回転可能である。

曲げ剛性を求めるには、ハンマーでケーブルに衝撃を与えたときの振動数の測定値をもとに計算で求める振動法と、ケーブル中央に静荷重を与えたときのたわみの測定値をもとに計算で求める静的載荷法の2方法で行い、式(1)に示す換算曲げ剛性比 k で整理した。すなわち、

$$k = EI_c / EI_b \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 EI_c ：ケーブルの曲げ剛性

EI_b ：ケーブルと等径の棒材の曲げ剛性

E はケーブルと棒材の材料の弾性係数で、 2.1×10^7 tf/m² (2.06×10^8 kN/m²) とする。

(2) 曲げ剛性の計算法

a) 振動法

ケーブルは直径に比して長さが十分短いので、曲げと軸張力を受けるはりと考える。振動方程式を次式に示す。

$$\frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI_c \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 x ：ケーブル水平座標、 y ：ケーブル変位

T ：ケーブル張力、 g ：重力加速度

w ：単位長さ重量

式(2)を両端固定として解くと、式(3)を得る。

$$\frac{2 a \beta}{\beta^2 - a^2} (1 - \cos a l \cosh \beta l) + \sin a l \sinh \beta l = 0 \dots \dots \dots (3)$$

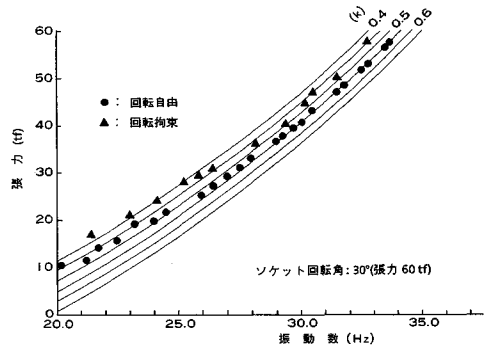
ここで、
$$a = \sqrt{\frac{\sqrt{b^2 + 4 a \omega_n^2} - b}{2 a}}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\sqrt{b^2 + 4 a \omega_n^2} + b}{2 a}}$$

$$a = EI_c g / w, \quad b = T g / w, \quad \omega_n = 2 \pi f_n$$

式(3)から、 k をパラメーターとした張力と振動数の関係図を求めておき、この中に実験値をプロットすることで、曲げ剛性を求めることができる。

b) 静的載荷法



図二 振動法による曲げ剛性の測定

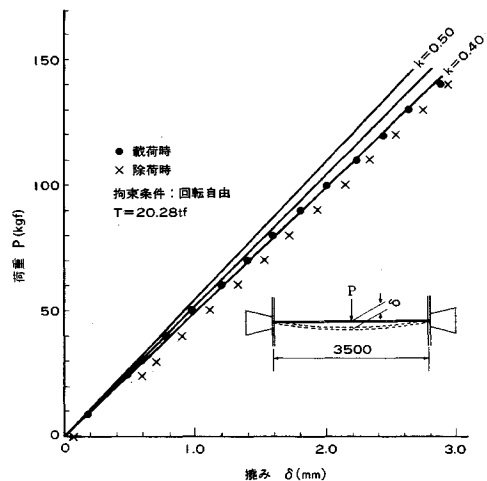
ケーブルを曲げと軸張力を受けるはりとみなし(図-3参照)、中央で載荷したときのたわみ測定値から曲げ剛性を計算する。

(3) 実験結果

図-2は振動法の結果を示す。●印は支圧型ソケットの回転が自由のとき、▲印は拘束のときを示す。

ソケットの回転が自由なときは、拘束したときよりも曲げ剛性が大きい。この理由として、ソケットの回転が自由なときは、安定状態を求めて撚りが戻って、素線は直線に近づこうとして空隙率の減少を生み、曲げ剛性が増加するものと考えられる。回転の自由なときは、データのばらつきは少ない。これもまた、よじれの状態が安定化し張力によって変化しなくなるためと思われる。実橋では、ソケットと受け台の間は摩擦があるので、ケーブルはソケット埋め込み面で固定と考えてよい。

図-3は静的載荷法の結果を示す。載荷時と除荷時とは履歴に差違があるが、載荷時のときは張力が同じときの振動法の値($k=0.40$)とほぼ一致する。これまでのケーブル曲げ剛性に関する実験報告^{1), 2), 5)}によると、



図三 静的載荷法による曲げ剛性の測定

静的載荷法から曲げ剛性を求めており、荷重の増加に伴って、値が減少すると報告がなされている⁵⁾。図-3の結果にも、同様の傾向が見受けられる。この理由として、載荷点ではケーブルに折れ角が生じない境界条件を設けているが、ケーブルは曲げ剛性が小さいので、荷重が大きくなるとこの条件を満足しないためと考えられる。測定法としては、振動法の方が問題が少ない。

図-2の場合、ソケット回転自由と拘束の間で、曲げ剛性に最大30%程度の差違が生じている。ケーブルの自転の影響は支点拘束条件・張力のほかにケーブルの種類・直径・長さにも関係するものと思われる。測定を行う前に、これらの条件を満足する実験を行えば問題はないが、そうでないときは4.にて述べる方法で、曲げ剛性を測定することができる。このとき、張力の測定誤差が施工管理上要求される許容精度範囲内にあれば、曲げ剛性の精度上の問題は解決される。この曲げ剛性の測定精度の問題に対処するため、曲げ剛性の測定誤差が測定結果に及ぼす影響について検討を行った。

3. ケーブル曲げ剛性の相対誤差が測定結果に及ぼす影響

式(2)に示した振動方程式に対して、新家ら¹⁾は次に示す実用算定式を提案している。

$$T = \frac{4w}{g} (fl)^2 \left(0.857 - 10.89 \left(\frac{C}{f} \right)^2 \right) \quad (3 \leq \xi \leq 17) \quad (4)$$

$$T = \frac{4w}{g} (fl)^2 \left(1 - 2.2 \left(\frac{C}{f} \right) - 2 \left(\frac{C}{f} \right)^2 \right) \quad (17 \leq \xi) \quad (5)$$

$$C = \sqrt{\frac{EI_c g}{wl^3}}, \quad \xi = l \cdot \sqrt{\frac{T}{EI_c}}$$

式(4)、(5)を w, f, l, EI_c で偏微分すると張力誤差 ΔT が求まり、これより $|\Delta T/T|$ を計算すると式(6)を得る。これはケーブル諸元の相対誤差が張力測定精度に及ぼす影響を示す。

$$\left| \frac{\Delta T}{T} \right| = C_1 \left| \frac{\Delta w}{w} \right| + C_2 \left| \frac{\Delta f}{f} \right| + C_3 \left| \frac{\Delta l}{l} \right| + C_4 \left| \frac{\Delta EI_c}{EI_c} \right| \quad (6)$$

ケーブルの長さが直径に比して十分長いときは、 $C_1=1, C_2=2, C_3=2, C_4=0$ となる。

図-4に C_4 の計算結果を示す。結果は、山口ら⁴⁾の提案する曲げ抵抗比：

$$r = \frac{EI_c}{l^2 EA} \quad (7)$$

をパラメーターとして整理を行っているが、実験ケーブルを想定したときのケーブル長さをも示した。これより、ケーブルの r と T/A から曲げ剛性の相対誤差が測定張

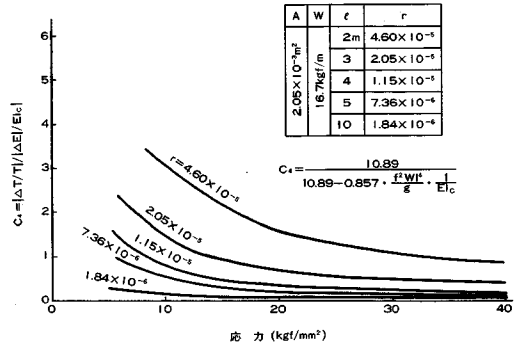


図-4 曲げ剛性の相対誤差の影響

力に与える影響を推定することができる。式(2)の厳密解である式(3)と実用算定式を比較すると同じ振動数に対する張力の計算誤差は1%以下である。したがって線形化による C_2, C_3, C_4 の誤差は無視できる。

ケーブル諸元の相対誤差としては、 w は正確な測定ができるので、 $|\Delta w/w|$ を1%以下にすることは可能である。 $|\Delta f/f|$ はパワースペクトルの分解能から決定される。サンプリング数： $N (=1024)$ 、サンプリング時間： Δt とするとナイキスト周波数： $f_c (=1/2 \Delta t)$ はサンプリング定理より $N/2$ 分割される。折り返し現象を避けるため、測定周波数レンジ(f_s)を f_c より25%程度小さくして、 f_s 以上の信号をフィルターで減衰させるとき、周波数分解能は0.5%以下になる。 $|\Delta l/l|$ は0.1%以下にすることが可能である。

曲げ剛性の実験結果を実測に適用する場合、張力・振動数の測定値から各点の k を求め、 k を張力の関数として最小二乗法を用いて多項式近似させる。測定振動数から張力を計算するときは、仮定した張力から k を求め、次にこの k を用いて式(3)から張力を求める繰り返し計算を行う。このように k を多項式近似させるとき、曲げ剛性の設定誤差として、図-2(▲印)の場合 $|\Delta EI_c/EI_c|$ は10%程度となる。

以上の相対誤差を想定して、実験ケーブルに対して、張力50tfのときの張力の測定誤差について計算した結果を表-1に示す。ケーブル長さが10m以上であれば、

表-1 測定精度の計算

ケーブル長さ (m)	100	40	10	5	3
振動数 (Hz)	0.82	2.05	8.20	20.2	40.0
$ \frac{\Delta w}{w} =0.01$ C_1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
$ \frac{\Delta f}{f} =0.005$ C_2	2.000	2.011	2.193	2.555	3.095
$ \frac{\Delta l}{l} =0.001$ C_3	2.000	2.022	2.385	3.110	4.190
$ \frac{\Delta EI_c}{EI_c} =0.10$ C_4	0.000	0.006	0.096	0.278	0.547
$ \frac{\Delta T}{T} $	0.022	0.023	0.033	0.054	0.084

張力の誤差はほぼ3%以下になり実用上問題にはならない。長さが3m以上であれば誤差はほぼ10%以下になるが、構造系の安全強度、あるいは形状管理の面でこの程度の測定誤差を許容できるときは、振動法の適用が可能であるといえる。しかし、長さが3m以下になれば振動法の適用は困難と思われる。

4. 実橋ケーブルの曲げ剛性の測定

ニールセン橋端部の吊材のように直径に比して長さの短い吊材を測定する場合、前述したように曲げ剛性に影響を与える因子が多いので、実物ケーブルを用いた実験を行わないかぎり、あらかじめ各場合を包含した実験を行うことは困難である。しかし、実橋において特定ケーブルを選定して、振動法により曲げ剛性を測定すれば問題は解決する。このため、ニールセン橋(スパン148m)についての測定例を示す。測定対象は、直径64φのロックドコイルケーブルであり、油圧ジャッキで張力を導入させ、ロードセルで張力測定を行った。図-5に測定結果を示す。kは、ほぼ0.6になっており文献2)の値： $k=0.66$ (46φ, ロックドコイルケーブル)に対して若干小さい。これは、測定条件、ケーブル径の違い等によるものと考えられる。図-2と比較すると、図-5ではkは張力に対してほぼ一定している。これは、スパイラルケーブルと比較して、ロックドコイルケーブルは撚りの状態が安定していることが考えられる。測定では、ジャッキ側ソケットは固定していないが、治具を工夫することで、回転の拘束は容易にできる。図-5の適用としては、3.にて述べた方法と同じである。

ニールセン橋のほかに、長大吊橋の長さの短い吊材測

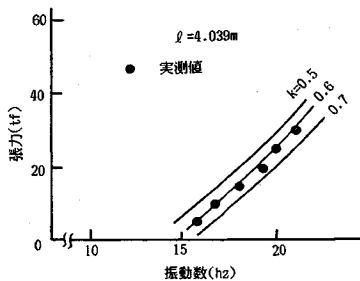


図-5 曲げ剛性の実橋測定

定の場合にも曲げ剛性のデータが問題になる。しかし、長大吊橋の吊材は連結材で連結されている場合が多い。連結材の影響を含めた吊橋吊材の振動法による測定については別途考察が必要であるが、吊材の曲げ剛性の推定においては、連結材の質量・拘束度の影響について考慮することが必要であろう。

5. まとめ

振動法の精度の向上と実用化を目的として、ケーブル曲げ剛性のケーブル張力への力学的影響について検討を行った結果をまとめると下記のとおりである。

① ケーブルは、張力、端部の拘束条件等によって撚りの状態が変化し、それによって曲げ剛性の変化することが、スパイラルケーブルを用いた実験によって明らかになった。静的載荷法から曲げ剛性を求めるとき、荷重の大きさによっては誤差が生じやすい。

② 曲げ剛性の測定精度の問題に対処するため、ケーブル諸元の相対誤差が測定張力に与える影響についての計算法を示し、振動法の適用範囲を検討した。

③ 実橋にて曲げ剛性を振動法から求める方法をニールセン橋を対象として示した。

参考文献

- 1) 新家 徹・広中邦汎・頭井 洋・西村春久：振動法によるケーブル張力の実用算定式について、土木学会論文報告集，第287号，pp.26～32，1979年7月。
- 2) 新家 徹・広中邦汎・頭井 洋・湊 理由：ニールセン橋の斜材張力調整に関する一手法，神戸製鋼技報，Vol.27, No.1, pp.31～37，1977年。
- 3) 西村 昭・新家 徹・中村憲一・土井憲司：吊橋架設途中における平行線ケーブルの変形と二次応力解析，土木学会論文報告集，第260号，pp.1～15，1977年4月。
- 4) 山口宏雄・宮田利雄・伊藤 学：曲げ剛性を考慮した面内線形自由振動，土木学会論文報告集，第319号，pp.314～318，1982年3月。
- 5) 長井義則・岸田博夫・西村春久：ニールセン橋におけるケーブル張力の管理について，第33回土木学会年次学術講演会概要集(1)，pp.141～142，1976年。
- 6) 会田俊夫・佐藤 進・中井幹雄：多層よりスパイラルロープの自転性について，日本機械学会論文報告集，34巻，258号，pp.355～361，昭和43年2月。

(1987.11.4・受付)