

# せん断を受けるプレートガーダーの水平・鉛直補剛材の必要剛度

## RIGIDITY REQUIREMENTS FOR LONGITUDINAL AND TRANSVERSE STIFFENERS OF PLATE GIRDERS UNDER SHEAR

三上市 藏\*・出口 恒宣\*\*

By Ichizou MIKAMI and Tsunenobu DEGUCHI

The energy method is used to analyze accurately the elastic buckling of the plate girder webs with the longitudinal and/or transverse stiffeners for shear loading. The requirements of the rigidity for the longitudinal and transverse stiffeners of plate girder subjected to shear are discussed.

*Keywords : plate girders, shear, requirements of rigidity, longitudinal stiffeners, transverse stiffeners*

### 1. まえがき

現行の道路橋示方書<sup>1)</sup>では、プレートガーダー腹板の補剛材の必要剛度の値を補剛板の弾性座屈強度に基づいて定めている。水平補剛材の場合は、Fig. 1(a) のように鉛直補剛材間の水平補剛材 1 段を有する補剛板を考え、その曲げ座屈から、水平補剛材の剛度と取付け位置を規定している。鉛直補剛材の場合は、Fig. 1(b) のように水平補剛材がなく、鉛直補剛材 1 本を有する補剛板を考え、そのせん断座屈から、鉛直補剛材剛度を規定している。

規定が根拠としている解析値は、コンピュータが十分に発達していない段階でのもので、その精度は必ずしも満足できるものではない。そこで、本論文では、エネルギー法を用いて、補剛腹板のせん断座屈を精密に解析して、鉛直補剛材の必要剛度の規定値を検討する。鉛直補剛材に対して、道路橋示方書<sup>1)</sup>が根拠とする Timoshenko<sup>2)</sup> の近似座屈係数を本数値解と比較し、道路橋示方書<sup>1)</sup>の必要剛度や Skaloud<sup>3)</sup> の提案値を本数値解による必要剛度と比較検討を行った。また、道路橋示方書<sup>1)</sup>の水平補

剛材の必要剛度は曲げに対して定められており、不明なせん断に対する必要剛度を取付け位置と関係させて明らかにする。最後に、水平・鉛直に補剛されている場合を解析し、水平補剛材と鉛直補剛材の必要剛度の関係を調べる。

### 2. 解析方法

#### (1) 補剛板の座屈係数

Fig. 1 に示すような、鉛直補剛材間隔  $a$ 、幅  $b$ 、板厚  $t$  で、周辺単純支持されている 3 種類の補剛板のせん断座屈を、次のたわみを仮定して、エネルギー法によって解析する。

$$w = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M a_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \dots \dots \dots \quad (1)$$

補剛材の曲げ剛度は水平補剛材が  $\gamma_x$ 、鉛直補剛材が  $\gamma_y$  とし、ねじり剛度と断面積の影響は無視する。

Fig. 1(c) の直交補剛板パネル ( $\alpha = 0.5$ ,  $\eta = 0.2$ ) について、級数の項数  $M, N$  を変えて、せん断座屈応力  $\tau_{cr}$  を計算すると、Fig. 2 のようになる。ただし、

$$\tau_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \dots \dots \dots \quad (2)$$

$E$  は弾性係数、 $\nu$  はポアソン比、 $a = a/b$ 、 $k$  は座屈係数、 $k_*$  は計算値を使って外挿した<sup>4)</sup> 値である。

\* 正会員 工博 関西大学教授 土木工学科  
(〒564 吹田市山手町 3-3-35)

\*\* 学生会員 関西大学大学院博士課程前期課程（同上）

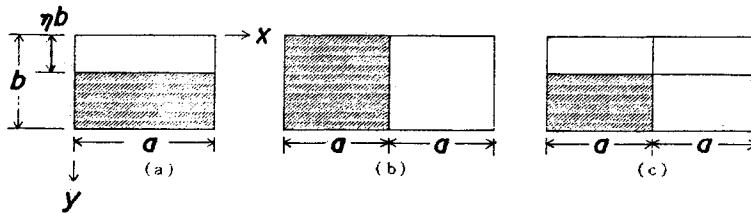


Fig. 1 Stiffened web-panels.

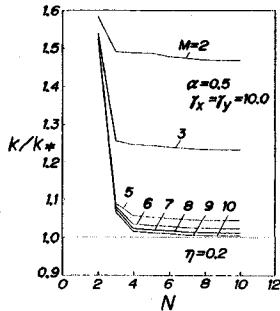


Fig. 2 Accuracy of numerical results.

この結果から、数値解の誤差が外挿値に対して 1.2 % 程度となるように、以下では  $M=N=8$  を選んで座屈係数を計算する。Fig. 3 は、解の妥当性を確認するために、Klöppel<sup>[5,6]</sup> の解と比較した結果である。

### (2) パネルの座屈係数

補剛材が十分な剛度を有する場合、水平・鉛直補剛材によって区画されたパネルのうち、Fig. 1 の網掛けのパネルで、座屈係数が最小となる。その値  $k_p$  は、パネルが周辺単純支持されているものとすると、次式で与えられる。

$$k_p = 4.00 + 5.34 \{(1-\eta)/\alpha\}^2 : \alpha \leq (1-\eta) \quad (3 \cdot a)$$

$$k_p = 5.34 + 4.00 \{(1-\eta)/\alpha\}^2 : \alpha > (1-\eta) \quad (3 \cdot b)$$

ただし、 $\eta \leq 0.5$  とする。

この座屈係数を補剛板の座屈係数に換算すると、次のようになる。

$$k = k_p / (1-\eta)^2 \quad (4)$$

### (3) 補剛材の必要剛度

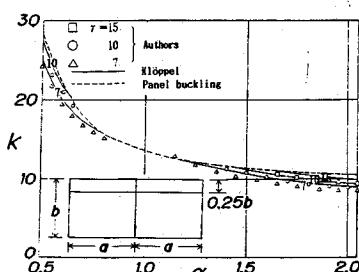


Fig. 3 Comparison with authors' and Klöppel's solutions.

補剛材の必要剛度を求める方法は 2 つ考えられる<sup>7)</sup>。第 1 の方法は、補剛材軸が節線となる座屈モードを与える剛度のうち最小のものを必要剛度とするものである。しかし、実際には座屈モードにおいて、ある軸が節線に成っていると判断するのは困難である。また、この方法で定めた剛度は大き過ぎて、経済的に不適当である。

そこで、本論文では、第 2 の方法を用いる：すなわち、補剛板の座屈係数をエネルギー法により求め、これが式(4)の最小パネル座屈係数  $k$  と等しくなる場合の剛比  $\gamma$  を必要剛比とし、道路橋示方書<sup>1)</sup> (JSHB) の必要剛度  $\gamma_*$  との比  $f$  を用いて表わす。

$$f = \gamma / \gamma_* \quad (5)$$

ただし、 $\gamma_*$  は次のように与えられている<sup>1)</sup>。

$$\text{水平補剛材: } \gamma_{x*} = 30(a/b) \quad (6 \cdot a)$$

$$\text{鉛直補剛材: } \gamma_{y*} = 8(b/a)^2 \quad (6 \cdot b)$$

### 3. 解析結果と考察

#### (1) 鉛直補剛材の必要剛度

式(6・b)の鉛直補剛材の必要剛比  $\gamma_{y*}$  は、Fig. 1(b)の補剛腹板のせん断座屈に対して規定されたものである。いま、エネルギー法による数値解を用いて必要剛比  $\gamma_y$  を求め、 $\gamma_{y*}$  と Skaloud<sup>3)</sup> が与えた値  $\gamma_s$  とを比較すると、Fig. 4 のようになる。この図からわかるように、 $\alpha < 0.55$  と  $\alpha > 1.23$  の領域で、道路橋示方書の値  $\gamma_{y*}$  では不十分である。

ここで、本数値解の信頼性を検討する。 $\alpha=0.4$  の鉛直補剛腹板のせん断座屈係数について、 $M=N=2, 3, 8$

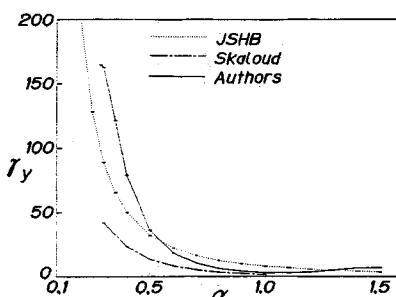


Fig. 4 Rigidity requirement of transverse stiffeners.

に対する数値解を、Timoshenko<sup>2)</sup>による近似式と比較するとFig.5のようになる。Timoshenko<sup>2)</sup>の近似式は、 $M=N=2$ の場合の数値解とほぼ同じになる。この値は、 $M=N=8$ に対する解と比較して約50%の誤差がある。

Fig.5には、Fig.4に示したSkaloud<sup>3)</sup>と道路橋示方書<sup>1)</sup>による必要剛比を記入した。図からわかるように、Skaloud<sup>3)</sup>の必要剛比は、 $M=N=3$ に対する近似解から得られる剛比と等しい。この値は、 $M=N=8$ に対する解と比較して約25%の誤差がある。

以上のように、これまで根拠とされてきた剛比の理論値は精度が良くなく、道路橋示方書の必要剛比も不十分であることがわかる。

Fig.4を係数 $f_y$ に対して描き直すとFig.6が得られる。これらの図を参照して、道路橋示方書の値 $\gamma_{y*}$ を修正するために、必要剛比を与える近似式を作ると次のようになる。ただし、 $0.60 \leq \alpha \leq 1.25$ の範囲では道路橋示方書をそのまま適用する。

$$\left. \begin{array}{ll} f_y = 2.0 & : \alpha \leq 0.35 \\ f_y = -4.0 \alpha + 3.4 & : 0.35 < \alpha < 0.60 \\ f_y = 1.0 & : 0.60 \leq \alpha \leq 1.25 \\ f_y = 4.8 \alpha - 5.0 & : 1.25 < \alpha \end{array} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

## (2) 水平補剛材の必要剛度

式(6-a)の水平補剛材の必要剛比 $\gamma_x*$ は、純曲げに対して規定されたものである。ここでは、Fig.1(a)のように水平補剛材1段の補剛腹板がせん断を受ける場合

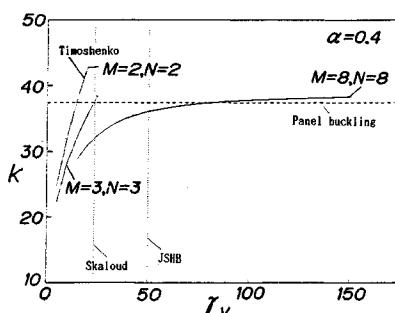


Fig.5 Relation between rigidity and buckling coefficient for transverse stiffened webs.

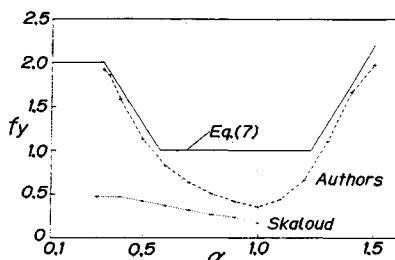


Fig.6 Rigidity requirement of transverse stiffeners.

について、水平補剛材の必要剛比 $\gamma_x$ と取付け位置 $\eta b$ との関係を調べる。Fig.7は、水平補剛材の取付け位置 $\eta$ と係数 $f_x$ との関係、Fig.8は縦横比 $\alpha$ と係数 $f_x$ との関係を示したものである。

両図から判断すると、道路橋示方書<sup>1)</sup>の規定する水平補剛材取付け位置では、式(6-a)の曲げに対する必要剛比は、せん断に対する必要剛比としても十分である。

ところが、せん断座屈強度を大きくするには、中央( $\eta=0.5$ )に補剛するのが望ましく、この場合、 $\alpha>0.9$ であれば、 $\gamma_x*$ を越える剛比を必要とする。そこで、せん断に対する水平補剛材の必要剛比を係数 $f(\alpha, \eta)$ で表わすと次式のようになる。

$$f_x = (54.1 \eta - 20.8) \alpha - 44.5 \eta + 17.6 \geq 1 \dots\dots\dots(8)$$

この式はFig.7, Fig.8に図示するような値を与える。

## (3) 直交補剛板の必要剛度

Fig.1(c)に示す直交補剛板がせん断を受ける場合を考える。この腹板では、鉛直補剛材の剛比 $\gamma_y$ と水平補剛材の剛比 $\gamma_x$ が関連するはずである。そこで、鉛直補剛材の剛比 $\gamma_y$ を道路橋示方書の必要剛比 $\gamma_{y*}$ の2~5倍まで増加させた場合の水平補剛材の必要剛比 $\gamma_x$ を、水平補剛材取付け位置を $\eta=0.25, 0.33, 0.5$ と変化させ、腹板縦横比 $\alpha$ に対して調べてみた。結果はFig.9~Fig.11のようである。

Fig.9, Fig.10からわかるように、水平補剛材が $\eta=0.25 \sim 0.33$ に取り付けられている場合は、鉛直補剛材

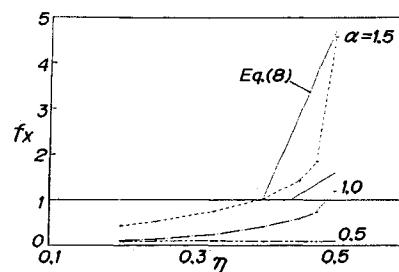


Fig.7 Rigidity requirement of longitudinal stiffeners for shear.

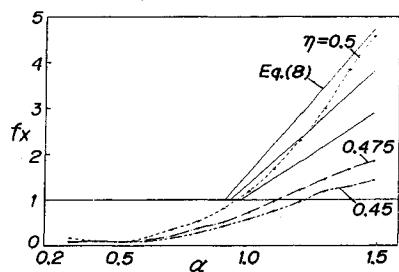


Fig.8 Rigidity requirement of longitudinal stiffeners for shear.

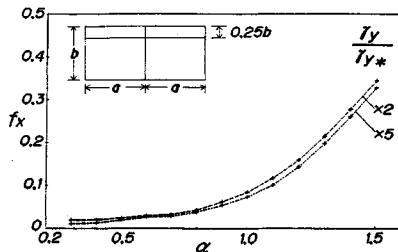


Fig. 9 Rigidit requirement of longitudinal stiffeners for orthogonally stiffened web.

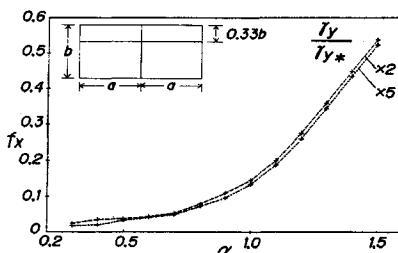


Fig. 10 Rigidit requirement of longitudinal stiffeners for orthogonally stiffened web.

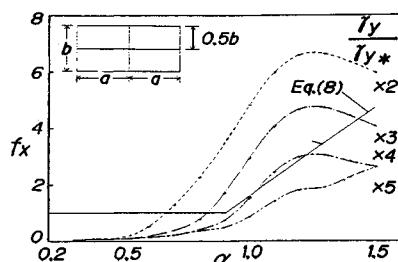


Fig. 11 Rigidit requirement of longitudinal stiffeners for orthogonally stiffened web.

剛比  $\gamma_y$  が増加しても水平補剛材の必要剛比  $\gamma_x$  は変化せず、式(6-a)の値で十分である。

しかし、Fig. 11 からわかるように、水平補剛材が中央 ( $\eta=0.5$ ) に取り付けられた、 $\alpha$  の大きい腹板の場合には、水平補剛材の必要剛比は鉛直補剛材の剛比と関連するが、式(6-a)の値では不足する。これは、水平補剛材はせん断に対して設ける方が効果があり、必要剛度も大きくなることを意味している。Fig. 11 には、式(8)の値を記入してあるが、これから、式(8)に基づく水平補剛材を設けて、鉛直補剛材の剛比を  $5\gamma_{y*}$  にすれば、よいことがわかる。

#### 4. あとがき

鉛直補剛板、水平補剛板、直交補剛板のせん断弾性座屈を、エネルギー法を用いて、精密に解析して、現行道路橋示方書の補剛材必要剛度の規定値を検討した。

(1) 鉛直補剛材の必要剛度に関しては、道路橋示方書が根拠とする Timoshenko<sup>2)</sup> の近似座屈係数の値は精度が良くなく、これに基づく必要剛度や Skaloud<sup>3)</sup> の必要剛度は小さすぎる。また、道路橋示方書<sup>1)</sup>の必要剛度は縦横比が 0.6 より小さく、1.25 より大きい場合に不足していることがわかった。そこで、道路橋示方書の必要剛度に対する修正係数の形で、必要剛度を与える式を提示した。

(2) 道路橋示方書<sup>1)</sup>の水平補剛材の必要剛度は曲げに対して定められており、不明なせん断に対する必要剛度を取付け位置と関係させて明らかにした。水平補剛材が腹板幅の 1/3 以内に設けられている場合は、道路橋示方書の必要剛度で十分であるが、中央付近に設けられていて、縦横比が 0.9 以上の場合には、道路橋示方書の値では不足で、それに乗ずるべき係数を近似式として与えた。

(3) 水平・鉛直に補剛されている場合を解析し、水平補剛材と鉛直補剛材の必要剛度の関係を調べた。水平補剛材が中央に設けられている場合には、水平・鉛直補剛材とも剛度を大きくしなければならない。

#### 参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説（I 基礎編、II 鋼橋編）、丸善、第2版、pp. 218～229、1980.
- 2) Timoshenko, S. P. and Gere, G. M. : Theory of Elastic Stability, 2nd ed, McGraw-Hill, 1961.
- 3) Skaloud, M. : Optimum of stiffeners of webs and flanges, Plated Structures-Stability and Strength, ed. by R. Narayanan, pp. 103～133, 1983.
- 4) Mikami, I., et al. : Extrapolation technique for finite difference and finite element solutions, Theor. & Appl. Mech., Univ. of Tokyo Press, Vol. 25, pp. 567～575, 1977.
- 5) Klöppel, E. und Scheer, J. : Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Wilhelm Ernst & Sohn, 1960.
- 6) Klöppel, K. und Möller, K. H. : Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Bd. 2, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968.
- 7) 小松定夫：鋼構造の補剛設計、森北出版、pp. 245～289, 1982.

(1987.10.8・受付)