

骨組構造物のシステム信頼性解析

SYSTEM RELIABILITY ANALYSIS OF GENERAL FRAME STRUCTURES

星谷 勝*・永田 茂**

By Masaru HOSHIYA and Shigeru NAGATA

This paper proposes an effective method for evaluating system failure probability for plane frame structures in which loads and material strength as well as geometrical properties are random variables. This method makes possible easy calculation of system failure probability for large structures by integrating the concept of the probabilistic network evaluation technique (PNET method) into identification procedure of stochastically dominant failure modes. Then, numerical examples of plane frame structures are demonstrated to show the effectiveness of the proposed method.

Keywords: system reliability, probability of failure, PNET method, plane frame structures

1. はじめに

構造工学における信頼性理論の有効性や重要性が、Freudenthal¹⁾によって明示されて以来、この分野に関する多くの研究が行われ、破壊確率の算定手法などに関して多くの成果が得られている。特に、近年では構造物の部材の破壊確率算定手法に関する研究とともに、構造物の総合安全性評価の指標の算出の際に利用することができる²⁾システム破壊確率の算定手法に関する研究も盛んに行われている。

骨組構造物を対象としたシステム破壊確率算定に関する既往の研究は2つの方法に分類できる。第1の方法は、あらかじめ決定しておいた複数の破壊モードの破壊規準式に対して各種のシステム破壊確率算定方法を用いて、システム破壊確率を求めるものである^{3)~6)}。第2の方法は、破壊モードをあらかじめ限定せずに、破壊確率が大きい重要な破壊モードとその破壊規準式を系統的に探索し、それらを用いたシステム破壊確率を算定するものである^{8)~11)}。なお、骨組構造物を対象とした、第1および第2の方法は、ともにシステムの破壊モードとしてメカ

ニズム状態を考慮している。

これらのシステム破壊確率算定手法のうち第1の方法は、理論が明快でありシステム破壊確率の計算が容易に行える反面、高次の不静定次数を有する大規模構造物や、対象とする構造物の破壊モードに関する知識が不十分な場合には、破壊モードやその破壊規準式を設定することは難しくなる。さらに、軸力と曲げモーメントの組合せ荷重のように複雑な荷重状態を考慮する場合に、システム破壊規準式を設定することが困難な場合が多い。また、仮に決定論的な手法⁷⁾を用いて複数の破壊モードが決定できる場合でも、決定論的方法ではシステム破壊事象にとって重要な破壊モードもそれ以外の破壊モードも平等に探索してしまうため、これらすべての破壊モードを用いてシステム破壊確率を算定することは非効率のといえる。

一方、第2の方法では、高次の不静定次数を有する構造物でも系統的に破壊モードやその破壊規準式を求めることが可能となるばかりでなく、考えられる多数の破壊モードの中から確率的に重要な破壊モードに絞った探索が可能となる。したがって、システム破壊確率の算出を効率的に行うことができる。しかし、この方法では、構造物の破壊過程を詳細に探索して破壊モードを求めるものが多く、理論が難解となる点や計算に多くの時間を要

* 正会員 Ph. D. 武蔵工業大学教授 工学部土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤 1-28)

** 学生会員 工修 武蔵工業大学大学院 後期博士課程 (同上)

する点は今後の検討課題と考えられる。

本論文は、以上の点を踏まえ、Murotsu ら¹¹⁾によって示されたように構造物の降伏状態を順次追跡して重要破壊モードを探索するという基本的考えを用いたうえで、破壊モード探索のプロセスの簡素化と効率化を計ったシステム破壊確率算定方法を示している。本論文では、まず骨組構造物の降伏状態に応じた任意の要素節点の破壊確率算定式を示している。この破壊確率算定においては、修正2次モーメント法に関する研究成果^{14)~16)}である確率変数が任意の確率分布形をもつ場合や確率変数相互の相関関係を考慮できる方法を用いるとともに、軸力と曲げモーメントの組合せ力の影響を考慮できる、破壊規準式¹⁸⁾を用いている。次に、上述の考えのもとに算出された各要素節点の破壊確率を用いて、重要破壊モードを系統的に探索する方法として、PNET法(Probabilistic Network Evaluation Technique)¹²⁾の考えを取り入れた探索方法を提案している。これが、Murotsu ら¹¹⁾の研究に代表されるような、破壊モードの系統的な探索方法として分枝限界法(Branch-and-Bound Method)が広く用いられているのに対して、本論文の新しい点となっている。さらに、本論文では、骨組構造物をモデル化する際に、ヤング率などの材料定数、断面積や断面係数などの幾何学的特性に関しても統計的不確定性を考慮できる確率構造物¹³⁾としている。このため、メカニズムの生起判定規準に関しては新たな条件設定が必要となったので、この点についても簡単な提案を行っている。

2. システム破壊確率算定手法

本章で示すシステム破壊確率算定手法は、

- (1) 骨組構造物の降伏状態を考慮した任意節点での破壊確率(信頼性指標)算定
 - (2) 主要破壊モード(メカニズム)探索
- の各手続きから構成されている。以下では、(1)および(2)の各手続きについて詳述するほか、確率構造物におけるメカニズムの生起の判定規準に関して1つの考えを示す。

(1) 骨組構造物の降伏状態を考慮した任意節点での破壊確率(信頼性指標)算定^{14)~16)}

解析対象としては、任意の確率分布をもち、互いに相関関係にある設計変数(確率変数)でモデル化された平面骨組構造の確率構造物を考える。骨組構造物の各要素の材料特性は、完全弾塑性あるいは完全脆性を仮定した。また、各要素は軸力と曲げモーメントの組合せ力を受けるものと考え、軸力と曲げモーメントの強度相関関係を線形に仮定した¹¹⁾。

軸力と曲げモーメントの組合せ荷重が作用する平面骨組構造物の要素 e 節点 k ($k=i, j$)(図-1)の降伏状態、



図-1 平面はり要素

つまり塑性ヒンジの生起を節点の破壊事象と考え、その破壊規準式 Z_{ek} を降伏関数を用いて、式(1)のように与える¹⁸⁾。

$$\begin{aligned}
 Z_{ek} &= g_{ek}(R_e, W_{pe}, A_e, \dots) \\
 &= R_e - \{C_{ek}\}^T \{F_e\} \\
 &= R_e + \{C_{ek}\}^T [k_e^{(p)}] [T_e] [U_e] [K^{(p)}]^{-1} \sum_e [T_e]^T \{X_e^{(p)}\} \\
 &\quad - \{C_{ek}\}^T \{X_e^{(p)}\} - \{C_{ek}\}^T [K_e^{(p)}] [T_e] [U_e] [K^{(p)}]^{-1} \{L\} \\
 &\quad (k=i, j) \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

$$\{F_e\} = [F_{xi}, F_{yi}, M_{zi}, F_{xj}, F_{yj}, M_{zj}]^T \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{aligned}
 \{C_{ei}\}^T &= [W_{pe} \text{sign}(E[F_{xi}]) / A_e, 0, \\
 &\quad \text{sign}(E[M_{zi}], 0, 0, 0] \dots \dots \dots (3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \{C_{ej}\}^T &= [0, 0, 0, W_{pe} \text{sign}(E[F_{xj}]) / \\
 &\quad A_e, 0, \text{sign}(E[M_{zj}])] \dots \dots \dots (4)
 \end{aligned}$$

ここで、 $Z_{ek} \leq 0$ は要素 e 節点 k の破壊事象を表わす。 $\{F_e\}$ は構造物の降伏状態を考慮したときの要素 e の節点力、 R_e は要素 e の全塑性モーメント、 W_{pe} は要素 e の塑性断面係数、 A_e は要素 e の断面積、 $\text{sign}(E[\cdot])$ はメカニズムを構成する塑性ヒンジのうち、最初の塑性ヒンジが形成されたときの各断面力の期待値の符号を表わす。また、 $[k_e^{(p)}]$ 、 $\{X_e^{(p)}\}$ はそれぞれ要素 e の塑性剛性マトリックスと等価節点力ベクトルを表わし、これらは要素 e の要素端における塑性ヒンジの生起を考慮して決定される(付録1)。 $[K^{(p)}]$ は全体塑性剛性マトリックス、 $\{L\}$ は荷重ベクトル、 $[T_e]$ は座標変換マトリックス、 $[U_e]$ は $[K^{(p)}]^{-1}$ から要素 e に対応するマトリックスを取り出すためのマトリックスをそれぞれ表わす。破壊規準式(1)において R_e 、 A_e 、 W_{pe} 、要素 e のヤング率 E_e および断面2次モーメント I_e 、さらに $\{F_e\}$ 、 $[k_e^{(p)}]$ 、 $\{X_e^{(p)}\}$ 、 $[K^{(p)}]$ 、 $\{L\}$ の各要素は確率変数である。

なお、式(1)の第2, 3, 4項を整理すると、

$$Z_{ek} = R_e + \sum_{r=1}^P a_{ekr} R_r - \sum_{s=1}^{3l} b_{eks} L_s \dots \dots \dots (1)'$$

と表わすことができる。ここで、 P は生起している塑性ヒンジの数、 l は骨組構造物の要素総数、 R_r は塑性ヒンジ r の生起している要素の R_e 、 L_s は $\{L\}$ の要素である。本論文では、骨組構造物を確率構造物にモデル化しているため、上式の a_{ekr} および b_{eks} は A_e 、 I_e 、 E_e 、 W_{pe} 等の関数として表わされる確率変数であり、これらの値を確定値としたときの破壊規準式と異なっている。

式(1)の設計変数 R_e 、 W_{pe} 、 A_e 等を基本確率変数

{X} としたときの平均値 {μ_X}、標準偏差 {σ_X}、さらに相関係数 [ρ_X] が、

$$\{\mu_X\} = [\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}]^T \dots\dots\dots (5)$$

$$\{\sigma_X\} = [\sigma_{x_1}, \sigma_{x_2}, \dots, \sigma_{x_n}]^T \dots\dots\dots (6)$$

$$[\rho_X] = \begin{bmatrix} 1.0, & \rho(x_1, x_2), & \dots, & \rho(x_1, x_n) \\ & 1.0, & \dots, & \rho(x_2, x_n) \\ \text{Sym.} & & & \\ & & & 1.0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

と与えられると、基本確率変数 {X} の座標空間での破壊確率 P_{f_{ek}} (信頼性指標 β_{ek}) の算定式、さらに設計点の計算式は、式 (8)~(10) となる^{14),15)}。なお、式 (8)~(15) では、{X_{ek}^{*}}、{X_{ek}^{*}} および g_{ek}(·) における添え字 ek を省略している。

$$P_{f_{ek}} = P(Z_{ek} \leq 0) = \Phi(-\beta_{ek}) \dots\dots\dots (8)$$

$$\beta_{ek} = \frac{g(\{X^*\}) - \{X^*\} - \{\mu_X^*\}^T \left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\}}{\sqrt{\left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\}^T [V_X^*] \left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\}}} \dots\dots\dots (9)$$

$$\{X^*\} = \{\mu_X^*\} - \frac{g(\{X^*\}) - \{X^*\} - \{\mu_X^*\}^T \left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\}}{\left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\}^T [V_X^*] \left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\}} \left[V_X^* \right] \left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、Φ(·) は標準正規確率変数の確率分布関数、{μ_X^{*}} および [V_X^{*}] は Rackwitz・Fiessler の正規分布裾野近似¹⁹⁾を行った後の {X} の平均値と共分散である (付録 2)。式 (9) で用いる設計点 {X^{*}} は、陽な形で与えることができず収束計算で求める必要がある。式 (10) は、この設計点の収束計算に用いる関係式で、初期設計点 {X₀^{*}} と新しく計算される設計点 {X^{*}} の関係式を表わしている。なお、式 (9) および (10) の偏微分項は、

$$\left[\frac{\partial g(\{X\})}{\partial \{X\}} \right] \{X^*\} = \left[\left(\frac{\partial g(\{X\})}{\partial x_1} \right) \{X^*\}, \dots, \left(\frac{\partial g(\{X\})}{\partial x_n} \right) \{X^*\} \right]^T \dots\dots\dots (11)$$

であり、各要素はさらに、

$$\left(\frac{\partial g(\{X\})}{\partial x_i} \right) \{X^*\} = \frac{g(\{X^{*(i+1)}\}) - g(\{X^{*(i)}\})}{\Delta x_i^*} \quad (i=1 \sim n) \dots\dots\dots (12)$$

$$\Delta x_i^* = \Delta \cdot \mu_{xi} \quad (\Delta = 0.01 \sim 0.001 \text{ 程度})^{17),16)} \dots\dots\dots (13)$$

$$\{X^{*(i+1)}\} = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^* + \Delta x_i^*, \dots, x_n^*]^T \dots\dots\dots (14)$$

$$\{X^{*(i)}\} = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_i^*, \dots, x_n^*]^T \dots\dots\dots (15)$$

と表わすことができる¹⁷⁾。

さらに、要素 e 節点 k と要素 e' 節点 k' の破壊規準式の相関係数 ρ(Z_{ek}, Z_{e'k'}) は、それぞれの破壊規準式を Z_{ek} = g_{ek}({X_{ek}})、Z_{e'k'} = g_{e'k'}({X_{e'k'}}) とすると、式

(16) のようになる。

$$\rho(Z_{ek}, Z_{e'k'}) = \frac{\text{Cov}[Z_{ek}, Z_{e'k'}]}{\sigma_{Zek} \sigma_{Ze'k'}} = \frac{a_{ij}}{a_{ii} a_{jj}} \dots\dots\dots (16)$$

$$a_{ij} = \sum_p \sum_q \left(\frac{\partial g_i(\{X_i\})}{\partial x_{ip}} \right) \{X_i^*\} \left(\frac{\partial g_j(\{X_j\})}{\partial x_{jq}} \right) \{X_j^*\} \cdot \rho(x_{ip}, x_{jq}) \sigma_{x_{ip}} \sigma_{x_{jq}}$$

ここで、ρ(x_{ip}, x_{jq}) は要素節点 i の破壊事象に関する基本確率変数 x_{ip} と要素節点 j の破壊事象に関する確率変数 x_{jq} の相関係数であり、基本確率変数が正規確率変数の場合には式 (7) の ρ(x_p, x_q) に等しくなる。なお、基本確率変数が非正規確率変数の場合には、式 (16) の関係は厳密には成り立たなくなるが、近似的に使用している¹⁵⁾。

以上の関係式を用いると確率構造物にモデル化した骨組構造物の降伏状態を考慮したときの、任意節点での破壊確率などの算定が可能となる。なお、著者らは文献(16)の中で、式 (5)~(15) と既存のマトリックス構造解析プログラムを用いて骨組構造物の信頼性解析を効率よく行うための方法と、Δ の値を適切に与えることにより修正 2 次モーメント法の繰り返し回数を少なくできることを示している。

以下では、確率構造物にモデル化した骨組構造物の構造解析の際に必要ないくつかの事項について整理しておく。

本論文で対象とする確率構造物の場合には、剛性マトリックスを構成するヤング率 E_e、断面積 A_e および断面 2 次モーメント I_e などの各パラメーターが確率変数であるために、メカニズムの生起判定規準や確率構造物の非線形解析の際の「除荷」の取扱いに関して新たな条件設定が必要となる。

まず、メカニズムの生起判定規準に関して述べる。骨組構造物の材料特性や断面の幾何学形状を確定値として扱った従来の研究^{9)~11)}では、メカニズムの生起判定規準として式 (17) あるいは (18) が用いられている。

$$|K^{(p)}| = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{|K^{(p)}|}{|K^{(0)}|} \leq \epsilon_0 \dots\dots\dots (18)$$

ここで、|K^(p)| は構造物に塑性ヒンジが生起したときの全体塑性剛性マトリックスの行列式、|K⁽⁰⁾| は初期全体剛性マトリックスの行列式、ε₀ はメカニズムの生起の判定に用いる値である。

確率構造物のように剛性マトリックスを構成する各パラメーターが確率変数の場合には、上式の |K⁽⁰⁾| や |K^(p)| も確率変数となるため、これらの関係式をそのまま使用することはできない。そこで、本論文では骨組構造物の各節点の破壊確率算定の際に同時に計算される設計点 {X_{ek}^{*}} を用いて |K⁽⁰⁾| と |K^(p)| の期待値 E[|K_{ek}⁽⁰⁾|]

と $E [|K_{ix^*e_{k1}}^{(p)}|]$ を計算し、式 (19) によりメカニズム生起の判定を行うこととした。

$$\frac{E [|K_{ix^*e_{k1}}^{(p)}|]}{E [|K_{ix^*e_{k1}}^{(0)}|]} \leq \varepsilon_0 \dots\dots\dots (19)$$

$$E [|K_{ix^*e_{k1}}^{(0)}|] = |K_{ix^*e_{k1}}^{(0)}| + \|\mu_X^{(0)}\| - \{X_{e_{k1}}^*\}^r \left\{ \frac{\partial |K^{(0)}|}{\partial |X|} \right\} |X_{e_{k1}}^*\}$$

$$E [|K_{ix^*e_{k1}}^{(p)}|] = |K_{ix^*e_{k1}}^{(p)}| + \|\mu_X^{(p)}\| - \{X_{e_{k1}}^*\}^r \left\{ \frac{\partial |K^{(p)}|}{\partial |X|} \right\} |X_{e_{k1}}^*\}$$

このときに用いる設計点 $\{X_{e_{k1}}^*\}$ としては、構造物の数か所の節点で生起している塑性ヒンジのうち、最大破壊確率をもち、他の塑性ヒンジと相関関係が強い節点の設計点 ((2) で詳述) を用いている。本論文では、1次近似2次モーメント法により設計点を求めているため、設計点を破壊境界面の代表点とすることの数値的な妥当性は、破壊規準式が線形に近くなるほど高くなり、破壊規準式が円や球体の方程式のように強い非線形性を有する場合には無意味となる²⁰⁾。一方、本論文のように材料特性や断面の幾何学的特性を確率変数とするとともに任意の確率分布形を用いた場合には破壊規準式が非線形となるため、破壊境界面を1次近似2次モーメント法で求めた設計点で代表させることには問題があることも事実である。この点については、高次関数近似による2次モーメント法の導入などを含め今後の問題としよう。ここでは骨組構造物に塑性ヒンジが形成される各段階で式(19)を評価してメカニズムの生起の判定を行っている。なお、判定値 ε_0 は、メカニズムの生起の判定で重要な意味をもつため、その値の設定には慎重を期す必要があるが、本論文では文献11) と複数構造物に関する数値解析の結果を参考に $\varepsilon_0 = 0.01$ あるいは 0.001 程度の値を用いている。

次に、確率構造物の非線形解析の際の「除荷」の影響に関しては、本論文ではこれを積極的に取り入れた解析方法を提案するまでには至っていない。そこで、メカニズム状態に至るまでの最初の段階で、塑性ヒンジが形成されたときの断面力の期待値の符号(式(3)および(4)における $\text{sign}(E[\cdot])$) が変化しない、つまり、除荷は生じないものと仮定して以下に示す破壊モードの探索方法を構築している。

(2) 重要破壊モード探索

高次の不静定次数を有する骨組構造物は、一般的に複数の破壊モード(メカニズム)を有する。また、これらのうち n 個の塑性ヒンジからなる1つの破壊モードに着目した場合でも、破壊モードに至るまでの過程(パス)は確率的に $n!$ 通り存在する。このように多数存在する破壊モードに至る過程を探索するとともに、重要破壊モードを探索して破壊モード相互の相関関係を明らかに

しなければならないことは一般骨組構造物のシステム信頼性解析を困難なものにしている1つの原因である。

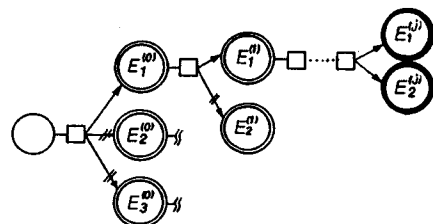
Murotsu ら¹¹⁾の研究に代表されるように、重要破壊モードの系統的な探索手段としては分枝限界法が多く用いられている。この分枝限界法を用いた破壊モードの系統的探索方法は、さまざまな構造物のシステム信頼性解析で用いられ、大きな成果を上げている。しかし、一方では、同一の破壊モードに至るパスが複数回選択される点や互いに相関関係の強い破壊モードが複数回選択される点、さらに、これに伴う計算時間の増加など多くの問題点を含んでいる。

このため本論文では、上記の問題点を若干でも解決するために、Ang らにより提案された PNET 法¹²⁾の考えを取り入れた破壊モードの系統的探索方法を提案した。提案手法は、システム破壊に至るまでの過程において各節点の破壊事象を1つ1つ追跡せず、前節の式(16)で求められる各節点の破壊規準式間の相関係数に着目し、相関関係の高い節点のグループが同時に破壊するものとして主要破壊モードの探索を簡略的に進めている。具体的な手順の説明は図-2を用いて行う。

a) 初期状態での破壊確率算定(記号○)

骨組構造物の初期状態(全節点弾性挙動)において、塑性ヒンジの生起を仮定した全節点で、破壊確率 Pf_{ex} (信頼性指標 B_{ex})、各節点の破壊規準式間の相関係数 $\rho(Z_{ek}, Z_{ek'})$ および設計点 $\{X_{ek}^*\}$ を求める。

b) PNET 法による降伏節点の選択と探索範囲の限定操作(記号□)



□ PNET法による降伏節点の選択および探索範囲の限定操作
 ○ 節点の降伏状態を考慮した任意節点の破壊確率算定およびメカニズム生起に関する判定
 ● 破壊モード
 ○ 構造物の初期状態での破壊確率算定
 → 節点の降伏状態を考慮した剛性マトリックスの書換え
 ✖ 探索を中止したパス

図-2 Failure Tree の例

記号○や●で求めた任意節点の破壊確率を降順に並べ替える。ここで、最大破壊確率をもつ節点の破壊事象を代表節点破壊事象 $E_i^{(p)}$ とした後、他の節点の破壊規準式との相関係数を調べ、 $\rho(E_i^{(p)}, Z_{ek}) \geq \rho_0$ (ρ_0 : PNET法の限界相関係数) の場合は、要素 e' 節点 k' の破壊事象は $E_i^{(p)}$ で「表現」できたものとする。代表節点破壊事象 $E_i^{(p)}$ で「表現」できなかった節点については、他の代表

節点破壊事象によって「表現」されるまで上記と同様な操作を繰り返す。このように、PNET法を用いた節点のグループ分けを行うことにより、次の段階で降伏させべき節点の効率的な選択が可能になる。

記号□では、以上の降伏節点の選択のほかに、探索範囲の限定操作を行い、高次不静定構造物のように探索すべきパスの絶対数が多い場合にも効率的な探索が行えるようにしている。選択された代表節点破壊事象 E_i^{\square} ($i=1\sim q$) の破壊確率 $Pf_{E_i^{\square}}$ を用いて、

$$\frac{Pf_{E_i^{\square}}}{Pf_{E_i^{\square}}} \leq \alpha_0 \dots\dots\dots (20)$$

を判定し、上記の条件を満足する場合には、その代表節点破壊事象 E_i^{\square} に続くパスの探索を省略する。なお、式(20)の破壊確率は、 $Pf_{E_i^{\square}} > Pf_{E_j^{\square}} > \dots > Pf_{E_q^{\square}}$ の関係にあり分子の値はこの中の最大値 $Pf_{E_i^{\square}}$ である。この手続きは、Failure Treeの探索において並列的な広がりを制約することになり、主要破壊モードの探索とその破壊確率算定に主眼をおいた場合には $\alpha_0=1.0$ とすることにより、さらに効率的な探索が可能となる。

特に記号○の後の□では、以上の操作により最終に残った代表節点破壊事象 E_i^{\square} ($i=1\sim s$) の設計点 $[X_{E_i^{\square}}^{\circ}]$ を用いて初期全体剛性マトリックスの行列式の期待値 $E[|K_{[X_{E_i^{\square}}^{\circ}]}^{\circ}|]$ を計算する。

c) 節点の降伏状態を考慮した剛性マトリックス書換え (記号→)

記号→の先の○に示された代表節点破壊事象 E_i^{\square} で「表現」される節点のうち代表節点破壊事象の節点を除くすべての節点に塑性ヒンジが生じたものと考え、付録1を参考に剛性マトリックスを書き換える。なお、複数要素の交わる節点に塑性ヒンジを生起させる際には、最も破壊確率の大きい要素の節点にだけ塑性ヒンジを生起させ、はりや層に関する主要なメカニズムの探索を試みている。記号 \neq はb)の探索範囲の限定操作により探索を中止したパスを表わす。

d) 各節点の降伏状態を考慮した破壊確率算定 (記号○)

記号→で剛性マトリックスを書き換えた後、記号○に書かれた代表節点破壊事象 E_i^{\square} とそれ以外の降伏していない全節点で破壊確率などを求める。

ここでは、破壊確率の算定とともにメカニズムの生起に関する判定を行う。代表節点破壊事象 E_i^{\square} の設計点 $[X_{E_i^{\square}}^{\circ}]$ より求めた全体塑性剛性マトリックスの行列式の期待値 $E[|K_{[X_{E_i^{\square}}^{\circ}]}^{\circ}|]$ と、 E_i^{\square} を含むパスの初期剛性マトリックスの行列式の期待値 $E[|K_{[X_{E_i^{\square}}^{\circ}]}^{\circ}|]$ を用いて、式(19)の判定を行う。式(19)が満足された場合には、メカニズムが生起したものと考え、ここで求めた代表節点破壊事象 E_i^{\square} の確率 $Pf_{E_i^{\square}}$ を選択された破壊モード

の破壊確率 Pf_{M_i} とする。

以上の操作を繰り返すことによって探索されたすべての破壊モードの破壊確率 Pf_{M_i} を用いて、システム破壊確率 Pf_s をそれらの和として表わすと、

$$Pf_s = \sum_{all i} Pf_{M_i} \dots\dots\dots (21)$$

3. 数値計算例

本章では、材料の非線形特性を完全弾塑性と仮定した3つの例題を取り上げ、解析結果について検討を行う。なお、各例題で使用した確率変数の分布特性や平均値、標準偏差などに関しては、実用に際しては今後十分な検討が必要となることを明記しておく。

(1) 1層1スパンの骨組構造物

提案手法の解析結果の妥当性を検討するため文献(11)と同じ1層1スパンの骨組構造物(図-3)を取り上げる。構造物の構造諸元や荷重条件は表-1に示す値を用いている。

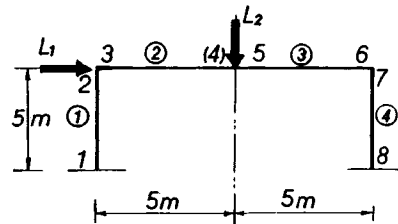


図-3 1層1スパンの骨組構造物¹¹⁾

表-1 構造諸元および荷重条件¹¹⁾

要素 e	断面積 A_0 (m ²)	断面2次モーメント I_0 (m ⁴)	塑性断面係数 W_{p0} (m ³)	ヤング率 E_0 (kN/m ²)
①④	4.8×10^{-3}	3.58×10^{-5}	2.72×10^{-4}	2.1×10^8
②③	4.0	4.77	3.66	2.1
全塑性モーメント R_0 (kNm)			荷重 (kN)	
要素 e	①④	②③	L_1	L_2
平均値	75.0	101.0	20.0	40.0
変動係数	0.05	0.05	0.30	0.30
分布形	すべて正規分布			

R_1 と R_4 、 R_2 と R_3 は完全相関、 R_0 ($e=1-4$)と L_i ($i=1,2$)は互いに独立。

本計算例では、骨組構造物の各要素節点の破壊規準式として、式(3)の $|C_{ei}|$ の第1項と式(4)の $|C_{ei}|$ の第4項をともに0と置いて曲げモーメントの影響だけを考慮した式と式(1)をそのまま用いて軸力と曲げモーメントの影響を考慮した式の2種類を用いて、重要破壊モードの探索とその結果を用いたシステム破壊確率 Pf_s の算定を行っている。数値解析にあたっては、式(13)の Δ を $\Delta=0.01$ 、式(19)の ϵ_0 を $\epsilon_0=0.01$ 、式(20)の α_0 を $\alpha_0=0.01$ さらにPNET法の限界相関係数 ρ_0 を

$\rho_0=0.8$ としている。数値解析の結果、2種類の破壊規準式のいずれを用いた場合にも、図-4 (a)~(c) の探索過程を経て図-4 (d) に示す2つの破壊モードが探索され、これらの破壊モードの破壊確率 Pf_{Mi} およびシステム破壊確率 Pf_s も表-2のように求められている。表-2には、Murotsu らによって探索された破壊モードとその破壊確率を文献11) から引用して示すとともに、これらの破壊モードを用いてシステム破壊確率の2次の上下限値を計算して示してある。

表-2の結果をもとに若干の考察を加える。まず、提案手法のシステム破壊確率と Murotsu らによって探索された破壊モードから求めたシステム破壊確率を比較した場合、提案手法のシステム破壊確率は、Murotsu らの結果から算出したシステム破壊確率の上限値より少し大きい値となっているが、ほぼ妥当な結果となっている。提案手法のシステム破壊確率が2次の上限値を上回っているのは、システム破壊確率の計算の際に各破壊モードの相関関係を特に考えず、各破壊モードの確率の和で表わしているためである。この例題でみる限り、破壊モードの列挙が目的ではなく、システム破壊確率の算定が目的の場合には、Murotsu らの方法のように破壊過程を詳細に探索して、互いに相関関係の強い複数の破壊モードを探索するよりも、提案手法を用いて比較的相関係数の小さい数個の重要破壊モードを探索したほうが、システム破壊確率を効率的に算定することが可能となる。しかし、提案手法は簡略化手法であるため、相関関係が強く、破壊確率がほぼ等しい複数の破壊モードが存在する

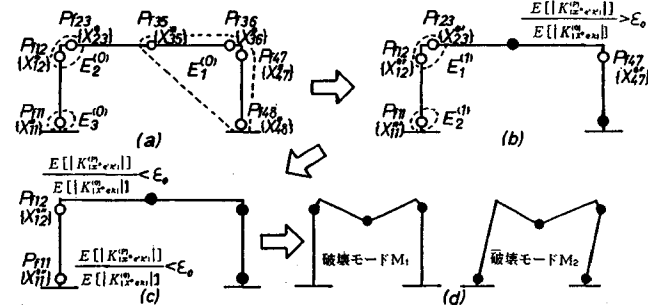


図-4 破壊モード探索過程²²⁾

表-2 システム破壊確率

破壊モード	曲げモーメント		軸力と曲げモーメントの組合せ力	
	提案手法 Pf_n	文献11) Pf_n	提案手法 Pf_n	文献11) Pf_n
2,5,7	0.6580 $\times 10^{-2}$	0.6580 $\times 10^{-2}$	0.9872 $\times 10^{-2}$	0.1006 $\times 10^{-1}$
2,5,6,8	-	-	-	0.7751 $\times 10^{-2}$
2,5,6,7,8	-	0.2045 $\times 10^{-2}$	-	0.3601 $\times 10^{-2}$
2,5,7,8	-	-	-	0.2387 $\times 10^{-2}$
3,5,6,7,8	-	0.2045 $\times 10^{-2}$	-	0.3593 $\times 10^{-2}$
3,5,6,8	-	0.6359 $\times 10^{-3}$	-	0.1314 $\times 10^{-2}$
1,5,7,8	0.1822 $\times 10^{-2}$	0.1822 $\times 10^{-2}$	0.3239 $\times 10^{-2}$	0.3239 $\times 10^{-2}$
1,5,6,7,8	-	0.1561 $\times 10^{-2}$	-	0.3704 $\times 10^{-2}$
システム破壊確率 Pf_s	0.8402 $\times 10^{-2}$	0.6679 $\times 10^{-2}$	0.1311 $\times 10^{-1}$	0.1006 $\times 10^{-1}$
		~0.7291 $\times 10^{-2}$		~0.1213 $\times 10^{-1}$

ような場合に、その中から最大破壊確率の破壊モードを必ず探索できる方法とはなっていないことも事実である。本例題では、破壊モード2,5,7が最大破壊確率をもつが、破壊モード2,5,7,8との相関係数が0.999962と非常に大きく、破壊確率もほぼ等しいため探索できていない。次に、破壊規準式において組合せ力を考慮した場合の破壊確率は、曲げモーメントのみを考慮した破壊確率よりも大きくなっている。このことは、すでに文献11) や21) で指摘されており、骨組構造物のシステム信頼性解析においても、既存の知見をもとに適切な破壊規準式を用いる必要があることを再確認する結果となっている。

(2) 横骨組構造物

第2の例題として図-5の横骨組構造物¹¹⁾を取り上げる。この計算例では、破壊モードの探索で用いる限界相関係数 ρ_0 の値が、解析結果に与える影響を検討している。計算例(1)と同様に、曲げモーメントだけを考慮した式および軸力-曲げモーメントの組合せ力を考慮した式の2種類の破壊規準式と、表-3の構造諸元および荷重条件をもとにシステム破壊確率を算定し、その結果を表-4に示した。表-4では、PNET法の限界相関係数 ρ_0 の値として0.8, 0.85, 0.90を用いるとともに、

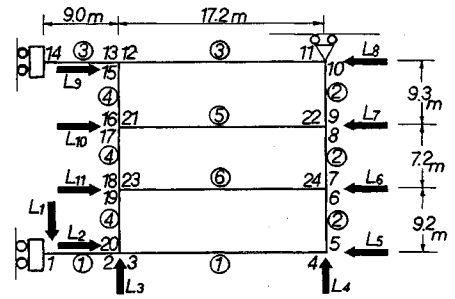


図-5 横骨組構造物¹¹⁾

表-3 構造諸元および荷重条件¹¹⁾

要素 e	断面積 A_e (m ²)	断面2次モーメント I_e (m ⁴)	塑性断面係数 $W_{p,e}$ (m ³)	ヤング率 E_e (kN/m ²)
①	0.177	0.157	0.157	2.1 $\times 10^8$
②	0.160	0.108	0.108	2.1
③	0.136	0.053	0.053	2.1
④	0.129	0.107	0.107	2.1
⑤	0.086	0.044	0.044	2.1
⑥	0.102	0.054	0.054	2.1

全塑性モーメント R_e (kNm)	①	②	③	④	⑤	⑥
平均値 ($\times 10^4$)	4.33	2.98	1.47	2.95	1.21	1.50
変動係数	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
分布形	すべて正規分布					

荷重 L_i (kN)	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
平均値 ($\times 10^3$)	0.474	3.160	5.120	5.600	2.780	3.870
変動係数	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
分布形	すべて正規分布					

荷重 L_i (kN)	L_7	L_8	L_9	L_{10}	L_{11}
平均値 ($\times 10^3$)	2.500	0.741	0.318	2.130	4.100
変動係数	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30
分布形	すべて正規分布				

R_e (e=1-6)は互いに独立、 L_i (i=1-11)は互いに独立、 R_e (e=1-6)と L_i (i=1-11)は互いに独立。

式 (20) の α_0 を $\alpha_0=1.0$ とおいて 1 つの破壊モードを探索したときの破壊モードとシステム破壊確率を示しているが、いずれの場合もほぼ同様な結果が得られている。

以上の結果および図-3 の例題について同様な検討を行った結果より、限界相関係数 ρ_0 の値として $\rho_0=0.8 \sim 0.9$ 程度を用いることにより主要破壊モードの探索が可能となっている。しかし、 ρ_0 の値は主要破壊モードの選択に大きく関与するため、さらに多くの骨組構造物に提案方法を適用して、適切な ρ_0 の値を決定する必要があるものと考えられる。

表-4 には、参考として文献 11) の結果より求めた、システム破壊確率の 1 次の上下限値を示した。提案手法を用いて算定したシステム破壊確率は、文献 11) の結果より大きな値となっている。これは、提案手法による破壊モード探索の最終段階で、互いに相関関係の強い節点 4 あるいは節点 5 (図-5) に塑性ヒンジを生起させる際に、破壊確率の大きな節点 5 が選択されたためである。ここで、節点 4 に塑性ヒンジを生起させると、文献 11) の下限値とほぼ等しいシステム破壊確率となる。

表-4 システム破壊確率

限界相関係数 ρ_0	破壊モード	曲げモーメントシステム破壊確率 P_{fs}	軸力と曲げモーメントシステム破壊確率 P_{fs}
0.80	1, 3, 5, 11, 12, 21, 22, 23, 24	0.2064×10^{-2}	0.1152×10^{-1}
0.85	3, 5, 11, 12, 21, 22, 23, 24	0.2064×10^{-2}	0.1152×10^{-1}
0.89	3, 5, 11, 12, 21, 22, 23, 24	0.2064×10^{-2}	0.1374×10^{-1}
0.90	3, 5, 11, 12, 21, 22, 23, 24	0.2064×10^{-2}	0.3599×10^{-2}
文献 11)		$\sim 0.4114 \times 10^{-3}$	$\sim 0.6612 \times 10^{-2}$

提案手法による数値解析では $\Delta=0.01, \epsilon=0.01, \alpha=1.0$ を用いた。

(3) 1層3スパンの骨組構造物

本例題では、提案手法が確率構造物のシステム信頼性解析に対しても応用可能であることを示す。構造物は、図-6 の 1 層 3 スパンの骨組構造物であり、表-5 に示すような構造諸元と荷重条件を設定している。

破壊規準式としては曲げモーメントだけを考慮した式と、軸力と曲げモーメントの組合せ力を考慮した式の 2 種類を用いてシステム破壊確率を計算し、その結果を表-6 に示した。本例題では、おもに断面積や断面 2 次モーメントなどの断面特性、ヤング率のばらつきがシステム破壊確率に与える影響を検討するために、断面特性やヤング率を確定値としたときのシステム破壊確率について

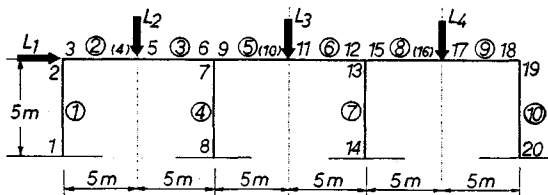


図-6 1層3スパンの骨組構造物

も計算している。

数値計算の結果、確率構造物の破壊規準式において、曲げモーメントの影響だけを考慮した場合および軸力と曲げモーメントの影響を考慮した場合がともに、はりと柱に関する同一の破壊モードを 1 つ探索している。また、確定構造物に関しても同様な破壊モードが探索されており、システム破壊確率もほぼ等しい結果となっている。このような結果が得られた原因は破壊規準式の特性によるものと考えられる。まず、破壊規準式において曲げモーメントの影響だけを考慮した場合を考える。この場合、 A_e や W_{pe} は破壊規準式の中で使用されないため、これらを確率変数としたことは各節点や破壊モードの破壊確率に影響を与えない。一方、 I_e や E_e の値は探索途中での各節点の破壊確率に影響を及ぼすが、付録 1 に示すように構造物に塑性ヒンジが生起するに従って剛性マトリックスから I_e や E_e を含む要素が取り除かれていき、最終的なメカニズム状態の破壊規準式は、 I_e や E_e を確定値としたものと同じ線形の破壊規準式となる。このため、曲げモーメントの影響だけを考慮した場合、 I_e や E_e の不確定性は破壊モードの探索に影響を及ぼすが、探索された破壊モードの破壊確率には影響を与えない。

計算例では、確定構造物と確率構造物に関して同一の破壊モードが探索されたため、以上の理由からシステム破壊確率が等しくなっている。さて、軸力と曲げモーメントの影響を考慮した場合には、 A_e, W_{pe}, I_e および E_e を確率変数とすることが破壊モードの探索に影響を与えるとともに、探索された破壊モードの破壊確率にも影響を与えるのが一般的である。しかしながら、この場合でも構造物がメカニズム状態に近づくに従い、付録 1 に示すように初期剛性マトリックスが大幅に変更されるため、 A_e, W_{pe}, I_e および E_e の不確定性が破壊確率に与える影響は小さくなる。計算例では、以上の理由のほかに A_e, W_{pe}, I_e および E_e の値として現実的な小さい値を使用しているために確率構造物と確定構造物のシステム破壊確率がほぼ等しくなっている。

表-5 構造諸元および荷重条件


柱 (要素 e = ①, ④, ⑦, ⑩)		梁 (要素 e = ②, ③, ⑤, ⑥, ⑧, ⑨)		荷重 L_i (kN)	
断面積 A_e (m ²)	断面 2 次モーメント I_e (m ⁴)	断面積 A_e (m ²)	断面 2 次モーメント I_e (m ⁴)	L_1	L_2, L_3, L_4
平均値 4.8×10^{-3}	3.58×10^{-5}	平均値 4.0×10^{-3}	4.77×10^{-5}	50.0	40.0
変動係数 0.02	0.05	変動係数 0.02	0.05	0.20	0.20
すべて正規分布		すべて正規分布		対数正規 対数正規	
ヤング率 E_e (kN/m ²)		ヤング率 E_e (kN/m ²)		ヤング率 E_e (kN/m ²)	
平均値 2.1×10^8	75.0	平均値 2.1×10^8	101.0	平均値 2.1×10^8	
変動係数 0.05	0.05	変動係数 0.05	0.05	変動係数 0.05	
全塑性モーメント R_e (kNm)		全塑性モーメント R_e (kNm)		全塑性モーメント R_e (kNm)	
平均値 75.0	0.05	平均値 101.0	0.05	平均値 101.0	
すべて正規分布		すべて正規分布		すべて正規分布	

柱の W_{pe} と I_e は完全相関、はりの W_{pe} と I_e は完全相関、柱とはりの E_e は完全相関、 L_2, L_3, L_4 は完全相関、他は互いに独立。

表-6 システム破壊確率

破壊モード	曲げモーメント 確率構造物	確率構造物	軸力と曲げモーメント 確率構造物	確率構造物
2,5,6	0.65622*10 ⁻³	0.65622*10 ⁻³	0.15408*10 ⁻²	0.15396*10 ⁻²

破壊モード 確率構造物ではL_i, R_eのみ確率変数とした。
提案手法による数値解析ではΔ=0.01,
ε_e=0.001, α_e=0.1, ρ_e=0.8を用いた。



なお、この例題では確率変数間に簡単な相関関係を考慮しているだけであるため、今後は A_e, W_{pe}, I_e および E_e に関して複雑な相関関係を考慮した場合および作用荷重や材料強度を含めた確率変数間に複雑な相関関係を考慮した場合のシステム破壊確率について検討する必要があると考える。

4. ま と め

本論文では、骨組構造物のシステム破壊確率算定のための1つの考えを提案し、数値計算例をもとに提案手法の利点を示した。その結果を整理すると以下のようなる。

(1) 骨組構造物の主要破壊モードの系統的探索の方法として、PNET法の考えを取り入れた簡略化手法を提案するとともに、これを用いた骨組構造物のシステム信頼性解析方法を示した。

(2) 提案した破壊モード探索方法において、降伏節点の選択に影響を及ぼすPNET法の限界相関係数ρ₀に関する検討を行った。この結果、本論文で取り上げた例題で見るとρ₀=0.8~0.9程度の値を用いることにより、主要破壊モードの選択が可能となることを示した。

(3) システム信頼性解析の解析対象を、確率構造物にまで拡張して、断面特性やヤング率に関する統計的不確定性も考慮したときのシステム破壊確率の計算例を示した。この結果、骨組構造物のシステム破壊確率算定では組合せ力の影響など力学的な実状を考慮した破壊規準式を用いることが最も重要な点であり、材料特性や断面の幾何学的特性などに関して小さなばらつきを考慮した場合にはこれらの影響は小さいと考えられる。

最後に、本論文では十分な検討が行えなかったが、破壊モードの探索で用いるρ₀, α_e および ε₀ の値を始め、確率構造物の非線形解析法やその破壊規準、作用荷重や材料強度を含めた確率変数間の相関関係がシステム破壊確率と与える影響に関してはさらに検討を重ねる必要があると考える。

付録1. 塑性剛性マトリックスの誘導¹⁸⁾

骨組構造物の要素の降伏状態を考慮したときの全体剛性方程式は、

$$[K^{(p)}]\{\Delta\} = \{L\} + \{R^{(p)}\} \dots \dots \dots (A \cdot 1)$$

$$[K^{(p)}] = \sum_{all e} [T_e]^T [k_e^{(p)}] [T_e] \dots \dots \dots (A \cdot 2)$$

$$\{R^{(p)}\} = - \sum_{all e} [T_e]^T \{X_e^{(p)}\} \dots \dots \dots (A \cdot 3)$$

となる。ここで、[K^(p)]は全体塑性剛性マトリックス、{Δ}は全体節点変位、{L}は全体座標系での荷重、{R^(p)}は応力の再配分により生ずる全体等価節点力、[k_e^(p)]は要素eの局所座標系での塑性剛性マトリックス、[T_e]は要素eの座標変換マトリックス、{X_e^(p)}は要素eの等価節点力である。

式(A・1)を解くと{Δ}は、

$$\{\Delta\} = [K^{(p)}]^{-1}(\{L\} + \{R^{(p)}\}) \dots \dots \dots (A \cdot 4)$$

となり、これをもとに局所座標系における要素eの節点変位{Δ_e}を求めると、

$$\begin{aligned} \{\Delta_e\} &= [T_e] [U_e] \{\Delta\} \\ &= [T_e] [U_e] [K^{(p)}]^{-1}(\{L\} + \{R^{(p)}\}) \dots \dots \dots (A \cdot 5) \end{aligned}$$

となる。また、式(A・5)を局所座標系での要素剛性方程式に代入すると、要素eの局所座標系での節点力{F_e}は、

$$\begin{aligned} \{F_e\} &= [k_e^{(p)}] \{\Delta_e\} + \{X_e^{(p)}\} \\ &= [k_e^{(p)}] [T_e] [U_e] [K^{(p)}]^{-1}(\{L\} + \{R^{(p)}\}) + \{X_e^{(p)}\} \dots \dots \dots (A \cdot 6) \end{aligned}$$

となる。ここで、[U_e]は[K^(p)]⁻¹から要素eに対応するマトリックスを取り出すためのマトリックスで、0あるいは1を要素としている。上式における[k_e^(p)]、{X_e^(p)}は要素の降伏状態や材料の非線形特性に応じて以下のように与えられる。

(A) 両端弾性
完全弾塑性材料・完全脆性材料

$$\begin{aligned} [k_e^{(p)}] &= [k_e] \\ &= E_e/L_e \begin{bmatrix} A_e & 0 & 0 & -A_e & 0 & 0 \\ & 12I_e/L_e^3 & 6I_e/L_e & 0 & -12I_e/L_e^2 & 6I_e/L_e \\ & & 4I_e & 0 & -6I_e/L_e & 2I_e \\ & & & A_e & 0 & 0 \\ & & & & 12I_e/L_e^2 & -6I_e/L_e \\ & & & & & 4I_e \end{bmatrix} \end{aligned}$$

{X_e^(p)}={0}
(B) 左端降伏、右端弾性
完全弾塑性材料

$$[k_e^{(p)}] = [k_e] - \frac{[k_e][C_{ei}][C_{ei}]^T [k_e]}{([C_{ei}]^T [k_e] [C_{ei}])}$$

$$\{X_e^{(p)}\} = \frac{[k_e][C_{ei}] R_e}{([C_{ei}]^T [k_e] [C_{ei}])}$$

完全脆性材料
{k_e^(p)}=[0], {X_e^(p)}={0}

(C) 左端弾性、右端降伏
完全弾塑性材料

$$[k_e^{(p)}] = [k_e] - \frac{[k_e]C_{ej}\{C_{ej}\}^T[k_e]}{(\{C_{ej}\}^T[k_e]\{C_{ej}\})}$$

$$\{X_e^{(p)}\} = \frac{[k_e]C_{ej}R_e}{(\{C_{ej}\}^T[k_e]\{C_{ej}\})}$$

完全脆性材料

$$[k_e^{(p)}] = [0], \{X_e^{(p)}\} = \{0\}$$

(D) 両端降伏

完全弾塑性材料

$$[k_e^{(p)}] = [k_e] - ([k_e]\{C_{ei}\}, [k_e]\{C_{ej}\}) \cdot$$

$$\left[\begin{array}{cc} \{C_{ei}\}^T[k_e]\{C_{ei}\}, \{C_{ei}\}^T[k_e]\{C_{ej}\} \\ \{C_{ej}\}^T[k_e]\{C_{ei}\}, \{C_{ej}\}^T[k_e]\{C_{ej}\} \end{array} \right]^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \{C_{ei}\}^T[k_e] \\ \{C_{ej}\}^T[k_e] \end{array} \right\}$$

$$\{X_e^{(p)}\} = ([k_e]\{C_{ei}\}, [k_e]\{C_{ej}\}) \cdot$$

$$\left[\begin{array}{cc} \{C_{ei}\}^T[k_e]\{C_{ei}\}, \{C_{ei}\}^T[k_e]\{C_{ej}\} \\ \{C_{ej}\}^T[k_e]\{C_{ei}\}, \{C_{ej}\}^T[k_e]\{C_{ej}\} \end{array} \right]^{-1} \left\{ \begin{array}{c} R_e \\ R_e \end{array} \right\}$$

完全脆性材料

$$[k_e^{(p)}] = [0], \{X_e^{(p)}\} = \{0\}$$

付録2. 正規分布裾野近似¹⁹⁾

基本確率変数 $\{X\}$ を設計点 $\{X^*\}$ で正規確率変数に近似したときの $\{X\}$ の平均値 $\{\mu_x^N\}$ 、共分散 $[V_x^N]$ は、

$$\{\mu_x^N\} = [\mu_{x_1}^N, \mu_{x_2}^N, \dots, \mu_{x_n}^N]^T \dots \dots \dots (B-1)$$

$$[V_x^N] = \left[\begin{array}{cccc} (\sigma_{x_1}^N)^2, \text{Cov}^N(x_1, x_2), \dots, \text{Cov}^N(x_1, x_n) \\ & (\sigma_{x_2}^N)^2, & \dots, \text{Cov}^N(x_2, x_n) \\ \text{Sym.} & & & \\ & & & (\sigma_{x_n}^N)^2 \end{array} \right] \dots \dots \dots (B-2)$$

となる。

$$\mu_{x_i}^N = x_i^* - [\Phi^{-1}\{F_{x_i}(x_i^*)\}] \sigma_{x_i}^N \dots \dots \dots (B-3)$$

$$\sigma_{x_i}^N = \Psi[\Phi^{-1}\{F_{x_i}(x_i^*)\}] / f_{x_i}(x_i^*) \dots \dots \dots (B-4)$$

$$\text{Cov}^N(x_i, x_j) = \rho(x_i, x_j) \cdot \sigma_{x_i}^N \sigma_{x_j}^N \dots \dots \dots (B-5)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$ は標準正規確率分布関数、 $\Psi(\cdot)$ は標準正規確率密度関数、 $F_{x_i}(\cdot)$ は x_i の確率分布関数、 $f_{x_i}(\cdot)$ は x_i の確率密度関数、さらに $\rho(x_i, x_j)$ は基本確率変数 x_i と x_j の相関係数である。

参 考 文 献

- 1) Freudenthal, A. M. : The Safety of Structures, Trans. ASCE, Vol.112, pp.125~159, 1947.
- 2) Keeney, R. L. and Raiffa, H. : Decisions with Multiple Objectives-Preferences and Value Tradeoffs, John Wiley & Sons, 1976.
- 3) Stevenson, J. and Moses, F. : Reliability Analysis of Frame Structures, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.96, No. ST 11, pp.2409~2427, 1970.
- 4) Vanmarcke, E. H. : Matrix Formulation of Reliability Analysis and Reliability-Based Design, Computers & Structures, Vol.3, pp.757~770, 1971.
- 5) Ditlevsen, O. : Narrow Reliability Bounds for Structural

- Systems, Journal of Structural Mechanics, Vol.7, No.4, pp.453~472, 1979.
- 6) Ditlevsen, O. : System Reliability Bounding by Conditioning, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.108, No.EM 5, pp.708~718, 1982.
- 7) たとえば, Watwood, V. B. : Mechanism Generation for Limit Analysis of Frames, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.109, No.ST 1, pp.1~15, 1979.
- 8) Quek, S-T. and Ang, A. H-S. : Structural System Reliability by the Method of Stable Configuration, Civil Engineering Studies, Structural Research Series No.529, University of Illinois, Urbana, 1986.
- 9) Melchers, R. E. and Tang, L. K. : Failure Modes in Complex Stochastic Systems, Proc. of ICOSSAR' 85, Vol.1, Kobe, Japan, 1985, pp.97~106, 1985.
- 10) Murotsu, Y., Okada, H., Taguchi, K., Grimmelt, M. and Yonezawa, M. : Automatic Generation of Stochastically Dominant Failure Modes of Frame Structures, Structural Safety, Vol.2, pp.17~25, 1984.
- 11) Murotsu, Y., Okada, H. and Matsuzaki, S. : Reliability Analysis of Frame Structure under Combined Load Effects, Proc. of ICOSSAR' 85, Vol.1, Kobe, Japan, 1985, pp.117~128, 1985.
- 12) Ang, A. H-S., Abdelnour, J. and Chaker, A. A. : Analysis of Activity Networks under Uncertainty, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.101, No.EM 4, pp.373~387, 1975.
- 13) Hisada, T. and Nakagiri, S. : Role of the Stochastic Finite Element Method in Structural Safety and Reliability, Proc. of ICOSSAR' 85, Vol.1, Kobe, Japan, 1985, pp.385~394, 1985.
- 14) Parkinson, D. B. : Solution for Second Moment Reliability Index, Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.104, No.EM 5, pp.1267~1275, 1978.
- 15) 長 尚 : 相関がある場合の全確率分布安全性指標, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.32A, pp.485~494, 1986.
- 16) 永田 茂・星谷 勝 : 線形構造物の信頼性評価に関する一研究, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.34A, pp.689~697, 1988.
- 17) 長 尚・大矢秀人 : 式で表現されていない破壊規準に対する全確率分布安全性指標, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.33A, pp.743~748, 1987.
- 18) Okada, H., Matsuzaki, S. and Murotsu, Y. : Safety Margins for Reliability Analysis of Frame Structures, Bulletin of University of Osaka Prefecture, Series-A, Vol.32, No.2, pp.155~163, 1983.
- 19) Rackwitz, R. and Fiessler, B. : Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences, Computers and Structures, Vol.9, pp.489~494, 1978.
- 20) Ang, A. H-S. and Tang, W. H. : Probability Concepts in Engineering Planning and Design Volume II, John Wiley & Sons, 1984.
- 21) 田中孝昌・三原徹治・飯塚 稔・石川信隆 : 最適化手法

による軸力の影響を考慮したラーメンの信頼性解析，土木学会年次講演会概要集，pp. 265～266，1986.

学における数値解析法シンポジウム論文集，日本鋼構造協会，Vol. 12，pp. 401～406，1988.

22) 永田 茂・星谷 勝：骨組構造物の信頼性解析，構造工

(1988.1.5・受付)
