
投稿論文
Paper
(In Japanese)

局部座屈を考慮した箱形断面鋼骨組構造物の強度

STRENGTH OF LOCALLY BUCKLED STEEL FRAMED STRUCTURES OF BOX SECTIONS

宇佐美 勉*・寺尾 圭史**

By Tsutomu USAMI and Keiji TERAO

A numerical study is presented on the strength of unbraced steel framed structures with local buckling. A finite element program has been developed to trace up to collapse the inelastic behavior of steel framed structures by using moment-thrust-curvature curves of locally buckled stub-columns computed by the authors. The numerical results are compared with the design formulas considering the decrease in the strength due to local buckling. An examination is also made on the influence of the modifications of the effective length factor K and the equivalent moment ratio C_m . As a result, a better design formula has been obtained.

Keywords : rigid frame, local buckling, strength, inelastic, design

1. 緒 言

近年、道路交通事情改善のため、あるいは高速道路網計画推進のため、都市高速高架道路が多く建設されている。その際、製作のしやすさ、保守性の良さなどから、橋脚として鋼ラーメン橋脚が採用される事例が多い。そして、製作性、経済性の面から、薄肉の箱形断面部材が選ばれる場合もかなりある。わが国の道路橋示方書¹⁾(以下、道示という)では、鋼ラーメン構造物の細部設計に関して細かく示されておらず、構造詳細については各公団などで独自の設計基準を設けているようであるが、耐荷力に関しては、弾性座屈理論に基づいて決められた有効座屈長を用い、これにより、はり-柱としての極限強度相関式および断面の局部座屈相関式を安全率で除した照査式による許容応力度設計法が示されている。実際に設計を行う場合にもこれに従っており、大部分の設計では道示に示された有効座屈長係数を用いている²⁾。

この論文は、無補剛箱形断面よりなる側方拘束のない

平面鋼ラーメン構造物の強度-変形解析手法および設計式の検討について述べたものである。著者らは、薄板構造物を対象とした弾塑性有限変位解析により、初期不整(初期たわみおよび残留応力)と局部座屈を考慮した箱形断面短柱の平均的モーメント-軸方向力-曲率関係(以下 $M-P-\Phi$ 関係という)を求め³⁾、はり-柱の強度解析⁴⁾を行い、設計式の提案を行ってきた。本論文では、同じ $M-P-\Phi$ 関係をもとに、平面ラーメン構造物の荷重-変形挙動の有限要素解析法を提示し、文献2)の実績調査結果を参考にして定めたラーメン構造物に、鉛直力と水平力が作用したときの荷重-変形挙動を解析する。そして、文献4)で提案した局部座屈の影響を考えた、はり-柱の極限強度相関式および局部座屈相関式に有効座屈長の概念を導入し、ラーメン構造物の極限強度を求め、解析結果と比較し設計相関式の精度を検討する。

現在諸外国で側方拘束のないラーメン構造物の設計方法の見直しが進められており、有効座屈長に基づく設計に批判的な論文も数多く見受けられ、それに代わる方法として $P-\Delta$ 法に属する種々の方法が提案されている⁵⁾。しかしながら、文献6)で述べたように、現行道示の有効座屈長の概念は、多少の修正を施すことにより、局部座屈を考えないラーメン構造物の設計をかなりの精度で行えることがわかったので、本研究でもこの考えに基づ

* 正会員 D.Sc. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工修 横河橋梁製作所・研究所 (〒260 千葉市新港 88)

いた方法を採用する。側方拘束のないラーメンの極限強度を厳密に解析する方法は塑性設計との関連で過去に数多く行われている⁷⁾。しかしながら、それらのほとんどが局部座屈を考えなくてもよい、いわゆるコンパクトな断面を対象とした研究であり、局部座屈を考えたいラーメンの強度に関する研究は、中井・酒造らの研究⁸⁾以外に見当たらない。中井・酒造らの解析方法は局部座屈を考えない棒要素に対する弾塑性有限変位解析に、断面の局部座屈強度相関式を取り入れた第1塑性ヒンジ法であり、局部座屈発生による部材剛性の低下は考慮できず、また最高荷重後の変形挙動も追跡できない。これに対し、本論文の解析手法は上記2点も考慮でき、その意味でより厳密な解析方法といえよう。

2. 解析方法

本解析で用いた方法は、曲げ変形のみを考慮した、棒部材に対する有限変位理論に基づく有限要素法である。解析の対象は、Fig. 1 に示すような、柱頂部に鉛直力を受け、節点に増大する水平力を受ける骨組である。ただし増大する荷重が複数個ある場合には、それぞれ常に一定の比率で増大（比例載荷）するものとする。

(1) 剛性方程式

骨組の荷重変形解析を行うため、1) 軸方向力による部材の変形は無視できる、2) 軸方向力は変形後も大きさが一定で変化しない、3) 断面の $M-P-\phi$ 関係は与えられている、4) 部材の初期たわみは考えない、を仮定する。

Fig. 2 の部材の変形後のつり合い式は、横方向荷重のない場合次式で与えられる。

$$M'' - Pv'' = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 M ：曲げモーメント、 P ：軸圧縮力、 v ：たわみであり、プライムは部材軸 x に関する微分を表わす。式 (1) の両辺に仮想変位 δv を乗じ、部材の長さ L について積分し、さらに部分積分を行えば次式を得る。

$$-\int_0^L M \delta v'' dx - P \int_0^L v' \delta v' dx = [V \delta v]_0^L - [M \delta v']_0^L \dots\dots\dots (2)$$

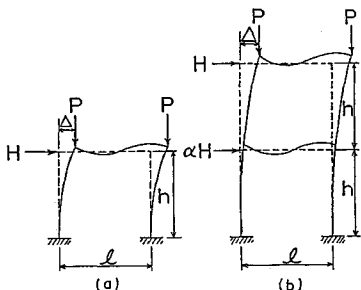


Fig. 1 Rigid Frames to be Analysed.

$$V = M' - Pv' \dots\dots\dots (3)$$

上式の V は横力である。ここで、式 (2) の増分形を求める。式 (2) で $M \rightarrow M + \Delta M$, $v \rightarrow v + \Delta v$, $V \rightarrow V + \Delta V$ と置き、構成則として

$$\Delta M = -B \Delta v'' \dots\dots\dots (4)$$

を採用すれば次式を得る。

$$\int_0^L B \Delta v'' \delta \Delta v'' dx - P \int_0^L \Delta v' \delta \Delta v' dx = [\Delta V \delta \Delta v]_0^L - [\Delta M \delta \Delta v']_0^L + [V \delta \Delta v]_0^L - [M \delta \Delta v']_0^L + \int_0^L M \delta v'' dx + P \int_0^L v' \delta v' dx \dots\dots (5)$$

ここで、 M, v, V ：あるつり合い状態における曲げモーメント、たわみ、横力、 $\Delta M, \Delta v, \Delta V$ ： M, v, V の増分、 B ：与えられた軸方向圧縮力 P および曲率 $\phi = -v''$ に対応する点の $M-P-\phi$ 曲線の接線、すなわち接線剛性である。

次に、式 (5) をマトリックス表示する。たわみ増分 $\Delta v(x)$ を 3 次多項式の形状関数 $N(x)$ を用いて

$$\Delta v(x) = N(x) \cdot \Delta d \dots\dots\dots (6)$$

とおく。ここで Δd は節点変位増分ベクトルで次式で表わされる。

$$\Delta d^T = [\Delta v_1, \Delta \theta_1, \Delta v_2, \Delta \theta_2] \dots\dots\dots (7)$$

上式中、 $\Delta v_i, \Delta \theta_i$ ($i=1, 2$) は i 点におけるたわみ増分、たわみ角増分である。式 (6) を式 (5) に代入することにより次式の要素の増分形剛性方程式を得る。

$$(k - Pk_c) \cdot \Delta d = \Delta r + r - f \dots\dots\dots (8)$$

ただし、

$$k = \int_0^L BN''^T \cdot N'' dx \dots\dots\dots (9)$$

$$k_c = \int_0^L N^T \cdot N' dx = \frac{1}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 3L & -36 & 3L \\ 4L^2 & -3L & -L^2 & \\ \text{sym.} & 36 & -3L & \\ & & & 4L^2 \end{bmatrix} \dots\dots (10)$$

$$f = - \int_0^L MN''^T dx - Pk_c \cdot d \dots\dots\dots (11)$$

である。 f は内力から求められる節点力ベクトルである。

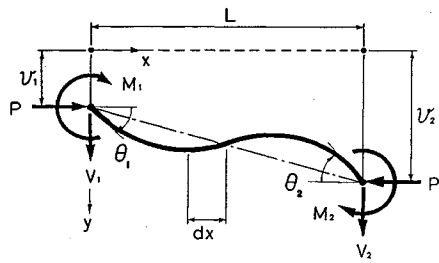


Fig. 2 Beam-Column Element.

(2) 一般変位・一般力で表わした剛性方程式

前節で示した定式化では軸変形を無視しており、部材軸方向の変位成分が節点変位ベクトルに含まれていないので、通常の方法では構造全体の剛性行列を求めることができない。そこで、一般変位・一般力の概念⁹⁾を用いてこれを行う。この方法の詳細は文献に譲るが、軸線不伸長の仮定（たわみ角法と同じ仮定）より得られる構造物全体の未知変位量（一般変位）を設定し、各節点での節点変位を一般変位に変換して構造全体の剛性行列を求める方法である。対応する荷重は節点力による仕事と一般力による仕事が等しい条件より求められる。この方法により、構造物全体の増分形の剛性方程式が次式のように求められる。

$$(K - PK_c) \cdot \Delta D = \Delta R + R - F \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 K ：構造物全体の剛性行列、 K_c ：構造物全体の幾何剛性行列、 ΔD ：一般変位増分ベクトル、 ΔR ：一般力増分（荷重増分）ベクトル、 R ：一般力（荷重）ベクトル、 F ：構造物全体の等価荷重ベクトルである。式(12)が以下の数値計算に使用する増分形の剛性方程式である。

(3) 変位増分法

本解析などのように不安定現象を伴う構造物の解析では荷重降下の部分が生ずるため、荷重増分法よりも変位増分法を用いたほうが効率的である。この解析では、荷重比を一定にしながらか特定の点の変位を増分させ Newton・Raphson 法によって収束計算を行う Haisler・Stricklin・Key の変位増分法¹⁰⁾を用いる。この方法は、水平力が単一の場合（Fig.1で α が零の場合）には一点の変位を増分させてゆく通常の変位増分法と同じである。

(4) 数値計算プログラム

前節までに示した手順により、数値計算プログラムを作成した。この中で、式(9)および式(11)の数値積分計算法として Gauss-Legendre の5点積分公式を用いている。また、各分割点位置での接線剛性 B および曲げモーメント M の値は、3次の B -スプライン法によって、与えられた M - P - Φ 関係の離散値データを補間して求めている。本数値解析方法では、計算の全般にわたり、軸方向力は一定であるとしており、このことは、1つの部材について、計算に必要な M - P - Φ 曲線が1本であることを意味している。そこで、繰り返し計算に先立って、各部材ごとに、用いる M - P - Φ 曲線の B -スプライン関数の係数を求めておけば、積分計算時には、かなり能率良く補間値を知ることができる。以上のことから、たわみ形状はそれぞれの部材ごとに3次関数で近似したものであるが、各部材の Gauss 法の積分点位置で別々の短柱を考えているのと等価であり、それぞれの短

柱に対して局部座屈を考慮した M - P - Φ 関係を用いれば、全体としての局部座屈を考慮した荷重-変形挙動を求めることができると考えられる。

3. 数値計算結果および考察

(1) 計算精度の検証

局部座屈を考慮した骨組解析を行うのに先立って、計算精度を検証するために、局部座屈を考慮していない M - P - Φ 関係を用いてはり-柱およびラーメンの解析を行い、既存の結果と比較する。用いた断面は AISC 規格の $W8 \times 31$ 断面の圧延鋼および矩形断面である。前者の M - P - Φ 関係は最大圧縮残留応力が降伏応力の 30% の場合に対して Galambos¹¹⁾ が求めた曲線を用い、後者に対しては公式が簡単に求められる¹¹⁾ ためそれを用いた。 M - P - Φ 関係の入力は Φ/Φ_y (ここで Φ_y は降伏曲率) の 0.05 きざみごとに行った。

Fig.3 は両端単純支持部材が、増大する片曲げと一定圧縮力を受ける場合について、既存の数値解析^{12),13)} と本解析による解とを比較したものである。軸圧縮力 $P = 0.6 P_y$ (ここで P_y は全断面降伏軸方向力) であり、破線は CDC 法による解¹²⁾、一点鎖線は軸変形を考慮した有限要素法による解¹³⁾、実線は本解析による解を示している。本解析では、部材の分割数を 10 にしている。これらの図から、本計算による結果は既存の解と比較して全体にやや高め値を与えるものの、傾向はよく一致しているといえる。細長比 L/r (ここに、 L ：部材長、 r ：断面 2 次半径) が小さい場合には、既存の解との差はほとんどみられないが、細長比が大きくなるに従って、その差が多少大きくなっている。本解析結果と軸変形を考えた有限要素解析結果との差はほとんどみられないことがわかる。

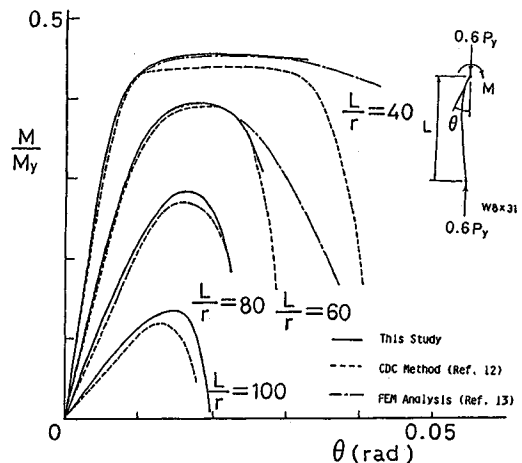


Fig.3 Comparison of Beam-Column Analysis.

Fig. 4 は、1層1支間で矩形断面の小型骨組について実験・解析¹⁴⁾を行ったものと、本解析結果とを比較したものである。これは、はりとは柱は剛結、柱端部は固定として、柱頂部に軸圧縮力と増大する水平力が加えられている。ただし図の H_{pc} は、1次剛塑性解析から得られる最大耐荷力である。この構造に対して、柱およびはりをそれぞれを10分割して計算を行った。ただし、実際には、構造・荷重が逆対称であるから全体の半分だけについて考えればよく、柱を10分割、はりの半分を5分割した。この例でも、本数値解析結果は文献14)の計算結果とよく一致しているのがわかる。実験値が計算値と異なる理由は文献14)にも記載されていないが、固定条件が十分に満たされていないかと推察される。

(2) 局部座屈を考慮した骨組の荷重-変形解析

前節で、本数値解析プログラムの精度が十分に良いことが明らかとなったので、次に、 $M-P-\Phi$ 関係に局部座屈を考慮したものを用いて、この数値解析の本来の目的である局部座屈を考慮した骨組の強度解析を行った。ここで用いた $M-P-\Phi$ 関係 (Fig. 5) は、文献3)によるものである。それらは、薄板で構成される正方形箱形断面短柱に対して求められたもので、短柱の長さとは断面の幅との比は0.7、最大圧縮残留応力は $0.3\sigma_y$ (ここに σ_y は降伏応力)、板要素の最大初期たわみは断面の幅の $1/250$ である。文献3)の中で示されているデータのみでは、変形が大きくなった場合に、曲げモーメントが最大値になる部分などで、曲率 Φ に対応する曲げモーメント M のデータが不足することも考えられる。しかし、文献中で示されているデータは Φ の大きな部分で $M-P-\Phi$ 関係がほぼ線形的に減少しているため、今回の計算では、そのまま線形的に延長して得た $M-P-\Phi$ 関係データを用いている。

a) 解析の対象とする構造

前述したように、本数値解析では、主に鋼橋脚を解析対象としている。鋼ラーメン橋脚については、文献2)

で実績調査が行われており、本解析ではこれに基づいて柱の細長比パラメーター $\bar{\lambda}$ (後述の式 (21) で $K=1.0$ とする) が0.2から0.6の1層1支間および2層1支間のラーメンについて計算を行った。ただし、断面は幅 b 、厚さ t の板で構成された正方形箱形断面で、幅厚比は30, 40, 60の3種類とした。また、荷重の状態は、Fig. 1 のようであり、1層1支間では柱頭頂部に増大する水平荷重と柱に作用する鉛直力を、2層1支間では2層部分と1層部分に $1:\alpha$ の比で増大する水平荷重と柱に作用する鉛直力を考えた。今回の解析では、部材の材質はすべて SM 50 相当材 (降伏応力 $\sigma_y=3200 \text{ kgf/cm}^2=327 \text{ MPa}$) を考え、また、柱とはりの断面は等しい一様断面に限って解析を行っている。なお、3つの幅厚比 ($b/t=30, 40, 60$) は後述の幅厚比パラメーター R (式

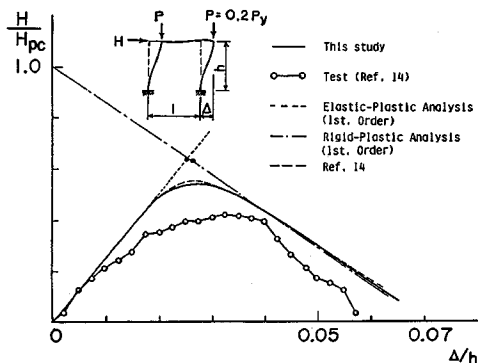


Fig. 4 Comparison of Rigid Frame Analysis.

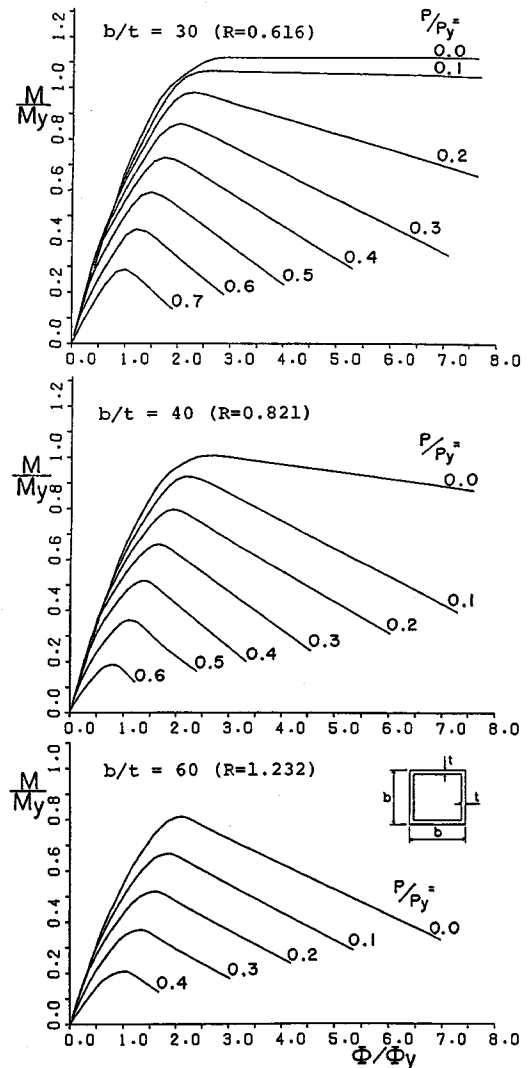


Fig. 5 $M-P-\Phi$ Curves of Box Sections.

(18) で表わすと、それぞれ 0.616, 0.821, 1.232 となる。

b) 計算結果

前節で示した断面について、計算を行った結果を次に示す。計算は、柱を 10 分割、はりの半分を 5 分割して、全体の半分のみにて行った。

まず、Fig. 6 に得られた荷重-変位曲線の例を示した。ここで示したものは、図中の挿図に示されているラーメンの水平荷重 H と水平変位 Δ との関係で、それぞれ H_y および Δ_y で無次元化してある。ここで、 H_y 、 Δ_y は、それぞれの構造に対して軸圧縮力がない場合に、弾性微小変形理論により求められた曲げモーメント分布の最大となる点で、曲げモーメントが降伏曲げモーメントに達するときにおける水平方向荷重と水平方向変位である。

図中には曲率が最大になる点(柱の固定端部)での曲率 Φ を降伏曲率 Φ_y で無次元化した値も Δ 、 \circ 等で示してある。これらの図をみると、幅厚比が比較的小さく軸圧縮力も小さい場合には、最高荷重後も滑らかな曲線に

なっているが、幅厚比が大きい、あるいは、軸圧縮力が高い場合には最高荷重後は急速に耐荷力が失われていくことがわかる。特に最高荷重後の曲線が描かれていないものは、この部分で計算が不安定となり、それ以降の変形が求められなかったものである。さらに、Fig. 5 の $M-P-\Phi$ 関係と比較すると、Fig. 6 で最高荷重が明確に現われている場合には、最高荷重時の曲率は、 $M-P-\Phi$ 関係のモーメントが最大となる曲率とほぼ一致している。すなわち、幅厚比が比較的大きい場合、または、幅厚比が比較的小さくても軸圧縮力が高い場合には最大曲率断面での曲げモーメントが断面の局部座屈に対する極限状態に達すると骨組みは耐荷力を失うという興味ある事実がわかる。これは文献 15) で実験的に観察された事実と一致する。

(3) 設計式との比較と考察

数値計算から得られた鉛直力と最大水平力の関係(ラーメンの強度相関式)を、著者らが提案してきたはり-柱の強度推定式^{3),4)}に有効座屈長の概念⁶⁾を導入して

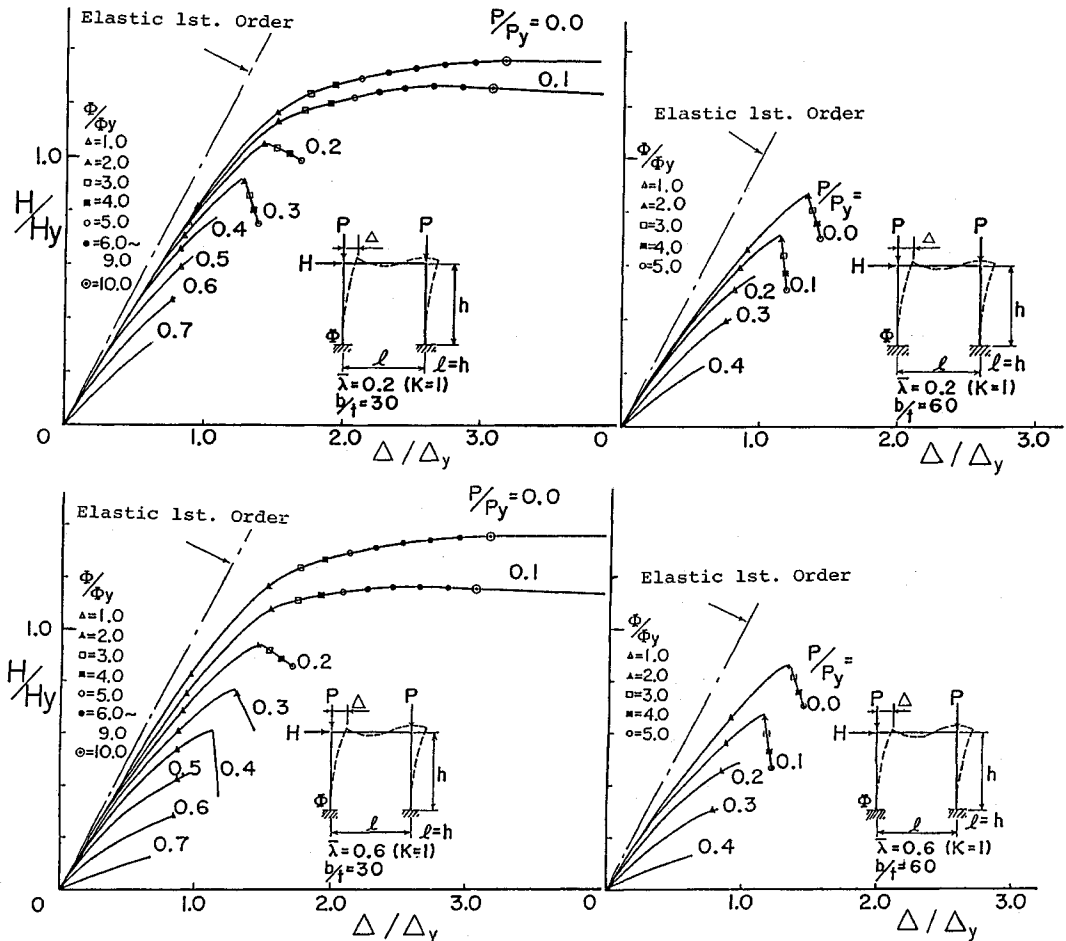


Fig. 6 Computed Load-Displacement Curves.

得られるラーメンの強度相関式と比較する。

はり-柱が、両端に軸方向圧縮力 P と 1 軸曲げ M_0 , αM_0 (ただし, $-1 \leq \alpha \leq 1$) を受ける場合の極限強度相関式および局部座屈相関式はそれぞれ次式のようになる。

$$\frac{P}{P_u} + \frac{M_0 C_m}{M_u(1-P/P_E)} = 1.0 \dots\dots\dots (13)$$

$$\frac{P}{Q P_y} + \frac{M_0}{M_u} = 1.0 \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$Q = \frac{0.7}{R} \leq 1.0 \dots\dots\dots (15)$$

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 \cdot 4}} \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{P_u}{Q P_y} &= 1.0 && (\bar{\lambda} \leq 0.2) \\ &= 1.109 - 0.545 \bar{\lambda} && (0.2 < \bar{\lambda} \leq 1.0) \\ &= \frac{1}{0.773 + \bar{\lambda}^2} && (1.0 < \bar{\lambda}) \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{Q} \lambda \dots\dots\dots (18)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{K h}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \dots\dots\dots (19)$$

$$M_u = \frac{5 Q + 3}{8} M_y \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{P_E}{P_y} = \frac{1}{\lambda^2} \dots\dots\dots (21)$$

上式中、 K ：有効座屈長係数、 h ：柱の高さ、 C_m ：等価モーメント修正係数、 M_y ：降伏モーメント、 P_E ：オイラー座屈荷重である。有効座屈長係数 K は非弾性効果の影響も含めて付録の方法によって求める。等価モーメント修正係数 C_m は道示では $C_m = 0.6 + 0.4 \alpha \geq 0.4$ を用いているがここでは AISC に従って⁷⁾

$$C_m = 0.85 \dots\dots\dots (22)$$

を用いる。

ラーメン構造物の近似強度相関式は次のように求められる。まず弾性微小変位理論（1次理論）によって、水平力のみが作用する場合の曲げモーメント分布を水平力の関数として求め、各層の柱の両端部での曲げモーメントを式 (13), (14) に代入し、最小の水平荷重を求めればそれが極限荷重となる。

Fig. 7 は以上のようにして求められたラーメンの近似強度相関式を数値計算から得られたより厳密な値（以下厳密解とよぶ）と比較したものである。厳密解は■で示し、実線は上述の方法で求めた近似相関曲線、点線は式 (20) の降伏モーメント M_y を全塑性モーメント M_p に置き換えた式をもとに求められた近似相関式である。式

(20) はフランジ板の局部座屈を考えた有効幅の概念によって求められた式³⁾であるが、文献4)で述べたように、式 (20) の曲げ強度式は厳密な解析結果に比べて安全側にあり、 M_y を M_p に置き換えた方が厳密解に近いことからこのような方法も併用した。なお、 M_p と M_y の間には薄肉正方形箱形断面に対して近似的に次の関係がある。

$$M_p = 1.17 M_y \dots\dots\dots (23)$$

これらの図では、どの線も大きく2つの部分に分けることができる。すなわち、 H/H_y の値が大きい部分では、局部座屈相関式 (14) によって耐荷力が決定されるため、相関曲線は右下がりの直線となっているが、ある H/H_y の値以下の部分では、極限強度相関式 (13) によって耐荷力が決定されるようになるため、下に凸の曲線となっている。なお、この直線と曲線との境界点の P/P_y の値は、等価モーメント修正係数 C_m の値によって上下し、相関曲線の P/P_y 軸への切片は、有効座屈長係数 K の値によって上下することは式の形から明らかである。このことから、相関曲線の形状を決定するのにこの2つのパラメーターが非常に重要である⁶⁾。さらに、等価モーメント修正係数 C_m を道路橋示方書の式から0.85に置き換えることにより近似相関曲線を厳密解に沿う形に修正できる⁶⁾。厳密相関曲線と近似相関曲線を比較すると M_y を用いた近似曲線はほとんどの領域で安全側にあることがわかる。さらに、 M_p を用いた近似相関曲線は H/H_y が小さい領域で多少危険側になる部分があるものの厳密相関曲線と非常によく一致する。文献2)の実績調査によれば、実用鋼ラーメン橋脚における軸圧縮力 P は中心軸圧縮強度 P_u の高々60%程度であり、この領域では提案した相関式は良好な安全側の式になっている。

この論文での数値解析には、部材軸の初期たわみの影響が考慮されていない。しかし、上で述べたように、わが国の橋脚ラーメンは曲げモーメントが支配的な部分で設計されているため部材軸の初期たわみの影響は大きくないものと思われる。なお、残留応力、構成板要素の面外初期たわみの影響は、 $M-P-\Phi$ 関係を求める際に考慮されており、ラーメン構造物の強度解析にはこれらの影響が考慮されていることになる。

4. 結 論

局部座屈を考慮した鉛直力と水平力を受ける側方拘束のない鋼箱形断面ラーメン構造物の強度-変形解析方法について述べた。解析には残留応力および構成板要素の面外初期たわみの影響は考慮されているが、部材軸の初期たわみの影響は無視している。解析結果は著者がすでに提案しているはり-柱の相関式⁴⁾に有効座屈長の概

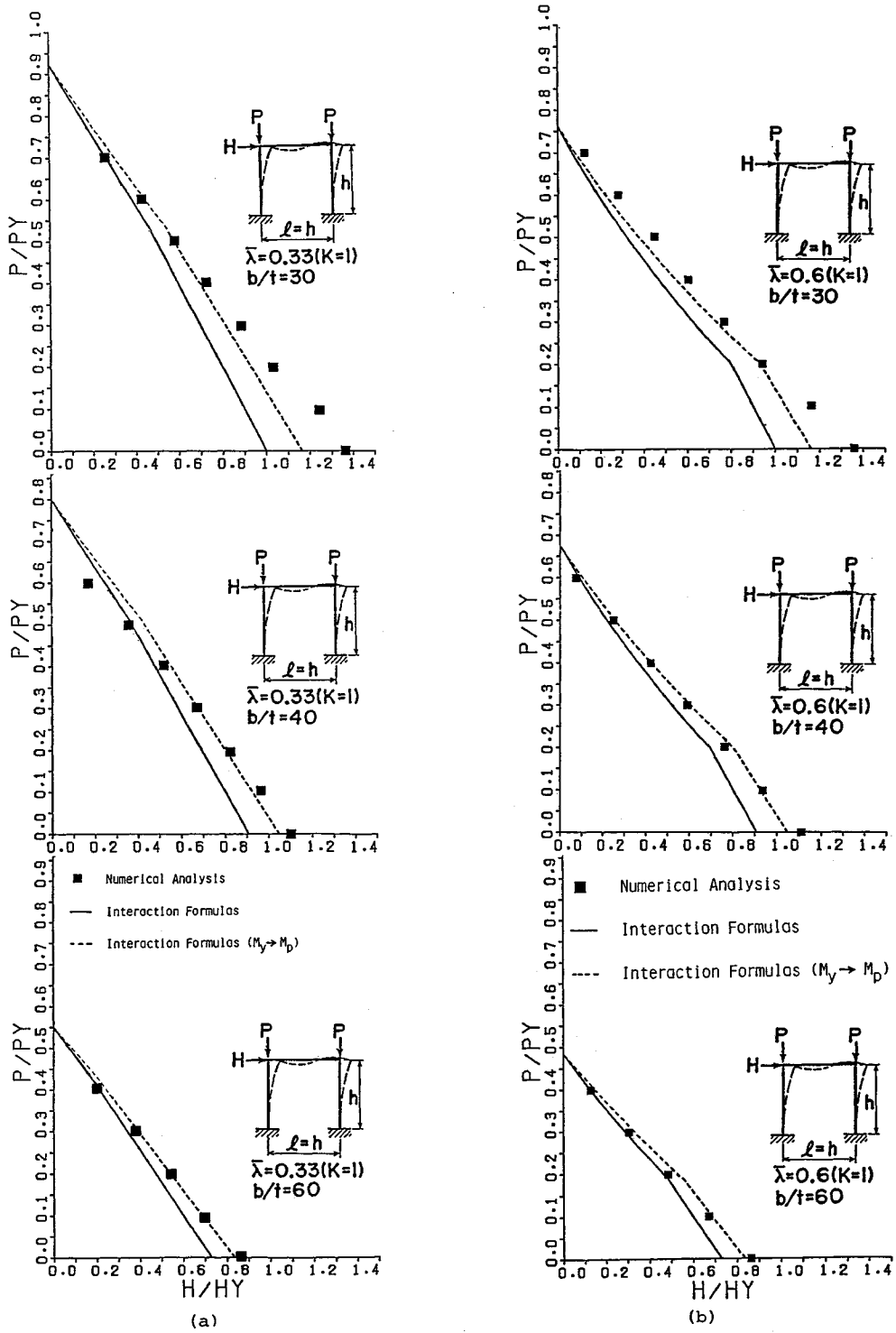


Fig. 7 Comparison of Interaction Curves.

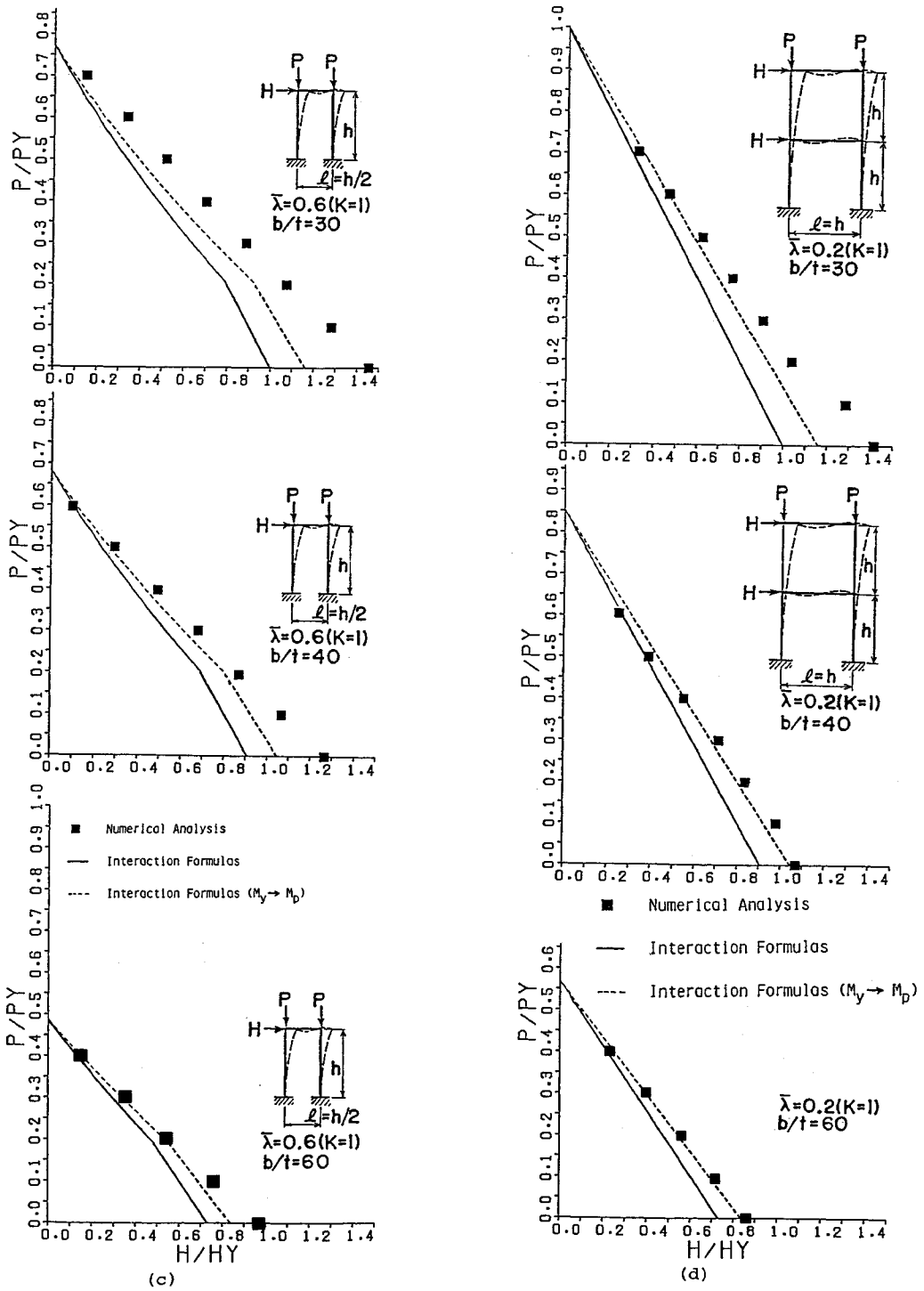


Fig.7(continued) Comparison of Interaction Curves.

念⁶⁾を導入して得られる鉛直力と水平力の強度相関式と比較検討を行った。この研究によって得られた主な結論を挙げると以下ようになる。

(1) 断面の $M-P-\phi$ 関係を用いた軸線不伸長の仮定による棒部材に対する有限要素法を変位増分手法を用いて数値解析することにより、荷重降下部までも含む変形挙動を精度良く計算できる。

(2) 局部座屈を考慮した短柱の $M-P-\phi$ 関係を、数値解析手法の入力データに用いることで、局部座屈を考慮したラーメン構造物の荷重-変形挙動を解析できる。

(3) 幅厚比が比較的大きい場合、または、幅厚比が比較的小さくても軸圧縮力が大きい場合には最大曲率断面での曲げモーメントが断面の局部座屈に対する極限状態に達するとラーメンは耐荷力を失う。

(4) 有効座屈長係数 K に非弾性域の値 (付録参照) を用い、等価モーメント修正係数 C_m を 0.85 (AISC の値) と置くことにより、はり-柱の相関強度式 [式 (15) ~ 式 (24)] より求められたラーメン構造物の近似強度相関曲線 (Fig. 6 の実線) は、数値解析より求められたより厳密な曲線に比べ全般的に安全側にある。

(5) 曲げ強度 M_u の推定式 (22) の降伏モーメント M_y を全塑性モーメント M_p に置き換えることによって求められたラーメン構造物の近似強度相関曲線は、数値解析結果と非常によく一致する。

なお、この論文で対象としたラーメンは、各部材が等断面で、荷重条件は Fig. 1 のようなものに限定したが、より一般的なラーメン構造物の強度に関しては今後の研究課題にしたい。

謝 辞：熊本大学工学部土木工学科助手の山尾敏孝氏には、Fig. 3 の有限要素法による数値解析 (文献 13) のデータを提供して頂いた。また、数値計算はすべて名古屋大学大型計算機センターの FACOM・M 382 を使用した。

付 録

非弾性域における有効座屈長の計算手順について述べる。基本的には Yura の方法¹⁶⁾と同一である。

① 次式より弾性有効座屈長係数を求める。

$$K = \sqrt{\frac{1.6 + 2.4(\xi_1 + \xi_2) + 1.1 \xi_1 \xi_2}{\xi_1 + \xi_2 + 5.5 \xi_1 \xi_2}} \dots\dots\dots (A.1)$$

ここで、

$$\xi_1 = \frac{1}{1 + G_c}, \quad \xi_2 = \frac{1}{1 + G_b} \dots\dots\dots (A.2, 3)$$

G は拘束係数で、次の関係で示される。

$$G = \frac{\text{柱の剛度の和}}{\text{はりの剛度の和}} = \frac{\sum (I/L)_{\text{column}}}{\sum (I/L)_{\text{beam}}} \dots\dots\dots (A.4)$$

Table 1 Inelastic Effective Length Factor K' .

	$\bar{\lambda} (K=1)$	b/t	One Story		Two Story ($\ell=h$)	
			$\ell=h$	$\ell=h/2$	First Story	Second Story
K'	0.20	30	1.008	1.004	1.016	1.025
		40	1.007	1.003	1.014	1.021
		60	1.005	1.002	1.009	1.014
	0.33	30	1.020	1.010	1.042	1.066
		40	1.018	1.009	1.036	1.056
		60	1.012	1.006	1.025	1.038
	0.47	30	1.038	1.019	1.078	1.129
		40	1.033	1.017	1.068	1.111
		60	1.023	1.012	1.047	1.075
	0.60	30	1.057	1.028	1.116	1.200
		40	1.051	1.025	1.102	1.174
		60	1.036	1.018	1.073	1.120
Elastic Value K			1.163	1.090	1.277	1.470

Note: See Fig.1 for notation.

ただし、式 (A.2)、(A.3) の G の添字 t 、 b は柱の上端、下端を表わす。

② K より柱の細長比パラメーター $\bar{\lambda}$ (式 (21)) および修正細長比 $\bar{\lambda}'$ (式 (20)) を求め、中心軸圧縮柱強度 P_u/P_y (式 (19)) を求める。

③ オイラー座屈荷重 P_E/P_y を式 (23) より求める。

④ 修正拘束係数 G' を次式より求める。

$$G' = G \cdot (P_u/P_E) \dots\dots\dots (A.5)$$

⑤ 式 (A.5) の G' を式 (A.2)、(A.3) の G として非弾性有効座屈長係数 K' を求める。

⑥ 弾性有効座屈長 K を K' に置き換えて②以下の操作を行い、有効座屈長が収束するまで上の操作を繰り返す。

非弾性有効座屈長は、通常、1 回程度の繰り返しで実用的な範囲で収束値が得られる。なお、式 (A.1) は、AISC のノモグラフの解¹⁷⁾の近似式¹⁷⁾であるが、精度は非常によく、 G が 0 から 100 の間で誤差は 1% 以内である。Table 1 に数値計算を行ったラーメン構造物の有効座屈長の弾性域および非弾性域の値を示す。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1980年2月。
- 2) 中井 博・河井章好・吉川 紀・北田俊行・酒造敏広：鋼製ラーメン橋脚の実績調査 (上)，橋梁と基礎，1982年6月。
- 3) 宇佐美勉・土屋信洋・大谷恭弘・福本啓士：薄板集成短柱の弾塑性有限変位解析，土木学会論文集，No. 362/I-4，1985年10月。
- 4) 宇佐美勉・土屋信洋・福本啓士：鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究，土木学会論文集，No. 362/I-4，1985年10月。
- 5) 水野克彦・宇佐美勉：横拘束のない鋼骨組構造物の簡易

- 強度解析方法の比較，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，1987年9月。
- 6) 垣内辰雄・宇佐美勉：有効座屈長を用いた横拘束のない鋼骨組構造物の設計，土木学会第42回年次学術講演会講演概要集，1987年9月。
 - 7) Johnston, B. J. ed. : Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, 3rd ed. John Wiley & Sons, 1976.
 - 8) 中井 博・酒造敏広・大垣賀津雄：鋼薄肉ラーメン構造物の限界強度の近似計算法，土木学会論文集，No.380/I-7, 1987年4月。
 - 9) Rubinstein, F. 著，川井忠彦・矢川元基・武田 洋・藤谷義信・中沢章平共訳：有限要素法による線形構造解析，培風館，1979。
 - 10) Haisler, W.E., Stricklin, J.A. and Key, J.E. : Displacement Incrementation in Non-Linear Structural Analysis by the Self-Correcting Method, Int. J. Numer. Meths. Eng., Vol.11, 1977.
 - 11) Galambos, T.V. 著，福本啓士・西野文雄共訳：鋼構造部材と骨組一強度と設計一，丸善，1970。
 - 12) Tall, L. ed. : Structural Steel Design, Ronald Press, 1964.
 - 13) 山尾敏孝：薄肉H型断面鋼柱の連成座屈に関する研究，名古屋大学提出学位論文，1986年10月。
 - 14) 若林 実・松井千秋：鉄骨ラーメンの弾塑性安定に関する実験的研究，日本建築学会論文報告集，第192号，1972。
 - 15) Nakai, H., Kitazawa, M. and Miki, T. : A Study on Critical Strength of Thin-Walled Steel Frames Subjected to Combinations of Vertical and Horizontal Loads, Proc. JSCE, Structural Eng./Earthquake Eng., Vol.3, No.1, April, 1986.
 - 16) Yura, J.A. : Effective Length of Columns in Unbraced Frames, AISC Engineering Journal, Vol.8, No.2, April, 1971.
 - 17) Ballio, G. and Mazzolani, F.M. : Theory and Design of Steel Structures, Chapman and Hall, 1979.

(1987.8.6・受付)