

最適制御モデルを用いた道路舗装修繕ライフ・サイクル費用の 最小化：解法とその評価

AN OPTIMAL CONTROL MODEL FOR MINIMIZING LIFE-CYCLE COSTS OF HIGHWAY PAVEMENT MAINTENANCE : SOLUTION PROCEDURES AND EVALUATION

角川 浩二*

By Koji TSUNOKAWA

Representing the effects of maintenance by discrete jumps in the state variable, previous optimal control models for minimizing life-cycle costs for highway pavement maintenance were mathematically untractable and not used as a practical problem solving tool. This paper proposes a new solution methodology for this problem based on approximate continuous representations of road deterioration and maintenance relationships and costs of vehicle operation and pavement maintenance. The solution procedure is described in conjunction with a case study in which the Hamiltonian is linear in all control variables. The worthiness of the methodology is discussed based on a systematic evaluation of the solutions obtained through this methodology.

Keywords : pavement maintenance, life-cycle costs, optimal control, optimization, PMS

1. ま え が き

この論文は、鋸歯状舗装供用性履歴曲線の平滑曲線近似に基づく、道路舗装修繕のライフ・サイクル費用最小化最適制御モデルの定式化と、その解法、およびその有用性の評価についての研究の成果報告を行うことを目的としている。従来、舗装修繕は、舗装の供用限界と、修繕に際して用いられる工種・工法などについて定めた、一定の維持・修繕基準に基づいて行われることが多かったが、近年、維持管理の効率化の立場から、ライフ・サイクル費用分析の必要性が広く認識されてきている^{1)~3)}。最適制御理論は、このようなライフ・サイクル費用分析にあたってきわめて有用な手段であり、機械類の維持・修繕の問題などでは多くの応用をみている^{4),5)}。道路の維持・修繕については、Büttler et al.⁶⁾と、Friesz et al.⁷⁾が維持の最適化モデルを報告している。Fernandez⁸⁾は、修繕の効果を、路面の供用性を表わす状態変数の不連続変化として表わした修繕最適化モデルを提案した。しかし、このような状態変数の不連続変化を伴う最適制御問題は一般にきわめて面倒で、具体的問題解決の方法としての有用性は限られている。本論文で

は、このような不連続変化を伴う、舗装供用性の鋸歯状履歴曲線を、平滑なトレンド曲線によって近似することによって、この困難性を除去することを提案している。この方法によれば、修繕最適化問題は状態変数の不連続変化を伴わない標準型最適モデルとして定式化され、広範な個別問題について解くことができる。以下の各節では、舗装修繕最適化システムを記述する4つの基本関係（舗装劣化・修繕効果・修繕費用・利用者費用）を一般式を用いて表わしながら最適制御問題を定式化し、さらに、これらの関係式の簡単な具体例についてその解法を記述し、最後に、得られた解の評価を通じて、本方法の有用性についての評価を行っている。

2. 舗装修繕最適制御モデル

(1) 鋸歯状（舗装供用性履歴）モデル

舗装供用性 s の履歴は、劣化～修繕のサイクルにより、一般に、Fig.1に示すような鋸歯状を呈する^{2),9)}。交通、その他の環境要因が不変であれば、舗装供用性の劣化速度はおおむね当該時点の供用性にのみ依存するものとみられ、次のように表わされる⁹⁾。

* 正会員 Ph.D. 海外経済協力基金
(〒100 千代田区大手町1-4-1)

注1) ここでは、供用性 s は供用性不良の方向を正として計量するものとする。したがって、非供用性とよぶ方がより正確であるかもしれない。

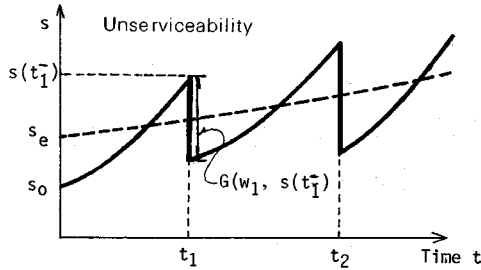


Fig. 1 Sawtooth Curve and Its Approximation.

$$\dot{s} \equiv \frac{ds}{dt} = F(s(t)) \dots \dots \dots (1)$$

また、修繕による供用性の回復量 Δs は、修繕強度 w (たとえば、オーバーレイ厚) と、修繕直前 t^- の供用性の関数と考えられ、

$$\Delta s_n = G(w_n, s(t_n^-)) \dots \dots \dots (2)$$

と表わされる⁹⁾。ここで、添字 n は、 n 回目の修繕を表わすものとする。鋸歯状履歴曲線が、区間 (t_{n-1}, t_n) で式 (1)、時点 $t = t_n$ で式 (2) によって表わされるものとすれば、与えられた舗装区間 (初期供用性所与: $s(0) = s_0$) の供用性履歴曲線は、修繕計画 (t_n, w_n) , $n=1, 2, \dots$, の選択によって一意的に定まることになる。

一方、燃料、油脂費、車両維持修繕費、減価償却等、利用者の負担する、車両運行にかかわる一切の費用 (以下、利用者費用) は供用性の関数、修繕費用は修繕強度の関数と考えられ⁹⁾、それぞれ $C(s)$, $M(w)$ と書けば、ライフ・サイクル費用の現在価格 J は、割引率 r を用いて、次のように表わされる。

$$J = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\int_{t_{n-1}}^{t_n} C(s(t)) e^{-rt} dt + M(w_n) e^{-rt_n} \right] \dots \dots (3)$$

ここで、 $t_0 = 0$ とする。供用期間を無期限としたのは、有限の供用期間と、供用終了時の舗装の残存価値を恣意的に定めることから免れるためである。前述のように、 $s(t)$ は (t_n, w_n) , $n=1, 2, \dots$, によって定められるので、与えられた舗装区間における最適修繕計画を見出すことは、式 (3) の値を最小とする (t_n, w_n) , $n=1, 2, \dots$, を見出すことにほかならない¹²⁾。

Fernandez⁸⁾ も類似のモデルを用いて舗装修繕最適化

注 2) 修繕計画最適化はこのほかにも、道路管理者の立場から、供用性レベル制約下での修繕費用最小化、あるいは利用者の立場から、修繕費用制約下での利用者費用の最小化などとしても定式化されよう。しかし、このように定式化した場合には、許容供用性レベル、あるいは修繕費用制約をどのように定めるかが問題となる。目的関数を式 (3) のように定義しておけば、これらを恣意的に定めることなく、むしろ最適化問題の解として、供用性レベルと修繕投資の社会的最適トレード・オフが求められる。

問題を考察したが、このような状態変数の不連続変化を伴う最適制御問題は一般にきわめて面倒で、これを効率的に解く方法は、まだ報告されていない。本論文では、式 (1)、(2) と $s(0) = s_0$ で表わされる鋸歯状供用性履歴曲線を、平滑なトレンド曲線により近似することによって、この困難性を除去することを提案している。

(2) 平滑 (舗装供用性履歴) モデル

上述のモデルを標準型最適制御モデルに変換するために、修繕計画 (t_n, w_n) , $n=1, 2, \dots$, に随伴するものとして、修繕施工頻度関数 $h(t)$ と修繕強度母関数 $w(t)$ という 2 つの時間の関数を考える。修繕工事が n 年に 1 度施工されれば、この n 年間の施工頻度は $1/n$ であるが、これを時間 t の関数と考えたのが施工頻度関数である。 $h(t)$ が与えられたとき、各 t_n , $n=1, 2, \dots$, は次の循環式から順次決定されるものとする。

$$\int_{t_{n-1}}^{t_n} h(t) dt = 1 \quad (n=1, 2, \dots) \dots \dots (4)$$

また、強度母関数は時刻 t に施工される修繕工事の強度を与えるものであり、 $w(t)$ が与えられたとき、 w_n , $n=1, 2, \dots$, は

$$w_n = w(t_n) \dots \dots \dots (5)$$

として決定されるものとする。

このような $h(t)$ と $w(t)$ を用いれば、式 (1)、(2) と $s(0) = s_0$ で表わされる鋸歯状曲線のトレンドは、次に表わされる平滑曲線によって近似される。

$$\dot{s} = F(s(t)) - h(t) K(w(t), s(t)) \dots \dots \dots (6)$$

$$s(0) = s_0 \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $K(\cdot)$ は

$$K(w, s) = 0.5 \{G(w, s) + \tilde{G}(w, s)\} \dots \dots \dots (8)$$

ただし、

$$\tilde{G}(w, s) = G(w, s + \tilde{G}(w, s)) \dots \dots \dots (9)$$

として定義される。また、 s_e は、この平滑曲線が $t = t_n$ において鋸歯状曲線の鉛直線分の中点を通るような $s(0)$ の値であり、次式によって定義される (Fig. 1 参照)。

$$\begin{aligned} s_0 + \int_0^{t_n} F(s) dt - \frac{1}{2} G(w_1, s(t_1)) \\ = s_e + \int_0^{t_n} \{F(s) - hK(w, s)\} dt \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ここで、左辺の $s(t)$ は鋸歯状曲線の表わす舗装供用性であり、右辺の $s(t)$ は平滑曲線の表わす供用性とする。Tsunokawa¹⁰⁾ は、鋸歯状曲線の鉛直線分の中点を結ぶ平滑な曲線と式 (6) で表わされる曲線の偏差を求め、 $h \rightarrow 0$ と $h \rightarrow \infty$ の両極限で両者が一致することを示した。

さらに、目的関数 J は、この $h(t)$ と $w(t)$ を用いて

$$J = \int_0^{\infty} \{C(s(t)) + h(t) M(w(t))\} e^{-rt} dt \dots \dots (11)$$

として近似される。ここで、式 (11) の $s(t)$ は平滑曲

線を表わすものとする。したがって、式 (11) の第 1 項は鋸歯状曲線に伴う利用者費用を平滑曲線に伴う利用者費用に置き換えたものである。また、第 2 項は個々の修繕費用の和を、連続な修繕費用の期待値の積分値に置き換えたものである。Tsunokawa¹⁰⁾ は、式 (11) による式 (3) の近似の良否について、 $C(\cdot)$ 、 $M(\cdot)$ がともに一次関数の場合について考察している。

式 (6)、(7) の制約条件下で、式 (11) を最小とする $h(t)$ と $w(t)$ を求めるのは標準的最適制御問題¹³⁾であり、ポントリヤギンの最適化条件を解くことにより最適解を求めることができる。さらに、得られた解を式 (4)、(5) に用いることにより、 (t_n, w_n) 、 $n=1, 2, \dots$ の最適解が近似的に求められる。なお、Tsunokawa¹⁰⁾ は $F(\cdot)$ 、 $C(\cdot)$ 、 $M(\cdot)$ が凹関数、 $G(\cdot)$ が凸関数なることが最適化の十分条件であることを示している。

3. 平滑モデルによる近似解法

本節では、舗装修繕最適化問題の簡単な具体例に則して、上述の近似解法の各過程を述べる。

(1) 基本式

まず、供用性の劣化・改善を表わす基本式として、ここでは、次のような関係式を想定する。

$$F(s) = f_1 s \dots\dots\dots(12)$$

$$G(w, s) = g_1 s + g_2 w + g_3 \dots\dots\dots(13)$$

式 (12) は、供用性の劣化による履歴が時間 t の指数関数で表わされることを意味するが、Watanatada et al.⁹⁾ は、典型的なブラジルのフレキシブル舗装では、 s を路面粗度 (ラフネス、QI 単位) で、 t を年で表わしたとき、 $f_1 = 0.049$ であるとしている。また、アリゾナ州 PMS では w をオーバーレイ厚としたとき、オーバーレイによるラフネスの減少量は、 $g_1 = 0.78$ 、 $g_2 = 0.068$ 、 $g_3 = -19.42$ として式 (13) で表わされるとしている。この $G(\cdot)$ を (8)、(9) の定義式に用いると、 $K(\cdot)$ は次のように導かれる。

$$K(w, s) = k_1 s + k_2 w + k_3 \dots\dots\dots(14)$$

ただし、 $k_1 = 2.16$ 、 $k_2 = 0.1885$ 、 $k_3 = -53.85$ 。

本例題では、ラフネスの舗装劣化による増加、オーバーレイによる減少がこれらのパラメーター値と式 (12)、(13) で表わされるとした場合、どれだけの頻度で、どれだけの厚みのオーバーレイを行うのが、総費用最小化の立場から最も望ましいか、という問題を検討するものとする。この場合、個々のオーバーレイについて、最適オーバーレイ厚と最適頻度は必ずしも一定でないことに注意する必要がある。

利用者費用はラフネスの、オーバーレイ費用はオーバーレイ厚の増加関数であるが、本例題では次のような

一次式を想定する。

$$C(s) = c_1 s + c_2 \dots\dots\dots(15)$$

$$M(w) = m_1 w + m_2 \dots\dots\dots(16)$$

ここで、1 QI 当たりの単位利用者費用の増加量を 0.2 円/台/km/QI とし、年間交通量を 350 万台として、 $c_1 = 70$ 万円/年/km/QI を用いる。 c_2 の値は特定する必要はない。オーバーレイ費用は、1 km 当たり従量費 800 万円/mm、固定費 2 億円と仮定する。

以上の関係式を想定すれば、この最適制御問題の時価ハミルトニアンは次式で表わされる。

$$H = (c_1 s + c_2) + h(m_1 w + m_2) + z\{f_1 s - h(k_1 s + k_2 w + k_3)\} \dots\dots\dots(17)$$

ここで、 z はアジョイント乗数である。式 (17) は、ハミルトニアンが制御変数 h 、 w の双方について線形であることを示している。線形最適制御問題は制御変数の適当な変域の中で解をもつので、

$$h_1 \leq h \leq h_2 \dots\dots\dots(18)$$

$$w_1 \leq w \leq w_2 \dots\dots\dots(19)$$

と仮定する。ここに、それぞれの上限、下限は、技術的適合性の範囲を定義するものであり、ここでは $h_1 = 0.1$ 、 $h_2 = 1.0$ 、 $w_1 = 20$ 、 $w_2 = 150$ と仮定する (すなわち、オーバーレイは、少なくとも 10 年に 1 回、多くとも 1 年に 1 回の頻度で、また最小厚 20 mm、最大厚 150 mm の範囲で施工されるものとする)。

(2) 最適制御問題の解

式 (18)、(19) の追加条件のもとで、ポントリヤギン最適条件は次のようになる。

$$\dot{s} = H_s = f_1 s - h(k_1 s + k_2 w + k_3) \dots\dots\dots(20)$$

$$\dot{z} = rz - H_z = (r - f_1 + k_1 h)z - c_1 \dots\dots\dots(21)$$

$$H_w = h(m_1 - k_2 z) \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \Rightarrow w = \begin{cases} w_1 \\ w^* \\ w_2 \end{cases} \dots\dots\dots(22)$$

$$H_h = (m_1 w + m_2) - z(k_1 s + k_2 w + k_3) \begin{cases} > \\ = \\ < \end{cases} 0 \Rightarrow h = \begin{cases} h_1 \\ h^* \\ h_2 \end{cases} \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 w^* 、 h^* は、 $H_w = 0$ 、 $H_h = 0$ が有限時間持続するという条件から定まる特異解である。これは、 $H_w = 0$ 、 $H_h = 0$ 、 $\dot{s} = 0$ 、 $\dot{z} = 0$ の四者を連立させて求めることができるが、上で仮定したパラメーター値の場合、この解は、式 (18)、(19) の範囲に存在せず (h^* は負となる)、よって、この例題の場合、特異解は存在しない。

s - z 平面は曲線 $H_w = 0$ と $H_h = 0$ によって四分割されるが、それぞれの四半平面で (h 、 w) のとるべき値は、式 (22)、(23) によって定められる。それぞれのパラメーターが上述のような値をとる場合の状況を Fig. 2 に示

注 3) たとえば Kamien et al.¹¹⁾、Bryson et al.¹²⁾ 参照。

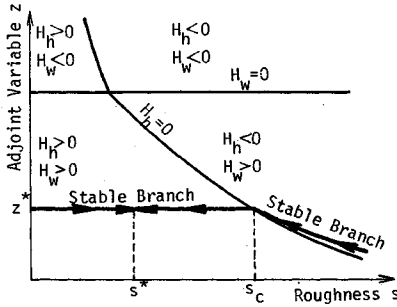


Fig. 2 Four Subspaces in s - z Plane and Stable Branches.

す。それぞれの四半平面で h , w が一定値をとるので、式 (20), (21) で表わされる微分方程式は次のように解ける。

$$s = \gamma_1 e^{(\alpha_1 - k_1)h_1 t} + \frac{h_1(k_2 w + k_3)}{f_1 - k_1 h} \dots (24)$$

$$z = \gamma_2 e^{(\beta_1 - f_1 + k_1 h_1)t} + \frac{c_1}{r - f_1 + k_1 h} \dots (25)$$

ここで、 γ_1 , γ_2 は、初期条件 (7) と取束条件とから定められる積分定数である。この例題の場合、式 (22), (23) の条件と適合する取束点は、 $H_w > 0$ と $H_h > 0$ で定義される四半平面にのみ存在し、 $(s^*, z^*) \equiv (30.0, 295)$ である。この四半平面では、式 (24) の指数 (α^* とする) は負 (-0.167), 式 (25) の指数 (β^* とする) は正 (0.237) となるので、この取束点は鞍点である。一般に経済分析に用いられる最適制御問題が取束解をもつ場合には、このように鞍点取束となる¹¹⁾。この鞍点に取束する安定経路は、 $H_w > 0$, $H_h > 0$ の四半平面では、 $z = z^*$ で表わされる半直線である。 $H_w > 0$, $H_h < 0$ の四半平面では、この半直線と $H_h = 0$ の表わす双曲線の交点 $(s_c, z^*) \equiv (79.6, 295)$ を通る式 (24), (25) で表わされる曲線であり、 t をパラメーターとして次式で表わされる右下がりの曲線である (Fig. 2 参照)。

$$s = 55.9 e^{-2.11t} + 23.7 \dots (26)$$

$$z = 263 e^{2.18t} + 32.1 \dots (27)$$

このように安定経路が求められたので、任意の初期値 s_e に対する最適解は次のようなものとなることがわかる。

① $s_e \leq s_c$ のとき

$$h = h_1, w = w_1, z = z^*$$

$$s = (s_e - s^*) e^{\alpha^* t} + s^* \dots (28)$$

式 (28) は、 $H_w > 0$, $H_h > 0$ の四半平面において、初期条件 (7) によって式 (24) を特殊化したものである。

② $s_e > s_c$ のとき

・ラフネスが s_e から s_c に減少するまでの期間、 $h = h_2$ かつ $w = w_1$ 。この変化に要する時間 t_c は、式 (26) から次のように定まる。

$$t_c = \frac{1}{2.11} \ln \frac{s_e - 23.7}{55.9} \dots (29)$$

この t_c を用いて、 s , z の時間変化は次のようになる。

$$s = 55.9 e^{-2.11(t-t_c)} + 23.7 \dots (30)$$

$$z = 263 e^{2.18(t-t_c)} + 32.1 \dots (31)$$

・ラフネスが s_c に減少した後 (すなわち $t > t_c$) では、 $h = h_1$, $w = w_1$, $z = z^*$

$$s = (s_c - s^*) e^{\alpha^*(t-t_c)} + s^* \dots (32)$$

式 (32) は、 $h = h_1$, $w = w_1$ のとき、 $t = t_c$ において、 $s = s_c$ という条件を用いて式 (24) を特殊化したものである。Fig. 3 に、 s_e のいくつかの値に対する $h(t)$, $s(t)$ の最適解を図示する。

(3) 最適オーバーレイ計画とラフネス履歴

$h(t)$ と $w(t)$ が与えられたとき、これに対応する (t_n, w_n) , $n=1, 2, \dots$ は式 (4), (5) から求められる。Fig. 3 には、それぞれの $h(t)$ に対応する t_1 , t_2 の値も合わせて示されている。 $w(t)$ の最適解は t によらず一定なので、 w_n の最適解も n によらず一定 (20 mm) である。また、 s_0 が与えられれば、このオーバーレイ計

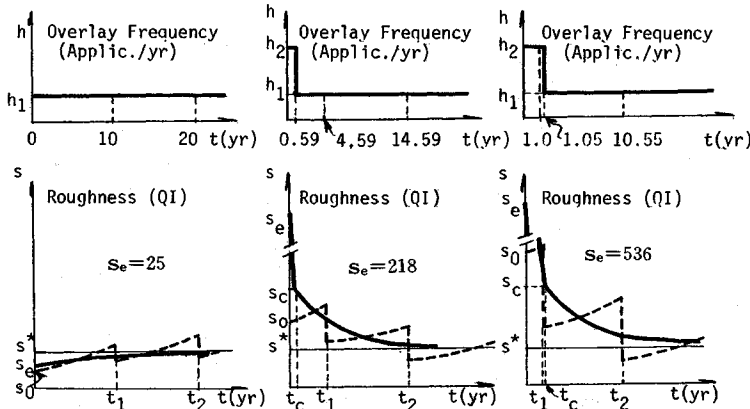


Fig. 3 Examples of Optimal Overlay Programs.

画のもとでのラフネスの履歴は、式(1)と式(2)を交互に用いることにより予測される。

ここで、 s_0 と s_e とは式(10)によって相互に関連づけられていることに注意したい。ただし、式(10)は、 s_0 を与えて s_e について解く、というようには用いられないことに注意する必要がある。それは、式(10)から s_e の値を求めようとするれば、 s_0 のほかに t_1, w_1 が与えられなければならないが、上述の解法から明らかなように、 t_1, w_1 の値を求めるためには s_e の値を仮定する必要があるからである。そこで、与えられた s_0 に対して最適解を求めるためには、繰り返し計算が必要となる。すなわち、まず適当な範囲でいくつかの s_e の値を仮定し、 t_1, w_1 を求め、これらに対応する s_0 の値を式(10)によって求める。次に、この $s_0 \sim s_e$ の関係から、与えられた s_0 の値に対応する s_e の値を内挿、または、外挿によって見出すのである。Fig. 4は、このようにして求めた、この例題における s_0 と s_e の対応関係を示すものである。

Fig. 4によれば、Fig. 3に例示された s_e のそれぞれの値が s_0 の値の20, 60, 120に対応することがわかる。Fig. 3の鋸歯状曲線は、これらの s_0 と、上で求めた (t_n, w_n) によって定まるラフネスの履歴を示すものである。鋸歯状履歴が与えられれば、これに対応する目的関数、

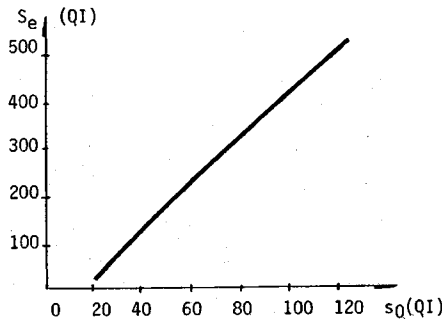


Fig. 4 Initial Roughness s_0 and Effective Initial Roughness s_e .

式(3)の値は容易に求めることができる。Table 1は、初期ラフネス s_0 のいくつかの値について、本近似法で求めた最適オーバーレイ計画と、目的関数、式(3)の値をまとめたものである(グリッド・サーチについては後述参照)。

4. 平滑モデル近似解法の評価

上のようにして求められた $h(t)$ と $w(t)$ は、式(6)、(7)、(18)、(19)の制約のもとで式(11)を最小とするという最適化問題の解である。しかし、この最適化問題は、式(1)、(2)、(18)、(19)と $s(0)=s_0$ という制約下で式(3)を最小化するという本来の最適化問題を近似的に書き通したものであった。そこで、 $h(t), w(t)$ の最適解を通じて求めた $(t_n, w_n), n=1, 2, \dots$ の「最適解」(以下、近似法による最適解とよぶ)が、本来の最適化問題の解としてどの程度適切であるかが問題となる。ここで、われわれは本来の最適化問題の真の解を知らないの、近似解を真の解と比較してその適否を論じることはできない。また、変数 $t_n, w_n, n=1, 2, \dots$ の数は無数にあるので、そのとり得る値のすべてについて目的関数、式(3)の値を求めて、上で求めた $(t_n, w_n), n=1, 2, \dots$ の「最適解」に対する式(3)の値と比べる、というわけにもいかない。ただし、変数 $(t_n, w_n), n=1, 2, \dots$ の値の限られた組合せに対して目的関数の値を求め、近似法の最適解と比較することはできる。以下に、このような三通りの比較を行う。

(1) グリッド・サーチによる最適解との比較

このような $(t_n, w_n), n=1, 2, \dots$ の組合せとして、まず、一定の w_n 値と、等間隔の t_n 値の組合せを考える。たとえば、 $w_1=w_2=\dots=20, t_1=2, t_2=4, \dots$ という組合せである。これは、 $w(t)$ と $h(t)$ が一定と考えることに等しく(上の例では、 $w(t)=20, h(t)=0.5$)、以下にグリッド・サーチと呼称する。Fig. 5は、いくつかの s_0 値に対して、このようなグリッド・サーチを、式(18)、(19)の条件を満たす範囲の60通りの w と h の

Table 1 Optimal Overlay Program by Proposed Method and Comparison with Optimal Grid Search Solution.

Initial Roughness s_0 (QI)	Proposed Method				Remarks	Grid Search		$\frac{a-b}{b} \times 100$ (%)
	Overlay Application Year					Life-Cycle Costs J		
	First t_1 (yr)	Second t_2 (yr)	Third t_3 (yr)	---		(a) (10^8 ¥/km)	(b) (10^8 ¥/km)	
20.1	10.00	20.00	30.00	---	Every 10 yrs aft 2nd ol	6.46	6.46	0.0
40.1	7.60	17.60	27.60	---	ditto	8.37	8.00	4.6
59.9	4.69	14.69	24.69	---	ditto	9.93	9.53	4.2
80.0	2.86	12.86	22.86	---	ditto	10.94	11.07	-1.2
100.1	1.54	11.54	21.54	---	ditto	11.60	12.61	-8.0
119.9	1.00	10.55	20.55	---	Every 10 yrs aft 3rd ol	12.10	14.14	-14.4

組合せについて行った結果を示す。同様のサーチを Table 1 に用いたすべての s_0 値について行った結果、これらの組合せの中では、 s_0 のすべての値に対して、 t_n が最大間隔 (すなわち 10 年おき)、 w_n が最小値 (すなわち 20 mm) のとき目的関数は最小となることが見出された。Table 1 では、上述の近似解法による最適解と、これらのグリッド・サーチによる最適解の比較結果も示されている。この結果は、次のように要約されよう。

(i) 初期ラフネスが 20 QI のとき、両者は完全に一致する。

(ii) 初期ラフネスが 40, 60 QI のときは、グリッド・サーチの方がやや優れた解を与えるが、その差はわずかである。

(iii) 初期ラフネスが 80 QI より大きいときは、近似解法の方が優れた解を与える。両者の差は、初期ラフネスが大きいほど大きく、初期ラフネスが 120 QI のときは、その差は 14 % に達する。

(2) 二次サーチによる最適解との比較

近似法最適解のオーバーレイ計画と、グリッド・サーチ最適解のオーバーレイ計画を比較 (Table 1 参照) すると、初期ラフネスが 40~100 QI の場合には、前者は後者の施工計画をそのまま適宜繰り上げたもの (すなわち、すべてのオーバーレイを等時間だけ繰り上げたもの) であることがわかる。初期ラフネスが 20 QI のときは、両者は完全に一致している。また、初期ラフネスが 120 QI のときは、近似法による施工計画は、1 回目は 9 年、2 回目以降は 9.45 年繰り上げたものである。ただし、この 2 つの繰り上げ年数の差は小さいので、初期ラフネスが 40~100 QI の場合と同じく、実質的には、グリッド・サーチの施工計画をそのまま繰り上げたもの、とみてほぼさしつかえないであろう。そこで、次に、上記のグリッド・サーチによる最適解のおのおのについて、すべてのオーバーレイを等時間だけ繰り上げ施工した場合、目的関数の値をさらに小さくすることができるかどうか、小さくできるとしたらどの程度小さくでき、それは近似法の最適解とどのように比較されるか、について調べてみた

い。以下に、ここで行うサーチを二次サーチとよぶ。

式 (18) の制約の範囲では、このような繰り上げ年数の最大値は 9 年である。繰り上げ年数 0~9 年の範囲で、このような二次サーチを行った結果を Fig. 6 に示す。これによると、初期ラフネスが 60 QI より大きくない場合では、繰り上げ年数が 0 のとき (すなわち、グリッド・サーチの解) 目的関数は最小値をとるものの、初期ラフネスがそれより大きくなると、二次サーチによりさらに良い結果が得られることが示されている。この場合、目的関数を最小とする繰り上げ年数は、 $s_0=80, 100, 120$ の場合それぞれ、5, 9, 9 年 (すなわち、 $t_1=5, 1, 1$) である。こうして見出された二次サーチの最適解と、近似法最適解を比較したものが Table 2 である。これを見ると、近似法による最適解は、二次サーチによる最適解とほぼ同様に良い解であることがわかる。なお、 $s_0=20, 40, 60$ のときは、二次サーチの解と、グリッド・サーチの解は一致するので、近似法最適解との比較は Table 1 の結果と同一である。

(3) 三次サーチによる最適解との比較

二次サーチの結果よりさらに良い解が得られるかどうかをみるために、さらに次のようなサーチを行う。すなわち、第 1 回目のオーバーレイを、二次サーチで見出された最適の t_1 年目に行うものとして、2 回目以降のオーバーレイを、順次、等年数だけ繰り上げて施工した場合に、さらに目的関数の値を小さくできるかを調べる。こ

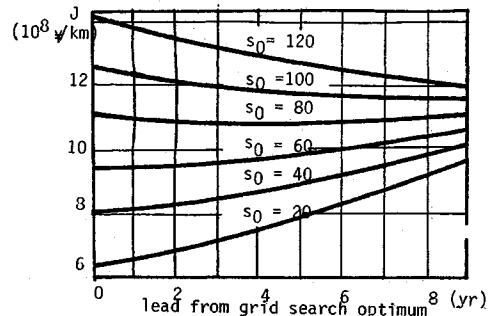


Fig. 6 Optimization by Secondary Search.

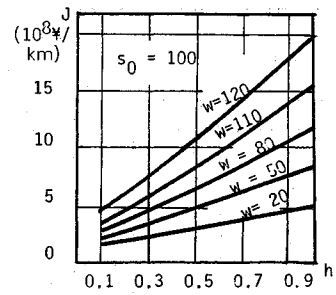
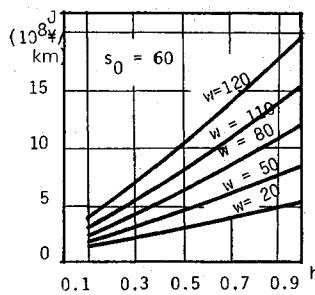
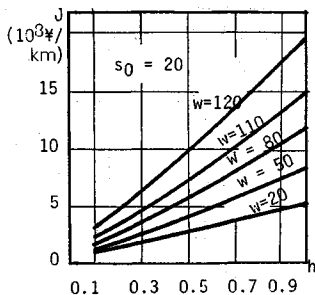


Fig. 5 Optimization by Grid Search.

Table 2 Comparison of Optimal Solution from Proposed Method and Secondary Search.

Initial Roughness s_0 (QI)	Life-cycle Costs J		$\frac{a-b}{b} \times 100$ (%)
	Proposed Meth. (a) (10^8 ¥/km)	Sec. Search (b) (10^8 ¥/km)	
20.1	6.46	6.46	0.0
40.1	8.37	8.00	4.6
59.9	9.93	9.53	4.2
80.0	10.94	10.86	0.1
100.1	11.60	11.59	0.0
119.9	12.06	12.06	0.0

の場合、二次サーチと同様、繰上げ年数は0~9年の範囲とすることができ、この範囲で目的関数の変化はFig. 7に示すようなものとなった。この結果は、初期ラフネスが20~120 QIの場合には、この三次サーチによって、より良い解は見出されないことを示している。

近似法最適解によれば、初期ラフネスが120 QIのときは、第1回目と第2回目のオーバーレイの間隔は10年より短い。この例題の場合、その間隔は9.55年で、10年との差はわずかであるが、条件によっては、この間隔が無視できないほどこれより短くなり、したがって、目的関数値も二次サーチの結果と無視できないほど異なってくる場合があることも予測される。たとえば、現実性はともかく、初期ラフネスを300 QIとした場合、近似法による最適解は、20 mm厚のオーバーレイを1年後、6.07年後、以後は10年ごとに行う、というものである。この施工計画によれば、目的関数値は15.89億円/kmとなるが、これは二次サーチの結果と比べて2.4%小さいことが見出された。条件によっては、この差はさらに大きなものともなり得よう。三次サーチは、このような場合、二次サーチよりすぐれた解を見出すものと思われるが、この場合、近似法最適解は、三次サーチ最適解とどのように比較されるか興味あるところである。このような場合の例として、Fig. 7には $s_0=300$ の

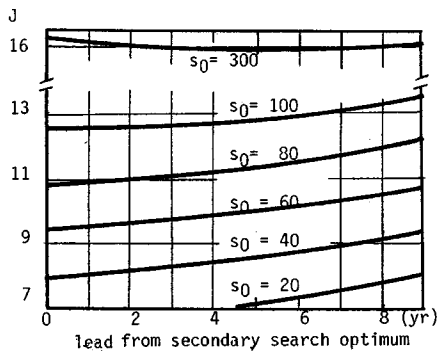


Fig. 7 Optimization by Tertiary Search.

ときの三次サーチの結果も示してある。これを見ると、繰上げ年数が6年のとき目的関数は最小で、15.87億円/kmとなっている。これと上記の近似法最適解とを比べると、両者はわずか0.1%しか相異していないことがわかる。

(4) まとめ

以上の検討の結果、近似法最適解は、初期ラフネス値の広い範囲で、種々のサーチにより得られた最適解と比較して、同等もしくはより優れていることが見出された。初期ラフネスの値によってはこれらのサーチの方がやや良い結果を与える場合もあるが、その差はわずかである。本方法は舗装修繕最適化にかかわる主要な関係式の近似表現に基づく近似法であるが、本研究の結果に関する限り、きわめて良好な解を与えるものとみることができよう。なお、ハミルトニアンが w について一次でないとき、特異解をもつときの条件(18)の除去等、本方法の一般化については、Tsunokawa¹³⁾、Tsunokawa et al.¹⁴⁾を参照されたい。

参考文献

- 1) Haas, R. and Hudson, W.R. : Pavement Management Systems, McGraw-Hill, Inc., 1978.
- 2) 阿部頼政：舗装管理システムに関する研究の動向，土木学会論文集，No. 372, V-5, 1986.
- 3) 建設省土木研究所：舗装の長期修繕計画システム：道路の維持管理費用・更新投資に関する研究，1986.
- 4) Thompson, G.L. : Optimal Maintenance Policy and Sale Date of a Machine, Management Science, V. 14, 1968.
- 5) Kamien, M.I. and Schwartz, N.L. : Optimal Maintenance and Sale Age for a Machine Subject to Failure, Management Science, V. 17, No. 8, 1971.
- 6) Buttler, H.J. and Shortreed, J.H. : Investment Planning of a Road Link, Transportation Research, V. 12, 1978.
- 7) Friesz, T.L. and Fernandez, J.E. : A Model of Optimal Transport Maintenance with Demand Responsiveness, Transportation Research, V. 13 B, 1979.
- 8) Fernandez, J.E. : Optimal Dynamic Investment Policies for Public Facilities, The Transportation Case, Ph.D. Thesis, MIT, 1979.
- 9) Watanatada, T., Tsunokawa, K., Paterson, W.D.O. et al. : The Highway Design and Maintenance Standards Model (HDM III) ; Model Description and User's Manual, The World Bank, 1985.
- 10) Tsunokawa, K. : An Optimal Control Model for Highway Pavement Maintenance ; Model Formulation and Solution Procedures, Transportation Science, forthcoming.
- 11) Kamien, M.I. and Schwartz, N.L. : Dynamic Optimization ; The Calculus of Variation and Optimal Control in Economics and Management, Elsevier, Inc.,

- 1981.
- 12) Bryson, A.E. and Ho, Y. : Applied Optimal Control ; Optimization, Estimation, and Control, Halsted, Inc. , 1975.
- 13) Tsunokawa, K. : Optimization Models for Comprehensive Transportation Infrastructure Maintenance ; Highway Pavement Maintenance Case, Ph. D. Thesis, Northwestern U. , 1986.
- 14) Tsunokawa, K. and Schofer, J.L. : Dynamic Models for Optimizing the Timing and Intensity of Highway Pavement Maintenance, Proc. of 4th WCTR, 1986. (1987.11.26・受付)
-