

鋼材の付着状態を考慮したPCラーメンの 履歴挙動に関する研究

A STUDY ON HYSTERETIC BEHAVIOR OF A PARTIALLY BONDED PRESTRESSED CONCRETE RIGID FRAME UNDER LATERAL LOADING

梅原秀哲*・田辺忠顕**・吉田弥智***

By Hidetaka UMEHARA, Tadaaki TANABE and Hiroto YOSHIDA

The finite element analysis is developed in order to estimate the hysteretic behavior of prestressed concrete structures in partially bonded condition under cyclic loading considering non-linear stress-strain relation of concrete and steel. The method is applied to the bonded and unbonded prestressed concrete beams and rigid framed structures composed of precast concrete members and connected by prestressing steel, and the deformations and the angle of rotation observed in the experiment are compared with the calculated values. The mathematical model to express the rotation at jointed corner and the effects of initial prestress and bonded condition to the hysteretic behavior under cyclic loading are discussed.

Keywords: prestressed concrete, rigid frame, hysteretic behavior

1. はじめに

プレストレストコンクリート（以下、PCと略記）構造物の挙動は、PC鋼材とコンクリートとの付着の程度により異なる。すなわち、グラウトにより付着が完全であればはりとして一般に取り扱えるが、アンボンドのように付着が存在しない場合にはタイドアーチの取扱いが必要となる。従来は、PC鋼材の防錆ならびにこのような力学的特性により、PC鋼材とシース間の空隙にセメントペーストを注入するグラウチングが行われてきた。しかし、グラウチングは繁雑で手間がかかるうえ、グラウト不良や注入忘れを防止するためにも、慎重な施工管理が要求される。一方、最近耐食性のすぐれたアンボンドPC鋼材の開発により、省力化や工期の短縮あるいはPC鋼材の定期点検等の面から、グラウトを省略するアンボンド工法が注目され始め、原子力格納容器、プレキャスト製品、PCブロック工法などに応用されつつある。アンボンド工法はこのように施工上きわめて有利

な面があるが、ひびわれ幅の増加や耐力の減少など力学的性能が、グラウチングが行われた場合に比べて低下することも事実である。また、PC構造物において完全なグラウチングが行われた場合にも、コンクリートとPC鋼材の間にすべりが全くないという保証は必ずしもない。もし、ある程度のすべりが存在するとすれば、その構造物は付着が完全な場合と全くない場合との中間の挙動を示す可能性がある。したがって、グラウチングの有無にかかわらず、PC鋼材とコンクリートとの付着の程度でその挙動がいかなる影響を受けるか、理論的にかつ実験的に把握しておく必要がある。これまでこのような観点からPC構造物の挙動の解析を行った研究は比較的少なく、完全なグラウチングが行われた構造物の有限要素法解析¹⁾が行われているにすぎない。著者ら²⁾は先にプレストレスト骨組構造物を対象として、PC鋼材およびコンクリートは弾性状態を仮定し、各種の付着状態について解析手法を示した。

本研究は、この解析手法にコンクリートのひびわれを考慮し、かつ非線形の応力-ひずみ関係を導入し、より実際に近い挙動を予測しようとしたものである。そして、繰返し荷重下におけるアンボンドPC構造物の性状に関しては不明の点が多いので、この手法を繰返し荷重を受けるはりやラーメンに適用し、その挙動を予測し実験

* 正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

** 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科 (〒464 名古屋市千種区不老町)

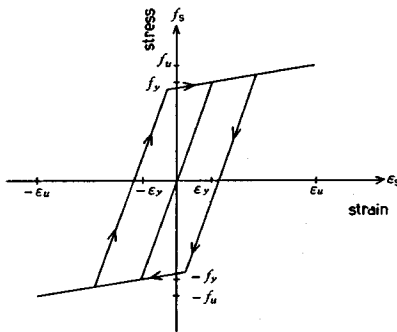
*** 正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

との比較を行った。特にラーメンの場合は、はりとは柱の接合隅角部の回転がその挙動に大きく影響するため、そのモデル化を行い、繰返し荷重を受けるときのラーメンの挙動を、付着の程度をパラメーターとして解析を行い、その挙動の解析を試みた。

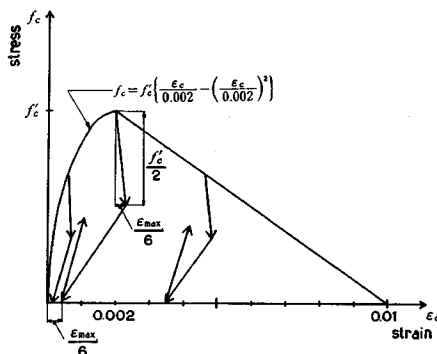
2. 付着状態を考慮した剛性マトリックスの誘導

(1) 履歴を考慮した応力-ひずみ関係の仮定

任意の付着状態におけるPCはり要素のひずみエネルギー式を有限要素法により定式化するにあたって、PC鋼材およびコンクリートの応力-ひずみ関係は、繰返し応力を受ける場合も考慮して、図-1に示すようなモデル化を行った。PC鋼材の応力-ひずみ関係は、図-1(a)に示すように引張側、圧縮側ともに降伏点までは線形を保ち、降伏点を越えると傾きが変わって引張限界まで上昇し、下降する場合は降伏前と同じ傾きで圧縮側の降伏点と圧縮限界（いずれも引張側と同じ値と仮定する）を結んだ直線と交わるまで下降し、それ以後は圧縮限界をめざすものと仮定した。



(a) PC鋼材



(b) コンクリート

図-1 応力-ひずみ関係

一方、コンクリートの応力-ひずみ関係は、図-1(b)に示すように、圧縮側はひずみが2000 μ までは二次曲線とし、それ以後10000 μ まで直線的に応力が減少するモデルとした。繰返しによってこれまでに経験した圧縮側の最大ひずみを ϵ_{max} とすると、 ϵ_{max} が300 μ ($f_c = f_c'/3$)以下の場合には、ひずみ、応力とも0になるように直線的に下降し、300 μ から2000 μ までは、2000 μ 以上の場合にみられるように、下降時にひずみが少し増加する傾向を取り入れてモデル化を行った。すなわち、ひずみは ϵ_{max} の1/6で応力が半分になるまで増加し、その後、残留ひずみが ϵ_{max} の1/6となる位置まで減少する。 ϵ_{max} が2000 μ 以上の場合には、2000 μ のときの下降時の直線と平行となるように仮定した。また、コンクリートの引張応力は無視するものと仮定した。したがって、繰返し载荷によって引張から圧縮に変わる場合は、引張応力に転じたときのひずみに到達したときに圧縮応力を受けもつものとし、その位置から ϵ_{max} の生じた位置へ直線的に変化するものとした。なお、ヤング係数は、各ひずみ位置での接線係数または直線の傾きをとることにした。また、このように応力-ひずみ関係を仮定すると、下降時にあるひずみ増分に対して2つの応力増分が生じることになる。しかし、後で述べるように、ここで用いた解析手法は、1つのはり要素を $M \times N$ の微小要素に分割し、各微小要素の剛性の和をはり要素の剛性とするため、負の接線剛性が一部のはり要素に生じても、はり要素の剛性が正であれば解析を行えること、さらに、各ステップごとに強制変位を与えて解析を行っているが、各微小要素に生じるひずみに応じた剛性が与えられるように繰返し計算を行っていることに特徴がある。そして、解は各節点変位の収束状況で判断しており、あるひずみ増分に応じた応力の増分が2つ得られる場合は、誤った経路をとると解が発散するので、これによって正しい経路を判定し解を求めた。

(2) 区間線形化を行ったPCはり要素のポテンシャルエネルギー式

ポテンシャルエネルギー式の定式化にあたって、上述の応力-ひずみ関係に加えて、断面のコンクリート部分におけるひずみ分布は線形とし、せん断変形を無視するという仮定を設けた。これらの仮定のもとで、付着の有無を考慮した増分形のポテンシャルエネルギー式は次のように成り立つ。

$$\Delta \pi = \Delta U_c + \Delta U_s + \Delta V + \Delta U_f \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 ΔU_c ：コンクリート部分のひずみエネルギー増分

ΔU_s ：PC鋼材のひずみエネルギー増分

ΔV ：外力によるポテンシャルエネルギー増分

ΔU_f ：PC鋼材とコンクリート間のすべり摩擦

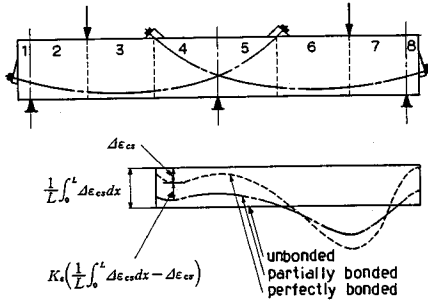


図-2 付着状態により異なる鋼材のひずみ分布

によるエネルギー損失増分

各エネルギー項は以下に示す式によって表わされる。

なお、ここでは部材数を MEM、節点数を JNT、要素数を ELM、PC 鋼材の数を NCA とする。

a) コンクリート部分のひずみエネルギー増分

ΔU_c は式 (2) のように、各荷重段階での同一コンクリート部分におけるひずみエネルギー増分の総和によって定義される。

$$\Delta U_c = \sum_{i=1}^{ELM} \frac{1}{2} \int_{vol} E_c(p) \Delta \epsilon_{ci}^2 dV \dots \dots \dots (2)$$

ここに、

$E_c(p)$: 応力履歴によって影響されるコンクリートのヤング係数

p : 応力経路

$\Delta \epsilon_{ci}$: コンクリートのひずみ増分量

b) PC 鋼材のひずみエネルギー増分

ΔU_s は PC 鋼材とコンクリートとの間の付着力の有無によってその値が異なる。付着力が完全で、鋼材とコンクリートとの間にすべりが存在しない場合には鋼材のひずみ増分は、鋼材位置のコンクリートのひずみ増分 $\Delta \epsilon_{cs}$ と一致しなければならない。逆に付着力が全く存在しない場合には、図-2 に示すように、鋼材内のひずみ増分 $\Delta \epsilon_{sa}$ は、鋼材の一方の端から他端まで同一で次式で表わされる。なお、図-2 において、一例としてコンクリートの要素は 8 個のはり要素に分割されているが、鋼材については 5 個のコンクリート要素を貫いてひずみを考慮することになる。

$$\Delta \epsilon_{sa} = \frac{1}{L} \int_0^L \Delta \epsilon_{cs} dx \dots \dots \dots (3)$$

多くの実構造物は、上記のケースの中間に存在すると考えられ、その場合の鋼材各位置のひずみは次式で与えられる。ただし L は鋼材の長さで、 K_s はすべり係数で一般に応力履歴 p の関数であるが、ここでは取扱いを簡単にするため一定と仮定する。

$$\Delta \epsilon_s = K_s \left(\frac{1}{L} \int_0^L \Delta \epsilon_{cs} dx - \Delta \epsilon_{cs} \right) + \Delta \epsilon_{cs} \dots \dots \dots (4)$$

式 (4) を用いて鋼材のひずみエネルギー増分は次のように与えられる。

$$\Delta U_s = \sum_{k=1}^{MEM} \sum_{j=1}^{NCA} \frac{1}{2} \int_0^{L_{jk}} E_s(p) A_{sjk} \left[K_s \left(\frac{1}{L_{jk}} \int_0^{L_{jk}} \Delta \epsilon_{cs} dx - \Delta \epsilon_{cs} \right) + \Delta \epsilon_{cs} \right]^2 dx \dots \dots \dots (5)$$

ここに、

$E_s(p)$: 応力履歴によって影響される鋼材のヤング係数

p : 応力経路

A_{sjk} : k 部材の j 鋼材の断面積

L_{jk} : k 部材の j 鋼材の長さ

c) 外力によるエネルギー増分

ΔV は各荷重段階で各節点や要素に加えられる外力によるエネルギー増分を表わしている。

$$\Delta V = - \sum_{i=1}^{JNT} [\Delta P_i (u_{2i} - u_{1i}) + \Delta F_i (v_{2i} - v_{1i}) + \Delta M_i (\theta_{2i} - \theta_{1i})] - \sum_{i=1}^{ELM} \int_0^L \Delta q_i (v_{2i} - v_{1i}) dx \dots \dots \dots (6)$$

ここに、

ΔP_i : i 節点に作用する軸方向外力増分

ΔF_i : i 節点に作用する軸直角方向外力増分

ΔM_i : i 節点に作用するモーメント増分

Δq_i : i 要素に作用する分布外力増分

u_{ji} : i 節点の j 段階の x 方向変位

v_{ji} : i 節点の j 段階の y 方向変位

θ_{ji} : i 節点の j 段階の回転角

d) 鋼材とコンクリート間のすべり摩擦によるエネルギー損失増分

ΔU_f は鋼材がすべって、コンクリートとの間に相対変位が発生する際の摩擦によるエネルギー損失の増分量を表わしている。 x の位置でのコンクリートの変位および鋼材の変位は、次のように与えられる。

$$\text{コンクリートの変位} = \int_0^x \Delta \epsilon_{cs} dx$$

$$\text{鋼材の変位} = \int_0^x \Delta \epsilon_s dx$$

したがって、摩擦を生じる相対変位 Δx は

$$\Delta x = \int_0^x (\Delta \epsilon_s - \Delta \epsilon_{cs}) dx = \int_0^x \left[K_s \left(\frac{1}{L} \int_0^L \Delta \epsilon_{cs} dx - \Delta \epsilon_{cs} \right) \right] dx \dots \dots \dots (7)$$

$x=x$ で作用している摩擦力を $F_r(x)$ とすると摩擦エネルギー損失の増分 ΔU_f は

$$\Delta U_f = \sum_{k=1}^{MEM} \sum_{j=1}^{NCA} \int_0^{L_{jk}} \Delta x_{jk} F_r(x) dx \dots \dots \dots (8)$$

ところで、摩擦力を $F_r(x) = \alpha \Delta x$ とおいて、 ΔU_f を ΔU_s と同様に解析の中に取り込むことが可能であるが、 α の値を決定することは難しく、また K_s の同定の中に

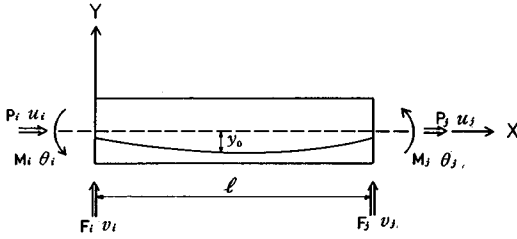


図-3 はり要素

このすべり摩擦の影響が含まれている。したがって ΔU_f を無視しても実験との比較においては、この影響を含んだ K_s が得られることになり、精度上問題ないと考えられるので、ここではこの項を無視することにした。

(3) 剛性マトリックス

要素および要素内の変位関数として、ここでは最も簡単な6自由度を有する矩形はり要素を使用した。したがって、変位関数は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta u^e &= [N_u] \Delta d_u^e \\ \Delta v^e &= [N_v] \Delta d_v^e \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 Δu^e 、 Δv^e は図-3 に示すように、はり軸方向および軸直角方向の変位増分で Δd_u^e 、 Δd_v^e はそれぞれ対応する節点変位増分である。また、部材座標系は e を付けて表わし、全体座標系には何も付けないことにする。

$$\begin{aligned} N_u &= \left[1 - \frac{x}{l}, \frac{x}{l} \right] \\ N_v &= \left[\left(1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3} \right), \left(x - \frac{2x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \right), \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3} \right), \left(-\frac{x^2}{l} + \frac{x^3}{l^2} \right) \right] \end{aligned}$$

要素内の軸方向ひずみ増分は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon_x^e &= \Delta u^e - y \Delta v^e \\ &= [N'_u, -yN'_v] \begin{Bmatrix} \Delta d_u^e \\ \Delta d_v^e \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (10)$$

式 (10) を式 (2) に代入すれば、

$$\begin{aligned} \Delta U_c &= \sum_{i=1}^{ELM} \frac{1}{2} \int_{VOL} E_c(p) (\Delta u^e - y \Delta v^e)^2 dV \\ &= \sum_{i=1}^{ELM} \frac{1}{2} \int_{VOL} E_c(p) \Delta d_i^T T_i^T G_i^T G_i T_i \Delta d_i dV \end{aligned} \quad (11)$$

ここに、

$$\begin{aligned} G_i &= [N'_u, -yN'_v] \\ T_i &: \text{要素 } i \text{ についての座標変換マトリックス} \end{aligned}$$

$$\Delta d_i^e = \begin{Bmatrix} \Delta d_u^e \\ \Delta d_v^e \end{Bmatrix}, \quad \Delta d_i = \begin{Bmatrix} \Delta d_u \\ \Delta d_v \end{Bmatrix}, \quad \Delta d_i^e = T_i \Delta d_i$$

式 (10) を式 (5) に代入すると、

$$\begin{aligned} \Delta U_s &= \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{1}{2} A_{sjk} \sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) (\Delta u^e - y_{0ijk} \Delta v^e)^2 dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{K_s^2}{2L_{jk}^2} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) dx \right) \\ &\quad \left[\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} (\Delta u^e - y_{0ijk} \Delta v^e) dx \right]^2 \\ &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{K_s(1-K_s)}{L_{jk}} A_{sjk} \\ &\quad \left[\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) (\Delta u^e - y_{0ijk} \Delta v^e) dx \right] \\ &\quad \left[\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} (\Delta u^e - y_{0ijk} \Delta v^e) dx \right] \\ &= \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{(1-K_s)^2}{2} A_{sjk} \sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) \\ &\quad \Delta d_i^T T_i^T H_i^T H_i T_i \Delta d_i dx \\ &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{K_s^2}{2L_{jk}^2} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) dx \right) \\ &\quad \Delta d_i^T S_j^T S_j \Delta d_i \\ &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{K_s(1-K_s)}{L_{jk}} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) \right. \\ &\quad \left. \Delta d_i^T T_i^T H_i^T dx \right) S_j \Delta d_i \end{aligned} \quad (12)$$

ここに、

$$\begin{aligned} y_{0ijk} &: k \text{ 部材の } j \text{ 番目の鋼材の } i \text{ 要素内の } y \text{ 座標} \\ H_i &= [N'_u, y_{0ijk} N'_v] \\ S_j &= \sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} H_i T_i dx \end{aligned}$$

外力によるエネルギー増分量は式 (6) より、

$$\begin{aligned} \Delta V &= - \sum_{i=1}^{JNT} \Delta F_i T_i \Delta d_i - \sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} \Delta q_i N_i T_i \Delta d_i dx \\ &= - \sum_{i=1}^{JNT} \Delta d_i^T T_i^T \Delta F_i - \sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} \Delta q_i \Delta d_i^T T_i^T N_i^T dx \end{aligned} \quad (13)$$

ここに、 ΔF_i : 節点 i における節点力増分のベクトル

$$\Delta F_i = \begin{Bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta F_i \\ \Delta M_i \end{Bmatrix}$$

Δq_i : 要素 i における分布荷重増分のベクトル

$$N_i = [N_u, N_v]$$

最小ポテンシャルエネルギーの原理を用いると式 (1) より、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \pi}{\partial \Delta d_i} &= \frac{\partial \Delta U_c}{\partial \Delta d_i} + \frac{\partial \Delta U_s}{\partial \Delta d_i} + \frac{\partial \Delta V}{\partial \Delta d_i} \\ &= \sum_{i=1}^{ELM} \int_{VOL} E_c(p) T_i^T G_i^T G_i T_i \Delta d_i dV \\ &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} (1-K_s)^2 A_{sjk} \sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) \\ &\quad T_i^T H_i^T H_i T_i \Delta d_i dx \\ &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{K_s^2}{L_{jk}^2} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) dx \right) S_j^T S_j \Delta d_i \\ &+ \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{(1-K_s)^2} \frac{2K_s(1-K_s)}{L_{jk}} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_{J_0}^{I_{ijk}} E_s(p) \right. \end{aligned}$$

$$T_i^T H_i^T dx) S_j \Delta d_i - \sum_{i=1}^{JNT} T_i^T \Delta F_i^T - \sum_{i=1}^{ELM} \int_0^{\ell_i} \Delta q_i T_i^T N_i dx = 0 \dots\dots\dots (14)$$

したがって、最終的に

$$[K_c] + [K_{s1}] + [K_{s2}] \{\Delta d\} = [F] \dots\dots\dots (15)$$

ここに、

$$[K_c] = \sum_{i=1}^{ELM} \int_{VOL} E_c(p) T_i^T G_i^T G_i T_i dV \dots\dots\dots (16 \cdot a)$$

$$[K_{s1}] = \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{MEMNCA} (1 - K_s)^2 A_{sjk} \sum_{i=1}^{ELM} \int_0^{\ell_{ijk}} E_s(p) T_i^T H_i^T H_i T_i dx \dots\dots\dots (16 \cdot b)$$

$$[K_{s2}] = \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{MEMNCA} \frac{K_s^2}{L_{jk}} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_0^{\ell_{ijk}} E_s(p) dx \right) S_j^T S_j + \sum_{k=1}^{MEMNCA} \sum_{j=1}^{MEMNCA} \frac{2K_s(1 - K_s)}{L_{jk}} A_{sjk} \left(\sum_{i=1}^{ELM} \int_0^{\ell_{ijk}} E_s(p) T_i^T H_i^T dx \right) S_j \dots\dots\dots (16 \cdot c)$$

$$[F] = \sum_{j=1}^{JNT} T_j^T \Delta F_j^T + \sum_{i=1}^{ELM} \int_0^{\ell_i} \Delta q_i T_i^T N_i dx \dots\dots\dots (16 \cdot d)$$

ところで、断面の引張ひずみが引張ひずみ限界を上回った場合には、その位置にひびわれが発生する。また、断面内の各位置において応力状態が異なるため、その位置でのヤング係数も異なる。これらを考慮するため、各要素の任意の断面を図-4に示すように x 方向に M 等分、 y 方向に N 等分し、各微小要素ごとに図-1に示す応

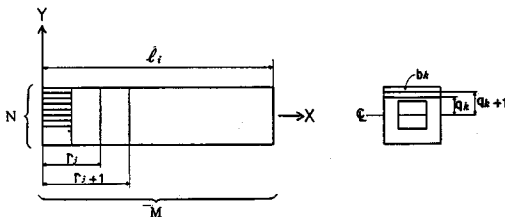


図-4 微小要素

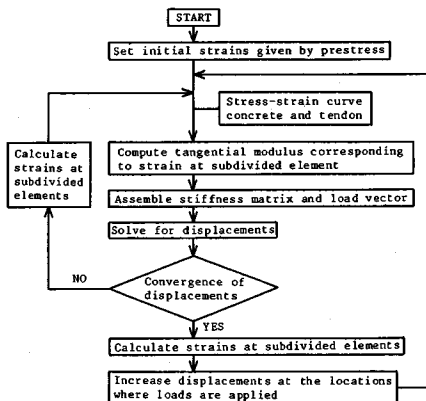


図-5 解析のフローチャート

力-ひずみ関係を導入すると、式 (16・a) の積分形式は次式のように各微小要素の総和となる。

$$[K_c] = \sum_{i=1}^{ELM} b \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M E_c(i, j, k, p) T_i^T G_i^T G_i T_i \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 b ：要素の幅

このように表わすことによって、コンクリートのひびわれや、材料非線形性を考慮することができ、その挙動をより正確に把握することができるものと考えられる。一例として、 i 要素における剛性マトリックス (6×6) の第1行第1列の成分を K_{c11} とすると、 T_i が単位行列の場合、次式で表わすことができる。

$$K_{c11} = \sum_{i=1}^{ELM} \int_{VOL} \frac{b}{\ell_i} E_c(p) dV = \sum_{i=1}^{ELM} \frac{1}{\ell_i} \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M (q_{k+1} - q_k) b_k (r_{j+1} - r_j) E_c(i, j, k, p) \dots\dots\dots (18)$$

また、導入プレストレスについては、その効果を等価な外力で置き換えるために、次式で示す初期ひずみ ϵ_{cp} を与える。はり要素を対象としているので、

$$\epsilon_{cp} = \frac{P}{E_c(p)} \left(\frac{1}{A_c} + \frac{y_0}{I_c} y \right) \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 A_c ：コンクリート部分の断面積

y_0 ：PC 鋼材の偏心距離

I_c ：コンクリート部分の断面二次モーメント

なお、ここでは、導入後のプレストレスを P とし、導入時の摩擦を考慮しないものとする。このようにして、導入プレストレスを初期ひずみ問題として取り扱った。

解析は、図-5に示すようなフローチャートに沿って行った。たとえば、 n ステップである強制変位を与える場合を考える。強制変位により各要素でのひずみは変化し、それに対応してヤング係数も変化しているが、ここではまず、 $n-1$ ステップのヤング係数を用いて剛性マトリックスを作成する。そしてこの剛性マトリックスを解くことにより n ステップでの各節点変位が得られ、各微小要素でのひずみが求められる。このひずみを用いてヤング係数を求め、剛性マトリックスを作成することにより、各節点変位が得られる。この作業を j 回繰り返すことにより、 n ステップでの正確な節点変位が得られることになる。なおこの解析では、各節点変位の $j-1$ 回目の変位と j 回目の変位の差が j 回目の変位の 5% 以内であれば収束したと判断した。そして次式に示すように、この変位の差によって生じた等価節点力 $[\Delta F]_n$ を $n+1$ ステップでの式 (15) に加えることによって誤差の処理を行った。

$$[K_c]_{n+1} + [K_{s1}]_{n+1} + [K_{s2}]_{n+1} \{\Delta d\}_{n+1} = [F]_{n+1} + [\Delta F]_n \dots\dots\dots (20)$$

3. 交番載荷されたはりへの適用

上述の解析法の妥当性を検討するため、岡田³⁾らの行ったPCばりの交番載荷実験を対象としてその挙動を解析し、実験結果との比較を行った。この実験は、終局曲げ耐力の90%以上の正負交番繰返し荷重を作用させたときの、グラウトのないPCばりの変形特性をグラウトのあるPCばりと比較したものである。供試体は図-6に示すようにスパン100cmの単純ばりとし、対称2点載荷により交番繰返し曲げ試験を行っている。断面はグラウトのある場合もない場合もともに10cm×15cmで、φ7.4mmの異形PC鋼棒（降伏点141kg/mm²、引張強さ150kg/mm²）が上下に1本ずつ配置されている。コンクリートの圧縮強度は443kg/cm²であり、実験前に58kg/cm²の圧縮応力がコンクリートに

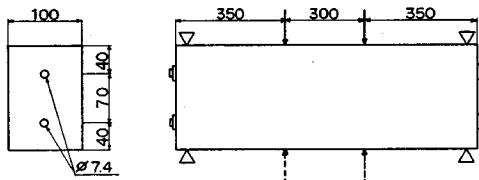


図-6 はり供試体と載荷方法

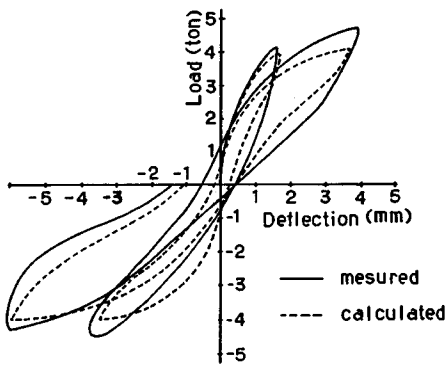


図-7 グラウトがある場合の荷重-変位関係

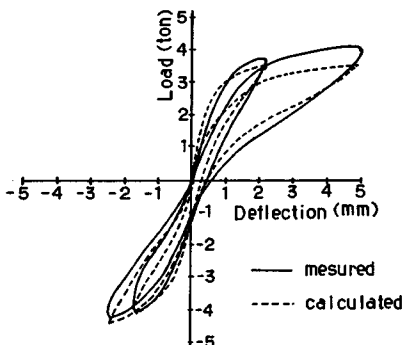


図-8 グラウトがない場合の荷重-変位関係

生じるようにプレストレスが与えられた。

図-7、図-8にそれぞれ、グラウトのある場合とない場合の荷重-たわみの履歴ループに関する実験値と解析値との比較を示す。なお、解析ではグラウトがある場合は、完全な附着状態を仮定して $K_s=0.0$ を、またグラウトがない場合は $K_s=1.0$ を用いた。実験結果より、グラウトがない場合はある場合に比べ逆S字形の履歴ループを示し、変形の復元性はきわめて良好である反面、ループの囲む面積で表わされるエネルギー吸収能は小さい傾向を示している。実験値と解析値を比較すると、グラウトのある場合もない場合も、解析値は実験値に比べループの囲む面積が少し小さいが、十分に実験値の傾向を表わしているといえよう。なお、解析は変位制御で行い、実験値と同じ変位を与えてそのときの荷重を求め、履歴曲線を求めた。解析においても、グラウトのないはりの方がグラウトのあるはりに比べて、逆S字形の履歴ループを示していることが確認でき、また第1サイクルでは、コンクリートの最大応力は圧縮強度の90%を示しPC鋼棒は降伏していないが、第2サイクルではコンクリートの最大応力は圧縮強度を越え、グラウトがある場合はPC鋼棒が降伏していることが確認された。

以上の比較は、PCばりの正負繰返し載荷挙動に対する本解析手法の妥当性を示していると考えられる。

4. ラーメン隅角部の挙動

プレキャスト部材をPC鋼棒によって接合した合成ラーメンの力学的性状における顕著な特徴は、接合部に作用するモーメントが大きくなると、しだいに接合隅角部の剛性が減少し、回転変形が大きくなることにある。これは、合成ラーメンの挙動を解析する際に考慮すべき重要な問題であり、著者の研究によっても指摘されている⁴⁾。そこで、上記の解析に隅角部の挙動を取り入れることにより、現象をより正確に追跡できるように試みた。すなわち、著者の行った実験に上記の解析を適用し、接合隅角部の剛性のある長さをもった要素に置き換え、その要素のヤング係数を変化させることにより、実験値に合ったヤング係数を求めることにした。なお、プレキャスト部材の場合、特に隅角部はひずみの直線性が成り立たないため、このような隅角部要素を仮定したわけである。

実験は、図-9に示すような断面20×40cm、長さ1.8mの横桁に、断面20×30cm、長さ1.3mの柱を直径22mmの2本のプレストレス鋼棒によって接合したコの字形の供試体で行った。接合隅角部の種類は、接合プレストレスが50kg/cm²と35kg/cm²の2種類で、50kg/cm²の場合はPC鋼材のグラウトがあるものとならないものの2種類、35kg/cm²の場合はPC鋼材のグラウト

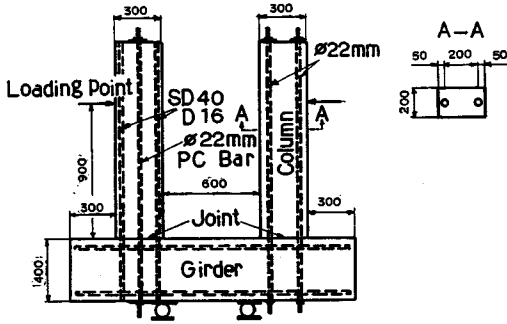


図-9 コの字形供試体

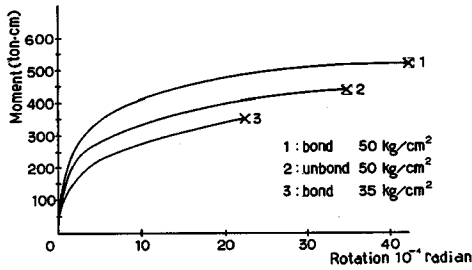


図-10 モーメント-回転変形関係の実験結果

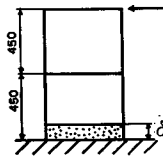


図-11 隅角部を考慮した解析モデル

があるものだけで合計3体である。荷重は供試体をローラー支承の上に設置し、接合部から90cmの位置の柱の一端に水平力を加えることによって行われた。柱とフーチング部の境界での回転変形は、コンタクトゲージおよびPC鋼棒やコンクリートにはりつけたゲージにより測定された。図-10に示される実験結果より、グラウトのない場合はある場合に比べて接合隅角部の回転変形は大きく2倍程度になっている。また、プレストレスが35kg/cm²の方が50kg/cm²の場合よりも回転変形は大きい、より小さい荷重で破壊に至り、最終的な回転変形は約半分ぐらいであることが明らかとなった。

次にこれらの実験結果をもとにして、図-11に示すようなモデルに、長さ δ 、ヤング係数 E をパラメータとする隅角部要素を仮定して解析を行った。はり要素は、常に平面保持の仮定が成り立つ場合に適用できるが、接合隅角部のように、圧縮側のひずみが非常に大きくなり、引張側の鋼材がすべる可能性がある場合には適用できない。そこで、剛性を減少させ回転変形を増大させる目的で隅角部要素を導入した。なお、付着の程度が結果に影

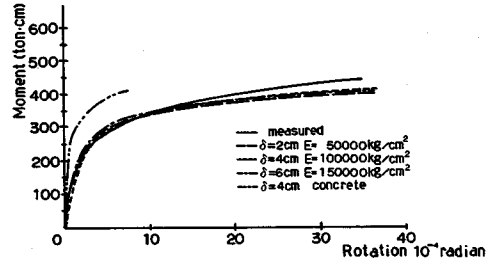


図-12 モーメント-回転変形関係 (50kg/cm²グラウトなし)

響することを防ぐため、まず、グラウトのない場合に適用した。その結果を図-12に示す。 $\delta=2\text{cm}$ 、 $E=50\,000\text{kg/cm}^2$ 、 $\delta=4\text{cm}$ 、 $E=100\,000\text{kg/cm}^2$ 、 $\delta=6\text{cm}$ 、 $E=150\,000\text{kg/cm}^2$ の場合がいずれも実験結果に近い値を示した。なお、 $\delta=4\text{cm}$ の部分の要素をコンクリートに置き換えると、最大モーメントは実測値とほぼ一致しているが、回転変形がかなり実測値より小さくなり、剛性の低い要素に置き換えたモデル化の妥当性が示されている。実験結果に近い値を示した3種類の場合は、ともに $E/\delta=25\,000\text{kg/cm}^3$ を示しており、これは次式より回転変形がモーメントに比例することを意味している。

$$\frac{\theta}{M} = \frac{1}{M} \int_0^{\theta} \frac{M}{EI} dx \approx \frac{1}{M} \frac{M\delta}{EI} = \frac{\delta}{EI} \dots\dots\dots(21)$$

ここに、 θ : 回転変形

I : 断面二次モーメント

M : モーメント

次にこのモデルをグラウトのあるもので、50kg/cm²および35kg/cm²のプレストレスを与えた場合に適用し、得られた結果を図-13、図-14に示す。いずれの場合も、実験値は完全な付着状態を仮定した $K_s=0.0$ の場合よりも、付着のない状態($K_s=1.0$)に近い $K_s=0.7$ で、解析値は実験値に近い値が得られた。3.で述べたPCばりの場合、PC鋼棒の径が7.4mmと小さく十分な付着があったため、 $K_s=0.0$ で解析値は実験値に近い値が得られた。しかしながら、この実験ではPC鋼棒の径が22mmと大きく、単位表面積当たりの付着強度や剛性が細い鋼棒より小さいため、このように付着のない状態に近づいたものと考えられる。なお、この $K_s=0.7$ は、図-11に示す $\delta=4\text{cm}$ の部分の要素をコンクリートに置き換え、最大モーメントが実測値とほぼ一致する場合から得られたものである。プレストレスが50kg/cm²の場合も、3種類のモデルとも十分に実験結果に近い値を示すことが認められる。したがって、付着の有無にかかわらず、プレストレスが同じであれば、同じモデルを適用できることがいえよう。また、図-14に示されるように、プレストレスが35kg/cm²の場合で

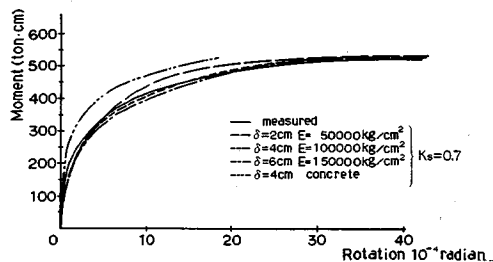


図-13 モーメント-回転変形関係
(50 kg/cm² グラウトあり)

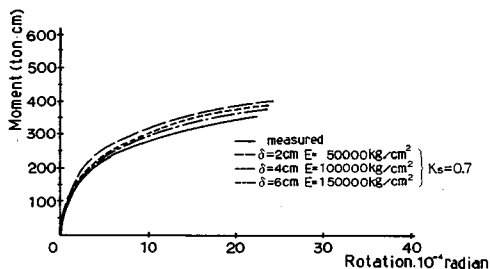


図-14 モーメント-回転変形関係
(35 kg/cm² グラウトあり)

も、 $K_s=0.7$ を仮定したが3種類のモデルとも十分に実験結果に近い値を示している。以上の結果より、導入プレストレス量にかかわらず $E/\delta=25\,000\text{ kg/cm}^3$ をもつ要素によって、回転変形を表わすことが可能であるといえよう。ただし、これはここで対象とした直径 22 mm の 2 本の PC 鋼棒を用いた 20×30 cm の断面のコンクリート部材から得られた値であり、一般性をもたせるには、さらに多くの実験が必要であると思われる。回転変形に関しては、今後の研究にゆだねるとして、次章でのラーメン部材の解析では、 $E/\delta=25\,000\text{ kg/cm}^3$ をもつ要素を用いて、回転変形を近似することとした。

5. PC ラーメン橋脚試験体の荷重変形履歴曲線

適当な実験が最近行われておらず、かなり以前ではあるが、解析精度を検討するのに最適な例が、当時国鉄構設の小池ら⁵⁾によって行われたので、これを引用することにする。小池らは PC ブロック工法を用いた荒川東高架橋施工の際に、実物の約 1/4 の門形ラーメン試験体の水平繰返し荷重実験を行った。この実験に上述の解析手法を適用し、実験結果と解析結果とを比較することによって解析手法の妥当性の検討を行った。さらに、付着の程度をパラメーターとして、繰返し荷重下における PC ラーメンの解析を行うことにより、付着状態が挙動に及ぼす影響を明らかにした。

図-15 にラーメン試験体の概要を示す。ラーメン試

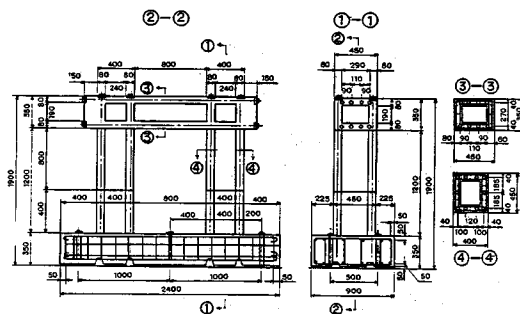


図-15 ラーメン供試体

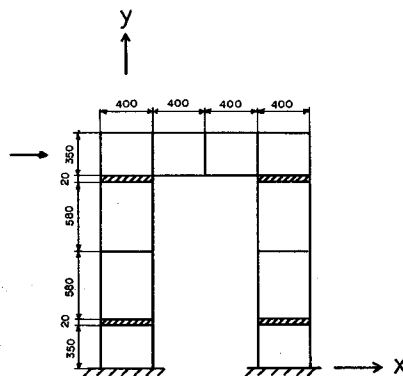


図-16 解析モデル

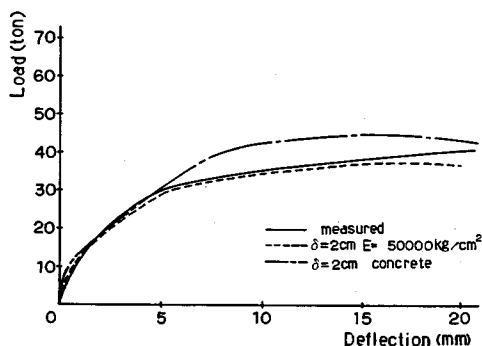


図-17 1方向荷重での荷重-変位関係

験体は、上部はりに 10 kg/cm² プレストレスを導入後、はりと柱とを一体化するために上下に 10 kg/cm² のプレストレスを導入して製作されたものである。なお、はりと柱の接合部にはモルタル目地が使われている。また、PC 鋼棒は直径 10 mm (降伏点 110 kg/mm², 引張強さ 125 kg/mm²) でグラウトが注入されており、コンクリートの圧縮強度は 400 kg/cm² である。

解析では図-16 に示すような要素分割を行い、図の斜線の部分に前章で述べた隅角部要素を適用し、3種類のモデルの中の $\delta=2\text{ cm}$, $E=50\,000\text{ kg/cm}^2$ を用いた。図-17 に 1 方向水平荷重試験の荷重-変位曲線の実測値と解析値を示す。実験では 30 t 前後の荷重時以後に、

変形量が増大し、41 t (変形 20.7 mm) で破壊した。これに対して、解析では完全な付着状態と付着の全くない状態の間に実測値が入っており、図-17 に示すように $K_s=0.3$ のときに最も実測値に近い傾向を示した。PC 鋼棒の直径が 10 mm であり、3., 4. で述べたように、直径が 7.4 mm の場合付着の程度としてほぼ $K_s=0.0$ が達成できるが、直径が 22 mm ではグラウチングが行われていても、付着がほとんどない状態に近く、 $K_s=0.7$ であったことから考えて、直径が 10 mm の場合に $K_s=0.3$ となる可能性は十分考えられる。また、図-17 に、隅角部要素をコンクリートとした場合 ($K_s=0.3$) も示したが、変位が 5 mm を越えると実測値の方が変位の増加が大きくなり、隅角部の影響が生じている。したがって、隅角部要素を挿入することによって、解析値は実測値にかなり近づいており、その必要性が認められる。

次に、図-18 に示すように水平荷重 10 t を繰返し載荷したときに得られた荷重-変位曲線の比較を行った。10 t は弾性範囲の荷重であるが、実験結果より目地部の水平移動などによる隅角部の回転変位が生じ残留変形が認められた。解析値も $K_s=0.3$ で隅角部を考慮した場合 ($\delta=2$ cm, $E=50\,000$ kg/cm²)、実験値より逆 S 字形の傾向が多少大きい、ほとんど実測値と同じ傾向を示した。以上のことから、隅角部を考慮したこの解析手法で、十分にラーメンの 1 方向および繰返し載荷時の挙動を推定できることが明らかとなった。

さらに、隅角部要素を用いた解析手法をこのラーメン試験体に適用し、鋼材とコンクリートとの付着の程度が、ラーメンの最大荷重および繰返し荷重下の挙動に及ぼす影響を解析により求めた。図-19 に完全な付着状態 ($K_s=0.0$)、付着のない状態 ($K_s=1.0$) と、対象とした試験体の付着状態 (図-17 の点線, $K_s=0.3$) の 3 種類の付着状態における 1 方向載荷時の荷重と変位の関係を示す。最大荷重は $K_s=0.0$ で 56 t, $K_s=0.3$ で 38 t, $K_s=1.0$ で 12 t と、付着状態によって大きく異なっている。この原因として、上部はりとは柱とを一体化するために導入されるプレストレスが、10 kg/cm² と比較的小さいため、付着のない場合はほとんど PC 鋼材で水平力に抵抗することとなり、耐力が小さくなったものと考えられる。次に、図-20 に図-19 と同様の 3 種類の付着状態における繰返し載荷時 (2 mm と 5 mm の変位) の荷重と変位の関係を示す。完全な付着状態から付着のない状態になるにつれて、逆 S 字形の履歴ループを示し、ループの囲む面積で表わされるエネルギー吸収能は小さくなる傾向を示している。以上のことから、PC ラーメンでは柱とはりを一体化するプレストレスが小さい場合、付着状態によって耐力が大きく異なり、特に付着がない場合は、耐力が非常に小さくまたエネルギー吸収能が小さ

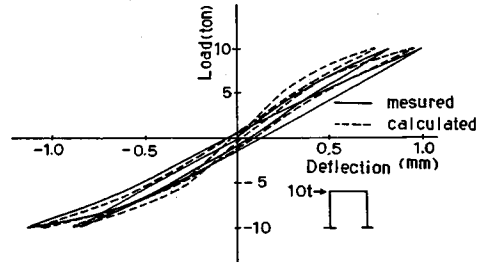


図-18 10 t の繰返し載荷での荷重-変位関係

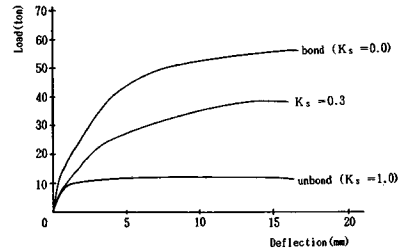


図-19 終局荷重への付着状態の影響

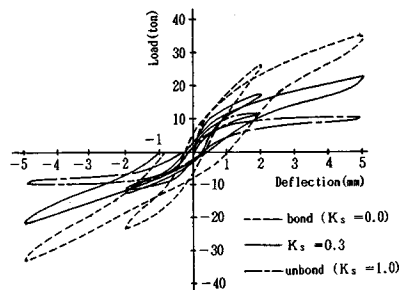


図-20 繰返し載荷のときの挙動への付着状態の影響

いことが明らかとなった。

6. 結 論

有限要素法を用いて任意の付着状態における PC ばりおよび PC ラーメンの履歴挙動を解析することによって、以下に示す結論が得られた。

(1) PC ばり要素のひずみエネルギー式を有限要素法により定式化し、さらにコンクリートのひびわれや非線形の応力-ひずみ関係を考慮することにより、任意の付着状態における PC ばりや PC ラーメンの履歴挙動を解析的にかんがりの精度で推定できることが明らかとなった。

(2) 解析結果と実験結果とを比較することにより、PC 鋼材とシース間の空隙にセメントペーストを注入しても、必ずしも PC 鋼材とコンクリートとの付着が完全にはならず、特に PC 鋼材の径が太くなるほど、付着が悪くなることが明らかになった。したがって、PC

ばりおよび PC ラーメンの挙動の解析にあたっては、PC 鋼材の径、あるいはグラウチング状態によって異なる付着すべり係数を導入し、PC 鋼材の付着特性を考慮する必要がある。

(3) PC ラーメンの履歴挙動を解析するには、接合隅角部の回転変形を無視することができず、解析対象とした PC ラーメンでは、 $E/\delta = 25\,000 \text{ kg/cm}^3$ の特性をもつ隅角部要素を導入することによって、その挙動を十分に予測することができた。しかし、隅角部要素の特性に関しては、限られた解析対象から得られた結果であり、一般性をもたせるにはさらに多くの研究が必要である。

参 考 文 献

1) Kang, Y.J. and Scordelis, A.C. : Nonlinear Analysis

of Prestressed Concrete Frames, A.S.C.E., S.T., Vol.106, No.2, pp.445~462, 1980.

- 2) 田辺忠顕・Hong, P.W. : アンボンド PC 構造物の組み立て工程を考慮した応力解析, 土木学会論文報告集, No.303, pp.133~142, 1980年11月.
- 3) 岡田 清・小林和夫・児島孝之, 畑村博行: アンボンド PC 梁の基礎的諸特性に関する研究, プレストレストコンクリート, Vol.24, No.3, pp.15~23, 1982年5月.
- 4) 田辺忠顕: コンクリート合成構造におけるプレキャスト部材の利用に関する基礎研究, 土木学会論文報告集, No.206, pp.111~124, 1972年10月.
- 5) 小池 晋・高松良晴・宮坂慶男・池田良雄: 総武本線荒川東高架橋の設計施工—人口軽量骨材コンクリートを用いたブロック工法による PC 高架橋—, コンクリート工学, Vol.6, No.6, 1968年6月.

(1987.11.2・受付)