【土木学会論文集 第395号／Ⅳ-9 1988年7月】

家計の嗜好変化が住宅サービスの生産に及ぼす影響に関する理論的研究

INFLUENCE OF TASTE CHANGES ON PRODUCTION OF HOUSING SERVICES

小 林 潔 司*・張　衛 彬**・吉 川 和 広***

By Kiyoshi KOBAYASHI, Wei-Bin ZHANG and Kazuhiro YOSHIKAWA

The capital-land substitution in urban housing production is a key parameter in explanation of spatial structure of the housing market in long run. The purpose of this paper is to investigate invariant properties of capital-land substitution under taste changes, which bring any kinds of shifts in housing production functions. In order to identify both taste-change effects and changes in capital-land substitution under taste changes, one must know what type of the production technology is separately measurable from the taste-change effects. When the impacts of the taste changes on production function are transformed to taste-change effects, the production function is said to be "holothetic" under a given type of taste change. Lie groups can manifest the potential patterns of taste changes. A systematic way for analyzing holotheticity of production function and measuring patterns of taste changes will be presented by probing invariant properties of housing production function under Lie groups transformations.

Keywords : *housing production function, holotheticity, Lie groups*

1. はじめに

住宅サービスの生産における建築要素と土地要素の代替性[1] (capital-land substitution) は，都市における地代勾配，人口勾配を決定する重要な要因の1つであり，都市構造とりわけ都市における住宅の高層化現象を理解するうえできわめて重要な概念である．周知のとおり，Muth (1969) は，住宅生産関数という概念を提案し，住宅サービスの生産における建築要素と土地要素の間の代替性を実証的に計測した[2]．また，Koenker (1972) も同様の実証分析を行っている[3]．その後の実証研究によって，住宅サービスの生産の成長率のうち建築要素・土地要素の成長によって説明できない部分があることが多くの研究者によって指摘された[4),5]．これらの研究ではその理由を技術変化あるいは家計の嗜好変化に求めている．

Kau and Sirmans[6] らは技術変化や嗜好変化を明示的に考慮に入れた住宅生産関数の実証的な計測を試みている．これらの研究は事前に想定した生産関数に基づいて，技術変化や嗜好変化という経済変換が住宅サービスの生産に及ぼすシフトの効果を計測するという方法をとっている．しかし，この方法はのちに述べるように（ⅰ）住宅生産関数に作用する嗜好変化を明示的にモデル化していない．（ⅱ）嗜好変化による生産量のシフトの効果を生産関数推定の残差項としてとらえており，この残差項がモデル推定の誤差か嗜好変化の影響によるものかを識別できない．（ⅲ）企業の最適化行動により導出される技術代替率の嗜好変化に対する不変性が保証されず，住宅生産関数を推計しようとすれば嗜好変化による推計バイアスが生じるという本質的な問題をもっている．上述の問題点を克服するためには，4. で述べるように投入要素による住宅サービス生産量と嗜好変化によるシフトの効果が分離計測可能であることが必要である．

Sato は，生産関数の完全変換可能性 (holotheticity) という概念を提案し，技術変化を規模の効果に吸収できるような生産関数の理論的構造を分析した[7](第2章)．完全変換可能性の概念は単に経済学の分野における生産関数の中立性に関する議論にとどまらず，土木計画学の分野においても嗜好変化を考慮した行動モデルの理論的構造やその計測可能性に関して有用な知見を与えてくれる．本研究の目的は，住宅生産関数を例にとり行動モデルの完全変換可能性の計画論的意味を明らかにすること

* 正会員　工博　鳥取大学助教授　工学部社会開発システム工学科（〒680　鳥取市湖山町南4丁目101）
** 学生会員　工修　京都大学大学院工学研究科（〒606　京都市左京区吉田本町）
*** 正会員　工博　京都大学教授　工学部土木工学科（同上）

にある．すなわち，住宅生産関数の完全変換可能性という概念が，嗜好変化の作用下における住宅生産関数の分離計測可能性を意味することを明らかにするとともに，嗜好変化を考慮した住宅生産関数の推計方法について理論的に考察する．Sato の研究は生産関数の中立性の理論的構造の解明を主眼としているが，本研究では行動モデリングに関する研究の立場から，嗜好変化を考慮した行動モデルの計測可能性とその推計方法に関して理論的に考察することを目的としている．

本研究では，このような研究の第一歩として住宅生産関数をとりあげることとする．その理由は，(ⅰ) 家計の嗜好の集計関数である生産関数は，たとえば交通行動にも適用が可能[8]であり，本研究の成果を他の行動モデルの研究に拡張できるという実際的なねらいをもっている．(ⅱ) 生産関数を例にとることにより，嗜好変化を考慮した行動モデルの分離計測可能性について単純な形で議論できる．このため，本稿における数学的展開が Sato の研究[7]と形式的に重複する部分が生じることはやむを得ないが，本研究では嗜好変化を対象としており技術変化を対象とする Sato の議論がそのまま通用しない部分も存在する．すなわち，技術変化は要素の有効値の拡大を通じた生産フロンティアの拡大をもたらすが，嗜好変化は必ずしも嗜好の集計値の拡大変換をもたらすとは限らない．そこで，本研究では考えられる嗜好変化のパターンをできる限り網羅的にとりあげ，住宅生産関数の完全変換可能性について検討することとした．なお，本稿では本研究の目的とするモデルの計測可能性とその推計方法に関する理論的な考察に重点を置いて述べることとし，既存の研究[7),9)]と重複する部分に関しては出典を明記したうえで補題・定理として引用するにとどめる．

2. 住宅生産関数と住宅供給者の行動

(1) 住宅生産関数の定義

住宅は一般的な消費財と異なり，(ⅰ) 住宅は1つの立地点をもち，住宅の質や価値は立地する居住環境によって大きく影響される．(ⅱ) ストックとしての住宅は耐久財である．(ⅲ) 住宅サービスは種々の属性によって計測されるという特徴をもつ[10)]．以上の特徴を踏まえ，住宅生産関数を以下のように定義する．住宅供給者は土地要素 L ならびに建築資本 Q を投入要素として住宅サービス H を生産する．一般に，土地要素 L と建築物資本 Q はベクトルと考えてよい．土地要素 L は敷地面積といった物理的な要因のみならず，立地点固有の社会・経済的な属性を含んでいる．さらに，住宅の耐久財としての性格を踏まえ，(ⅰ) 住宅ストックの市場，(ⅱ) 住宅サービスの市場という2つの市場を区別する[10)]．後者において消費されるのは住宅のサービスであり，その大部分は既存の住宅から生じる．本研究では消費財市場である住宅サービスの市場を対象とし，持家居住者は住宅サービスを自己生産して自己消費していると解釈する．

Muth (1969)[2)] は住宅サービスの価値は家計が住宅の属性に対して評価した結果であると考え，各属性に対する評価を住宅サービスの価値として一元化するために住宅生産関数という概念を導入した．実物的な生産関数が投入要素と産出量の間の技術的な関係を示すのに対し，住宅生産関数は家計の嗜好の集計関数という意味をもっている．いま，住宅サービスの産出量 H と住宅属性 L, Q との間に成立する関係を生産関数

$$H=f(L, Q) \cdots\cdots (1)$$

として記述しよう．関数 f は準凹 (quasi-concave) かつ連続微分可能であり，新古典派生産関数[11)]の性質を満足すると仮定する．ここでは簡単のために L, Q という2変数のみをとりあげることとする．2変数の場合における議論を多変数に拡張した結果に関しては，必要に応じて補足的に説明することとする．

住宅生産関数は家計の住宅特性に対する嗜好を個々の単位が同質であるような合成財として集計する関数である．住宅生産関数を用いることにより標準的な企業行動の分析方法が適用可能となり，完全競争住宅市場における住宅サービス生産者の行動を利潤最大化問題として分析できる．反面，住宅特性の可分性を前提にしている点や住宅サービスの個別要因の需要分析に適していないという問題点ももっている．このため，近年住宅サービスを空間的に差別化された異質財として明示的にとりあげる研究が進展している[12)]．一方，実証的な住宅需要分析においては合成財の概念が有効であることも指摘されている[13)]．本研究では嗜好変化を考慮した行動モデルの計測可能性を明らかにすることを主眼としており，標準的な経済分析の方法が適用可能な住宅生産関数によるアプローチの方法をとりあげることとする．嗜好変化の下におけるヘドニック技法の適用性に関しては今後の研究課題としたい．

住宅特性の質的な変化が生じる理由として，(ⅰ) 家計の嗜好が変化する場合，(ⅱ) 建設技術の進歩により住宅特性の質的な内容が変化する場合が考えられる．厳密に論ずれば，住宅サービスの変化には技術革新と嗜好変化の両者が不可分に関与している．しかし，このような問題設定は議論を過度に複雑にし，分析目的にとって得策でない．また，建設技術の革新は家計の嗜好変化を引き起こす原因の1つであり，嗜好変化を建設技術の進歩の代理指標と考えることもできよう．したがって，本研究では住宅サービスの質的な変化を主として家計の嗜

好変化に求めることとする．

（2） 建築-土地限界代替率

静学的な住宅サービスの生産モデル[10]を考えよう．住宅サービスとその生産要素の市場は完全に競争的であると考える．簡単のために土地，資本という2要素を考え，地代を r，資本要素の価格を s，住宅サービスの価格を p とする．住宅サービス生産者の利潤最大化行動を以下のように定式化する．

$$\text{Maximize } \pi = pf(L, Q) - rL - sQ \quad \cdots\cdots (2)$$

次に，都市内のある立地点 x で住宅供給が行われその地代を $r(x)$ としよう．その地点で供給される住宅サービスを $\hat{H}$ とすると，投入要素の最適な組合せは以下の費用最小化問題を解くことにより得られる．

$$\text{Minimize } r(x)L + sQ$$

$$\text{subject to } \hat{H} = f(L, Q) \quad \cdots\cdots (3)$$

内点解を仮定すれば1階の最適条件

$$\partial f/\partial L = r(x),\ \ \partial f/\partial Q = s \quad \cdots\cdots (4)$$

より，投入要素の技術代替率は

$$(\partial f/\partial L)/(\partial f/\partial Q) = r(x)/s \quad \cdots\cdots (5)$$

となり，要素の価格比に等しくなる．最適問題（3）自体は直接検証できないが，そこから導出される式（5）は住宅市場において観測可能である，土地要素 L，資本要素 Q，およびそれぞれの限界生産性を $M(L, Q)$, $N(L, Q)$ とすれば住宅サービスの等量線[10]は

$$dH = M(L, Q)\,dL + N(L, Q)\,dQ = 0 \quad \cdots\cdots (6)$$

が成立する．式（5）の左辺が $M(L, Q)/N(L, Q)$ であることを考慮すれば，建築-土地限界代替率を示す次式を得る．

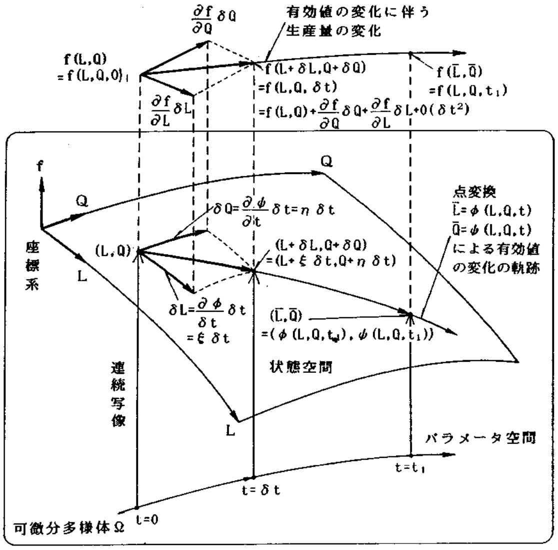
$$dL/dQ = -N(L, Q)/M(L, Q) = -s/r(x) \quad \cdots\cdots (7)$$

ここで，x を都心からの距離と解釈しよう．家計の効用関数の準凹性を仮定すれば，地代曲線 $r(x)$ は原点に向かって凸な減少関数となり，住宅サービスの等量線も原点に向かって凸となる．つまり，都心から遠ざかるにつれて住宅は低層化し，より多くの土地を使用する住宅タイプへと移行する．

3. 嗜好変化の定義と計測方法

（1） 嗜好変化の群論的性質

住宅生産関数は家計の嗜好の集計関数である．住宅生産関数で用いられる変数は単なる物理量として意味をもつのではなく，あくまでも人間の主観的な認識を通じた結果が意味をもつ．いま，何らかの外的なインパクトにより人間の測定単位に対する認識構造が変化することを嗜好変化と定義しよう．嗜好変化が生じれば，測定単位の有効値（effective value）[7),14)]が変化し，アウトプットであるサービス水準が変化する．t を嗜好変化を示すパラメーターとすれば，嗜好変化を考慮に入れた一般的



図—1 Lie 変換と住宅生産関数のシフト

な生産関数を以下のように記述できる．

$$H = f(L, Q, t) \quad \cdots\cdots (8)$$

嗜好変化による変数の有効値の変化を Lie 変換により定義する．そこで，図—1 に示すような可微分多様体 Ω におけるパラメーター空間から状態空間への連続写像を考えよう．状態空間上の任意の点 (L, Q) の有効値はパラメーター t の変化に応じて図に示すような軌跡上を推移する．パラメーター t の変化に対応して状態空間上の任意の点を状態空間上の別の点に写像する点変換を

$$T_t : \overline{L} = \phi(L, Q, t),\ \overline{Q} = \psi(L, Q, t) \quad \cdots\cdots (9)$$

と定義しよう．ϕ, ψ は互いに独立な連続可微分関数，$\overline{L}, \overline{Q}$ は嗜好変化後における有効値である．ϕ, ψ が t に関して単調に変化すると仮定すれば，嗜好変化を時間 t をパラメーターとする Lie 変換により記述できる．いま，変換系 T_t が以下の群論的性質[9)]を満足すると考える．

（a） $T_{t+\tilde{t}} = T_t \circ T_{\tilde{t}}$

（b） $T_0 = I$

（c） $T_t \circ T_{-t} = I \quad \cdots\cdots (10)$

変換群 ϕ, ψ が $t=0$ の近傍で t に関して連続可微分であれば，ϕ, ψ は1-パラメーターの局所 Lie 群[15)] を形成する．このとき，式（10）の性質（a）より，図—1 に示すような有効値変化の軌跡全体を局所 Lie 群の合成により再現できる．このように局所 Lie 群が連続群を形成するとき，群の大局的な性質を局所群より誘導できる[16)]ので，以下では一般性を損なうことなく考察の対象を局所 Lie 群に限定する．以下では変換群という用語を局所 Lie 群の意味で用いることとする．

変換系（9）が局所 Lie 群の条件を満足すれば，変

換群 ϕ, ψ を恒等写像の近傍で以下のように近似できる．

$$T_t: \overline{L}=L+\delta L+0(\delta t^2)=L+\xi\delta t+0(\delta t^2)$$
$$\overline{Q}=Q+\delta Q+0(\delta t^2)=Q+n\delta t+0(\delta t^2) \quad \cdots\cdots(11)$$

δt は無限小時間，$0(\delta t^2)$ は高次の無限小項を示す．ξ, η は無限小変換であり以下のように定義される．

$$\xi=\partial\phi(L,Q,t)/\partial t,\ t=0$$
$$\eta=\partial\psi(L,Q,t)/\partial t,\ t=0 \quad \cdots\cdots(12)$$

嗜好変化により (L,Q) の有効値が $(L+\delta L, Q+\delta Q)$ に変化したとしよう．また，生産関数 f が可微分多様体 Ω 上で定義されていると考える．このとき，嗜好変化が住宅サービスにもたらすシフト効果の1次近似の測度 δf は，

$$\begin{aligned}\delta f&=f(L+\delta L, Q+\delta Q)-f(L,Q)\\&=(\partial f/\partial L)\delta L+(\partial f/\partial Q)\delta\eta+0(\delta t^2)\\&=\Phi f\delta t+0(\delta t^2) \quad \cdots\cdots(13)\end{aligned}$$

となる．ここに，Φ は Lie 作用素 Φ[9]

$$\Phi=\xi\partial/\partial L+\eta\partial/\partial Q \quad \cdots\cdots(14)$$

である．ここに，次の補題を得る[7]．

> ［補題1］ 嗜好変化がもたらすシフト効果の1次近似の測度は恒等変換の近傍 Φf で与えられる．
> $$(\partial\overline{H}/\partial t)_0=\Phi f=\xi\partial f/\partial L+\eta\partial f/\partial Q \quad \cdots\cdots(15)$$

（2） 嗜好変化の計測方法

補題1を用いて嗜好変化を計測するために住宅サービスの総生産性[17]の変化を

$$\begin{aligned}\dot{H}/H&=\dot{\overline{f}}/\overline{f}-(1/\overline{f})\{(L\partial\overline{f}/\partial L)(\dot{L}/L)\\&\quad+(Q\partial\overline{f}/\partial Q)(\dot{Q}/Q)\}=\dot{\overline{f}}/\overline{f}-\{\overline{\pi}_L(\dot{L}/L)\\&\quad+\overline{\pi}_Q(\dot{Q}/Q)\}=(\partial\overline{f}/\partial t)/\overline{f} \quad \cdots\cdots(16)\end{aligned}$$

と定義する．$\overline{\pi}_L=(L\partial\overline{f}/\partial L)/\overline{f}=\overline{r}(x)L/\overline{f}$，$\overline{\pi}_Q=\overline{s}Q/\overline{f}$ であり，それぞれ実測値 L, Q で測定した嗜好変化後における土地，資本の相対配分率を示す．嗜好変化を Lie 群で記述すれば，補題1より総生産指数は $t=0$ の近傍における嗜好変化の相対的な第1次測度で近似できる．

$$(\dot{H}/H)_0\fallingdotseq(\xi\partial f/\partial L+\eta\partial f/\partial Q)/f(L,Q) \quad \cdots\cdots(17)$$

十分小さい t に対して $\dot{H}/H\fallingdotseq(\dot{H}/H)_0$ が成立すれば

$$\dot{H}/H\fallingdotseq(\xi\partial f/\partial L+\eta\partial f/\partial Q)/f(L,Q) \quad \cdots\cdots(18)$$

となる．嗜好変化による相対配分率の変動が微小であり，$\overline{\pi}_L\fallingdotseq\pi_L$, $\overline{\pi}_Q\fallingdotseq\pi_Q$ が成立すると考えれば，式（16）より

$$\dot{H}/H=\xi\pi_L/L+\eta\pi_Q/Q \quad \cdots\cdots(19)$$

を得る．住宅市場で $\dot{H}/H, L, Q, \pi_L, \pi_Q$ を観測すれば，式（19）より無限小変換 ξ, η を推定できる．嗜好変化を推計する際，住宅生産関数の形式を特定する必要がない点が重要である．無限小変換は次の手順で推計できる．すなわち，（i）無限小変換の形式を種々想定する．（ii）式（19）を用いて無限小変換（12）に含まれるパラメーターを非線形推計法により推定する．（iii）推計精度が最もよい無限小変換を嗜好変化の近似式として採用する．なお，住宅生産関数が多変数を含む場合における各変数の無限小変換も，式（19）を多変数に拡張することにより，各変数とその相対配分率に関する実測値を用いて容易に推計できる．

4. 住宅生産関数の分離計測可能性

（1） 完全変換可能性の定義

嗜好変化が生産関数に及ぼす影響が住宅サービスの生産量のシフトの効果に吸収されることを Sato[7] にならって，生産関数の完全変換可能性（holotheticity）と定義しよう．すなわち，嗜好変化 T_t のもとで，T_t のすべての効果が強い単調変換 F_t に吸収されるとき，すなわち，

$$\begin{aligned}\overline{H}&=f(L,Q,t)=f(\overline{L},\overline{Q})\\&=f[\phi(L,Q,t),\ \psi(L,Q,t)]=g[f(L,Q,0),t]\\&=F_t[f(L,Q)]=F_t[H] \quad \cdots\cdots(20)\end{aligned}$$

が成立するとき，T_t のもとで生産関数が「完全変換可能」であると定義する．嗜好変化は変数 L, Q の有効値を変化させる．ある等量線に属する各点 (L,Q) が嗜好変化の影響を受け，有効値が変換群 ϕ, ψ の作用により可微分多様体 Ω 上でそれぞれ $(\overline{L},\overline{Q})$ に点変換されたとしよう．嗜好変化後の住宅サービスの生産量は有効値 $(\overline{L},\overline{Q})$ を用いれば $f(\overline{L},\overline{Q})$ となる．このとき，生産量 H は単調に変化し，$\overline{H}=F_t[H]$ となる．生産関数が完全変換可能であれば，実測値 (L,Q) で定義される等量線 $H=f(L,Q)$ と嗜好変化後の等量線 $\overline{H}=F_t[H]$ の形は変化しない．すなわち，住宅生産関数が完全変換可能であれば，住宅サービスの有効値 $\overline{H}$ は基礎的生産関係 $H=f(L,Q)$ とその値 H を単調に変換する嗜好変化の効果 $F_t[\cdot]$ に弱分離[7]される．

（2） 限界代替率の嗜好不変性

一般に，経済主体が意志決定に用いる情報と観測者が観測できる情報を区別することはできない[11]．議論をミクロ行動に限定する限り，経済主体が利用できる情報量は観測者が利用できる情報量より多く，経済主体にとっては既知であるが観測者が計測できない要因が存在する．これらの要因はモデルの誤差項に含まれ，説明変数は誤差項と独立ではあり得ない．住宅生産関数を計測するためには，企業の最適化行動の結果として市場で観測される限界代替率の計測を通じて，その背後にある生産関数を間接的に求めるという方法が望ましい．

2. で述べたように，費用最小化を図る企業の最適行動は技術代替率を通じて観測できる．住宅生産関数が完全変化可能であれば，市場で観測される技術代替率は嗜好変化の影響を受けないという性質が導かれる．住宅生産

関数の技術代替率

$$R=(\partial H/\partial L)/(\partial H/\partial Q) \quad\cdots\cdots(21)$$

が嗜好変化の影響を受けて

$$\overline{R}=(\partial\overline{H}/\partial L)/(\partial\overline{H}/\partial Q)$$
$$=(f_\phi\phi_L+f_\psi\psi_L)/(f_\phi\phi_Q+f_\psi\psi_Q) \quad\cdots\cdots(22)$$

に変化したとしよう．添字は当該の変数による偏微分を意味している．生産関数が嗜好変化の作用に対して完全変換可能であれば，生産関数の等量線の形はその位置が変化する以外にはまったく影響を受けない．この場合，式（19）より

$$\overline{R}=F_f f_L/F_f f_Q=f_L/f_Q=R \quad\cdots\cdots(23)$$

となる．したがって，R はパラメーター t と独立であり，

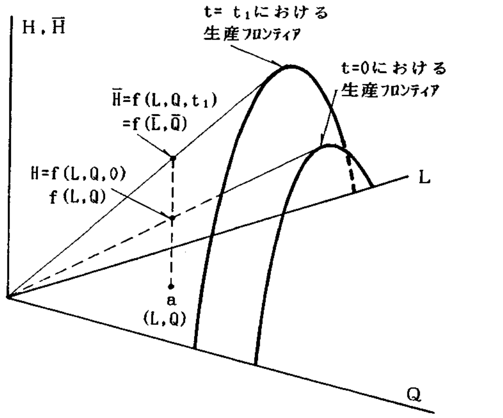
$$\partial\{(\partial g/\partial L)/(\partial g/\partial Q)\}/\partial t\equiv 0 \quad\cdots\cdots(24)$$

が成立する．すなわち，住宅生産関数が完全変換可能であれば，嗜好変化のすべての効果は変換群 T_t の作用を通じて弱分離可能な型に変換できる．実測値 L, Q を用いて定義される技術代替率は嗜好変化の影響を受けない．本研究では，技術代替率が嗜好変化の影響を受けないとき，技術代替率が「嗜好不変」であると定義する．また，式（5），（7）より技術代替率が嗜好不変であれば，等量線上で定義される限界代替率も嗜好不変である．

（3）　住宅生産関数の分離計測可能性

嗜好変化の作用下で住宅生産関数（8）を推計する場合に，どのような問題が生じるかを図―2を用いて説明しよう．図―2は，実測値による座標系（L, Q）を用いて住宅生産関数の生産フロンティアを示したものである．嗜好変化が生じれば変数の有効値は図―1の可微分多様体 Ω 上の軌跡に沿って変化する．それに伴い生産関数のフロンティアはシフトする．図―2の点aは実測値が（L, Q）である点を示しているが，嗜好変化が生じればその有効値は $t=t_1$ の時点で（$\overline{L}, \overline{Q}$）となる．住宅サービスの生産量は $\overline{H}=f(L, Q, t_1)=f(\overline{L}, \overline{Q})$ にシフトする．ここで問題は，住宅市場において $\overline{H}, H, L, Q$ の値を観測できるが，$\overline{L}, \overline{Q}$ の値を市場で直接観測できないことである．

一方，住宅生産の基礎的関係 $H=f(L, Q)$ は住宅生産関数より導出される限界代替率の計測関数（7）を推定することにより間接的に推計できる．限界代替率が嗜好不変であれば，嗜好変化が生じても同一の実測値（L, Q）の点で定義される限界代替率は嗜好変化が生じても常に一定値をとる．これにより，限界代替率の計測関数（7）を，測定年次による変数の有効値の変化とは無関係に実測値データを用いて直接推定できることとなる．3.で述べたように，式（19）を用いて無限小変換を推計することにより，有効値の変化を住宅生産関数 $f(L, Q)$ の形式とは無関係に計測できる．以上で推定した無限小変換と生産の基礎的関係を用いて嗜好変化を



図―2　嗜好変化による住宅サービスの生産フロンティアのシフト

考慮した住宅生産関数（8）を同定する方法については6.で述べることとするが，このように嗜好変化を考慮した住宅生産関数を，（i）嗜好変化による有効値の変化，（ii）住宅サービスの基礎的生産関係に分離して計測できることを住宅生産関数の「分離計測可能性」と定義する．

なお，式（19）より無限小変換が計測されれば，各時点での変数の有効値が推定できる．この場合，限界代替率の計測関数を有効値を用いて推計する方法も考えられる．しかし，（i）有効値で定義される限界代替率は特殊な場合を除いて嗜好不変ではなく[7]，計測関数を嗜好変化から分離して計測できない．（ii）無限小変換の推計誤差を計測関数の推定問題に持ち込むこととなり，計測関数の推計誤差が嗜好変化によるものか，計測関数そのものの推計誤差かを識別できないという問題が生じ，住宅生産関数の推計方法としては得策ではない．

（4）　分離計測可能性の計画論的な意義

生産関数の推計方法に関する既存の研究[6]では，事前に生産関数の形を想定し生産関数をシフトさせる効果を直接市場データにより推計するという方法を採用している．つまり，嗜好パラメーター変化による生産関数のシフトの効果と生産の基礎的関係を同時に推計しているわけである．しかし，この方法は（i）具体的にどのような嗜好変化をとりあげているかが明らかではない，（ii）モデルの再現値と実測値の乖離を「どこまでが嗜好（パラメーター）変化によるものか」あるいは「モデルでとりあげなかった変数によるものか」を識別できないという本質的な問題点をもっている．後者は，生産関数に限らずパラメーター変化を内蔵した動学モデルの推計方法一般に共通する問題点でもある[18]．本研究で提案する分離計測可能性という概念は，前述したようにパラメーター変化を伴う住宅生産関数を嗜好変化による有効値の変化と住宅サービスの基礎的生産関係を分離計測で

きることを意味し，上述の問題点を同時に解消できるという利点を有している．逆に，住宅生産関数が分離計測可能でなければ，限界代替率の嗜好不変性が保証されず，実測値を用いて限界代替率の計測関数を推計すれば嗜好変化による推計バイアスが生じる．

また，住宅生産関数の分離計測可能性は別の意味でも重要である．限界代替率が嗜好不変であれば，利潤最大化行動の結果として導出される最適条件（5）が嗜好変化の影響を受けない．本研究では消費者の需要行動に関して何も言及していないが，仮に消費者行動の最適行動より導出される「財の限界代替率が競争価格比に等しい」という最適条件が嗜好変化に対して不変であると仮定しよう．このとき，企業と消費者の最適化行動の結果として求まる一般均衡解は，嗜好変化によって影響を受けない．したがって，限界代替率の嗜好不変性の条件が満足されれば，嗜好変化の作用下における生産者側の行動を消費者行動と切り離して計測することが可能となる．換言すれば，住宅生産関数の分離計測可能性が，家計の嗜好変化が住宅生産関数に及ぼす影響を生産者側の行動分析を通じて計測できる条件でもある．

5. 完全変換可能な住宅生産関数の構造

住宅生産関数が嗜好変化 T_t のもとで完全変換可能であれば，生産関数の族は嗜好変化に対して不変である．嗜好変化 T_t のもとで完全変換可能な生産関数を求めることは，Lie 変換群 ϕ, ψ 上での不変式を求める問題に帰着する．所与の変換群の下で関数が完全変換可能であるための条件は以下のように与えられる[7),9)]．

［定理1］ 変換群 ϕ, ψ のもとで生産関数が完全変換可能であるための必要十分条件は，嗜好変化の1次近似の測度 Φf が次式のように表わされることである．

$$\Phi f = G(f) \cdots\cdots (25)$$

式（25）は L, Q を独立変数とするラグランジュ方程式であり，同値な連立常微分方程式系に変換できる[7),9)]．

［定理2］ 変換群のもとで，住宅生産関数を完全変換可能にするような基本的な生産関数 f が一意的に存在する．変換群に対して完全変換可能な生産関数の一般的な族は次の常微分方程式により得られる．

$$dL/\xi = dQ/\eta = df/G(f) \cdots\cdots (26)$$

定理2は所与の無限小変換 ξ, η に対して完全変換可能な住宅生産関数の一般型を求める方法を示している．事実，微分方程式 $dL/\xi = dQ/\eta$ の一般解を $J(L, Q) = C_1$, $dQ/\eta = df/G(f)$ の一般解を $K(L, Q) = E(f) + C_2$ とすれば，完全変換可能な住宅生産関数の一般形を次式のように表わせる[7),9)]．

$$H = E^{-1}[J(L, Q) + K(L, Q)] \cdots\cdots (27)$$

ここに，$E(f) = \int df/G(f)$ である．一般解 J は解の「パスカーブの族」を意味し，この曲線の族は嗜好変化 T_t の作用の下で不変である[7)]（付録）．本研究では，J を嗜好変化 T_t のもとでの不変量とよぶ．

一方，与えられた生産関数に対してその生産関数を完全変換するような嗜好変化のパターンを求める問題も考えられる．しかし，所与の生産関数を完全変換可能に保つような変換群は少なくも1つは存在するが，多くの場合一意性の保証はない[7)]．また，そのような変換群を求める問題は微分方程式を解く問題に帰着するが，このような微分方程式のうち解析的に解けるものの数はそれほど多くない．そこで，以下では嗜好変化のパターンを与え，そのうえで完全変換可能な住宅生産関数を求めることとする．

以上では，L, Q という2変数をとりあげ考察を進めた．実証的研究を行う際には，住宅生産関数にさらに多くの変数をとりあげる必要が生じる．多変数の場合においても，本稿で述べた議論を拡張できる．いま，住宅生産関数の変数を $X_i (i=1, \cdots, n)$，対応する変換群，無限小変換をそれぞれ ϕ_i, ξ_i としよう．このとき，次の系に基づいて完全変換可能な多変数住宅生産関数の一般型を求めることができる[7)]．

［系1］ 変換群 $\phi_i (i=1, \cdots, n)$ の作用のもとで生産関数 f が完全変換可能であるための必要十分条件は $\Phi f = G(f)$ が成立することである．ただし，$\Phi = \sum_i \xi_i \partial / \partial X_i$ である．

［系2］ 変換群の下で，住宅生産関数を完全変換可能にするような基本的な生産関数 f が一意的に存在する．変換群に対して完全変換可能な生産関数の族は次の微分方程式により得られる．

$$dX_1/\xi_1 = \cdots = dX_n/\xi_n = df/G(f) \cdots\cdots (28)$$

式（28）において $dX_1/\xi_1 = \cdots = dX_n/\xi_n$ は $(n-1)$ 個の一般解（不変量）$J_i(X_1, \cdots, X_n) = C_i (i=1, \cdots, n-1)$ をもつ．一方，微分方程式 $dX_n/\xi_n = df/G(f)$ の一般解を $K(X_1, \cdots, X_n) = C_n$ とすれば，完全変換可能な住宅生産関数の一般形は

$$H = K + F(J_1, \cdots, J_{n-1}) \cdots\cdots (29)$$

となる．ここに，F は任意関数を意味する．このよう

に生産関数の一般型を求める問題は常微分方程式を解くことに帰着されるが，変数の数が多くなれば常微分方程式(28)の解は非常に複雑になってしまう可能性がある．実証分析においては，無限小変換 ξ_i をできるだけ簡単な形で表現したほうが便利である．たとえば，変換群 ϕ_i がパラメーター t と単一変数 X_i の関数として，$X_i=\phi_i(X_i, t)$ と記述できると考えよう．このとき，式(28)は通常の変数分離型の常微分方程式となり，一般解を容易に求めることができる．なお，このような多変数住宅生産関数の推計問題に関しては，今後の実証研究を通じて考察したいと考える．

6. 嗜好変化の下における住宅生産関数

(1) 住宅生産関数の推計方法

嗜好変化を考慮した住宅生産関数(8)を推計する一般的手順を以下に示す．(i)式(19)を用いて無限小変換を推計する．無限小変換のタイプが判明すれば，分離計測可能な住宅生産関数の一般型と不変量がわかる．(ii)嗜好変化に対して分離計測可能な住宅生産関数の一般型に基づいて，住宅生産関数の形を種々想定する．(iii)想定した住宅生産関数を用いて限界代替率の計測関数を導出する．(iv)市場データを用いて計測関数を推計し，推計精度が最もよい計測関数を選択する．(v)推計した計測関数のパラメーターを用いて住宅生産関数の形式を特定化する．(vi)以上で無限小変換および生産における基礎的関係にかかわるパラメーターをすべて推定したことになる．残るパラメーターは初期時点($t=0$)における住宅サービスの生産量の水準を示すパラメーターである．このパラメーターを市場データを用いて推計すれば，嗜好変化を考慮した住宅生産関数(8)を同定できる．以下では，嗜好変化のタイプをいくつかとりあげ，生産関数の分離計測可能性について考察するとともに，その推計方法について具体的に述べることとする．

(2) 分離計測可能な生産関数の具体例

嗜好変化に関する研究は緒についたばかりで標準的な嗜好変化のパターンは明らかにされていない．また，非可逆的な進歩をみせる技術変化と異なり，嗜好変化は常に有効値の拡大変換をもたらすとは限らない．このため，Sato の研究[7]よりも広い範囲の無限小変換を考慮する必要がある．無限小変換 ξ, η はパラメーター t および変数 L, Q に関する連続関数であるが，その具体的な関数形としては種々考えることができる．無限小変換の計測上の便宜を考えると複雑な関数形を用いることは必ずしも得策ではない．本研究では，無限小変換の形式として線形，指数，対数，べき型等の初等的な関数族を考えることとした．さらに，無限小変換 ξ, η がそれぞれ L, Q のみの関数として表現できるか，あるいは L, Q の双方を変数として含むかに着目すれば，無限小変換の基本的な形式の族を得ることができる．さらに，関数族に含まれるパラメーターや任意関数の形式を指定すれば，当該の関数族に含まれる無限小変換の形式を特定化できる．このような考え方に基づいて，最終的に約50種類の無限小変換を想定するとともに，それぞれのケースに対して微分方程式(26)を解くことにより分離計測可能な住宅生産関数の一般形，不変量，計測関数の一般形を導出した．著者らの知る範囲において，理論経済学の分野でとりあげられてきた各種の経済変換(技術変化や嗜好変化)のタイプの多くは上述の無限小変換の特殊型として位置づけられる．これらの計算結果は膨大な量に及ぶため，ここでは特に基本的なケースをとりあげ計算結果を**表—1**に示すにとどめる．なお，計算結果とその導出過程に関しては参考文献16)に詳述している．以下では**表—1**の無限小変換の中から独立指数型，巾拡大I型という2つの関数族をとりあげ，当該の嗜好変化パターンに対して分離計測可能な生産関数を求めることとする．

a) 独立指数型の嗜好変化

独立指数型の嗜好変化とは変数 L, Q の有効値が時間とともに指数的に変化するようなパターンを意味する．すなわち，嗜好変化のパターンが独立指数型の関数族

$$\overline{L}=\exp(\alpha t)L,\quad \overline{Q}=\exp(\beta t)Q \qquad (30)$$

に従うと仮定する．この場合，完全変換可能な生産関数の一般型は微分方程式(26)を解くことにより，

$$H=F[L^{1/\alpha}\Psi(Q^{\alpha}/L^{\beta})] \qquad (31)$$

となる．ここに，F, Ψ は任意関数である．また，不変量 J を求めると $J=Q^{\alpha}/L^{\beta}$ である．等量線より限界代替率の計測関数の一般形を求めれば

$$dL/dQ=(L/Q)\{\alpha J\Psi'(J)\}/\{\beta J\Psi'(J)-\alpha^{-1}\Psi(J)\}$$
$$=(L/Q)\nu(J)=-s/r \qquad (32)$$

となる．$\pi'(J)=d\pi(J)/dJ$, ν は不変量 J の関数を意味する．式(32)を書き替えれば，

$$-(dL/dQ)(Q/L)=-\nu(J) \qquad (33)$$

となる．式(33)の左辺は式(7)より $N(L,Q)Q/M(L,Q)L$ であり，費用最小化仮説のもとで，$-(dL/dQ)(Q/L)=sQ/rL$ が成立する．本ケースのように，土地，住宅の質に対する嗜好がそれぞれ $\alpha\%, \beta\%$ と指数的に変化する場合には，投入要素比 Q^{α}/L^{β} が不変量となる．式(33)は，Q^{α}/L^{β} が一定であれば市場で観測される住宅支出と土地支出の比は嗜好変化の影響を受けないことを示している．つまり，投入要素比 Q^{α}/L^{β} は建物の高層化率の逆数を示しており，同じような高層化率をもつ住宅においては嗜好変化が起こっても住宅-土地支出比は一定となる．嗜好変化が独立指数型でない場合は，式(33)が成立しないことはいうまで

表—1　嗜好変化の基本型と完全変換可能な住宅生産関数

嗜好変化の基本型（変換群 ϕ, ψ の基本型）	無限小変換 ξ, η の一般型	変換群を限定する付加条件	住宅生産関数の一般型	不変量 J	限界代替率の計測関数の一般型	備　考
独立線形型		なし	$L\Psi(J)$	$\alpha Q+\beta L$	$dL/dQ=-\nu(J)$	線形生産関数は本ケースの特殊型である。
$\bar{L}=L+\alpha t$	$\xi=\alpha$	$\alpha=0$	$Q+\Psi(J)$	L		
$\bar{Q}=Q+\beta t$	$\eta=\beta$	$\beta=0$	$L+\Psi(J)$	Q		
独立指数型		なし	$L^{1/\alpha}\Psi(J)$	Q^{α}/L^{β}	$dL/dQ=-(L/Q)\nu(J)$	Houthakkerの加法対数型、Cobb-Douglas型、CES型は本ケースの特殊例である。
$\bar{L}=\exp(\alpha t)L$	$\xi=\alpha L$	$\alpha=0$	$Q\Psi(J)$	L		
$\bar{Q}=\exp(\beta t)Q$	$\eta=\beta L$	$\beta=0$	$L\Psi(J)$	Q		
		$\alpha=\beta$	$Q\Psi(J)$	L/Q		
従属線形型 $\bar{L}=L+\alpha_1 tL+\alpha_2 tQ$	$\xi=\alpha_1 L+\alpha_2 Q$	なし	$(Q+L)^{1/\delta_1}+\Psi(J)\{(Q-\delta_3 L)/(Q-\delta_4 L)\}^{\delta_5}$	$\delta_1 L+\delta_2 LQ-\alpha$	※	Houthakkerの加法対数型、Cobb-Douglas型、CES型は本ケースの特殊例である。
$\bar{Q}=Q+\beta_1 tL+\beta_2 tQ$	$\eta=\beta_1 L+\beta_2 Q$	$\alpha_2=0,\ \beta_1=0$	$L^{1/\alpha}\Psi(J)$	Q^{α}/L^{β}	$dL/dQ=-(L/Q)\nu(J)$	
		$\alpha_1,\ \alpha_2,\ \beta_1=0$	$Q\Psi(J)$	L		
独立巾乗型		$N(L,Q)=M(L)$	$D(L)+\Psi(J)$	$\alpha L^{(1-n)}-\beta Q^{(1-n)}$	※	$D(L)=\int dL/\alpha L^{M(L)}$
$\bar{L}=L+\alpha tL^{N(L,Q)}$	$\xi=\alpha L^{N(L,Q)}$	$N(L,Q)=M(Q)$	$D(Q)+\Psi(J)$			$D(Q)=\int dQ/\alpha^{QM(Q)}$
$\bar{Q}=Q+\beta tQ^{N(L,Q)}$	$\eta=\beta Q^{N(L,Q)}$	$N(L,Q)=n$	$1/L^{(1-n)}+\Psi(J)$		$dL/dQ=-L\nu/Q\{(1-n)-\nu\}$	CESは特殊型
独立対数型		$N(L,Q)=M(L)$	$D(L)+\Psi(J)$	$\{\ln(\alpha_2 L)\}^{d}/\{\ln(\beta_2 L)\}^{e}$	※	$d=1/\alpha_1\alpha_2,\ e=1/\beta_1\beta_2$
$\bar{L}=L\{1+\alpha_1 N(L,Q)\ln(\alpha_2 L)t\}$	$\xi=\alpha_1 N(L,Q)\ln(\alpha_2 L)$	$N(L,Q)=M(Q)$	$D(Q)+\Psi(J)$			$D=\int dL/\alpha_1 N(L)\ln(\alpha_2 L)$
$\bar{Q}=Q\{1+\beta_1 N(L,Q)\ln(\beta_2 Q)t\}$	$\eta=\beta_1 N(L,Q)\ln(\beta_2 Q)$	$N(L,Q)=1$	$L\Psi(J)$		$dL/dQ=-(L/Q)\nu(J)$	
対称比例加法型 $\bar{L}=L/\{1-tLN_1(L,Q)\}$ $\bar{Q}=Q/\{1-tQN_2(L,Q)\}$	$\xi=N_1(L,Q)L^2$ $\eta=N_2(L,Q)Q^2$	$N_1=\alpha Q/L^2$ $N_2=\alpha L/Q^2$	$\ln(L+Q)+\Psi(J)$	L^2+Q^2	※	$D_1=\int dL/L^{M},\ D_2=\int dQ/Q^{N}$
		$N_1=\alpha(L^2+LQ)/L$ $N_2=\alpha(Q^2+LQ)/Q$	$1/\alpha(L+Q)+\Psi(J)$	L^2+Q^2		
		$N_1=M(L),\ N_2=N(Q)$	$D_1(L)+\Psi(J)$	$D_1(L)+D_2(Q)$		
		$N_1=\alpha$・$N_2=\beta$	$1/(\alpha L)+\Psi(J)$	$1/(\alpha L)+1/(\beta Q)$	$dL/dQ=-\{Q-\nu(J)\}L^{-2}$	
		$N_1=0,\ N_2=\beta$	$1/(\beta Q)+\Psi(J)$	$\pi(L)+1/(\beta Q)$		
		$N_1=\alpha,\ N_2=0$	$1/(\alpha LQ)+\Psi(J)$	$\pi(Q)+1/(\beta LQ)$		
非対称比例加法型		なし	$D(L)+\Psi(J)$	$\int N_2(L)dL/LN_1(L)-\ln Q$	※	$D(L)=\int dL/N_1(L)L$
$\bar{L}=L/\{1-tN_1(L)L\}$	$\xi=N_1(L)L^2$	$N_2(L)=\beta$	$D_1(L)+\Psi(J)$	$\int LdL/N_2(L)+\pi(L)$		$D_1(L)=\int dL/LN_1(L)$
$\bar{Q}=Q/\{1-tN_2(L)L\}$	$\eta=N_2(L)LQ$	$N_1=\alpha$・$N_2=\beta$	$1/\alpha L+\Psi(J)$	L^{β}/Q^{α}	$dL/dQ=-\{Q-\nu(J)\}L^{-2}$	
		$N_1=\alpha$・$N_2=0$	$1/\alpha L+\Psi(J)$	$\ln L/\alpha+\pi(Q)$		
		$N_1=0$・$N_2=\beta$	$1/\beta Q+\Psi(J)$	$\ln L/\beta+\pi(Q)$		
巾拡大I型 $\bar{L}=(L^{-a}+\alpha t)^{-1/a}$ $\bar{Q}=(Q^{-b}+\beta t)^{-1/b}$	$\xi=\alpha L^{(1+a)/a}$ $\eta=\beta Q^{(1+b)/b}$	なし	$L^{-a}/\alpha+\Psi(J)$	$\alpha Q^{-b}-\beta L^{-a}$	$dL/dQ=L^{-1-1/b}/Q^{-1-1/a}$ $\nu/(-1/a-\nu)$	加法対数型およびCES型生産関数は本ケースの特殊型である。
		$\alpha=a,\ \beta=b$	$L^{-a}/a+\Psi(J)$	$aQ^{-b}-bL^{-a}$		

注1）$N, N_1, N_2, M, \Psi, \pi, \nu$ は任意（汎）関数であり、独立変数（関数項）の単調変換をもたらす連続微分可能な関数を意味する。また、α, β, δ は任意定数である。ここでいう任意関数には恒等変換 I(ex. $I(L)=L$) および定数変換 (ex. $N(L)=\alpha$) を含む。任意関数の形式は文字どうり任意に与えることができるが、経済学的あるいは計画論的に意味のある関数でなければならないことは言うまでもない。そのためには、少なくとも、生産関数の1階あるいは高階の導関数の符合条件を満足しなければならない。このような生産関数の形式の特定化に関する議論は今後の課題とする。なお、住宅生産関数の一般型において $\Psi(J)$ は不変量Jの任意関数を意味しており、不変量の具体的な内容は当該の行の不変量Jの欄に示している。D, D_1, D_2 の定義に関してはそれぞれ対応する行の備考欄を参照のこと。

注2）本表の第1列は代表的な嗜好変化のタイプを示している。当該の嗜好変化の族に属する変換群の形式は数多く存在する。変換群の一般型にいろいろな限定条件（第3列）を付加することにより、より簡単な群が得られる。当然のことながら、限定条件を付加するほど生産関数の形式は簡単になる。限定条件の表記にあたっては各族とも下位の行に移るほど簡単な群になるように配慮している。

注3）紙面の都合により※部分の詳細は参考文献16）に譲ることとする。なお、参考文献16）では上記の嗜好変化の基本型の他に、従属指数型、非対称の独立巾乗型、一般比例加法I型、同II型、同III型、同IV型、同V型、同VI型、同VII型、巾拡大II型、同III型を定義するとともに、これらの嗜好変化のタイプに対しても完全変換可能な生産関数の一般型を求めている。

もない．

式 (31) において F, π の形を特定化すれば，周知の Cobb-Douglas 型，加法対数型，CES 型生産関数を導出できる．そこで，以下ではこれらの生産関数を式 (31) に基づいて導出するとともに，生産関数の推定方法および嗜好変化を考慮した一般的な生産関数を求めることとする．

まず，$\Psi=I$，$F=CI$ と考え，$\beta'=(1/\alpha)-\beta, \alpha+\beta'=1$ と仮定すれば，Cobb-Douglas 型生産関数

$$H=CL^{\beta'}Q^{\alpha} \cdots\cdots(34)$$

を得る．I は恒等変換を意味する．限界代替率の計測関数は $dL/dQ=-(\alpha/\beta')(L/Q)=-s/r$ となる．いま，Lie 変換 (30) におけるパラメーター α, β の値が式 (19) を利用してすでに求まっているとしよう．また，計測関数に含まれる L, Q, s, r の値は市場で観測できる．したがって，計測関数において推計すべきパラメーターは存在しない．Cobb-Douglas 型生産関数は，住宅-土地支出費 sQ/rL が嗜好パラメーターで定義される定数 α/β' と等しくなるような非常に特殊なケースにおいてのみ嗜好変化に対して完全変換可能となる．計測関数で示される限界代替率が市場で観測されない場合，Cobb-Douglas 型生産関数を用いることはできないことはいうまでもない．C は初期時点（$t=0$）における住宅サービスの生産水準を示すパラメーターである．この値を初期時点における住宅市場データと式 (34) を用いて推定する．住宅生産関数が完全変換可能であれば，$\overline{H}=f(L, Q, t)=f(\overline{L}, \overline{Q})=F_t[f(L, Q)]$ が成立することより，式 (31) を式 (34) に代入すれば，嗜好変化を内蔵した一般的な住宅生産関数 $\overline{H}=C\exp(t)L^{\beta'}Q^{\alpha}$ を得る．

次に，$\Psi(Q^{\alpha}/L^{\beta})=C_1+C_2(Q^{\alpha}/L^{\beta})^{1/\alpha\beta}, \alpha'=\alpha^{-1}, \beta'=\beta^{-1}$ と仮定しよう．C_1, C_2 は任意定数である．このとき，加法対数型生産関数

$$H=C_1L^{\alpha'}+C_2Q^{\beta'} \cdots\cdots(35)$$

を得る．また，計測関数は $dL/dQ=-\lambda Q^{\beta'-1}/L^{\alpha'-1}=-s/r$ となる．ただし，$\lambda=\beta'C_2/\alpha'C_1$ である．α, β の値がすでに推定されていれば，市場データ s, r, L, Q を用いて λ の値を推定できる．$C_2=(\alpha'/\beta')\lambda C_1$ と考えれば，式 (35) は $H=C_1L^{\alpha'}+(\beta'/\alpha')\lambda C_1Q^{\beta'}$ となる．最後に，式 (35) と初期時点における市場データを用いて C_1 を推計すれば，住宅生産関数を同定できる．式 (31) を式 (35) に代入すれば，住宅生産関数 $\overline{H}=\exp(t)(C_1L^{\alpha'}+C_2Q^{\beta'})$ を得る．

最後に，$F[f]=Cf^{-1/a}, \alpha^{-1}=\beta^{-1}=-a$ と仮定し，$\Psi=C_1+C_2(Q^{\alpha}/L^{\beta})^{\alpha^2}$ を仮定すれば，CES 型生産関数

$$H=C(C_1L^{-a}+C_2Q^{-a})^{-1/a} \cdots\cdots(36)$$

を得る．ただし，$C_1+C_2=1$ である．また，計測関数は $dL/dQ=-\lambda(Q/L)^{-a-1}=-s/r, \lambda=(C_2/C_1)$ となる．λ の値を推計すれば，$C_1+C_2=1$ より C_1, C_2 の値は同定できる．残るパラメーター C を式 (36) と初期時点の市場データを用いて推計すれば，住宅生産関数を同定できる．嗜好変化を考慮した生産関数は $\overline{H}=C\exp(t)(C_1L^{-a}+C_2Q^{-a})^{-1/a}$ となる．

b）巾拡大Ⅰ型の嗜好変化

巾拡大型嗜好変化とは，変換群が巾乗項を含む関数式の巾乗として示されるタイプであり，その一般形は $\overline{L}=(L^{-a}+N_1(L, Q)t)^{-1/a}, \overline{Q}=(Q^{-b}+N_2(L, Q)t)^{-1/b}$ となる．著者らは，任意関数 N_1, N_2 の形式に応じて嗜好変化のタイプをⅠ，Ⅱ，Ⅲ型に分類している[16]．ここでとりあげるⅠ型の変換群は N_1, N_2 がそれぞれ定数 α, β となるような群

$$\overline{L}=(L^{-a}+\alpha t)^{-1/a}, \overline{Q}=(Q^{-b}+\beta t)^{-1/b} \cdots\cdots(37)$$

である．本ケースにおける完全変換可能な生産関数は

$$H=F\{L^{-a}/\alpha+\Psi(\alpha Q^{-b}-\beta L^{-a})\} \cdots\cdots(38)$$

となる．F, Ψ がともに恒等変換であり，$C_1=(1/\alpha)-\beta, C_2=\alpha$ と仮定すれば，加法対数型生産関数 $H=C_1L^{-a}+C_2Q^{-b}$ を得る．$F[f]=Cf^{-1/a}, \Psi$ を恒等変換とし，$C_1=(1/\alpha)-\beta, C_2=\alpha, a=b, C_1+C_2=1$ を仮定すれば，CES 型生産関数 $H=C[C_1L^{-a}+C_2Q^{-a}]^{-1/a}$ を得る．つまり，加法対数型，CES 型生産関数は，指数拡大型およびべき拡大Ⅰ型という異なるタイプの嗜好変化に対して完全変換可能である．しかし，嗜好変化を内蔵した生産関数の形は異なる．加法対数型，CES 型生産関数はそれぞれ，$\overline{H}=(\alpha+\beta)t+C_1L^{-a}+C_2Q^{-b}, \overline{H}=C[C_1L^{-a}+C_2Q^{-a}+(\alpha+\beta)t]^{-1/a}$ となる．

一般に，ある形式の生産関数は異なるタイプの嗜好変化に対して完全変換可能となり得る．前述したようにある生産関数を完全変換可能とするような変換群を求める問題は偏微分方程式を解く問題に帰着するが，求解可能微分方程式はきわめて限られている[16]．したがって，まず式 (19) を用いて現実に生じている嗜好変化を計測したうえで，当該の嗜好変化に対して完全変換可能な生産関数を求めていくという方法が実用的であると考える．

7. おわりに

本研究では，嗜好変化を考慮した住宅生産関数の推計可能性について理論的に考察したものである．その際，住宅サービスの基礎的生産関係と嗜好変化による生産量のシフトの効果を分離計測できることを住宅生産関数の分離計測可能性と定義し，生産関数が分離計測可能であるための条件を求めた．以上の知見を踏まえ，住宅市場データを用いて嗜好変化を内蔵した住宅生産関数を計測する方法について考察した．

本研究における重要な知見の1つは所与の嗜好変化のタイプに応じて用いることのできる生産関数の形式が限

定されるということである．生産関数が現実に起こりつつある嗜好変化に対して分離計測可能でなければ，住宅生産における基礎的な生産関係と嗜好変化による生産量のシフトの効果を識別できない．生産関数から導出される限界代替率があり得べき嗜好変化に対して不変でない場合，このような行動モデルを住宅市場の将来予測に用いれば無視し得ない予測誤差が生じる．本研究で考察した生産関数の分離計測可能性に関する議論は生産関数のみならずパラメーター変化を伴うような行動モデル一般に関しても成立する．このような応用研究に関しては，稿を改めて言及したいと考える．また，本研究の知見に基づいた実証的な研究も別の機会に発表したいと考える．

最後に，本研究の今後の課題に関してとりまとめる．まず，第1にわれわれが求めたのはある嗜好変化に対して完全変換可能な生産関数の「一般型」であるという点である．これにより所与の嗜好変化に対して用いることのできない生産関数は容易に判別できる．しかし，一般型は依然かなり広い範囲の関数を含んでいる．限界代替率を計測するためには生産関数の形を特定化する必要があるが，そのためには限界生産性に関する符合条件等の付加的な制約を考慮しなければならない．どのような付加条件を考慮すべきかは，都市経済学の領域において議論すべき課題であり，これに関しては嗜好変化の計測問題と合わせて今後の実証研究に委ねたい．

第2に，本研究の成果を実用化するためには，嗜好変化を示す無限小変換の標準的な関数型を明らかにしていく必要があろう．住宅生産関数に関する議論からは無限小変換のタイプを限定できないが，生産関数を用いた応用研究においてそのタイプを絞りこむことはできる．著者らはすでに住宅耐久財の市場におけるデベロッパーの行動分析において完全予見仮説と動的整合のとれる無限小変換のタイプを明らかにしている[19]．住宅生産関数を何らかの行動仮説に基づくモデルに応用しようとすれば，当該の仮説との整合性を維持するために無限小変換のタイプは限定される．したがって，無限小変換の特定化に関しては，今後住宅市場に関する理論的研究を積み重ねることによって明らかにしたいと考える．

最後に本研究をとりまとめるにあたって，岡田憲夫教授（鳥取大学），および本稿の査読者の方から貴重なコメントをいただいた．また，本研究の遂行にあたっては，文部省科学研究費（奨励（A)62750523）の補助を得ている．ここに，感謝の意を表します．

参 考 文 献

1) McDonald, J.F.：Capital-land substitution in urban housing：A survey of empirical estimates, J. Urban Econ. Vol.9, pp.190～211, 1981.
2) Muth, R.：Cities and Housing, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1969（折下　功訳：都市住宅の経済学，鹿島出版会）.
3) Koenker, R.：An empirical note on the elasticity of substitution between land and capital in a monocentric market, J. Reg. Sci. Vol.12, pp.299～305, 1972.
4) Kau, J. and Lee, C.：Capital-land substitution and urban land use, J. Reg. Sci., Vol.16, pp.83～92, 1976.
5) Sirmans, C. and Redman, A.：Capital-land substitution and the price elasticity of demand for urban residential land, Land Econ., Vol.55, pp.167～176, 1979.
6) Kau, J.B. and Sirmans, C.F.：Technological change and economic growth in housing, J. Urban Econ., Vol.13, pp.285～295, 1983.
7) Sato, R.：Theory of Technical Change and Economic Invariance —— Application of Lie Groups, Academic Press, 1981（佐藤隆三著：技術変化と経済不変性の理論，勁草書房，1984）.
8) たとえば，Sasaki, K.：A household production approach to the evaluation of transportation system change, Regional Sci. and Urban Eco., Vol.13, pp.363～382, 1983.
9) Cohen, A.：An Introduction to the Lie Theory of One-Parameter Groups, Heath, Boston, Massachusetts, 1911（高野一夫訳：コーエンの微分方程式，森北出版，1971）.
10) 山田浩之：都市の経済分析，東洋経済新報社，1980.
11) たとえば，Varian, H.R.：Microeconomic Analysis, W.W. Norton & Company, Inc., 1978.
12) Rosen, S：Hedonic price and implicit markets：Product differentiation in pure competition, Jour. Political Economy, pp.34～55, 1974.
13) Follain, J.R. and Jimenez, E.：Estimating the demand for housing characteristics：A survey and critique, Regional Science and Urban Eco., Vol.15, pp.77～107, 1985.
14) 小林潔司・張　衛彬・吉川和広：嗜好変化を内生化した比較静学に関する理論的研究，土木学会論文集，第389号，IV-8, 1988.
15) Pontryagin, L.C.：Continuous Group, Moscow, 1954（柴岡泰光ほか訳：連続群論，岩波書店，1957）.
16) Zhang, W.B., Kobayashi, K. and Yoshikawa, K.：Housing production functions and taste changes of households, Kyoto University Research Report, IV-1, 1987.
17) Kendrick, W. and Sato, R.：Factor prices, productivity, and economic growth, Americ. Econ. Review, Vol.53, pp.974～1003, 1963.
18) Bennett, R.J. and Hordijk, L.：Regional Econometric and Dynamic Models, ed. by Nijkamp, P., Handbook of Regional and Urban Economics, Vol.1, pp.407～441, North-Holland, 1987.
19) 小林潔司・張　衛彬・吉川和広：Lie 群論による世帯の嗜好変化とデベロッパーの行動に関する理論的研究，土木計画学研究・論文集，No.4, pp.141～148, 1986.

（1987.5.20・受付）