

# ネガティブフリクションの推移に関する近似計算法

## APPROXIMATE CALCULATION METHOD OF NEGATIVE FRICTION CHANGING WITH GROUND SETTLEMENT

佐藤 悟\*・岩下文彦\*\*・大森 弘\*\*

By Satoru SATO, Fumihiko IWASHITA and Hiroshi OMORI

This paper presents an approximate but simple calculation method of skin friction, axial force and neutral point depth changing with ground settlement calculated results are compared with those of a field experiment on negative friction and fairly good coincidence can be seen.

Keywords: negative friction, neutral point, axial load, ground settlement

### 1. はじめに

この報告は、杭に働くネガティブフリクション（以下、NF という）の推移、具体的には、地盤沈下の進行に伴う周面摩擦分布、杭軸力分布、中立点の深さとこの位置の杭軸力ならびに杭先端反力など NF 諸量の変化推移を比較的簡単に求めるための一近似計算法を提案したものである。

さて、従来 NF の発生過程については図-1 のようなモデルが考えられていた。すなわち、(a) のような杭頭荷重  $P$  による上向きの正の摩擦分布が、地盤沈下の進行とともに (b) のごとく杭頭部から下向きの負摩擦分布に変化拡大し、やがて (c) のような平衡状態に至るものとされていた。

しかし、このモデルは、NF の推移を定量的に把握するうえで、次のことがらが大きな問題点として指摘されよう。まず、第一に、このモデルでは、ある深さにおける杭～地盤間の相対変位  $\delta_x$  と周面摩擦応力  $\tau_x$  との基本関係が明瞭に反映されていない。いうまでもなく、 $\tau_x$  は  $\delta_x$  とともに発達し、 $\delta_x$  が大きくなると  $\tau_x$  はその極

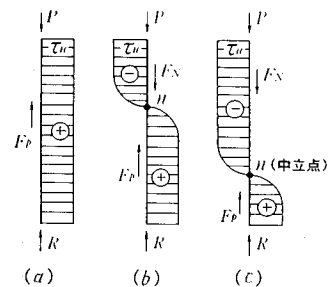


図-1 従来の NF 発生過程のモデル

限值  $\tau_u$  に到達する。しかし、図-1 のモデルでは杭のほぼ全域にわたって最初から極限值  $\tau_u$  の一様分布を考えており実状と異なっている。第2に、杭先端反力  $R$  とその貫入量  $\delta_i$  との関係が  $\tau_x$  分布の推移に及ぼす影響は一般に大きいのが、図-1 のモデルではこの要素も考慮されていないようである。沢口<sup>1)</sup>、佐藤<sup>2)</sup>、吉田ら<sup>3)</sup>は、上記の  $\tau_x \sim \delta_x$  および  $R \sim \delta_i$  の両基本関係を取り入れた理論解析を行っているが、これらはいずれも実用上かなり複雑なきらいがあり、また沢口、吉田らの研究では地盤沈下に伴う前記 NF 諸量の変化推移についての考察は行われていない。

他方、施工面では NF を積極的に低減するため、杭

\* 正会員 (株)日本技建 (〒110 台東区東上野 4-10-17)

\*\* 日本鋼管工事(株)技術部土木技術室  
(〒230 横浜市鶴見区小野 88)

表面にアスファルト類を塗布する工法がよく知られているが、設計上たとえば、ある塗布長のもとで中立点がどこにくるのかさえ、まだ十分にわかっていないのが実状である。

NF に対する検討法が、以上のような現状にあることから、本文では終局状態に至るまでの NF 諸量の変化推移を地表面の地盤沈下量と関連づけて比較的簡単に求め得る計算法を提案するとともに数値解析を通じて NF 推移の一般的動向も調べ、あわせて野外実験結果の比較例についても述べている。

### 2. 解析上の仮定条件

解析にあたって設けた仮定は、次のとおりである。

- 1) 杭と地盤との相対変位  $\delta_x$  に対して周面摩擦応力  $\tau_x$  は、図-2の折れ線のごとく変化するものとし、直線 OA の勾配  $C_s$  (以下、すべり係数という) は、深さ方向に一定とする。また、 $\tau_x$  の極限值、すなわち周面摩擦強度  $\tau_{ux}$  は、深さ  $x$  方向に直線的に増加するものとし、 $\tau_{ux} = \alpha x$  で表わす。
- 2) 杭先端反力  $R$  と貫入量  $\delta_i$  との関係曲線は、任意の形状とする。
- 3) 地盤沈下量の深度方向分布は、地表面で  $\Delta_0$ 、杭先端でゼロの直線で近似化する。
- 4) 杭の弾性圧縮量は、無視する。
- 5) 周面摩擦のクリープは、考えない。

以上の仮定条件で、1) 項の周面摩擦強度  $\tau_{ux}$  は、 $q_u/2$  法 ( $q_u$ : 土の一軸圧縮強度) あるいは、有効応力法<sup>4)</sup> などから求められるが、過去に実施された多くの NF 野外実験からも、 $\tau_{ux}$  は軟弱地盤の場合ほぼ深さ方向に直線的に増加することが知られている。また、すべり係数  $C_s$  の研究は、まだ十分でないが、後記の NF 野外実験結果の解析例にもみられるように、深さ方向の分布性状に明確な傾向は必ずしも認められない。計算を簡単にするためにも本解析法では、 $C_s$  を深さ方向に平均化して考え一定とする。2) 項の  $R \sim \delta_i$  関係は、後記のように NF の推移形態に及ぼす影響が大きいことから、任意の非線形として解析する。これは、事前の杭載荷試験結果から得られる既知量とするが、 $R \sim \delta_i$  関係を直線

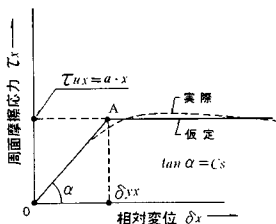


図-2 周面摩擦応力 ( $\tau_x$ ) と相対変位 ( $\delta_x$ ) との関係

あるいは折れ線などで仮定した場合でも本解析法が適用できる。3) と 4) 項は、NF の推移に関する計算法をできるだけ簡略化するための近似仮定である。杭の弾性圧縮量を加味した計算値との比較を後記の野外実験結果の解析例で行っている。5) 項について、以前は、NF の大きさが粘性のクリープ現象によって大幅に減少するであろうとの仮説もあったが、その後実施された多くの NF 野外実験の結果は、この仮説を否定している。なお、本解析法では、杭頭荷重による上向きの摩擦力が地盤沈下によって下向きの摩擦に変化する過程の解析は省略している。それは、この過程が地盤沈下のごく初期段階のものと考えられることおよびかなり複雑な解析も予想され、実用上の観点からこれを割愛した。

### 3. 周面摩擦分布の推移形態

前章で述べた仮定条件のもとに、地盤沈下の進行に伴う深さ方向の周面摩擦分布の推移形態を考察する。

図-3(a) は、深さ  $x$  方向の地盤と杭の沈下量分布を示したものである。地盤沈下分布は、仮定 3) により直線  $ab$  で表わされ、また、杭沈下量の分布は、仮定 4) により鉛直線  $cd$  で示される。そして、これら両直線の交点  $n$  は、地盤と杭との相対変位  $\delta_x$  がゼロの中立点である。杭頭位置での相対変位  $\delta_0$  は、地表面からの杭の抜け上り量を、また、杭先位置での相対変位  $\delta_i$  は、先端地盤への杭の貫入量を表わしている。さて、図-3(b) および (c) は、NF の進行過程における周面摩擦応力  $\tau_x$  の分布の代表的な 2 つの形態を示したものである。両図において、斜め点線は、周面摩擦強度  $\tau_{ux}$  の分布線で、仮定 1) により杭頭 (地表面) で  $\tau_{ux} = 0$ 、杭先位置で  $\tau_{ux} = \tau_{ui}$  の三角分布である。そして、この  $\tau_{ux}$  の分布は、正負の両摩擦側で同一形状であり、周面摩擦応力  $\tau_x$  は、この  $\tau_{ux}$  線をはみ出すことはない。図-3(b)、(c) において、点 1~2 間の周面摩擦は、まだ十分に発揮されない状態、すなわち、図-2 の直線 OA の状態にあって、仮定 1) により  $\tau_x = C_s \cdot \delta_x$  である。ここで、 $C_s$  は、仮定 1) により深さにかかわらず一定である。図-3(b)

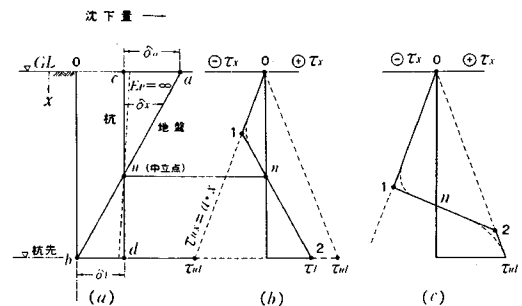


図-3 地盤と杭の沈下関係および  $\tau_x$  分布の代表的な 2 形態

において、点1以浅の  $\tau_x$  はすでにその極限值  $\tau_{ux}$  に達している（以下、この状態を周面摩擦の塑性化という）。したがって、同図 (b), (c) のように、点1~2間の  $\tau_x$  分布は、直線で表わされる。図-3(b) は、負の摩擦領域にのみ周面摩擦の塑性化が生じている状態であり、点1以浅の  $\tau_x$  は、すでに塑性化している。そして、点1の深さにおける相対変位  $\delta_x$  は、この深さにおける周面摩擦の降伏変位  $\delta_{yi}$  (図-2) に等しい。なお、図-2のように、実際上の  $\tau_x \sim \delta_x$  関係は、なだらかなカーブであるので、図-3(b) の点1近くの  $\tau_x$  分布は、点線のように実際は変化するであろう。また、図-3(b) において、杭先位置における相対変位、すなわち、先端地盤への杭の貫入量  $\delta_i$  は、この位置での周面摩擦の降伏変位  $\delta_{yi}$  に達しておらず、 $\tau_i < \tau_{ui}$  である。一方、図-3(c) は、地盤沈下がさらに進んで、負の摩擦領域の塑性化が拡大するとともに、正の摩擦領域にも  $\tau_x$  の塑性化が発生した状態を示している。すなわち、この段階では、 $\delta_i > \delta_{yi}$  である。しかしながら、先端地盤の剛性によっては、地盤沈下が大幅に進行しても貫入量  $\delta_i$  が周面摩擦の降伏変位  $\delta_{yi}$  を越えないで、図-3の  $\tau_x$  分布には達し得ないケースも考えられる。そこで、このような場合も含めて、次に周面摩擦分布の推移形態を杭先端の反力 ( $R$ ) ~ 貫入量 ( $\delta_i$ ) 性状と関連づけて調べてみよう。

図-4(a) は、杭先位置での周面摩擦応力  $\tau_i$  と相対変位 (貫入量)  $\delta_i$  との関係であるが、図中の降伏変位  $\delta_{yi}$  は、 $\delta_{yi} = \tau_{ui} / C_s = aL / C_s$  ( $L$ : 杭根入れ長) で表わされる。また、図-4(b) は、杭先端反力  $R$  と貫入量  $\delta_i$  との関係である。

いま、杭頭荷重を  $P$ 、杭先端の極限支持力  $R_u$  および負の極限摩擦力を  $F_u$  とし、

$$F_u = U \int_0^L \tau_{ux} \cdot dx, \quad (U: \text{杭周長}) \text{ とする。}$$

ただし、正の摩擦の場合でも  $\tau_{ux}$ 、 $F_u$  の絶対値は負摩擦の場合と変わらないものとする。

$F_u$  について、図-5(I)(e) にて説明すると

$$F_u = (\text{三角形 } abd \text{ の面積}) \times U \cdots \cdots \text{負の摩擦}$$

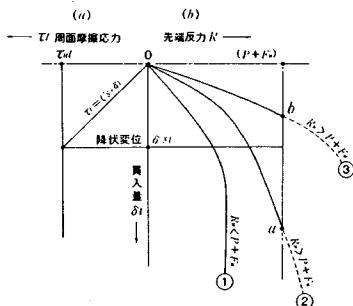


図-4 先端反力 ( $R$ ) と貫入量 ( $\delta_i$ ) との3基本形

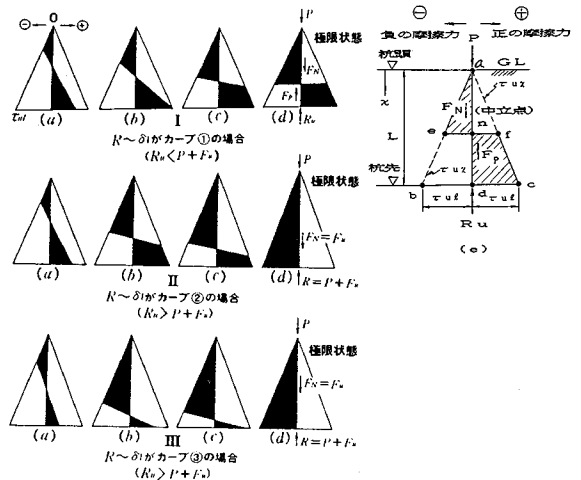


図-5  $\tau_x$  分布推移の3形態

$= (\text{三角形 } acd \text{ の面積}) \times U \cdots \cdots \text{正の摩擦}$  となる。図-5(I)(a)~(d) において示すように負の摩擦  $F_N$ 、正の摩擦  $F_P$  がしだいに成長して、パターン上極限状態になった場合は、

$$F_N = (\text{三角形 } aen \text{ の面積}) \times U,$$

$$F_P = (\text{台形 } ndcf \text{ の面積}) \times U$$

にて表わされる。また、台形  $ndcf$  と台形  $ndbe$  とは同一面積であるので、 $F_u$ 、 $F_N$ 、 $F_P$  の絶対値を考えれば、 $F_u = F_N + F_P$  となる。

図-4(b) のカーブ①は、 $R_u < P + F_u$  の場合である。また、カーブ②と③は、 $R_u > P + F_u$  のケースであるが、この場合の杭先端反力  $R$  は、地盤沈下量が大きくなっても、 $(P + F_u)$  をこえることはあり得ない。すなわち、カーブ②と③は、 $(P + F_u)$  線上のそれぞれ点  $a$  および  $b$  止まりである。また、カーブ①と②は、貫入量  $\delta_i$  が地盤沈下の進行過程で周面摩擦の降伏変位  $\delta_{yi}$  に達し得るケースであるがカーブ③は、達し得ないケースである。

いま、 $R \sim \delta_i$  関係がカーブ①の場合について、 $\tau_x$  分布の推移をパターンの的に考える。 $\delta_i < \delta_{yi}$  の範囲では、 $\tau_x$  の分布形が、図-5(I)(a) のように負の摩擦域のみに塑性化が生じている状態である。そして、 $\delta_i = \delta_{yi}$  となった時点では、同 (b) 図のごとく、 $\tau_i = \tau_{ui}$  の形となる。さらに、地盤沈下が進み負の摩擦力が成長して  $\delta_i > \delta_{yi}$  となると、同 (c) 図のように正の摩擦域にも周面摩擦の塑性化が進行してゆく。そして、先端反力は、やがてその極限值  $R_u$  に到達するとともに、 $\tau_x$  の分布は、同 (d) 図の極限平衡状態に無限に近づいてゆくであろう。この (d) 図で、下向き力  $(P + F_N)$  と上向き力  $(R_u + F_P)$  とは完全なつり合い状態にあり、中立点位置の変動もパターン上からは完全に収束状態となる。

次に、 $R \sim \delta_i$  関係が、図-4(b) のカーブ②の場合に

ついて  $\tau_x$  分布の推移をパターンの的に考える (図-5(II)参照). 同 (b) 図までの過程は, 図-5(I) の (a)~(c) と同じである. しかし, カーブ②の場合は,  $R_u > P + F_u$  であるから地盤沈下の続く限り図-5(II)(c) のように, 負の摩擦は, 正の摩擦の減少を伴いながら増加をつづける. そして, 同 (d) 図に示した極限状態 ( $F_N = F_u$ ) に限りなく近づいてゆく. この極限状態は, 図-4(b) でカーブ②の a に対応する.

最後に  $R \sim \delta_i$  関係が図-4(b) のカーブ③のように先端地盤の剛性が高く, 点 b に対応する貫入量が  $\delta_{y1}$  よりも小さい場合には, 図-5(III)(a)~(d) に示されるごとく, 地盤沈下の全過程を通じて, 正の摩擦域に塑性化は発生しない. そして, この場合も  $R_u > P + F_u$  であるから負の摩擦力は, 限りなく  $F_N = F_u$  に近づいていく. 図-5(III)(d) の極限状態は図-4(b) でカーブ③の点 b に対応する.

以上のように, 地盤沈下に伴う周面摩擦分布の推移形態は, 杭先端の  $R \sim \delta_i$  性状,  $R_u$  と ( $P + F_u$ ) との大小関係および  $\delta_{y1}$  の大きさなどの組合せによって大きく異なるが, 基本的には図-5 (I)~(III) の推移形態にパターン上分類できる. しかし, これらの推移形態のうち, 各極限状態は, いずれも現実には到達し得ない仮想状態である.

4. 解析法

ここでは, 前章の考察をもとに地盤沈下に伴う周面摩擦分布, 軸力分布および中立点位置などの推移を具体的に解析する. 図-5(I)~(III) に示した種々の周面摩擦応力のパターン上の分布形態は, 解析上, 図-3(b), (c) の2つの基本分布形態に集約される. すなわち, 他の分布形態は, 以下の解析で具体的に述べるように, これら2つの基本形の特徴なケースとして考えることができる.

(1) 負の摩擦域にのみ  $\tau_x$  の塑性化が生じている場合 (図-3(b) について)

いま, 図-6を参照して, 杭軸方向の力のつり合い条件から次式が成り立つ.

$$P + F_N - F_P - R = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに,  $F_N, F_P$  は, それぞれ負の摩擦力および正の摩擦力である. また, 杭先端反力  $R$  は, 杭の載荷試験などからあらかじめ与えられた先端反力 ( $R$ )~貫入量 ( $\delta_i$ ) 曲線のうち,  $\delta_i \leq \delta_{y1}$  の範囲で任意に選定される既知量とする. 式 (1) の  $F_N$  および  $F_P$  は, 図から次のように表わすことができる.

$$F_N = (\text{三角形 } 01n \text{ の面積}) \cdot U = (\mu_n \cdot L) \cdot (a \cdot \mu_1 \cdot L) \cdot U / 2 = (a \cdot U \cdot L^2 / 2) \cdot \mu_n \cdot \mu_1 = F_u \cdot \mu_n \cdot \mu_1 \dots\dots\dots (2)$$

ここに,  $\mu_1$  および  $\mu_n$  は, 根入長  $L$  を基準とした点 1 ならびに中立点 n の地表面からの深さであり, また,  $F_u$

$= a \cdot U \cdot L^2 / 2$  は,  $\tau_{ux} = a \cdot x$  とした場合の極限全摩擦力である.

同様に, 正の摩擦力  $F_P$  は, 図-6を参照して,

$$F_P = (1 - \mu_n) \cdot L \cdot U \cdot \tau_1 / 2 \dots\dots\dots (3)$$

ここで, 杭先端位置での周面摩擦応力  $\tau_1$  は, 図-6の比例関係から,

$$\tau_1 : a \cdot \mu_1 \cdot L = (1 - \mu_n) : (\mu_n - \mu_1)$$

すなわち,  $\tau_1$  は,

$$\tau_1 = \frac{a \cdot L \cdot \mu_1 \cdot (1 - \mu_n)}{\mu_n - \mu_1}$$

となり, この  $\tau_1$  を式 (3) に代入すると,

$$F_P = F_u \cdot \frac{\mu_1 \cdot (1 - \mu_n)^2}{\mu_n - \mu_1} \dots\dots\dots (4)$$

となる.

いま, 図-7のように, 図-6の点 1 の深さにおける沈下量を  $\Delta_1$ , 杭の沈下量を  $s_1$  とすれば相対変位  $\delta_i$  は,  $\delta_i = \Delta_1 - s_1$  である. よって, 地表面の地盤沈下量を  $\Delta_0$  とすると, 図より,  $\Delta_1 = \Delta_0 \cdot (1 - \mu_1)$ ,  $s_1 = \Delta_0 \cdot (1 - \mu_n)$  であるから, 相対変位  $\delta_i$  は,

$$\delta_i = \Delta_0 \cdot (1 - \mu_1) - \Delta_0 \cdot (1 - \mu_n) = \Delta_0 \cdot (\mu_n - \mu_1) \dots\dots\dots (5)$$

あるいは, 式 (5) をかきかえると,

$$\delta_i = \Delta_0 \cdot (1 - \mu_n) \text{ より}$$

$$\Delta_0 = \frac{\delta_i}{1 - \mu_n} \dots\dots\dots (6)$$

式 (6) を式 (5) に代入して,

$$\delta_i = \delta_i \cdot \frac{\mu_n - \mu_1}{1 - \mu_n} \dots\dots\dots (7)$$

となる. 式 (6), (7) 中の杭先端貫入量  $\delta_i$  は, 式 (1) の  $R$  とともに既知のものである.

次に, 図-6の深さ  $\mu_1$  の位置における周面摩擦の降伏変位  $\delta_{y1}$  は,

$$\delta_{y1} = \frac{a \cdot L \cdot \mu_1}{C_s} = \delta_{y1} \cdot \mu_1 \dots\dots\dots (8)$$

となる. ここで,  $\mu_1$  の深さにおける相対変位  $\delta_i$  とこの深さでの周面摩擦の降伏変位  $\delta_{y1}$  とは相等しいから, 式 (7)=式 (8) とおいて, 次のような  $\mu_1$  と  $\mu_n$  との関係式が得られる.

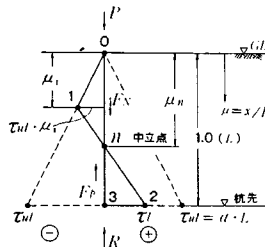


図-6  $\tau_x$  分布の解析モデル (1)

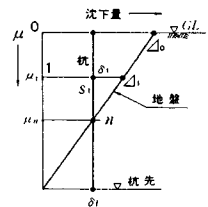


図-7 点 1 の深さにおける境界条件の説明図

$$\mu_1 = \frac{m \cdot \mu_n}{1 - \mu_n + m} \dots\dots\dots(9)$$

ここに、 $m = \delta_i / \delta_{yi} \leq 1.0$  で既知量である。

この式(9)を式(2)、(4)に代入すると、 $F_N$  および  $F_P$  は、次のように未知量  $\mu_n$  のみを含む形で表わされる。

$$F_N = F_u \cdot \frac{m \cdot \mu_n^2}{1 - \mu_n + m} \dots\dots\dots(10)$$

$$F_P = F_u \cdot m(1 - \mu_n) \dots\dots\dots(11)$$

さらに、この式(10)、(11)を式(1)に代入すると、結局あらかじめ与えられた  $R \sim \delta_i$  曲線上の任意点 ( $\delta_i \leq \delta_{yi}$ ) に対応した中立点位置  $\mu_n$  が次のように求められる。

$$\therefore \mu_n = \frac{(1+m) \cdot (m+r)}{m \cdot (2+m) + r} \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 $r = (R-P)/F_u$ 、 $m = \delta_i / \delta_{yi} \leq 1.0$  である。 $\tau_x$  の分布が、図-5(I)(b)のように  $\tau_i = \tau_{ui}$  の状態での中立点位置は、式(12)で  $m=1.0$  ( $\delta_i = \delta_{yi}$ ) とおいて、次のように求められる。

$$\mu_n = \frac{2(1+r)}{3+r} \dots\dots\dots(13)$$

また、杭先端の  $R \sim \delta_i$  関係が図-4(b)のカーブ③のような場合に中立点の最終位置は、 $R = P + F_u$ 、すなわち、 $r=1.0$  とおいて式(12)から  $\mu_n=1.0$  となる。これは、図-5(III)(d)の極限状態に対応するものであるが現実には起こり得ない。

次に式(12)の  $\mu_n$  に対応する地表面の地盤沈下量  $\Delta_0$  は、この  $\mu_n$  を式(6)に用いて求められる。また、図-6の点1の深さ  $\mu_1$  は、式(12)の  $\mu_n$  を式(9)に用いて計算される。

このようにして、 $\mu_1$ 、 $\mu_n$  が定まると地表面の地盤沈下量が上記  $\Delta_0$  のときの周面摩擦応力  $\tau_x$  の分布図が具体的に描けることになる。 $\tau_x$  分布が決まると杭軸力分布は、次のように計算される。

•  $0 \leq \mu \leq \mu_1$  区間の杭軸力  $N_x$

$$N_x = P + U \int_0^x \tau_{ux} dx = P + U \int_0^\mu a \cdot \mu \cdot L^2 d\mu \\ = P + F_u \cdot \mu^2 \dots\dots\dots(14)$$

•  $\mu_1 \leq \mu \leq 1.0$  区間の杭軸力  $N_x$

図-6において、直線12の方程式は、 $\mu = \mu_1$  で  $\tau_x = \tau_{ui} \cdot \mu_1$  また、 $\mu = \mu_n$  で  $\tau_x = 0$  により次のように表わされる。

$$\tau_x = \frac{(\mu_n - \mu) \cdot \mu_1}{\mu_n - \mu_1} \cdot \tau_{ui}$$

したがって、この区間の  $N_x$  は、

$$N_x = P + F_u \cdot \mu_1^2 + U \int_{\mu_1}^\mu \tau_x \cdot L d\mu \\ = P + F_u \cdot \mu_1 \cdot \frac{\mu_n \cdot (2\mu - \mu_1) - \mu^2}{\mu_n - \mu_1} \dots\dots\dots(15)$$

となる。特に、中立点位置の軸力、すなわち、最大軸力  $N_{max}$  は、式(15)で  $\mu = \mu_n$  とおき次のようになる。

$$N_{max} = P + F_u \cdot \mu_1 \cdot \mu_n \dots\dots\dots(16)$$

(2) 正負の両摩擦域に  $\tau_x$  の塑性化が生じている場合(図-3(c))

前章でも述べたように、杭先端の貫入量  $\delta_i$  が  $\delta_{yi}$  よりも大きくなると正の摩擦領域でも  $\tau_x$  の塑性化が進行する。さて、図-8において、杭軸方向の力のつり合い式は、式(1)と同じ形で示される。ただし、式(1)中の  $R$  は  $R \sim \delta_i$  曲線上の任意点座標値 ( $R$ 、 $\delta_i$ ) として既知量であるがこの任意点は、前節と異なり  $\delta_i \geq \delta_{yi}$  の範囲から選ばれる。また、式(1)中の負の摩擦力  $F_N$  はこの場合も、式(10)と同じ形で示されるが、式中の  $m$  ( $= \delta_i / \delta_{yi}$ ) の値は、上記の座標値  $\delta_i$  から計算される既知量である。次に、式(1)中の正の摩擦力  $F_P$  は、図-8を参照して以下のように求められる。

$$F_P = (\text{面積 } 0, 3, 4 - \text{面積 } 0, 2, n) \cdot U \\ = U \cdot L \cdot \tau_{ui} / 2 - U \cdot L \cdot \tau_{ui} \cdot \mu_2 \cdot \mu_n / 2 \\ = F_u \cdot (1 - \mu_2 \cdot \mu_n) \dots\dots\dots(17)$$

式(17)中の  $\mu_2$  は、図-8の幾何学的比例関係から式(18)のように表わされる。

$$\mu_2 = \frac{\mu_1 \cdot \mu_n}{2\mu_1 - \mu_n} \dots\dots\dots(18)$$

式(18)を式(17)に代入し、かつ、式(9)の関係をj用いて  $F_P$  を未知量  $\mu_m$  の関数として表わせば式(19)のようになる。

$$F_P = F_u \cdot \left(1 - \frac{m \cdot \mu_n}{m + \mu_n - 1}\right) \dots\dots\dots(19)$$

結局、式(19)、(10)を式(1)に代入し、 $\mu_n$  について解くと、 $R \sim \delta_i$  曲線上の任意点 ( $\delta_i \geq \delta_{yi}$ ) に対応する中立点位置が式(20)のように求められる。

$$\therefore \mu_n = \frac{t^2}{m^2 + t^2} \cdot \left(1 + \frac{m}{t} \cdot \sqrt{m^2 + t^2 - 1}\right) \dots\dots\dots(20)$$

ここに、 $t^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{R-P}{F_u}\right)$ 、 $m \geq 1.0$  である。式(20)において、先端反力は、常に  $R \leq P + F_u$  であることから、 $t \leq 1.0$  である。

いま、杭先端の  $R \sim \delta_i$  関係が図-4(b)中のカーブ①

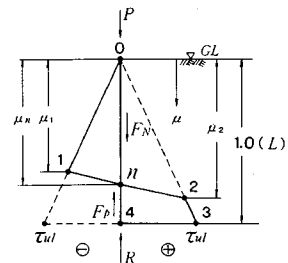


図-8  $\tau_x$  分布の解析モデル(2)

のように、 $R_u < P + F_u$  の場合の中立点収束値を考える。式 (20) は、 $m \geq 1.0$  の場合の算式であるが、 $m$  が大きくなるにつれて  $\sqrt{\quad}$  内の  $(t^2 - 1)$  の値は  $m^2$  に比べて無視できるようになる。すなわち、 $\mu_n \approx t(m^2 + t) / (m^2 + t^2)$  が得られる。さらに、この式から  $(\mu_n)_{m \rightarrow \infty} = t$  となる。一方、 $m$  が大すなわち、貫入量  $\delta_i$  が増加すると図-4(b) のカーブ①の先端反力  $R_u$  に到達する。したがって、 $\mu_n$  の収束値は、式 (20) の  $R$  を  $R_u$  とかきかえて結局式 (21) のようになる。

$$(\mu_n)_{m \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{R_u - P}{F_u} \right)}$$

$$= 0.707 \sqrt{1 + \frac{R_u - P}{F_u}} \dots \dots \dots (21)$$

式 (21) で示される中立点位置は、図-5(I)(d) のような周面摩擦分布の極限状態に対応するものである。

次に、 $R_u \geq P + F_u$  で  $R \sim \delta_i$  曲線が図-4(b) のカーブ②の場合における中立点の収束値は、式 (20) で  $R = P + F_u$  とおき、 $\mu_n = 1.0$  となる。これは、図-5(II)(d) の極限状態に対応する。

次に、式 (20) の  $\mu_n$  に対応する地表面の地盤沈下量  $\Delta_0$  は、この  $\mu_n$  を式 (6) に用いて求められる。また、図-8の塑性域  $\mu_1$  は、式 (20) の  $\mu_n$  を式 (9) に代入して得られ、塑性域  $\mu_2$  は、これらの  $\mu_n, \mu_1$  を式 (18) に用いて求められるので、図-8の  $\tau_x$  分布図が具体的に描かれる。 $\tau_x$  分布が定まると杭の軸力分布は、次のように計算される。

- $0 \leq \mu \leq \mu_1$  区間の軸力  $N_x$  は、式 (14) から
- $\mu_1 \leq \mu \leq \mu_2$  区間の軸力  $N_x$  は、式 (15) から
- $\mu_2 \leq \mu \leq 1.0$  区間は、

$$N_x = R + U \int_{\mu}^{1.0} \tau_{ux} \cdot L d\mu = R + U \cdot L \cdot \tau_{ul} \int_{\mu}^{1.0} \mu d\mu$$

$$= R + F_u \cdot (1 - \mu^2) \dots \dots \dots (22)$$

となる。なお、 $R_u \leq P + F_u$  の場合の  $N_{max}$  の終局値  $N_u$  は、式 (16) で  $\mu_1 = \mu_n$  とおき、これに式 (21) の  $\mu_n$  を代入して次のようになる。

$$N_u = (P + F_u + R_u) / 2 \dots \dots \dots (23)$$

なお、この式 (23) は、 $\tau_{ux}$  の分布形態に関係なく、 $R_u \leq P + F_u$  の範囲内で一般に成立することが知られる<sup>6)</sup>。

5. 数値解析

数値解析に用いた地盤条件、杭諸元などを一括して表-1に示すが、 $a, C_s$ などは、過去のNF野外実験報告例を参照して、なるべく現実に近いものとした。図-9に示した杭先端の  $R \sim \delta_i$  関係のうち、直線①は、完全な摩擦杭であり、カーブ①~③は、図-4のカーブ①~③にそれぞれ対応させてある。計算に先立ち図-9のよ

表-1 地盤条件および杭諸元

地盤条件		杭諸元	
$\bar{z}_{Hx}$ の深さ方向の増加係数 $a$	0.3	貫入長 $L$	m 40.0
中間層の平均すべり係数 $C_s$	0.5	杭径 $D$	m 0.60
杭先端の $K \sim \delta_i$ 曲線	図-10の①~③の4通り	周長 $U$	m 1.88
杭周の極限全摩阻力	$F_u = u \cdot U \cdot t^2 / 2 = 452.4 t$		
周面摩擦の降伏変位 (杭先)	$\delta_{yi} = dL / C_s = 2.4 \text{ cm}$		
杭頭荷重	$P = 50 t$		

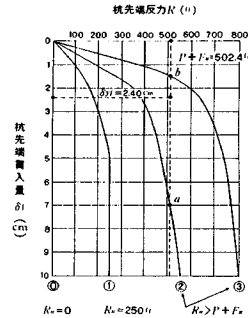


図-9 数値解析用の  $R \sim \delta_i$  関係

うに  $R \sim \delta_i$  関係図に  $(P + F_u)$  線および  $\delta_{yi}$  線を引き、 $(P + F_u)$  以下の範囲内で複数点 (約 10 点くらいで十分) の座標を各曲線ごとに読み取る。これらの座標値と表-1の数値をもとに、前章の計算順序に従って解析を進めると図-10~図-14のような結果が得られる。

図-10は、 $\tau_x$  および  $N_x$  分布の計算一例で  $R \sim \delta_i$  関係が図-9の直線① (完全摩擦杭) に対応したものである。同 (a) 図の  $N_x$  分布図は、NF 野外実験でよく見受けられる分布形態と類似している。

図-11は、地盤沈下の進行に伴う中立点位置  $\mu_n$  の推移を示したもので、図中のカーブ番号①~③は、図-9の  $R \sim \delta_i$  カーブ番号と対応している。図から  $\mu_n$  は、 $\Delta_0$  とともに下降し、やがてある一定値に収束する傾向がよくわかる。図中  $\mu_n$  の収束値は、式 (21) から求めたものであるが式 (21) からわかるように、 $R_u < P + F_u$  の場合、 $F_u$  を一定とすれば先端支持力  $R_u$  の大きいほど中立点の収束位置は、深くはなる。しかし、 $R_u > P + F_u$  の場合 (カーブ②, ③) では、 $R_u$  の大小に関係なく、中立点の収束位置は式 (21) から  $R_u$  のかわりに  $(P + F_u)$  において、 $\mu \rightarrow 1.0$  となる。また、 $\mu_n$  の収束性 (速度) は、 $R_u > P + F_u$  の場合にきわめて緩慢であり、特に、図-9のカーブ②のように、 $(P + F_u)$  に至るまでの  $\delta_i$  が大きいほど、いいかえれば  $R \sim \delta_i$  曲線が局部せん断破壊的性状の強いほど、 $\mu_n$  の収束性は、緩慢である。

図-12は、杭の最大軸力  $N_{max}$  の推移である。 $N_{max}$  の終局値  $N_u$  は、式 (23) によるものであるが、カーブ②, ③の終局値は、式 (23) で  $R_u$  のかわりに  $P + F_u$

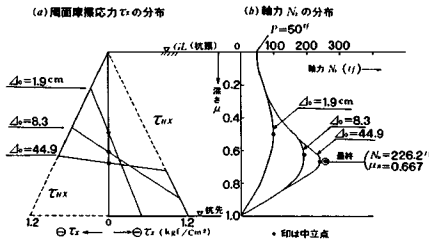


図-10  $\tau_x$  分布と杭軸力  $N_x$  分布の計算例

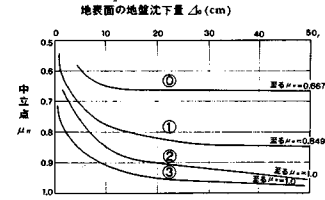


図-11 中立点の深さ  $\mu_n$  と地盤沈下量  $\Delta_0$  との関係の計算例

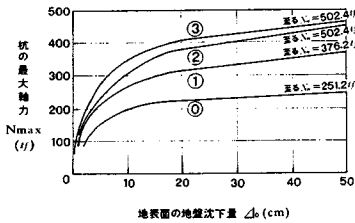


図-12 中立点位置の杭軸力  $N_{max}$  と  $\Delta_0$  との関係計算例

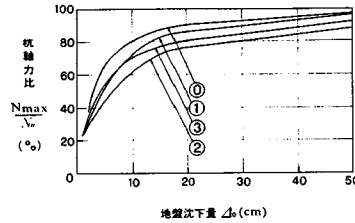


図-13 比,  $N_{max}/N_u$  と  $\Delta_0$  との関係 ( $N_u : N_{max}$  の終局値)

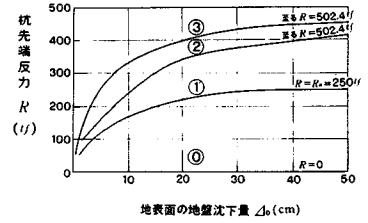


図-14 先端反力  $R$  と  $\Delta_0$  との関係の計算例

とにおいて、 $N_u = P + F_u$  である。いずれのカーブも  $N_{max}$  は、 $\Delta_0$  の初期段階で急増し、その後は、緩慢な増加がつづく。

図-13 は、縦軸に  $N_{max}$  と  $N_u$  との比をとって、各カーブの収束状態を比較したものである。これによると、 $N_{max}$  の収束性は、中立点の場合と同様に  $R_u$  と  $(P + F_u)$  との大小関係や  $R \sim \delta_i$  曲線の形状（局部せん断破壊型か全般せん断破壊型か）によって相違がでている。

図-14 は、先端反力  $R$  の推移であるが、この場合も  $R_u > P + F_u$  のカーブ②、③にあっては、その最大値 ( $P + F_u$ ) に至るまでの収束性は、非常に緩慢である。また、カーブ①は、 $\Delta_0 = 25$  cm で  $R_u = 250$  tf に達しており、この地盤沈下量の時点で中立点や  $N_{max}$  も図-11 および図-12 にみられるように、ほぼ収束状態となっている。

### 6. NF 野外実験結果の解析例

ここでは、土質工学会の鋼杭研究委員会が以前、東京都江東区内の軟弱地盤地帯で実施した一種の NF 野外実験結果<sup>5),6)</sup>を取り上げ、本解析法による計算値と比較検討する。

地盤構成の説明は、上記文献にゆずるが、本地盤の沈下原因は、地下水の過剰くみ上げによるもので、実験時の沈下速度は、約 6 cm/年であった。このような地盤に、 $\phi 609.6 \times t 9.5$  mm の先端開放型鋼管杭が試験杭の 1 つとして、深さ 43.0 m の先端支持層 ( $N$  値 10~20 の砂層) に打設されており、杭頭荷重  $P=0$  の条件で杭打設後、26 か月間にわたり NF の測定が行われている。

#### (1) 実験データの前処理

まず、実験値と計算値との比較に先立って、計算に必要な  $\tau_x \sim \delta_x$  および  $R \sim \delta_i$  関係を調べておく。また、中立点位置と杭最大軸力(応力)の値をより正確に実験データから見出す方法についても考察しておく。

#### a) $\tau_x \sim \delta_x$ 関係

$\tau_x \sim \delta_x$  の関係を求める位置は、各ひずみ計の中間位置とし（図-15 参照）、次の処理方法によった。

$$\tau_x = \frac{(\sigma_{i-1} - \sigma_i) \cdot A_P}{U \cdot H_i}$$

$$\delta_x = s_x - \Delta_x$$

ここに、 $\sigma$  : NF による杭発生応力、 $s_x$ 、 $\Delta_x$  : 地表面から深さ  $x$  での杭および地盤の沈下量で、 $s_x$  は、

$$s_x = s_0 - F/E_P$$

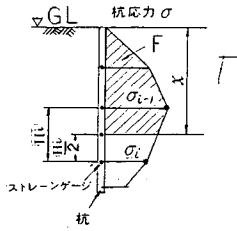
ここに、 $s_0$  : 杭頭の沈下量、 $F$  : 図-15 のとおり、 $E_P$  : 杭材のヤング率とする。

文献<sup>5),6)</sup>には、 $\Delta_x$ 、 $\sigma$  の深度方向分布および  $s_0$  の経時変化が 1 か月ごとに示されており、これをもとにして各深さにおける  $\tau_x \sim \delta_x$  の関係を調べてみると図-16 のような結果が得られた。図のように、ある程度のばらつきはあるが、本地盤と杭との間のすべり係数として平均的に  $C_s \approx 0.4$  kgf/cm<sup>2</sup> とみなすことができよう。

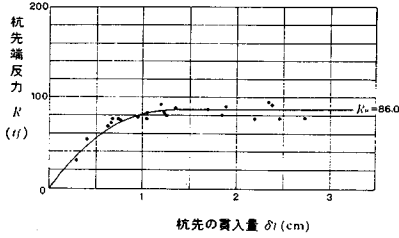
また、周面摩擦強度  $\tau_{ux}$  の深度方向の分布は、図-17 の  $q_u$  測定データから、 $\tau_{ux} = q_u/2$  として、地表で  $\tau_{ux} = 0$ 、深さ  $x = 42.2$  m (最下端ひずみ計位置) で  $\tau_{ux} = 11.8$  tf/m<sup>2</sup> の直接分布とみなし得よう。

#### b) $R \sim \delta_i$ 関係

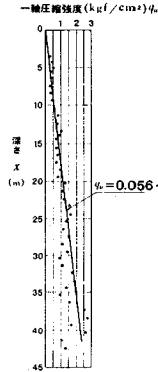
杭先端の  $R \sim \delta_i$  関係を求めるにあたっては、最下端ひずみ計位置を杭先とみなし、ある時点での  $R$  と  $\delta_i$  は、



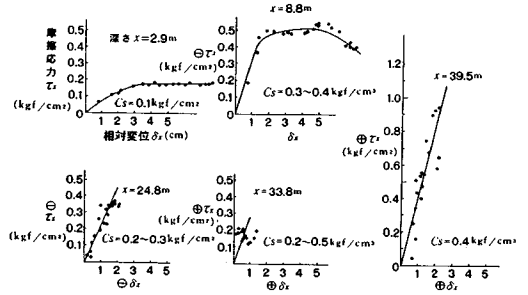
図—15 NF 野外実験データから  $\tau_x \sim \delta_x$  関係を求める位置



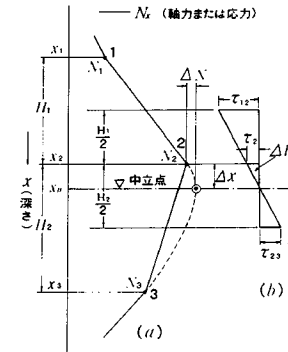
図—18 NF 野外実験データから得られた  $R \sim \delta$  関係



図—17 土の一軸圧縮強度  $q_u$  の深度分布 (kgf/cm²)



図—16 NF 野外実験データから得られた  $\tau_x \sim \delta_x$  関係



図—19 NF 野外実験データから  $\mu_n$  と  $N_{max}$  をより正確に求める方法

次のようにして求めた。

$$R = \sigma_t \cdot A_p$$

$$\delta_t = s_0 - \sum F / E_p - \Delta_t$$

ここに、 $\sum F$  :  $\sigma$  の深度方向分布図の全面積、 $\sigma_t$ 、 $\Delta_t$  : 深さ  $x=42.2$  m における杭応力および地盤沈下量とする。

結果を図—18 に示す。これから、先端反力は、その極限值  $R_u = 86.0$  tf に達していることがわかる。

c) 中立点  $\mu_n$  および杭最大軸力  $N_{max}$

(または応力  $\sigma_{max}$ )

杭のひずみ計測データから  $\mu_n$  あるいは  $N_{max}(\sigma_{max})$  を直接正確に読み取ることは、設置されたひずみ計の数に制約があるため、一般に難しい。このため生の実測データに、ある種の補正を加えて、より正確にこれらの値を見出す手法をあらかじめ調べておく。

図—19(a) のように、軸力分布のデータで深さ方向の最大値を示すひずみ計位置を点2とし、その上下のひずみ計位置をそれぞれ点1、点3とする。いま、点1~2間の平均摩擦応力を  $\tau_{1.2}$  とし、これ (b) 図のごとく、 $H_1$  区間の中央点の値とする。同様に点2~3間の  $\tau_{2.3}$  を  $H_2$  区間の中央点の値とすれば、(b) 図において、 $\tau=0$  の点がより確かな中立点の深さを与える。

図—19において、

$$\tau_{1.2} = \frac{N_2 - N_1}{U \cdot H_1} \quad (24)$$

$$\tau_{2.3} = \frac{N_2 - N_3}{U \cdot H_2} \quad (25)$$

$$\frac{\tau_{1.2}}{\tau_{2.3}} = \frac{H_1/2 + \Delta x}{H_2/2 - \Delta x} \quad (26)$$

これらの式から、中立点の深度補正值  $\Delta x$  は、次のようになる。

$$\therefore \Delta x = \frac{A \cdot H_2 - B \cdot H_1}{2(A+B)} \quad (27)$$

ここに、 $A = H_2 \cdot (N_2 - N_1)$ 、 $B = H_1 \cdot (N_2 - N_3)$  とする。

次に、軸力補正值  $\Delta N$  は、(b) 図の斜線部面積  $\Delta F$  に杭周長  $U$  をかけたものに等しいから、

$$\Delta N = U \cdot \Delta F = \frac{U \cdot \tau_2 \cdot \Delta x}{2} \quad (28)$$

式 (28) 中の  $\tau_2$  は、(b) 図の比例関係から、

$$\tau_2 = 2 \cdot \Delta x \cdot \frac{\tau_{1.2} + \tau_{2.3}}{H_1 + H_2} \quad (29)$$

式 (29) を式 (28) に代入し、かつ式 (24)、(25)、(27) の関係を用いると、軸力の補正值  $\Delta N$  は、次のように求められる。

$$\therefore \Delta N = \frac{(A+B) \cdot (\Delta x)^2}{H_1 \cdot H_2 \cdot (H_1 + H_2)} \quad (30)$$

以上のように、点1~3の座標値を用いて式 (27)、(30) から  $\Delta x$  と  $\Delta N$  を求めると、 $x_n = x_2 + \Delta x$ 、 $N_{max} = N_2 + \Delta N$  となり、これらによって、中立点の深さと最大軸力



をより正確に実験データから見出すことができる。なお、**図—19**の横軸が応力  $\sigma$  の場合であっても式 (27), (30) は、そのまま用いられる。

(2) 実測値と計測値との比較

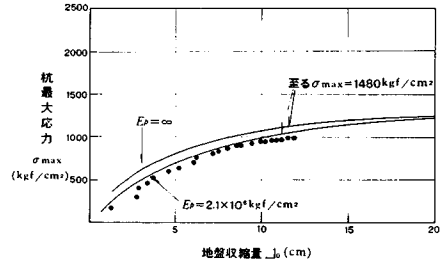
以下の計算において、すべり係数を  $C_s=0.4 \text{ kgf/cm}^3$ 、また、周面摩擦強度  $\tau_{ux}$  の分布は、**図—17**の  $q_u$  値データより、 $\tau_{ux}=q_u/2$  として求めた  $\tau_{ux}=a \cdot x=0.28 \cdot x$  ( $\text{tf/m}^2$ ) の三角分布とする。さらに、杭先端の  $R \sim \delta_i$  関係は、**図—18**の実線カーブとする。なお以下の図において、計算は2通り示してある。その1つは、杭を剛体 ( $E_p=\infty$ ) と仮定した本近似解析法による場合、他方は比較のため文献<sup>4)</sup>の計算法により、杭の剛性を考慮して、 $E_p=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$  (鋼杭) としたものである。 $E_p$  以外の諸条件は、すべて同じにしてある。

a) 中立点位置の推移

**図—20**は、中立点の深さと地盤との関係を示したものである。中立点位置  $\mu_n$  の表示は、最下端ひずみ計位置 (深さ  $x=42.2 \text{ m}$ ) を基準とし、また、横軸には、地表面 ( $x=0$ ) から  $x=42.2 \text{ m}$  間の地盤収縮量  $\Delta_0$  がとってある。また、実測値 (・印：以下同じ) は、生の観測データに前記の補正を加えたものである。**図—20**より、 $\Delta_0 \approx 5 \text{ cm}$  以前において、計測値は、実測値を下回っており、かつ、実測値は、 $\Delta_0 \approx 5 \text{ cm}$  以降において実測値とよく一致している。中立点の終局値  $\mu_n=0.77$  は、式 (21) により、 $P=0$ 、 $F_u=477.5 \text{ tf}$ 、 $R_u=86.0 \text{ tf}$  として求めたものである。さらに、長期間の観測を続けたならば、中立点は、この終局値により近づくものと考えられる。なお、杭を剛体と仮定したことによる、計算上の相違は、**図**より希少であることがうかがえる。

b) 杭の最大応力  $\sigma_{\max}$  の推移

**図—21**は、杭の最大応力  $\sigma_{\max}$  と  $\Delta_0$  との関係であるが、実測値は、中立点と同様に前記の補正を加えたものである。同図にみられるように、 $E_p=\infty$  とした計算値は、一般に実測値を多少上回っており、 $\Delta_0$  の小さい範囲でその傾向が大きい。これに対して、杭の剛性を考えた計算値は、比較的に実測値と一致している。 $\sigma_{\max}$  の終局値  $1480 \text{ kgf/cm}^2$  は、式 (23) より求めたものである。そして、杭打設後、26 か月経過した最終観測値  $\sigma_{\max} =$



**図—21**  $N_{\max} \sim \Delta_0$  関係の実測と計算との比較

$980 \text{ kgf/cm}^2$  は、上記終局値の 66 % となっている。

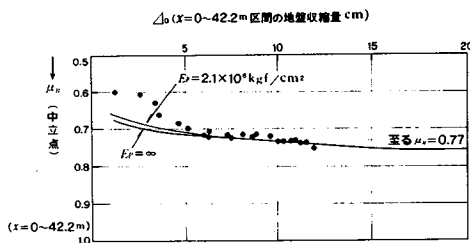
c) 杭先端反力  $R$  の推移

**図—22**に  $R \sim \Delta_0$  の関係を示すが、 $\Delta_0 \approx 5 \text{ cm}$  以降において反力  $R$  は、実測値、計算値ともにその極限值  $R_u \approx 86.0 \text{ tf}$  に達している。このように比較的少ない地盤沈下によって、先端反力が  $R_u$  に達した理由は、先端地盤が比較的軟らかく ( $N$  値:  $10 \sim 20$ )、しかも、先端開放の鋼管杭であるため、先端閉塞効果が十分でなかったことに起因すると思われる。これは、**図—18**の  $R \sim \delta_i$  関係で、貫入量  $\delta_i$  がわずか  $1.0 \text{ cm}$  程度で  $R_u$  に達していることからもうかがうことができよう。なお、**図—22**において、 $\Delta \approx 5 \text{ cm}$  以前における実測値と両計算値との間には、 $\sigma_{\max}$  の場合と同様の傾向が見受けられる。

d) 周面摩擦応力と  $\tau_x$  と杭応力  $\sigma$  の分布

**図—23**には、 $\tau_x$  と  $\sigma$  分布の一例として、 $\Delta_0 = 11.1 \text{ cm}$  (杭打設後、20 か月目) のものを示した。観測点の数は少ないが、 $\tau_x$  の計算値は、実測値とほぼ良好な対応を示している。この計算結果によると、この時点で周面摩擦の塑性化は、負の摩擦域で深さ  $\mu_1 \approx 0.6$  に達しているが、正の摩擦域での塑性化は、まだ発生していない。次に、 $\sigma$  分布図をみると、杭の剛性を加味した計算値は、実測値とよく一致しているが、 $E_p=\infty$  の計算値は、実測値を中立点として多少上回っている。

以上、a)~d) にわたって実測値と計算値との比較を行ったが、概して杭体のヤング率  $E_p$  を加味した計算値は、実測値とよく一致しているのに対して、 $E_p=\infty$  と仮定した計算値は、実測値を若干上回る結果を与えた。この理由は、次のように考えられる。すなわち、**図—3(a)**において杭の沈下分布が実際は、鉛直線  $cd$  ではなく  $E_p \neq 0$  の点線のようなになる。したがって、 $E_p=\infty$  と仮定した場合、各深さでの相対変位  $\delta_x$  を実際より大きめに見積ることになり、その結果周面摩擦応力  $\tau_x$  をその分だけ大きく評価したことになる。これが、**図—21**、**図—23(b)** のように  $N_{\max}$  の増加をみた原因と考えられる。また、**図—3(b)** から、先端貫入量  $\delta_i$  も  $E_p=\infty$  と仮定した場合は、実際よりも若干大きめに見積ることになり、これが**図—22** のような結果を与えたものとみられる。



**図—20**  $\mu_n \sim \Delta_0$  関係の実測と計算との比較

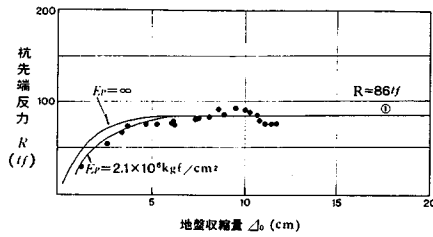


図-22 R~Δ₀関係の実測と計算との比較

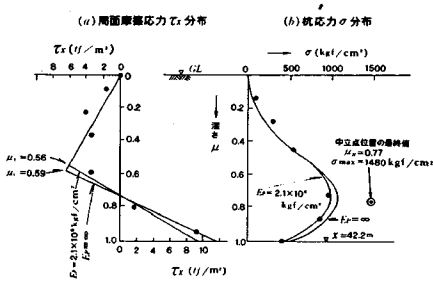


図-23 τₓ分布と Nₓ分布の実測と計算との比較例

しかし、図-20~23のように、 $E_p = \infty$ とした場合の誤差は、地盤沈下の初期を除いて一般に、小さな値であり本計算法の工学的利用価値には大きな影響を与えないものと考えられる。

### 7. 結 論

(1) NFの推移、すなわち、地盤沈下に伴う周面摩擦応力  $\tau_x$  の分布、杭軸力  $N_x$  の分布、中立点位置  $\mu_n$ 、中立点における杭軸力  $N_{max}$ 、杭先端反力  $R$  などの推移変化を比較的簡単に求める近似計算法を提案した。

(2) 杭先端の  $R \sim \delta_i$  性状は、 $\tau_x$  分布の推移形態に大きな影響をもつことが指摘され、基本的には、パターン上図-5(I)~(III)の3つの推移形態が分類できることが考察された。

(3) 数値解析によって次の諸点が指摘された。

a) 中立点の位置  $\mu_n$  は、地盤沈下の進行とともに下

降し、やがて収束状態に入るが、その最終位置は、 $R_u \leq P + F_u$  の場合、式(21)で計算できる。この式によると、 $\mu_n$  の最終位置は、 $P$  を考えなければ、 $R_u/F_u$  比の大きいほど深くなる。 $R_u \geq P + F_u$  の場合、中立点は、杭先に収束するが、その収束性は、きわめて緩慢である。また、 $R \sim \delta_i$  性状が全般せん断破壊型の場合には、収束性が遅い。

b) 中立点位置の杭軸力  $N_{max}$  は、一般に地盤沈下の初期に急増するが、その後は、緩慢な増加を続ける。 $N_{max}$  の終局値は、 $\mu_n$  の場合と同様、 $R_u > P + F_u$  のときに、非常に緩慢である。

(4) 野外実験結果と計算値との比較例で、計算値は、地盤沈下初期を除いて、実験値とほぼ良好な対応を示している。両者の相違は、主に杭の弾性を無視した仮定によるものと考えられる。

謝 辞：本研究にあたり、日本大学理工学部土木工学科の山田清臣教授のご指導を賜りました。厚く御礼申し上げます。

### 参 考 文 献

- 1) Sawaguchi, M. : Approximate Calculation of Negative Skin Friction of a Pile, Soils and Foundations, Vol. 11, No. 3, pp. 31~49, Sept. 1971.
- 2) 佐藤 悟：ネガティブフリクションの発生機構に関する研究(その1~3), 土木技術, Vol. 29, No. 7~9, 1974. 7~9.
- 3) 吉田常松・青木健三・戸井田浩：ネガティブフリクションの近似計算法, 土木技術, Vol. 32, No. 9, pp. 32~43, 1977. 9.
- 4) 日本建築学会：建築基礎構造設計規準・同解説, pp. 300~329, 1974.
- 5) 土質工学会：鋼グイ, 土質工学会ライブラリー, 第5章, pp. 257~312, 1969.
- 6) 土質工学会：鋼グイ研究委員会：クイに作用する負の摩擦力の研究.

(1987. 7. 16・受付)