

# 簡易 Bishop 法, 簡易 Janbu 法および Spencer 法の三次元への拡張

## EXTENSION OF SIMPLIFIED BISHOP METHOD, SIMPLIFIED JANBU METHOD AND SPENCER'S METHOD TO THREE DIMENSIONS

鵜飼 惠三\*・細堀 建司\*\*

By Keizoh UGAI and Kenji HOSOBORI

In order to analyze three-dimensional (3-D) slope stability, new 3-D methods are proposed by extending the simplified Bishop method, the simplified Janbu method and Spencer's method to three dimensions. It is shown that these methods are more accurate and reasonable than 3-D simple slice method proposed in the authors' previous study. Next, the approximate equations of 3-D safety factors for 3-D simplified Bishop method and Janbu method are presented and their limits of applicability are discussed.

*Keywords*: slope stability, three dimensions, safety factor, limit equilibrium method

### 1. ま え が き

著者らは、これまでに斜面安定問題を三次元的にとらえ、新たな解析法を提案してきた<sup>1)~3)</sup>。前報<sup>3)</sup>では  $c\phi$  土から成る一般的な斜面に対して簡便分割法を三次元に拡張した方法を示した。三次元簡便分割法では、均質・等方な単純斜面に対する三次元安全率は二重積分の形で定式化されるが、座標変換の結果1つの積分解が得られるため、二重積分が一重積分になり数値計算量が大幅に削減される。このため、さまざまな条件下での最小安全率の算定が可能となり、単純斜面の三次元安定図表を作成することができた。

ところで、二次元問題では簡便分割法より精度のよい方法として簡易 Bishop 法と Spencer 法（これらは円形すべりを対象とする）が存在し、任意形状すべりに対しては簡易 Janbu 法が提案されている。これらの方法を使うと簡便法より計算量が増加するが、すでに崩壊した斜面のようにすべり面の位置と形状が知られている場合には、より正確な解析値が与えられるであろう。本論文

では以上の3つの方法を三次元に拡張することを試み定式化を行った。また計算例を示し、考察を行った。以下に提案される3つの三次元安定計算法は、二次元問題では従来の簡易 Bishop 法, 簡易 Janbu 法および Spencer 法に帰着する。なお、最近 Hungr は<sup>10)</sup>、簡易 Bishop 法を三次元に拡張する方法を示したが、仮定や定式化は本論文のものとは異なる点に留意されたい。

### 2. 簡易 Bishop 法の三次元化

Fig. 1 は三次元すべり面とすべり土塊を多数のコラム（柱体）に分割した状態を示したものである。すべり面形状は1つの回転軸をもった回転体面の一部であると仮定する。その回転半径  $R$  は  $y$  軸に沿って変化する。コラムの1つを取り出し、これに作用する力を示したのが Fig. 2 である。 $\Delta W_{ij}$  はコラム自重、 $K_h$  は水平震度係数、 $\Delta N_{ij}$  と  $\Delta T_{ij}$  はそれぞれコラム底面に作用する全垂直力とせん断力、 $\Delta Q_{ij}$  はコラム側面に作用する内力の合力である。ところで、三次元簡便法の場合には以上の力のほかに、 $y$  軸方向に作用する側方拘束力  $\Delta H_{ij}$  を考慮しその重要性を指摘した<sup>3)</sup>。しかし三次元簡易 Bishop 法の場合には  $\Delta H_{ij}$  の安全率への影響は小さいことがわかったので、ここでは考慮しないものとした。これに関する詳細は後述する。三次元簡便法では  $\Delta Q_{ij}$  が底面(す

\* 正会員 工博 群馬大学助教授 工学部建設工学科  
(〒376 群馬県桐生市天神町1)

\*\* 正会員 工修 基礎地盤コンサルタンツ(元群馬大学建設工学科大学院生)

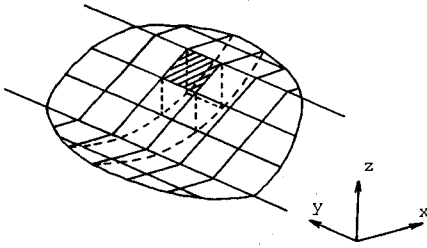


Fig. 1. Sliding mass and divided columns.

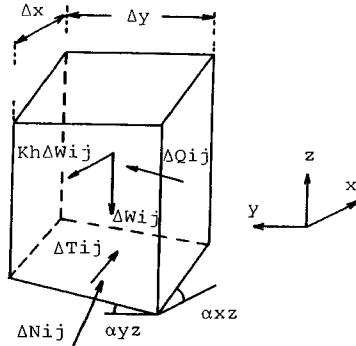


Fig. 2. Forces acting on a column.

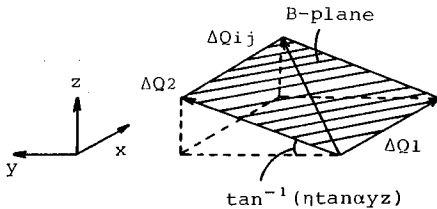


Fig. 3. Acting directions of  $\Delta Q_{ij}$  and its components  $\Delta Q_1, \Delta Q_2$  (3-D simplified Bishop and Janbu methods).

べり面)に平行であると仮定したが、三次元簡易 Bishop 法ではすでに報告したように<sup>3)</sup>、 $\Delta Q_{ij}$ の方向に関して3つの仮定が考えられる。この中で、コラム間内力の方向が連続的に滑らかに変化するように、次の仮定を設けた。「 $\Delta Q_{ij}$ は  $xz$  面内では水平方向の成分  $\Delta Q_1$  を有し、 $yz$  面内では水平面と  $\tan^{-1}(\eta \tan \alpha_{yz})$  の角度をなす成分を有する。」ここで、 $\eta$  は未知定数である。前報<sup>3)</sup>では  $\eta$  を  $\alpha$  とよんでいた。Fig. 3 にこの様子を示す。 $\Delta Q_{ij}, \Delta Q_1, \Delta Q_2$  を含む面を B 面とよぶことにする。B 面の法線方向余弦は

$$(0, -\eta \tan \alpha_{yz}/J'', 1/J'')$$

また、コラム自重、すべり面上の垂直力、せん断力の方向余弦は次のようになる。

$$\Delta W_{ij} : (0, 0, -1)$$

$$\Delta N_{ij} : (-\tan \alpha_{xz}/J, -\tan \alpha_{yz}/J, 1/J)$$

$$\Delta T_{ij} : (\cos \alpha_{xz}, 0, \sin \alpha_{xz})$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} J &= \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{xz} + \tan^2 \alpha_{yz}} \\ J'' &= \sqrt{1 + (\eta \tan \alpha_{yz})^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$\alpha_{xz}, \alpha_{yz}$  はすべり面と  $xz$  面、 $yz$  面との交線の勾配を表わす。すべり面の方程式を  $z(x, y)$  とすると、 $\tan \alpha_{xz} = \partial z / \partial x$ 、 $\tan \alpha_{yz} = \partial z / \partial y$  と表示される。

いま、Fig. 2 のコラムに対して B 面の法線方向に力のつり合いをとり、式を整理すると次式が得られる。

$$\Delta N_{ij} (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) / J + \Delta T_{ij} \sin \alpha_{xz} = \Delta W_{ij} \dots\dots\dots (2)$$

強度安全率を  $F$  とすれば、すべり面上で発揮されるせん断力は、せん断強度を安全率で低減したものと考えられるから

$$\Delta T_{ij} = \frac{1}{F} \{ c J \Delta x \Delta y + (\Delta N_{ij} - u_{ij} J \Delta x \Delta y) \cdot \tan \phi \} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $c, \phi$  はおのおの粘着力、内部摩擦角、 $u_{ij}$  はすべり面上の間隙水圧である。また  $J \Delta x \Delta y$  はコラム底面の面積を表わす。式 (1) と (3) より、すべり面上の全垂直力は次式で表わされる。

$$\Delta N_{ij} = \{ \Delta W_{ij} + u_{ij} J \Delta x \Delta y \sin \alpha_{xz} (\tan \phi / F) - (c / F) \sin \alpha_{xz} J \Delta x \Delta y \} / m_\alpha \dots\dots\dots (4)$$

ただし、

$$m_\alpha = (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) / J + \sin \alpha_{xz} \tan \phi / F \dots\dots\dots (5)$$

すべり面上のせん断力は、式 (3)、(4) より

$$\Delta T_{ij} = \frac{1}{F} \{ c \Delta x \Delta y (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) + \{ \Delta W_{ij} - u_{ij} \Delta x \Delta y (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) \} \tan \phi \} / m_\alpha \dots\dots\dots (6)$$

次にすべり土塊全体のつり合いを考える。土塊に作用する外力は  $\Delta W_{ij}, K_n \Delta W_{ij}, \Delta N_{ij}, \Delta T_{ij}$  の4つで、コラム間内力は全体のつり合いに関与しないことを考慮すると、すべり土塊のモーメントのつり合いは

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta T_{ij} \cdot R_i = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta W_{ij} R_i \sin \alpha_{xz} + \alpha_{ij} K_n \Delta W_{ij}) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $m, n$  は  $y$  方向、 $x$  方向の分割数。 $R_i$  はすべり面の半径。 $\alpha_{ij}$  はすべり面の回転軸と水平地震力  $\Delta H_{ij}$  の作用点との鉛直距離 (アーム長)。式 (7) に (6) を代入して整理すると

$$F_m = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \{ [ R_i [ c \Delta x \Delta y (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) + \{ \Delta W_{ij} - u_{ij} \Delta x \Delta y (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) \} \tan \phi ] / m_\alpha ] / \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta W_{ij} R_i \sin \alpha_{xz} + \alpha_{ij} K_n \Delta W_{ij}) \} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $F_m$  はモーメントのつり合い式から得られた安全率であることを意味する。 $m_\alpha$  は式 (5) で与えられ、 $F_m$  を含んでいる。

すべり土塊全体の鉛直方向の力のつり合いより次式が

得られる.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta W_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta N_{ij}/J + \Delta T_{ij} \sin \alpha_{xz}) \dots (9)$$

式 (9) に式 (4), (6) を代入して整理すると

$$F_v = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [(c - u_{ij} \tan \phi) \eta \sin \alpha_{xz} \tan^2 \alpha_{yz} \cdot \Delta x \Delta y + \Delta W_{ij} (F_v/J + \sin \alpha_{xz} \tan \phi)] / m_a \Big/ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta W_{ij} \dots (10)$$

上式で  $F_v$  は鉛直力のつり合い式から得られる安全率であることを示す.

式 (8) と (10) を用いて 2 つの未知数  $F (= F_m = F_v)$  と  $\eta$  を決定すれば, 求める安全率  $F$  が得られる.

### 3. 簡易 Janbu 法の三次元化

三次元簡易 Janbu 法の場合もコラムに作用する力および内力の合力  $\Delta Q_{ij}$  に関する仮定は Fig. 2, 3 に示したものと同一である. ただし, この場合には Fig. 1 に示した三次元すべり面は回転体面の一部である必要はなく, 任意の形状でよい. したがって, 以下に提案する三次元簡易 Janbu 法は実際の崩壊斜面の解析において非常に有力な方法となろう<sup>4)</sup>.

すべり土塊全体の水平力のつり合いより次式が得られる.

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n K_h \Delta W_{ij} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta T_{ij} \cos \alpha_{xz} - \Delta N_{ij} \tan \alpha_{xz}/J) \dots (11)$$

上式に式 (2) を代入すると

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta W_{ij} \tan \alpha_{xz} + K_h \Delta W_{ij}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \{ \Delta T_{ij} / \cos \alpha_{xz} + \eta (\tan \alpha_{xz}/J) \tan^2 \alpha_{yz} \Delta N_{ij} \} \dots (12)$$

さらに, 式 (4), (6) を代入して整理すると

$$F_h = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [(c - u_{ij} \tan \phi) (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz} \cos^2 \alpha_{xz}) \cdot \Delta x \Delta y + (\tan \phi + \eta F_h \sin \alpha_{xz} \tan^2 \alpha_{yz}/J) \cdot \Delta W_{ij}] / (\cos \alpha_{xz} \cdot m_a) \Big/ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\tan \alpha_{xz} + K_h) \Delta W_{ij} \dots (13)$$

上式で  $F_h$  は水平力のつり合い式から得られる安全率であることを示す.

式 (10) と (13) を用いて 2 つの未知数  $F (= F_v = F_h)$  と  $\eta$  を決定すれば, 求める安全率  $F$  が得られる.

### 4. Spencer 法の三次元化

これまでに提案してきた三次元簡便法, 三次元簡易 Bishop 法および三次元簡易 Janbu 法はつり合い条件 (水平力・鉛直力のつり合い, モーメントのつり合い) の一部しか満たさないため, 得られる解の精度に多少の

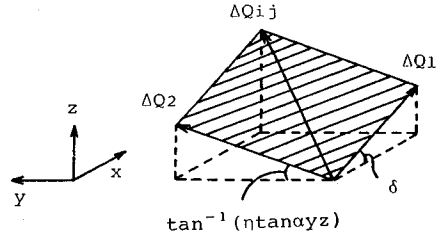


Fig. 4 Acting directions of  $\Delta Q_{ij}$ ,  $\Delta Q_i$  and  $\Delta Q_z$  (3-D Spencer method).

不安が残る. ここではつり合い条件をすべて満足する方法として, Spencer 法の三次元化を試みる. コラム側面に作用する内力の合力  $\Delta Q_{ij}$  の分力のうち  $\Delta Q_i$  (Fig. 3) が水平面と  $\delta$  (未知定数) の角度をなすと仮定する.

Fig. 4 にこの様子を示す. この図で  $\Delta Q_{ij}$ ,  $\Delta Q_i$ ,  $\Delta Q_z$  を含む面を S 面とよぶことにする.

S 面の法線の方向余弦は

$$(-\tan \delta/J_s, -\eta \tan \alpha_{yz}/J_s, 1/J_s)$$

ここで

$$J_s = \sqrt{1 + \tan^2 \delta + (\eta \tan \alpha_{yz})^2}$$

S 面に垂直な方向の力のつり合いから

$$\Delta N_{ij} (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz} + \tan \delta \tan \alpha_{xz})/J + \Delta T_{ij} (\tan \alpha_{xz} - \tan \delta) \cos \alpha_{xz} = \Delta W_{ij} \dots (14)$$

上式と式 (3) からすべり面上の垂直力  $\Delta N_{ij}$  は次式によって表わすことができる.

$$\Delta N_{ij} = \{ \Delta W_{ij} - (c/F) (\tan \alpha_{xz} - \tan \delta) \cos \alpha_{xz} \cdot J \Delta x \Delta y / (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz} + \tan \delta \tan \alpha_{xz})/J + (\tan \alpha_{xz} - \tan \delta) \cos \alpha_{xz} (\tan \phi/F) \} \dots (15)$$

式 (3) と (15) より, すべり面上のせん断力は

$$\Delta T_{ij} = \{ (c/F) (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz} + \tan \delta \tan \alpha_{xz}) \Delta x \Delta y + \Delta W_{ij} (\tan \phi/F) / (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz} + \tan \delta \tan \alpha_{xz})/J + (\tan \alpha_{xz} - \tan \delta) \cos \alpha_{xz} (\tan \phi/F) \} \dots (16)$$

式 (15), (16) をすべり土塊のモーメントのつり合い式 (7), 鉛直力のつり合い式 (9) および水平力のつり合い式 (11) に代入すると 3 つの式が得られる (式は省略する). これらを連立させて解くと, 3 つの未知数  $F$ ,  $\eta$ ,  $\delta$  が計算され, 求める安全率  $F$  が得られる.

### 5. 計算結果

#### (1) 単純斜面の計算例

計算例として, 勾配  $\beta = 30^\circ$ , 斜面高  $H = 25$  m, 粘着力  $c = 1.2$  tf/m<sup>2</sup>, 内部摩擦角  $\phi = 30^\circ$ , 単位体積重量  $\gamma = 1.92$  tf/m<sup>3</sup> を有する単純斜面を想定する. 仮想すべり面として, 中央の円筒部 (幅 20 m) とそれに接続する両端のだ円面部 (片幅 40 m) から成る幅 100 m の回転

体すべり面を仮定する。Fig. 5 に中央部の断面とすべり面の位置を示す。円筒面の半径  $R_0=61.46$  m である。両端のだ円面の形状の詳細を説明する。いま、回転の中心  $O$  から斜面に最も近い点  $A$  を定める。  $OA$  を延長してすべり面との交点  $A'$  をとる。点  $A$  を通り  $y$  軸に平行な直線を軸とするようなだ円を、直線  $OAA'$  を  $y$  軸方向に延長した平面内に考え、このだ円を  $O$  点のまわりに回転させて端部のだ円面を得ることになる。

Fig. 5 に示すコラムを 76 個に分割し、安定計算を行った。分割例と計算の詳細は文献 4) もしくは 5) を参照されたい。計算結果を Table 1 に示す。Table 1 には円筒部に関する二次元 (2-D) 安全率も示した。簡便法の欄で  $x$  は側方拘束係数を表わす (文献 3) の式 (2))。Table 1 より、簡便法による三次元 (3-D) 安全率は  $x$  を変えると大きく変化することがわかる。これは、この斜面が砂質であることに基因する。

二次元安全率については、 $\beta=14^\circ\sim 34^\circ$  の大部分のケースで簡易 Bishop 法と Spencer 法は 1% 以下の誤差 (最大でも 4%) で一致することが指摘されている<sup>9)</sup>。このことが三次元でも成り立ち得ることが、Table 1 よりうかがえる。簡易 Bishop 法、簡易 Janbu 法および Spencer 法から得られる  $\eta$  の値はほぼ 0 に近い値を示

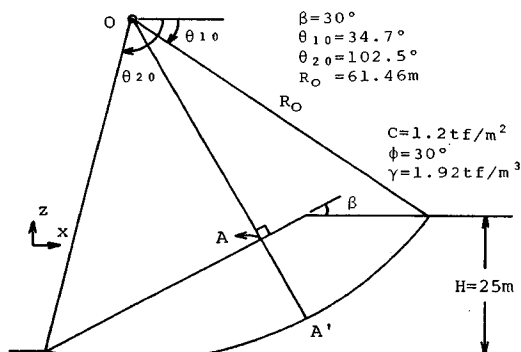


Fig. 5 Vertical cross-section of sliding body.

Table 1 Values of 2-D and 3-D safety factors.

Methods	3-D			2-D
	$\lambda=0$	$\lambda=0.5$	$\lambda=1$	
Simple slice	1.662 ( $\kappa=0$ )	1.712 ( $\kappa=0.5$ )	1.762 ( $\kappa=1$ )	1.721
Bishop	1.851 ( $\eta=0.0076$ )			1.833
Janbu	1.736 ( $\eta=0.0082$ )			1.711
Spencer	1.849 ( $\eta=0.0062, \delta=19.1^\circ$ )			1.832 ( $\delta=19.1$ )

Table 2 Ratios of 3-D and 2-D safety factors.

Methods	Ratios		
	$\kappa=0$	$\kappa=0.5$	$\kappa=1$
Simple slice	0.966	0.995	1.024
Bishop	1.010		
Janbu	1.015		
Spencer	1.009		

Table 3 Comparison of 2-D and 3-D safety factors ( $\beta=15^\circ, L/H=0.5$ ).

$\lambda$	3-D		2-D	
	Simple slice	Bishop	Simple slice	Bishop
20	83.08 (0.907)	111.6 (1.174)	91.56	95.07
100	348.2 (0.867)	434.0 (1.063)	401.7	408.1

している。この点は重要であるため、後に再考する。

Table 2 は三次元安全率と二次元安全率の比である。簡便法では、 $x$  が 0 に近いときこの比は 1 以下になる。砂質斜面では、このようなことが計算上起こり得ることを Hovland<sup>6)</sup>や著者ら<sup>3)</sup>が示した。これは解析の仮定に起因するものであり、現実には起こり得ないと思われる<sup>3), 7)</sup>。他の 3 つの方法ではこの比が 1 以上となっており、これらの方法がより現実的な結果を与えることを示している。この点をさらに確認するために、勾配  $\beta=15^\circ$ 、破壊半幅/斜面高 ( $=L/H$ )=1 の斜面を想定した。  $\lambda(= \gamma H \tan \phi/c)$  は 20 と 100 の 2 ケースを考えた。三次元すべり面は円筒部とだ円面部から成ると仮定し、  $x=0$  とした。以上の条件のもとで、すべり面の位置を多様に変化させ、三次元簡便法と三次元簡易 Bishop 法を用いて最小の安定係数  $N_s(= \gamma HF/c)$  を計算した。結果を Table 3 に示す ( $L$  は破壊半幅を表わす)。Table 3 には二次元の最小安定係数も示した。( ) 内の数字は三次元安全率と二次元安全率の比である。この場合にも、簡便法では三次元安全率が二次元安全率より小さくなり、簡易 Bishop 法ではその逆の結果が得られている。

## (2) 三次元簡易 Bishop 法の性質

三次元簡易 Bishop 法の性質をより詳細に調べるために、次のようなデータの組合せを有する斜面の安定計算を行った。

$$\beta=15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$$

$$\lambda=0.5, 1.5, 3, 8$$

$$L/H=1, 4$$

$$x=0$$

ただし、すべり面は円筒部とだ円面部から成るとし、三次元簡便法 ( $x=0$  とした場合) で得られる臨界すべり面 (安定係数を最小にするすべり面) を用いて計算を行った。

Fig. 6(a), (b) に計算結果を実線で示す。(a) 図は  $L/H=1$ 、(b) 図は  $L/H=4$  のケースである。縦軸の  $N_{sa}$  は三次元安定係数を表わす。比較のために三次元簡便法 ( $x=0$ ) により求めた最小安定係数の値を破線で示した。図中の曲線は (a), (b) とともに同様の傾向を示しており、 $\beta=50^\circ\sim 70^\circ$  を境にして勾配の大きい斜面では簡便法による値が大きく、勾配のゆるい斜面では Bishop 法による値が大きくなっている。この傾向は二

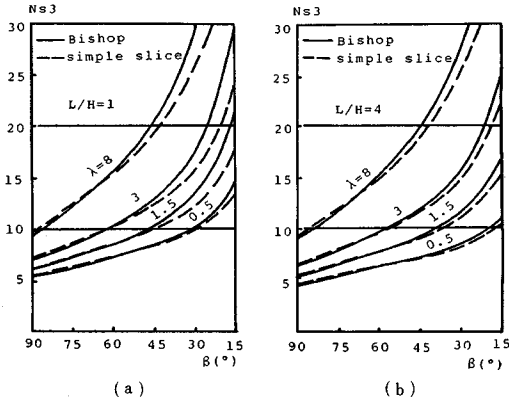


Fig. 6 Relationship between  $N_{ss}$  and  $\beta$  for 3-D methods.

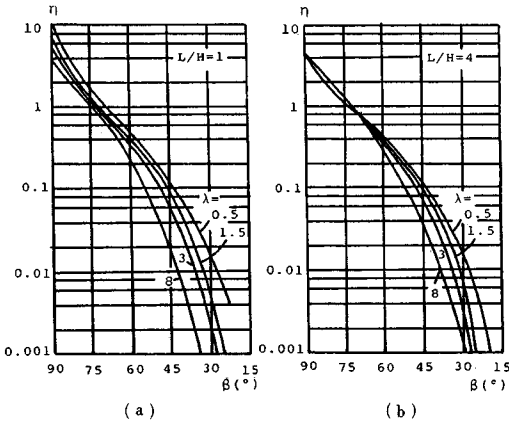


Fig. 7 Relationship between  $\eta$  and  $\beta$  for 3-D simplified Bishop method.

次元でも確認されている<sup>8)</sup>。Fig. 7 (a), (b) は Fig. 6 (a), (b) の結果に対応して得られる  $\eta$  と勾配  $\beta$  との関係である。図より、 $\beta$  が  $45^\circ$  以下のとき、 $\eta$  はおおむね 0.1 より小さい値をとることがわかる。また、 $\lambda$  が大きくなると  $\eta$  はさらに 0 に近い値をとるようになり、 $\beta$  が大きいケースでもこの傾向が生じるようになる。

ところで、本研究で行った計算例の範囲内では、 $\eta$  を 0 から 0.1 まで変えても、式 (8) から得られる  $F_m$  の値は 1% よりはるかに小さな変化しか生じないことが別の計算結果からわかってくる(詳細は略)。したがって、三次元簡易 Bishop 法を用いて式 (8) と (10) を連立させて  $\eta$  と  $F$  を得た場合、もし  $\eta$  が 0 から 0.1 の間に入れば、 $F$  の近似式として、式 (8) で  $\eta=0$  とおいた次式を用いても実用上問題ないであろう。

$$F_h = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [R_i \{c \Delta x \Delta y + (\Delta W_{ij} - u_{ij} \Delta x \Delta y) \tan \phi\} / m_\alpha]}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\Delta W_{ij} R_i \sin \alpha_{xz} + a_{ij} K_h \Delta W_{ij})} \dots \dots \dots (17)$$

上式を用いると非線形連立方程式を解く必要がなくなるため、計算がきわめて簡略化される。三次元簡易 Bishop 法に基づく安全率の近似式である上式は、 $\lambda$ ,  $L/H$  および  $\beta$  の広い範囲にわたって成立することが予想される。

同様に三次元簡易 Janbu 法の安全率の近似式として式 (13) で  $\eta=0$  とおいた次式が提案される。

$$F_h = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [(c - u_{ij} \tan \phi) \Delta x \Delta y + \Delta W_{ij} \tan \phi]}{(\cos \alpha_{xz} \cdot m_\alpha)} \Big/ \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (\tan \alpha_{xz} + K_h) \Delta W_{ij}}{\dots \dots \dots} (18)$$

この式も、式 (17) と同じ条件下で成立すると思われる。

(3) 近似式を使う際の注意

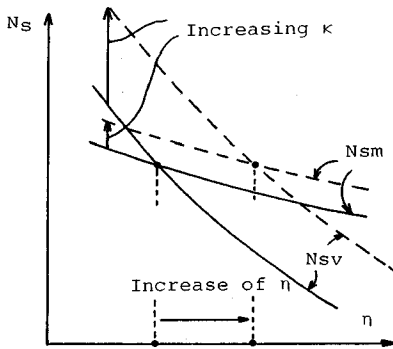
(2) において、三次元簡易 Bishop 法と Janbu 法の近似式として式 (17) と (18) を提案した。これらは式 (8) と (13) で  $\eta=0$  とおいて得られたものだが、Fig. 3 からわかるように  $\eta=0$  のとき内力の合力  $\Delta Q_{ij}$  は水平方向を向く ( $xy$  面に平行) ことになる。ところで、文献 3) の最後で指摘したように、 $\Delta Q_{ij}$  を水平と仮定すると完全円筒すべり面 (両端は  $y$  軸に垂直なすべり面) の三次元安全率は二次元安全率に一致するという矛盾した結果が得られる。そして、式 (17) もしくは (18) を用いて最小の三次元安全率を求めると二次元安全率を算出してしまい、三次元効果を評価できないことになる。したがって、式 (17), (18) は、これまでに対象としてきた滑らかな形状のすべり面にしか適用できないことを念頭に置いておく必要がある。幸いにも現実のすべり面は滑らかな形状を呈するケースが多いので、実際に崩壊した斜面の安全率を算定する場合には式 (17), (18) は有用となろう。

(4) 側方拘束力の影響について

三次元簡便法の場合には、側方拘束力の大きさが三次元安全率の値に大きな影響を及ぼすことを文献 3) で指摘した。他の計算法の場合にはどうであろうか。Table 4 は、(2) に示した三次元簡易 Bishop 法による計算例のうち、 $\lambda=3$ ,  $L/H=3$  のケースについていろいろな  $\beta$  に対する  $\alpha$  (側方拘束係数) の影響を調べたものである。計算に際しては、Fig. 2 の  $y$  方向に新たに  $\Delta H_{ij} = \alpha \gamma h_{ij}$  ( $h_{ij}$  はすべり面までの深さ) なる側方拘束力を想定し<sup>3)</sup>、2. で行った定式化をやり直した。Table 4 より、すべてのケースについて、 $\alpha$  が増加しても  $N_s$  は 1~2% しか増加せず、 $\alpha$  の影響は小さいと判断される。この理由は次のようである。Fig. 8 は式 (8) および (10) より得られる、ある  $\alpha$  に対する  $N_{sm} (= F_m \gamma H / c)$ ,  $N_{sv} (= F_v \gamma H / c)$  と  $\eta$  の関係である。実線で示される  $N_{sm}$  と  $N_{sv}$  の曲線の交点から求める解  $N_s (= F \gamma H / c)$  と  $\eta$

Table 4 Effect of  $\alpha$  on  $N_s$  (3-D Bishop;  $\lambda=3$ ,  $L/H=1$ ).

$\beta$	$N_s$		
	$\kappa=0$	$\kappa=0.25$	$\kappa=0.5$
90°	6.895 ( $\eta=3.651$ )	unsolved	unsolved
75°	8.431 ( $\eta=1.121$ )	8.564 ( $\eta=317$ )	unsolved
60°	10.327 ( $\eta=0.323$ )	10.411 ( $\eta=2.494$ )	unsolved
45°	12.870 ( $\eta=0.07$ )	12.923 ( $\eta=0.321$ )	13.031 ( $\eta=4.658$ )
30°	17.141 ( $\eta=0.0012$ )	17.162 ( $\eta=0.011$ )	17.216 ( $\eta=0.104$ )
15°	28.950 ( $\eta=0.0$ )	28.950 ( $\eta=0.0$ )	28.951 ( $\eta=0.0003$ )

Fig. 8 Variations of  $N_s$  and  $\eta$  for increasing  $\alpha$ .

が得られるわけである。いま、 $\alpha$ を増加させると、同じ $\eta$ の値に対して $N_{sm}$ と $N_{sv}$ の値は増加するので、曲線は破線へと移動する。しかし、破線の交点は、ほぼ水平方向に移動するため、交点の $N_s$ の値はほとんど変化しない。このとき $\eta$ は、あたかも $\alpha$ の増加を打ち消すかのように値が増加する（Fig. 3よりわかるように $\eta$ が増加すると $\Delta Q_{ij}$ の $y$ 方向分力が減少するため）点に注意されたい。なお、両曲線の交点が得られないとき解は得られない。

以上のことは、三次元簡易 Janbu 法および Spencer 法の場合にも成り立つと考えられる。

## 6. 結 論

本研究の結論は次のようである。

(1) 過去に著者らが提案した三次元簡便分割法に代えて三次元簡易 Bishop 法、三次元簡易 Janbu 法および三次元 Spencer 法の3つの方法を新たに提案し、定式化を行った。

(2) これら3つの方法は、三次元簡便分割法に比べて次のような利点を有することを計算例を用いて示した。

a) 砂質斜面のケースにおいても三次元安全率は二次元安全率より常に大きくなる。b) 三次元安全率（もしくは安定係数）は、側方拘束力の大きさが変化してもほとんど変化しないので、 $\alpha=0$ として計算してよい。

(3) 三次元簡易 Bishop 法と三次元簡易 Janbu 法では安全率の計算式が非線形連立方程式となり、計算上面倒であるが、実際に崩壊した斜面のようにすべり面形状が滑らかな場合には近似式が得られ、計算がきわめて簡略化される。この近似式は、勾配が45°よりゆるい斜面や砂質斜面においてよい精度で成り立つ。

付 記：本研究の計算は群馬大学情報処理センターの HITAC M-240 H により行った。

## 参 考 文 献

- 1) 鶴飼恵三：粘性土斜面の三次元安定解析，土木学会論文集，第364号/Ⅲ-4，pp.153~159，1985。
- 2) 鶴飼恵三・細堀建司：底部破壊を考慮した粘性土斜面の3次元安定解析，土木学会論文集，第376号/Ⅲ-6，pp.315~318，1986。
- 3) 鶴飼恵三・細堀建司・永瀬英生・榎戸源則：簡便分割法による斜面の三次元安定解析，土木学会論文集，第376号/Ⅲ-6，pp.267~276，1986。
- 4) 鶴飼恵三：簡易 Janbu 法による斜面の三次元安定解析，地すべり学会誌に投稿中。
- 5) 細堀建司：斜面の三次元安定性に関する研究，群馬大学工学部修士論文，1987。
- 6) Hovland, H. J. : Three-dimensional slope stability analysis method, ASCE, GT 9, Vol. 103, pp. 971~986, 1977.
- 7) Hutchinson, J. N. et al. : Discussion, Geotech., Vol. 35, No. 2, pp. 215~216, 1985.
- 8) 鶴飼恵三・永瀬英生・榎戸源則：斜面安定解析で用いられる分割法計算式の積分解，土と基礎，34-9，pp. 69~74，1986。
- 9) Spencer, E. : A method of analysis of the stability of embankments assuming parallel inter-slice forces, Geotechnique, Vol. 17, No. 1, pp. 11~26, 1967.
- 10) Hungri, O. : An extension of Bishop's simplified method of slope stability analysis to three dimensions, Geotechnique, Vol. 37, No. 1, pp. 113~117, 1987.

(1987. 7. 10・受付)