

## 土被りの浅いトンネルの事前設計

## PRELIMINARY DESIGN METHOD FOR SHALLOW TUNNEL

松本嘉司\*・西岡 隆\*\*・佐野可寸志\*\*\*

By Yoshiji MATSUMOTO, Takashi NISHIOKA and Kazushi SANO

In the previous paper the authors proposed the design formula for deep tunnels neglecting gravitational force. In this paper, an analytical solution for shallow tunnel under the action of gravity is presented. The assumption is taken as a cylindrical tunnel supported by shotcrete and rock bolts in a shallow elastic solid. The theoretical results are applied easily to the preliminary design method of shallow tunnel supported by shotcrete and rock bolts.

*Keywords* : stability of shallow tunnel, distortional strain energy, design chart

## 1. はじめに

都市内トンネルのように土被りが浅いトンネルでは、トンネル周辺の地山に作用する重力や水平方向から作用する不均等な圧力の影響を無視することができない。著者らは先に地山に蓄えられる形状弾性ひずみエネルギーからトンネル周辺地山の安定解析法を提示した<sup>1),2)</sup>。これらの論文においては、土被りの深い山岳トンネルを対象として、トンネル周辺の地山に作用する重力を無視し、遠方の鉛直境界面において一定の大きさの側圧を受けるものとして、トンネル周辺地山の応力場、変位場を解析的に求めている。本論文はこの解析手法を拡張して、都市内トンネルのように土被りの浅いトンネル周辺地山の安定解析法を示したものである。すなわち、トンネル周辺の地山が重力場にあるものとし、かつ地山の鉛直境界面においては、深さに比例する圧力を受けるものとして、地山に蓄えられる形状弾性ひずみエネルギーを求め、その大きさからトンネル周辺の地山の安定性を検討している。この結果に基づいて、土被りの浅いトンネルを解析

し、その事前設計方法を提案している。ここでは基本的なトンネルの事前設計方法を提案することを目的としているため、トンネル地山は等方性弾性体であると考え、トンネル断面は円形であるとした。したがってここで示した内容は弾性論の立場から解析的に行ったもので、その結果を用いて事前設計方法を提案し考察を行ったものであるが、ここでの考え方に基づいて、実態に合った有限要素解析を行えば、より正しい設計ができるものと考えられる。

重力場における円孔周辺の応力場に関する過去の研究では、山口昇<sup>3)</sup>、安蔵善之助<sup>4)</sup>、Mindlin<sup>5)</sup>による研究が挙げられる。しかしこれらの研究では、無支保の状態での解析にとどまっているばかりでなく、ここでの取扱いのように、トンネルの安定性を検討するまでにいたっていない。

## 2. 無支保のトンネル周辺地山に発生する応力

図-1に示すように、平面ひずみ状態における二次元無限弾性体内に開けられた半径  $r_0$  の円孔周辺の応力場と変位場を考える。境界で囲まれた領域には単位体積当たり  $-\rho g$  の重力が作用しているものとする。地表面から円孔中心までの距離を  $h$ 、側圧係数を  $k$  とすれば、円孔中心より十分離れた位置の鉛直圧縮応力は

\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科  
(〒113 文京区本郷 7-3-1)

\*\* 正会員 工博 筑波大学教授 構造工学系  
(〒305 茨城県新治郡桜村天王台)

\*\*\* 正会員 工修 東亜建設工業株式会社

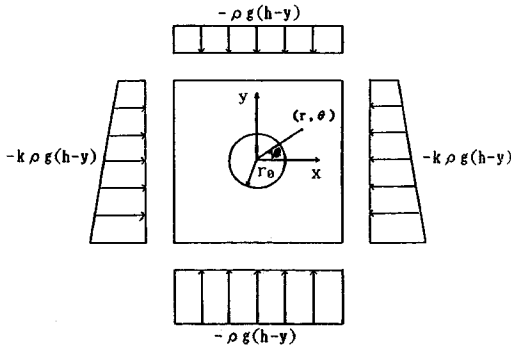


図-1 円孔周辺の応力場

$-\rho g(h-y)$ , 水平圧縮応力は  $-k\rho g(h-y)$  で表わすことができる。円孔周辺の半径方向応力  $\sigma_{rr}$ , 周方向応力  $\sigma_{\theta\theta}$ , せん断応力  $\sigma_{r\theta}$  は Airy の応力関数を  $\phi$  とおくと, 以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \rho g r \sin^2 \theta \\ \sigma_{\theta\theta} &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \rho g r \sin \theta \cos^2 \theta \\ \sigma_{r\theta} &= -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \rho g r \cos \theta \sin^2 \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots (1)$$

図-1 に示すように,  $y$  軸に関して対称であるときにはその解は以下のように与えられる。

$$\phi = a_0 + b_0 \ln r + c_0 r^2 + A_0 \theta + \left( b_1 r \ln r + \frac{c_1}{r} + d_1 r^3 \right) \cdot \sin \theta + A_1 r \theta \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{2+n} + c_n r^{-n} + d_n r^{2-n}) \frac{\sin n\theta}{\cos n\theta} \dots\dots (2)$$

したがって, 地山の応力および変位は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= \frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left( \frac{b_1}{r} - \frac{2c_1}{r^3} + 2d_1 r - \frac{2A_1}{r} + \frac{3}{4} \rho g r \right) \cdot \sin \theta - \left( 2a_2 + \frac{6c_2}{r^4} + \frac{4d_2}{r^2} \right) \cos 2\theta - \left\{ 6a_3 r + 4b_3 r^3 + \frac{12c_3}{r^5} + \frac{10d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \sin 3\theta \\ \sigma_{\theta\theta} &= -\frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left( \frac{b_1}{r} + \frac{2c_1}{r^3} + 6d_1 r + \frac{1}{4} \rho g r \right) \sin \theta + \left( 2a_2 + 12b_2 r^2 + \frac{6c_2}{r^4} \right) \cos 2\theta + \left\{ 6a_3 r + 20b_3 r^3 + \frac{12c_3}{r^5} + \frac{2d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \sin 3\theta \\ \sigma_{r\theta} &= \frac{A_0}{r^2} + \left( -\frac{b_1}{r} + \frac{2c_1}{r^3} - 2d_1 r + \frac{1}{4} \rho g r \right) \cos \theta + \left( 2a_2 + 6b_2 r^2 - \frac{6c_2}{r^4} - \frac{2d_2}{r^2} \right) \sin 2\theta - \left\{ 6a_3 r + 12b_3 r^3 - \frac{12c_3}{r^5} - \frac{6d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \cos 3\theta \dots\dots (3) \end{aligned}$$

図-1 の境界条件は以下のように与えられる。

- ① 円孔中心より十分離れた位置では水平方向応力  $\sigma_{xx}$ , 鉛直方向応力  $\sigma_{yy}$ , せん断応力  $\sigma_{xy}$  がそれぞれ,  $\sigma_{xx} = -k\rho g(h-r \sin \theta)$ ,  $\sigma_{yy} = -\rho g(h-r \sin \theta)$ ,  $\sigma_{xy} = 0$
- ②  $r = r_0$  で  $\sigma_{rr} = \sigma_{r\theta} = 0$

これらの境界条件より, 式(3)の未定係数は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} A_0 &= b_2 = b_3 = 0 & a_n &= b_n = c_n = d_n = 0 \quad (n \geq 4) \\ c_0 &= -\rho g(1+k)h/4 \\ d_1 &= \rho g k/8 & a_2 &= -\rho g(1-k)h/4 \\ a_3 &= \rho g k/24 \\ b_0 &= \rho g h(1+k)r_0^2/2 & b_1 &= (1-\nu_R)\rho g r_0^2/4 \\ A_1 &= \rho g r_0^2/2 \\ c_1 &= -\rho g r_0^4(\nu_R - k)/8 & c_2 &= \rho g r_0^4 h(1-k)/4 \\ d_2 &= \rho g h(1-k)r_0^2/2 \\ c_3 &= \rho g r_0^4(1-k)/12 & d_3 &= -\rho g r_0^4(1-k)/8 \end{aligned}$$

以上をまとめると平面ひずみ状態における円孔周辺の応力場は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(1)}(r, \theta) &= -s \left[ \frac{1}{2}(1+k)(1-X^2) - \frac{r_0}{4h} \left( -\frac{3-2\nu_R}{1-\nu_R} X + \left( \frac{\nu_R}{1-\nu_R} - k \right) X^3 + (k+3) \frac{1}{X} \right) \sin \theta - \frac{1}{2}(1-k)(1-4X^2+3X^4) \cos 2\theta + \frac{(1-k)r_0}{4h} \left( \frac{1}{X} + 4X^5 - 5X^3 \right) \sin 3\theta \right] \\ \sigma_{\theta\theta}^{(1)}(r, \theta) &= -s \left[ \frac{1}{2}(1+k)(1+X^2) - \frac{r_0}{4h} \left( \frac{1-2\nu_R}{1-\nu_R} X - \left( \frac{\nu_R}{1-\nu_R} - k \right) X^3 + (3k+1) \frac{1}{X} \right) \sin \theta + \frac{1}{2}(1-k)(1+3X^4) \cos 2\theta - \frac{(1-k)r_0}{4h} \left( \frac{1}{X} + 4X^5 - 3X^3 \right) \sin 3\theta \right] \\ \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, \theta) &= -s \left[ \frac{r_0}{4h} \left( \frac{1-2\nu_R}{1-\nu_R} X + \left( \frac{\nu_R}{1-\nu_R} - k \right) X^3 - (1-k) \frac{1}{X} \right) \cos \theta + \frac{1}{2}(1-k)(1+2X^2-3X^4) \sin 2\theta + \frac{(1-k)r_0}{4h} \left( \frac{1}{X} - 4X^5 - 3X^3 \right) \cos 3\theta \right] \dots\dots (4) \end{aligned}$$

上式で  $s$  は円孔中心位置での上載圧  $s = -\rho gh$  を表わし  $X$  は円孔中心からの距離の逆数を示す無次元パラメーター  $X = r_0/r$  である。  $E_R, \nu_R$  はそれぞれ地山の变形係数, ポアソン比を表わしている。深度の無次元パラメーター (以後深度比という)  $h/r_0 = 6$  の場合の応力分

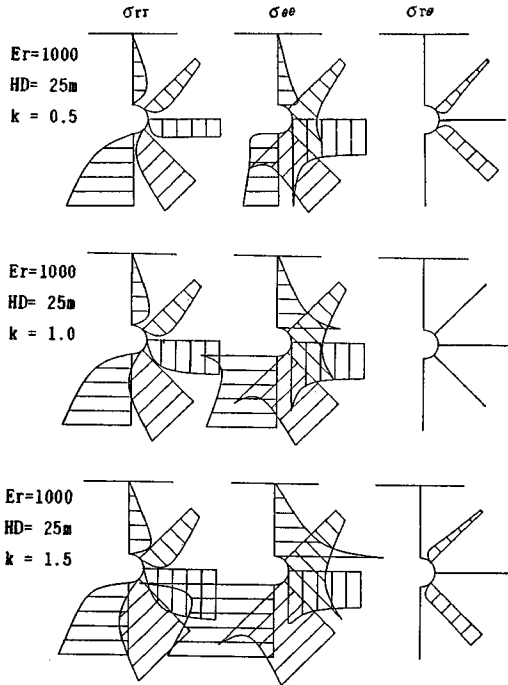


図-2 地山に発生する応力例

表-1 各種降伏条件に対する形状弾性ひずみエネルギー  $\bar{U}_s$

降伏条件	$\bar{U}_s$
Von Mises	$\frac{1}{2G} \frac{\sigma_y^2}{3}$
Drucker-Prager	$\frac{1}{2G} \frac{12(\sin\phi \sigma_n - c \cos\phi)^2}{(3 - \sin\phi)^2}$

ただし、 $\sigma_y$ ：一軸降伏応力、 $c$ ：粘着力、 $\phi$ ：内部摩擦角、 $G$ ：せん断弾性係数

布の一例を図-2に示した。周方向応力  $\sigma_{\theta\theta}^0(r, \theta)$  は円孔壁で最大で、円孔中心から遠ざかるにつれてだいに減少し、 $r=2r_0$  以上の位置では掘削前の応力状態とほぼ一致する。図-2からは側圧係数  $k$  によって応力分布の様相が異なることが読み取れる。側圧係数  $k$  が1未満のときは  $\theta=0$  付近で、1以上のときは  $\theta=-\pi/2$  付近で周方向応力  $\sigma_{\theta\theta}^0$  が大きな値をとっている。また側圧係数が1のときには、地山にはせん断応力  $\sigma_{r\theta}^0$  はほとんど発生しない。この応力状態において、地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーは式(4)を次式に代入することによって求めることができる。得られた形状弾性ひずみエネルギーを  $U_s^{(0)}$  とおく。

$$U_s^{(0)} = \frac{1}{6G} [(ks)^2 + (\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta})(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + ks) - 3\sigma_{rr}\sigma_{\theta\theta} + 3\sigma_{r\theta}^2] \dots \dots \dots (5)$$

ただし三次元応力状態では  $\sigma_{zz} = -ks$ ,  $\sigma_{zr} = \sigma_{z\theta} = 0$  とした。

式(4)で与えられる応力場において、円孔周辺の地

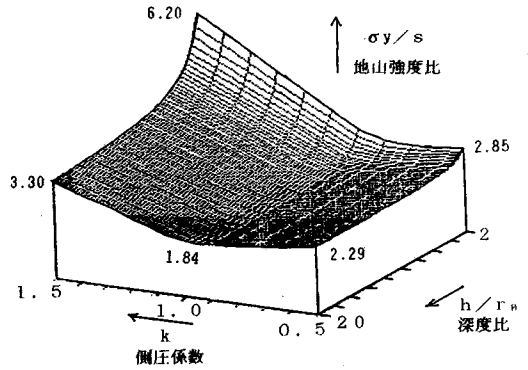


図-3 支保工がなくても塑性化しない領域

山が塑性化するかどうかの判定は、形状弾性ひずみエネルギー  $U_s^{(0)}$  を表-1<sup>1)</sup>の各種降伏条件から定まる最大形状弾性ひずみエネルギー  $\bar{U}_s$  と比較すればよい<sup>1)</sup>。表-1で  $\sigma_y, \sigma_m$  は地山の軸圧縮強度および平均応力を、 $c$  および  $\phi$  はそれぞれ粘着力、内部摩擦角を表わしている。円孔周辺の地山が常に  $\bar{U}_s - U_s^{(0)} > 0$  の関係を満足するならば、円孔周辺の地山は塑性化することはない。したがって塑性化領域が周辺地山にまったく発生しないための条件は円孔周辺部  $X=1$  において、

$$\bar{U}_s > U_s^{(0)}(k, 1, \theta)$$

を満足することである。上式を満足する限りトンネルは無支保で自立することができる。図-3にこの境界を示した。この図は、それぞれの側圧係数  $k$  と深度比  $h/r_0$  に対応する円孔周上の形状弾性ひずみエネルギー  $U_s^{(0)}$  を求め、Von Misesの降伏条件から定まる最大形状弾性ひずみエネルギー  $\bar{U}_s$  と比較することによって、地山が塑性化するときの地山強度比  $\sigma_y/s$  を表示したものである。図の横軸は側圧係数  $k$  と深度比  $h/r_0$  を、縦軸は地山強度比  $\sigma_y/s$  である。この図によると深度比が小さく、側圧係数が大きいところでは無支保で自立するのに必要な地山強度比が急激に大きくなっている。深い場所では、トンネル断面全体で考えると上下左右から均等な力を受けるから、 $k=1$  のときが地山強度比が一番小さくなる。しかし浅くなるにつれて  $k=1$  より少し小さいときに最小となる。これは、浅い場合は  $k=1$  といえども側方からは三角形分布の不均等な力を受けている。深度比  $h/r_0$  が約10以上では、重力場の影響はほとんど無視することができ、先に発表した掘削深度が深い場合の解<sup>1)</sup>に一致している。

### 3. 吹付けコンクリート、ロックボルトによって改善される応力

トンネルの支保工法としては、地山掘削後ただちにコンクリートを吹付けるとともにロックボルトを打設して

地山の崩壊を防ぐことが理想的である<sup>1),2)</sup>。なぜなら、切羽に接したトンネルにおいては、切羽前面の拘束によって応力や変位状態は比較的掘削前の地山の状態に近い。この地点でトンネルを支保すれば、以後切羽の進行によって生じる地山の变形が吹付けコンクリートやロックボルトに作用する。しかし切羽が十分進行した後に支保するならば、すでに式(4)で与えられる応力が地山に発生し、この応力に対応する变形も発生しているから、支保の効果はほとんど期待できない。

ここでは理想的な場合を想定し、掘削直後に支保を施した場合について考える。トンネル周辺を吹付けコンクリートで補強した状態を図-4に示す。 $E_R, E_C$ はそれぞれ地山および吹付けコンクリートの变形係数、 $\nu_R, \nu_C$ は地山および吹付けコンクリートのポアソン比、 $\rho, \rho_C$ は地山および吹付けコンクリートの密度、 $r_0, r_1$ はそれぞれトンネル外径および内径で、 $t$  ( $\ll r_0$ )は吹付けコンクリート厚を表わしている。

吹付けコンクリートの施工によって改善される応力 $\sigma_{rr}^{(2)}(r, \theta), \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, \theta), \sigma_{r\theta}^{(2)}(r, \theta)$ は以下ようになる。ただしトンネル半径 $r_0$ に対する吹付けコンクリート厚 $t$ の比、 $t/r_0$ は十分小さいとおいている。この求め方は付録に示した。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)}(r, \theta) &= \bar{b}_0 X^2 + \left( \bar{b}_1 X - 2\bar{c}_1 X^3 - 2\bar{A}_1 X + \frac{3}{4} \rho g r \right) \cdot \sin \theta - (6\bar{c}_2 X^4 + 4\bar{d}_2 X^2) \cos 2\theta \\ &\quad - \left[ 12\bar{c}_3 X^5 + 10\bar{d}_3 X^3 + \frac{1}{4} \rho g r \right] \sin 3\theta \\ \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, \theta) &= -\bar{b}_0 X^2 + \left( \bar{b}_1 X + 2\bar{c}_1 X^3 + \frac{1}{4} \rho g r \right) \sin \theta \end{aligned}$$

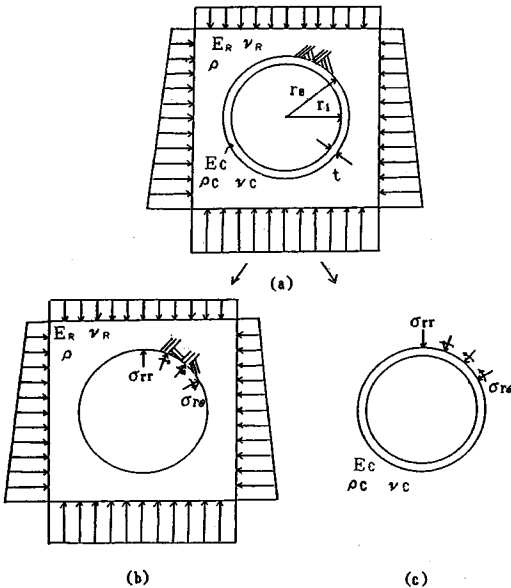


図-4 地山に吹付けコンクリートを施工した状態

$$\begin{aligned} &+ 6\bar{c}_2 X^4 \cos 2\theta + \left\{ 12\bar{c}_3 X^5 + 2\bar{d}_3 X^3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \sin 3\theta \\ \sigma_{r\theta}^{(2)}(r, \theta) &= \left( -\bar{b}_1 X + 2\bar{c}_1 X^3 + \frac{1}{4} \rho g r \right) \cos \theta \\ &\quad - (6\bar{c}_2 X^4 + 2\bar{d}_2 X^2) \sin 2\theta \\ &\quad + \left\{ 12\bar{c}_3 X^5 + 6\bar{d}_3 X^3 + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \cos 3\theta \\ &\quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ただし上式の係数の値は以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{b}_0 &= \rho g (1+k) h r_0^2 \delta (\nu_R + 1) / (2 Q_0) \\ \bar{A}_1 &= -\delta \rho_C g r_0^2 & \bar{b}_1 &= -(1-\nu_R) \delta \rho_C g r_0^2 / 2 \\ \bar{c}_1 &= r_0^4 \delta (\nu_R + 1) \{ \rho g (k - \nu_R) (\nu_R - 3) - 2 \rho_C g e \} / (8 Q_1) \\ \bar{c}_2 &= \rho g (1-k) h r_0^2 \delta (\nu_R - 3) / (4 Q_2) \\ \bar{c}_3 &= -\rho g (1-k) r_0^2 \delta (\nu_R - 3) / (8 Q_3) \\ \bar{d}_2 &= -\rho g (1-k) h r_0^2 \delta (\nu_R - 3) / (4 Q_2) \\ \bar{d}_3 &= \rho g (1-k) r_0^2 \delta (\nu_R - 3) / (8 Q_3) \\ &\dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

ここに

$$\begin{aligned} Q_0 &= \delta (e \nu_C + e - \nu_R - 1) - e \\ Q_1 &= \delta (e \nu_C + e - \nu_R - 1) - e \\ Q_2 &= \delta (e \nu_C + 3e - \nu_R - 3) - e \\ Q_3 &= \delta (e \nu_C + 5e - \nu_R - 5) - e \\ e &= E_R (1 - \nu_R^2) / E_C (1 - \nu_C^2) \end{aligned} \dots\dots\dots (8)$$

また $\delta = t/r_0$ は吹付けコンクリート厚を表わす無次元パラメーター(以後巻厚比と名付ける)であり、 $e$ は地山材料と吹付けコンクリートの材料定数から定まる無次元パラメーターである。

一方ロックボルトに作用する応力は一樣に降伏点に等しい応力 $\sigma_B$ であるとして、ロックボルトの効果を局所的、集中的ではなく全体的、分布的にとらえ、図-5のようなFourier級数で展開した外力 $\sigma_{rr}^B(\theta)$ がトンネル周壁から分布的に作用するものと考えた。ロックボルトの断面積 $A_B$ 、トンネル軸方向長さ $L$ 当たりのロックボルトの本数を $n$ 、ロックボルトを打設する範囲を $-1/2\pi$ から $3/2\pi$ とすれば、 $\sigma_{rr}^B(\theta)$ は以下のように表わされる。

$$\sigma_{rr}^B(\theta) = \frac{4}{3} \alpha_B S \left( \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{\pi} \sin \theta + \frac{1}{\pi} \cos 2\theta \right) \dots\dots (9)$$

ここで $\alpha_B$ はロックボルトの効果を表わす無次元パラ

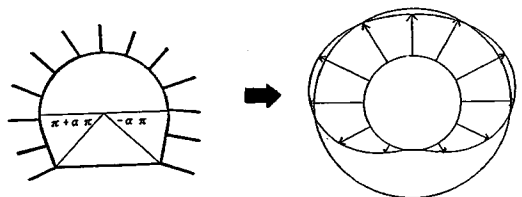


図-5 ロックボルトの仮定

メーターで次式で定義される<sup>1),2)</sup>。

$$\alpha_B = \frac{nA_B \sigma_B}{2\pi r_0 L s} \dots\dots\dots (10)$$

以後  $\alpha_B$  をロックボルト比と名付ける<sup>1),2)</sup>。その結果ロックボルトによって改善される地山の応力  $\sigma_{rr}^{(2)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, \theta)$  は以下のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr}^{(2)}(r, \theta) &= -\sigma_{rr0}^B X^2 + \left[ \frac{(1-2\nu_R)(X-X^3)}{4(1-\nu_R)} - X \right] \sigma_{rr1}^B \\ &\quad \cdot \sin \theta + (X^4 - 2X^2) \sigma_{rr2}^B \cos 2\theta \\ \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, \theta) &= \sigma_{rr0}^B X^2 + \frac{(1-2\nu_R)(X+X^3)}{4(1-\nu_R)} \sigma_{rr1}^B \sin \theta \\ &\quad - X^4 \sigma_{rr2}^B \cos 2\theta \\ \sigma_{r\theta}^{(2)}(r, \theta) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ただし、

$$\sigma_{rr0}^B = 3\alpha_B s / 4, \quad \sigma_{rr1}^B = \sqrt{2}\alpha_B s / \pi, \quad \sigma_{rr2}^B = \alpha_B s / \pi \quad (12)$$

4. 吹付けコンクリートとロックボルト施工後のトンネルの安定性

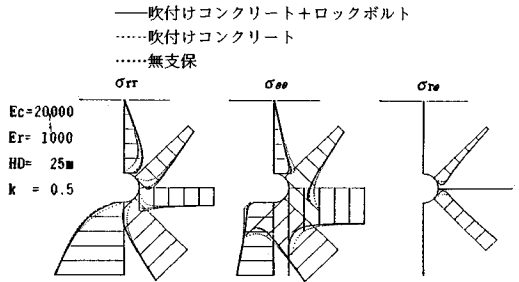
以上より地山内の任意の点に発生する応力  $\sigma_{rr}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{r\theta}(r, \theta)$  は以下のように与えることができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{rr}(r, \theta) &= \sigma_{rr}^{(1)}(r, \theta) + \sigma_{rr}^{(2)}(r, \theta) + \sigma_{rr}^{(3)}(r, \theta) \\ \sigma_{\theta\theta}(r, \theta) &= \sigma_{\theta\theta}^{(1)}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, \theta) + \sigma_{\theta\theta}^{(3)}(r, \theta) \\ \sigma_{r\theta}(r, \theta) &= \sigma_{r\theta}^{(1)}(r, \theta) + \sigma_{r\theta}^{(2)}(r, \theta) \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

式(13)で  $\sigma_{rr}^{(1)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^{(1)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{r\theta}^{(1)}(r, \theta)$  はそれぞれ式(4)で示した掘削後トンネル地山に生じる応力であり、 $\sigma_{rr}^{(2)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^{(2)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{r\theta}^{(2)}(r, \theta)$  および  $\sigma_{rr}^{(3)}(r, \theta)$ ,  $\sigma_{\theta\theta}^{(3)}(r, \theta)$  は、それぞれ式(6)および式(11)に示す吹付けコンクリートとロックボルトの施工によって改善される応力である。

吹付けコンクリートとロックボルトによる補強は、図一2にみられるような掘削後に現われるトンネル周辺地山の応力の乱れをこれらの施工によって改善することである。掘削直後に吹付けコンクリートとロックボルトの施工を行った場合、改善される応力の一例を図一6に示す。実線は吹付けコンクリートとロックボルトをともに施工した場合の、破線は吹付けコンクリートのみの場合の、点線は無支保の場合の応力状態をそれぞれ示している。

前述のように、掘削直後に吹付けコンクリートとロックボルトの打設を行ったときに、地山内に蓄えられる形状弾性ひずみエネルギーを次に求めた。式(5)に式(13)の値を代入すると、吹付けコンクリートとロックボルトを施工した場合の地山に発生する形状弾性ひずみエネルギー  $U_s^{(1)} - U_s^{(2)}$  を求めることができる。ここで  $U_s^{(1)}$  は支保によって改善される形状弾性ひずみエネルギーであ



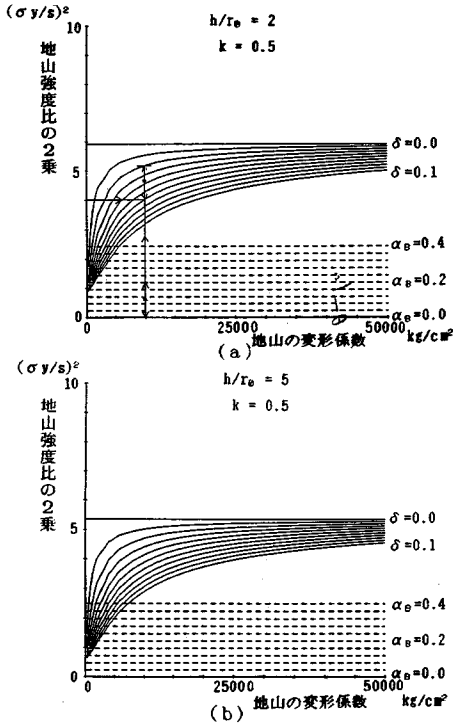
図一6 支保後地山に発生する応力分布

る。この値を地山の最大形状弾性ひずみエネルギー  $\bar{U}_s$  から差し引いた値  $\bar{U}_s - (U_s^{(1)} - U_s^{(2)})$  が正である限り、地山は弾性状態にとどまるものと考えられる。

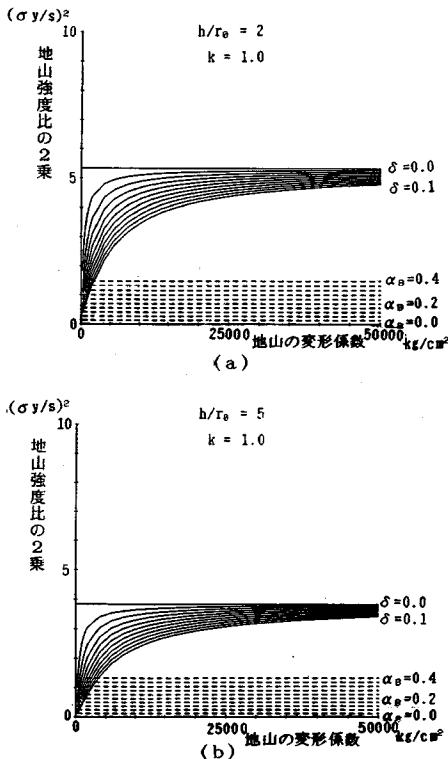
Von Mises の降伏条件を用いた場合、地山を塑性化させずに安全なトンネルを施工するための判定図の例を図一7(1), (2)に示した。図一7の判定図は地山の変形係数  $E_R$ , ロックボルト比  $\alpha_B$ , 巻き厚比  $\delta (=t/r_0)$ , 地山強度比の2乗の最大値の関係を示したものである。

$k \geq 1$  のときは側壁付近で形状弾性ひずみエネルギー  $U_s^{(1)} - U_s^{(2)}$  は最大値をとるが、このときの地山強度比の値を解析的に求めることは困難なので、Fibonacci の探索法<sup>9)</sup>によってその最大値を求めた。また、厳密に言えば、ロックボルトの効果と吹付けコンクリートの効果は互いに影響を及ぼすが、実際に計算してみると相互の影響はほとんど無視できるので、これらの効果は互いに独立であるとした。吹付けコンクリートの変形係数  $E_c = 2 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ <sup>1)</sup>, ポアソン比  $\nu_c = 0.17$ , 地山のポアソン比  $\nu_R = 0.3$  とし、深さの影響を表わすパラメーター  $h/r_0$  と側圧係数  $k$  をそれぞれ図ごとに変化させている。ロックボルトの応力が降伏点に達したときをロックボルトの耐力の限界と考えると、図一7より、ロックボルトの効果は地山の変形係数によらないが、吹付けコンクリートの効果は地山の変形係数が小さいほど大きい。ロックボルトの効果は側圧係数が1からずれるほど、深度比が小さいほど大きくなっている。これは側圧係数が1に近い場合、深度比が大きい場合には、地山に発生する形状弾性ひずみエネルギーがロックボルトを打設する前でも大きな値を取らず、改善する余地が少ないためである。

図一7(1)の参照線を例にとれば、深度比  $h/r_0 = 2$ , 側圧係数  $k = 0.5$ , 地山強度比  $\sigma_v/s = 2$ , 変形係数  $E_R = 1 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$  の地山にトンネルを掘削する場合、ロックボルトを用いないとすれば、地山が塑性化しないためには巻き厚比  $\delta = 0.06$  以上あればよい。ロックボルト比  $\alpha_B = 0.20$  にとると、その分吹付けコンクリートの厚さを減らすことが可能になり、ロックボルトの効果分を上方にシフトすれば、巻き厚比  $\delta = 0.02$  となる。この



図一7(1) 地山を塑性化させないために必要な巻き厚比とロックボルト比



図一7(2) 地山を塑性化させないために必要な巻き厚比とロックボルト比

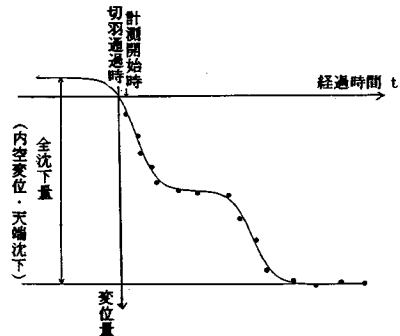
ようにして得られた  $\alpha_B$ ,  $\delta$  の値を用いて、吹付けコンクリート厚  $t$ 、ロックボルトの本数  $n$  を定めればよい。一例として、トンネルの掘削深度  $H=10$  m、トンネルの平均半径  $r_0=5$  m の場合、ロックボルトの断面積、降伏点をおのおの  $A_B=5$  cm<sup>2</sup> ( $\phi 25$  に相当)、 $\sigma_B=3722$  kgf/cm<sup>2</sup> (3.65 GPa) にとると、吹付けコンクリート厚  $t$ 、ロックボルトの本数  $n$  はそれぞれ、 $t=10$  cm、 $n=6$  本/m と計算される。以上が地山が塑性化しないための条件である。いずれの場合もロックボルト比  $\alpha_B$  が大きくなるほど、また巻き厚比  $\delta$  が大きくなるほど、塑性化するときの地山強度比が減少することがわかる。

5. 地山の側圧係数と変形係数

上述の理論をもとに、現在までに得られている土被りの浅い鉄道トンネルの計測値を用いて、地山の側圧係数と変形係数を求めた。用いたトンネルの計測データは、東京地区、仙台地区、青函トンネルの取付け部などの鉄道トンネルのうち、解析上必要なデータが得られた 11 トンネル 216 断面である。これら 11 トンネルの地山は池田の分類<sup>7)</sup>で硬岩に分類されるもの 3 トンネル 11 断面、軟岩に分類されるもの 3 トンネル 150 断面、土砂に分類されるもの 5 トンネル 51 断面となっている。これらのデータを用いて、地山の変形係数  $E_R$ 、側圧係数  $k$  を以下の方法で求めた。まず天端沈下と内空変位のデータが完備しているトンネルについて、図一8のように沈下曲線を上半切羽掘削の影響による沈下と下半切羽掘削の影響による沈下に分離して 2 本のロジスティック曲線

$$Y = \frac{c_1}{1 + \exp(a_1 t + b_1)} + \frac{c_2}{1 + \exp(a_2 t + b_2)} + d_0 \dots \dots \dots (14)$$

で近似し、近似曲線とデータとの残差の 2 乗和を Levenberg-Marguadt 法<sup>8)</sup>によって最小化して係数を定めた。次いでこの曲線を用いて得られる内空変位量、天端沈下量の全変位量が、逆解析して求められる変位量と合致するまで収束計算を行い、側圧係数  $k$ 、地山の変形



図一8 計測データと近似曲線

係数  $E_r$  を求めた。ただし、本来地表面沈下よりも大きな値を取るはずの天端沈下量の値が、地表面沈下量の50%未滿のものについては、データの信頼性に問題があるとして取り除いている。また計算に際し、吹付けコンクリートの変形係数、ポアソン比、地山のポアソン比をそれぞれ、 $E_c=2 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$  (19.6 GPa),  $\nu_c=0.17$ ,  $\nu_R=0.3$  と仮定した。

図-9は、上述の逆解析によって求められた側圧係数と土被りの関係を表わしたものである。○印は軟岩、●印は土砂トンネルであることを示す。岩種や土被りにかかわらずばらついているが、側圧係数の平均は、ほぼ0.9である。図-10は逆解析によって求められた地山の变形係数と土被りの関係を示したものである。ばらつきはあるが、变形係数の大きい方から軟岩、土砂の順に並び、土被りに比例して变形係数が増大している。

6. 実測データへの理論の適用および考察

前節で用いたデータに Von Mises の降伏条件による塑性化の理論を適用してみる。図-11は横軸に側圧係数  $k$  と深度比  $h/r_0$ 、縦軸に地山強度比  $\sigma_y/s$  をとって、

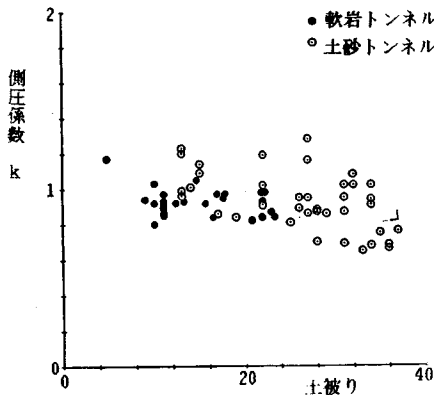


図-9 逆解析により求めた側圧係数と土被りの関係

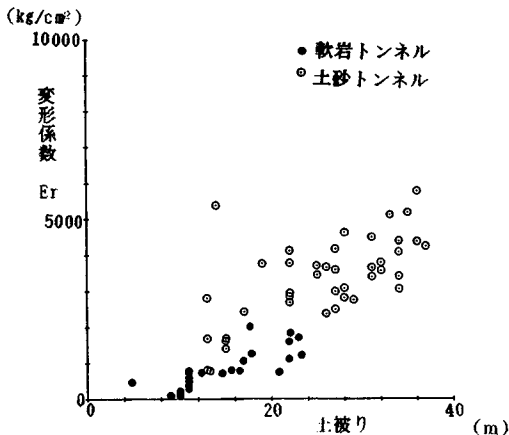


図-10 逆解析により求めた変形係数と土被りの関係

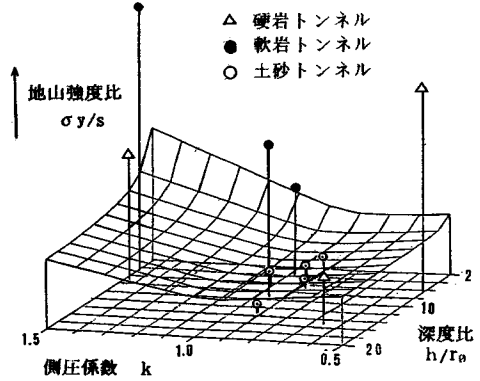


図-11 実際のトンネルの側圧係数、深度比と地山強度比

無支保で自立する境界を示してある。この図中には各データから得られた値をトンネルごとに表示した。△は硬岩トンネルを、●は軟岩トンネルを、○は土砂トンネルの値である。硬岩および軟岩トンネルは平均的にみよどのトンネルも無支保で自立することができる。そこで次式で定義される安全率によって、実際に施工されたトンネルの安全率<sup>2)</sup>を算出した。

$$f = \sqrt{\frac{\bar{U}_s + U_s^{(2)}}{U_s^{(1)}}} \dots \dots \dots (15)$$

Drucker-Prager の降伏条件と Von Mises の降伏条件を用いた場合の安全率を比較してみると図-12のようになる。横軸が Von Mises の降伏条件を用いて求めた安全率、縦軸が Drucker-Prager の降伏条件を用いて求めた安全率である。Drucker-Prager の降伏条件では、すべて1以上であり弾性域にとどまっているにもかかわらず、Von Mises の降伏条件では、1以下になっているトンネルが存在する。これらはすべて土砂トンネルである。これらのトンネルが現実には破壊していないことを考えると、土砂トンネルの降伏条件には、Von Mises の

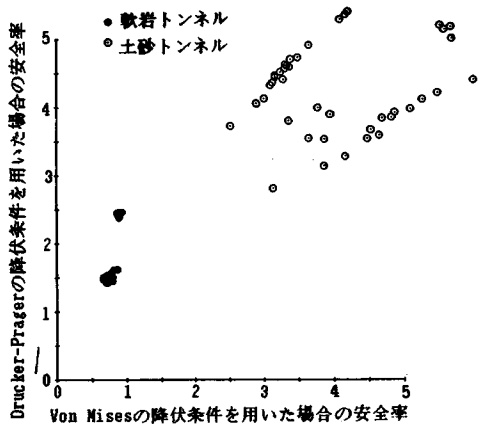


図-12 Von Mises と Drucker-Prager の降伏条件を用いた場合の安全率

降伏条件よりも Drucker-Prager の降伏条件を用いた方が実際の現象に合致していると思われる。

7. 結 論

本研究は、吹付けコンクリートとロックボルトで支保されたトンネルの安定性判定基準を、最大形状弾性ひずみエネルギーに求め、重力場のもとにあるトンネルの安定性に影響する要因を整理するとともに、大略の安定性基準を示したものである。さらに、この判定基準を既存の鉄道トンネルのデータに適用することによって、吹付けコンクリートとロックボルトとによって支保されたトンネルの安定性と支保の効果について考察した。詳細な点に関しては、解決されるべき多くの問題点を含んでいるが、総合的な視点からトンネルの安定性を判定する限り問題はないものと考える。本論文によって得られた結論は以下のようにまとめられる。

(1) 地山強度比  $\sigma_y/s$  または地山粘着力比  $2c/s$  が大きな値 (およそ 2.3 以上) である限り地山は無支保でも安定である。しかしその安定性は側圧係数  $k$  の値によって左右され、 $k$  の値が 1 に近いほど安定となる傾向がある。土被りが小さい場合には側圧係数  $k$  が 1 よりも少し小さいときに最も安定になる。

(2) ある深さより深い地山ではトンネル周辺の地山に作用する重力の影響を無視することができる。すなわち重力の影響を無視し、鉛直方向には土被り厚に比例する土圧が作用し、水平方向にはこの土圧に側圧係数を乗じた力を受けるとして解析した結果は、重力の影響を考慮した結果とほとんど変わらないばかりでなく、式の展開は非常に簡単になる<sup>1)</sup>。この深さは側圧係数によって異なるが側圧係数が 1 に近い場合はおよそトンネル半径の 10 倍である。

(3) 吹付けコンクリートの施工によって、トンネルの安定性は大幅に改善される。特に側圧係数  $k$  が 1 にないときや、地山の变形係数が小さい (主に軟岩地山や土砂地山) とときにこの傾向は著しい。一方ロックボルトの効果は浅いトンネルほど、側圧係数が 1 からずれるほど大きくなる。

(4) 側圧係数  $k$  はデータのばらつきが小さく安定したトンネルでは、ほぼ 0.8~1.0 の間に収束する。

(5) 吹付けコンクリートとロックボルトで支保された土砂トンネルにおいては、Von Mises の降伏条件よりも Drucker-Prager の降伏条件を用いた方が実際の現象を正しく表わしているものと考えられる。

付録 吹付けコンクリートで支持された円孔周辺に生じる応力

円孔周辺の応力場は、Airy の応力関数を  $\phi$  とおくと、

式 (1) のように与えられる。

また  $\phi$  は Airy の応力関数であり、 $y$  軸に関して対称であるときには式 (2) のように与えられる。

半径方向ひずみ  $\epsilon_{rr}$ 、周方向ひずみ  $\epsilon_{\theta\theta}$ 、せん断ひずみ  $\epsilon_{r\theta}$ 、半径方向変位  $u_r$ 、周方向変位  $u_\theta$  と応力との間には次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{rr} &= \frac{1}{E_0} \{(\sigma_{rr} - \nu_0 \sigma_{\theta\theta})\}, \quad \epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{E_0} \{(\sigma_{\theta\theta} - \nu_0 \sigma_{rr})\} \\ \epsilon_{r\theta} &= \frac{1}{2G} \sigma_{r\theta} = \frac{1 + \nu_0}{E_0} \sigma_{r\theta} \end{aligned} \right\} \dots (A.1)$$

$$u_r = \int \epsilon_{rr} dr, \quad u_\theta = \int (r \epsilon_{\theta\theta} - u_r) d\theta \dots (A.2)$$

ただし、 $E_0, \nu_0$  はそれぞれ平面ひずみ状態においては以下の値をとる。

$$E_0 = \frac{E}{1 - \nu^2}, \quad \nu_0 = \frac{\nu}{1 - \nu} \dots (A.3)$$

したがって、地山の応力および変位は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^R &= \frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left( \frac{b_1}{r} - \frac{2c_1}{r^3} + 2d_1 r - \frac{2A_1}{r} + \frac{3}{4} \rho g r \right) \\ &\quad \cdot \sin \theta - \left( 2a_2 + \frac{6c_2}{r^4} + \frac{4d_2}{r^2} \right) \cos 2\theta - \left\{ 6a_3 r \right. \\ &\quad \left. + 4b_3 r^3 + \frac{12c_3}{r^5} + \frac{10d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \sin 3\theta \\ \sigma_{\theta\theta}^R &= -\frac{b_0}{r^2} + 2c_0 + \left( \frac{b_1}{r} + \frac{2c_1}{r^3} + 6d_1 r + \frac{1}{4} \rho g r \right) \sin \theta \\ &\quad + \left( 2a_2 + 12b_2 r^2 + \frac{6c_2}{r^4} \right) \cos 2\theta + \left\{ 6a_3 r \right. \\ &\quad \left. + 20b_3 r^3 + \frac{12c_3}{r^5} + \frac{2d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \sin 3\theta \\ \sigma_{r\theta}^R &= \frac{A_0}{r^2} + \left( -\frac{b_1}{r} + \frac{2c_1}{r^3} - 2d_1 r + \frac{1}{4} \rho g r \right) \cos \theta \\ &\quad + \left( 2a_2 + 6b_2 r^2 - \frac{6c_2}{r^4} - \frac{2d_2}{r^2} \right) \sin 2\theta - \left\{ 6a_3 r \right. \\ &\quad \left. + 12b_3 r^3 - \frac{12c_3}{r^5} - \frac{6d_3}{r^3} + \frac{1}{4} \rho g r \right\} \cos 3\theta \\ &\quad \dots (A.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_r^R &= \frac{1}{E_0^R} \left[ -\frac{b_0}{r} (1 + \nu_0) + 2c_0 (1 - \nu_0) r + \left\{ b_1 (1 - \nu_0) \ln r \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{c_1}{r^2} (1 + \nu_0) + d_1 (1 - 3\nu_0) r^2 - 2A_1 \ln r \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{8} \rho g r^2 (3 - \nu_0) \right\} \sin \theta + \left\{ -2a_2 (\nu_0 + 1) r \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 4b_2 \nu_0 r^3 + \frac{2c_2 (\nu_0 + 1)}{r^3} + \frac{4d_2}{r} \right\} \cos 2\theta \right. \\ &\quad \left. + \left\{ -3a_3 (\nu_0 + 1) r^2 - b_3 (5\nu_0 + 1) r^4 + \frac{3c_3 (\nu_0 + 1)}{r^4} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{d_3 (\nu_0 + 5)}{r^2} - \frac{1}{8} \rho g r^2 (\nu_0 + 1) \right\} \sin 3\theta \right] + g^R(\theta) \end{aligned}$$

$$u_\theta^R = \frac{1}{E_0^R} \left[ -\left\{ b_1 (1 - \nu_0) (1 - \ln r) + \frac{c_1 (1 + \nu_0)}{r^2} \right. \right.$$



$$\begin{aligned}
 &+d_1(5+\nu_0)r^2+2A_1(\ln r+\nu_0) \\
 &-\frac{1}{8}\rho g r^2(5\nu_0+1)\cos\theta+\left\{2a_2(\nu_0+1)r\right. \\
 &+2b_2(\nu_0+3)r^3+\frac{2c_2(\nu_0+1)}{r^3} \\
 &+\left.\frac{2d_2(\nu_0-1)}{r}\right\}\sin 2\theta-\left\{3a_3(\nu_0+1)r^2\right. \\
 &+b_3(3\nu_0+7)r^4+\frac{3c_3(\nu_0+1)}{r^4}+\frac{d_3(3\nu_0-1)}{r^2} \\
 &+\left.\frac{1}{8}\rho g r^2(\nu_0+1)\right\}\cos 3\theta\cdots\cdots\cdots(A\cdot 5)
 \end{aligned}$$

一方コンクリートリングに作用する半径方向応力  $\sigma_{rr}^c$ , 周方向応力  $\sigma_{\theta\theta}^c$ , せん断応力  $\sigma_{r\theta}^c$  は一般に,

$$\begin{aligned}
 \sigma_{rr}^c &= \frac{b_0'}{r^2} + 2c_0' + \left( \frac{b_1'}{r} - \frac{2c_1'}{r^3} + 2d_1'r - \frac{2A_1}{r} + \frac{3}{4}\rho_c g r \right) \\
 &\cdot \sin\theta - \left( 2a_2' + \frac{6c_2'}{r^4} + \frac{4d_2'}{r^2} \right) \cos 2\theta - \left\{ 6a_3'r \right. \\
 &+ 4b_3'r^3 + \frac{12c_3'}{r^5} + \frac{10d_3'}{r^3} + \frac{1}{4}\rho_c g r \left. \right\} \sin 3\theta \\
 \sigma_{\theta\theta}^c &= -\frac{b_0'}{r^2} + 2c_0' + \left( \frac{b_1'}{r} + \frac{2c_1'}{r^3} + 6d_1'r + \frac{1}{4}\rho_c g r \right) \\
 &\cdot \sin\theta + \left( 2a_2' + 12b_2'r_2 + \frac{6c_2'}{r^4} \right) \cos 2\theta + \left\{ 6a_3'r \right. \\
 &+ 20b_3'r^3 + \frac{12c_3'}{r^5} + \frac{2d_3'}{r^3} + \frac{1}{4}\rho_c g r \left. \right\} \sin 3\theta \\
 \sigma_{r\theta}^c &= \frac{A_0'}{r^2} + \left( -\frac{b_1'}{r} + \frac{2c_1'}{r^3} - 2d_1'r + \frac{1}{4}\rho_c g r \right) \cos\theta \\
 &+ \left( 2a_2' + 6b_2'r^2 - \frac{6c_2'}{r^4} - \frac{2d_2'}{r^2} \right) \sin 2\theta - \left\{ 6a_3'r \right. \\
 &+ 12b_3'r^3 - \frac{12c_3'}{r^5} - \frac{6d_3'}{r^3} + \frac{1}{4}\rho_c g r \left. \right\} \cos 3\theta \\
 &\cdots\cdots\cdots(A\cdot 6)
 \end{aligned}$$

で表わされる。また、このとき半径方向変位  $u_r^c$ , 周方向変位  $u_\theta^c$  は,

$$\begin{aligned}
 u_r^c &= \frac{1}{E_0^c} \left[ -\frac{b_0'}{r} (1+\nu_0^c) + 2c_0'(1-\nu_0^c)r + \{b_1'(1-\nu_0^c)\ln r \right. \\
 &+ \frac{c_1'}{r^2} (1+\nu_0^c) + d_1'(1-3\nu_0^c)r^2 - 2A_1 \ln r \\
 &+ \frac{1}{8}\rho_c g r^2(3-\nu_0^c) \left. \right] \sin\theta + \left\{ -2a_2'(\nu_0^c+1)r \right. \\
 &- 4b_2'\nu_0^c r^3 + \frac{2c_2'(\nu_0^c+1)}{r^3} + \frac{4d_2'}{r} \left. \right\} \cos 2\theta \\
 &+ \left\{ -3a_3'(\nu_0^c+1)r^2 - b_3'(5\nu_0^c+1)r^4 + \frac{3c_3'(\nu_0^c+1)}{r^4} \right. \\
 &+ \left. \frac{d_3'(\nu_0^c+5)}{r^2} - \frac{1}{8}\rho_c g r^2(\nu_0^c+1) \right\} \sin 3\theta + g(\theta) \\
 u_\theta^c &= \frac{1}{E_0^c} \left[ -\left\{ b_1'(1-\nu_0^c)(1-\ln r) + \frac{c_1'(1+\nu_0^c)}{r^2} \right. \right. \\
 &+ d_1'(5+\nu_0^c)r^2 + 2A_1(\ln r+\nu_0^c) \\
 &+ \left. \left. -\frac{1}{8}\rho_c g r^2(5\nu_0^c+1) \right\} \cos\theta + \left\{ 2a_2'(\nu_0^c+1)r \right. \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ 2b_2'(\nu_0^c+3)r^3 + \frac{2c_2'(\nu_0^c+1)}{r^3} \\
 &+ \left. \frac{2d_2'(\nu_0^c-1)}{r} \right\} \sin 2\theta - \left\{ 3a_3'(\nu_0^c+1)r^2 \right. \\
 &+ b_3'(3\nu_0^c+7)r^4 + \frac{3c_3'(\nu_0^c+1)}{r^4} + \frac{d_3'(3\nu_0^c-1)}{r^2} \\
 &+ \left. \frac{1}{8}\rho_c g r^2(\nu_0^c+1) \right\} \cos 3\theta \cdots\cdots\cdots(A\cdot 7)
 \end{aligned}$$

ただし、 $g(\theta) = -S_2 \sin(\theta)$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{1}{E_r} \left\{ e \left[ b_1'(1-\nu_c) \ln r_0 + \frac{c_1'}{r_0^2} (1+\nu_c) + d_1'(1-3\nu_c)r_0^2 \right. \right. \\
 &- \left. \left. 2A_1 \ln r_0 + \frac{1}{8}\rho_c g r_0^2(3-\nu_c) \right] - \frac{c_1'}{r_0^2} (1+\nu_k) \right\}
 \end{aligned}$$

となる。ここで  $E_0^c$ ,  $\nu_0^c$ ,  $\rho_c$  はそれぞれコンクリートのヤング係数およびポアソン比および単位重量である。地山に作用する半径方向応力  $\sigma_{rr}^s$ , 周方向応力  $\sigma_{\theta\theta}^s$ , せん断応力  $\sigma_{r\theta}^s$ , および半径方向変位  $u_r^s$ , 周方向変位  $u_\theta^s$  は、式(A・4), (A・5) で与えられている。

コンクリートリングと地山の境界条件は以下のように与えられる。

- ①  $\sigma_{rr}^c(r_1) = 0$                       ②  $\sigma_{r\theta}^c(r_1) = 0$
- ③  $\sigma_{rr}^c(r_0) = \sigma_{rr}^s(r_0)$             ④  $\sigma_{r\theta}^c(r_0) = \sigma_{r\theta}^s(r_0)$
- ⑤  $u_r^c(r_0) = u_r^s(r_0)$             ⑥  $u_\theta^c(r_0) = u_\theta^s(r_0)$

これらの関係から未定係数を求めると

$$\begin{aligned}
 c_0 &= -\rho g(1+k)h/4 & d_1 &= \rho g k/8 \\
 a_2 &= -\rho g(1-k)h/4 & a_3 &= \rho g k/24 \\
 b_0 &= \rho g(1+k)h r_0^2/2 + \rho g(1+k)h r_0^2(X^2-1)/(2Q_0) \\
 A_1 &= [\rho g + \rho_c g(X^2-1)]r_0^2/2 \\
 b_1 &= (1-\nu_k)[\rho g + \rho_c g(X^2-1)]r_0^2/4 \\
 c_1 &= -\rho g r_0^2(\nu_k-k)/8 - r_0^2(X^2-1)[\rho g(X^2+1)(\nu_k-k) \\
 &\quad \cdot (\nu_k-3) + e\rho_c g((\nu_c+1)(\nu_k+1)X^4 + 2(\nu_c+1)X^2 \\
 &\quad - (\nu_c\nu_k + 3\nu_c - 3\nu_k - 1))]/(8Q_1) \\
 c_2 &= -\rho g(1-k)h r_0^2/4 - \rho g(1-k)h r_0^2(X^2-1)(\nu_k-3) \\
 &\quad \cdot (e\nu_c + e - \nu_k - 1)(X^6 - 3X^4 + 3X^2 - 1) \\
 &\quad + 4e(X^2+1)]/(4Q_2) \\
 d_2 &= \rho g(1-k)h r_0^2/2 + \rho g(1-k)h r_0^2(X^2-1)(\nu_k-3) \\
 &\quad \cdot (e\nu_c + e - \nu_k - 1)(X^6 - 3X^4 + 2X^2 - 1) \\
 &\quad + 4e]/(2Q_2) \\
 c_3 &= \rho g(1-k)r_0^2/12 + \rho g(1-k)r_0^2(X^2-1)(\nu_k-3) \\
 &\quad \cdot (e\nu_c + e - \nu_k - 1)(X^{10} + X^8 - 8X^6 + 8X^4 - X^2 - 1) \\
 &\quad + 4e(X^4 + X^2 + 1)]/(12Q_3) \\
 d_3 &= -\rho g(1-k)r_0^2/8 - \rho g(1-k)r_0^2(X^2-1)(\nu_k-3) \\
 &\quad \cdot (e\nu_c + e - \nu_k - 1)(X^{10} + X^8 - 8X^6 + 8X^4 - X^2 - 1) \\
 &\quad + 4e(X^2+1)]/(8Q_3) \cdots\cdots\cdots(A\cdot 8)
 \end{aligned}$$

ただし、 $X = r_1/r_0$ ,  $e = E_0^s/E_0^c$  と置いている。一方吹付けコンクリートの係数は,

$$\begin{aligned}
 b_0^s &= \rho g(1+k)(\nu_k+1)h r_0^2 X^2/(2Q_0) \\
 c_0^s &= -\rho g(1+k)h(\nu_k+1)/(2Q_0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A'_1 &= -\rho_c g X^2 r_0^2 / 2 \\
 b'_1 &= -(1-\nu_c) \rho_c g X^2 r_0^2 / 4 \\
 c'_1 &= r_0^4 [ -X^6 \rho_c g \{e(\nu_c+1)^2 + (\nu_R+1)(\nu_R-\nu_c)\} \\
 &\quad + X^4 \{ \rho g (k-\nu_R)(\nu_R+1) \} + \rho_c g \{e(\nu_c^2-1) \\
 &\quad + (\nu_R+1)(\nu_R-\nu_c)\} ] / (8 Q_1) \\
 d'_1 &= \{ X^4 \rho_c g \nu_c (e\nu_c + e-\nu_R-1) - X^2 \rho_c g (e(\nu_c+1)^2 \\
 &\quad + (\nu_R+1)(\nu_R-\nu_c)) + \rho g (k-\nu_R)(\nu_R+1) \\
 &\quad + \rho_c g (e(3\nu_c-1) + (\nu_R+1)\nu_R) \} / (8 Q_1) \\
 a'_2 &= -\rho g (1-k) h (\nu_R-3) \{ 4 X^6 - 12 X^4 - 1 \} \\
 &\quad \cdot (e\nu_c + e-\nu_R-1) + 4 e / (4 Q_2) \\
 b'_2 &= \rho g (1-k) h (\nu_R-3) X^2 (X^2-1) (e\nu_c + e-\nu_R-1) / \\
 &\quad \cdot (2 r_0^2 Q_2) \\
 c'_2 &= -\rho g (1-k) h r_0^2 (\nu_R-3) X^4 (X^4-1) (e\nu_c + e-\nu_R-1) \\
 &\quad + 4 e / (4 Q_2) \\
 d'_2 &= \rho g (1-k) h r_0^2 (\nu_R-3) X^2 (X^6-1) (e\nu_c + e-\nu_R-1) \\
 &\quad + 4 e / (2 Q_2) \\
 a'_3 &= -\rho_c g / 24 + \rho g (1-k) (\nu_R-3) \{ (e\nu_c + e-\nu_R-1) \\
 &\quad \cdot (9 X^6 - 8 X^4 - 1) + 4 e \} / (24 Q_3) \\
 b'_3 &= -\rho g (1-k) (\nu_R-3) X^4 (X^2-1) (e\nu_c + e-\nu_R-1) / \\
 &\quad \cdot (4 r_0^2 Q_3) \\
 c'_3 &= \rho g (1-k) r_0^2 (\nu_R-3) X^6 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (X^6-1) \\
 &\quad + 4 e / (12 Q_3) \\
 d'_3 &= -\rho g (1-k) r_0^2 (\nu_R-3) X^4 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (X^6-1) \\
 &\quad + 4 e / (8 Q_3) \dots\dots\dots (A-9)
 \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}
 Q_0 &= X^2 (e\nu_c + e-\nu_R-1) - (e\nu_c - e-\nu_R-1) \\
 Q_1 &= X^4 (e\nu_c + e-\nu_R-1) - (e\nu_c - 3e-\nu_R-1) \\
 Q_2 &= X^6 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c - 3e-\nu_R+3) \\
 &\quad - 4 X^4 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c + e-\nu_R+3) \\
 &\quad + 6 X^4 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c + e-\nu_R+3) \\
 &\quad - 4 X^2 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c + 3e-\nu_R+3) \\
 &\quad - 4 e (e\nu_c - \nu_R) + (e\nu_c + e-\nu_R+3) \\
 &\quad \cdot (e\nu_c - 3e-\nu_R+3) \\
 Q_3 &= -X^{12} (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c - 3e-\nu_R+3) \\
 &\quad + 9 X^8 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c + e-\nu_R+3) \\
 &\quad - 16 X^6 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c + e-\nu_R+3) \\
 &\quad + X^4 \{ 9 (e\nu_c + e-\nu_R-1) (e\nu_c + e-\nu_R+3) \\
 &\quad - 8 e (e\nu_c - e-\nu_R+1) - (e\nu_c + e-\nu_R-1) \\
 &\quad \cdot (e\nu_c - 3e-\nu_R+3) - 16 e \} \dots\dots\dots (A-10)
 \end{aligned}$$

また、吹付けコンクリートの厚さを  $t$ 、 $t$  と  $r_0$  の比を  $\delta$  とおくと、

$$X = r_1 / r_0 = (r_0 - t) / r_0 = 1 - t / r_0 = 1 - \delta$$

となり、 $\delta = t / r_0 \ll 1$  なので、2次以上の項を無視する

と ( $\delta_n = 0 (n \geq 2)$ )

$$\begin{aligned}
 b_0 &= \rho g (1+k) h r_0^2 / 2 + \rho g (1+k) h r_0^2 \delta (\nu_R+1) / (2 Q_0) \\
 A_1 &= (\rho g - 2 \delta \rho_c g) r_0^2 / 2 \\
 b_1 &= (1-\nu_R) (\rho g - 2 \delta \rho_c g) r_0^2 / 4 \\
 c_1 &= -\rho g r_0^2 (\nu_R-k) / 8 + r_0^2 \delta (\nu_R+1) \{ \rho g (k-\nu_R)(\nu_R-3) \\
 &\quad - 2 \rho_c g e \} / (8 Q_1) \\
 c_2 &= -\rho g (1-k) h r_0^2 / 4 + \rho g (1-k) h r_0^2 \delta (\nu_R-3) / (4 Q_2) \\
 d_2 &= \rho g (1-k) h r_0^2 / 2 - \rho g (1-k) h r_0^2 \delta (\nu_R-3) / (4 Q_2) \\
 c_3 &= \rho g (1-k) r_0^2 / 12 - \rho g (1-k) r_0^2 \delta (\nu_R-3) / (8 Q_3) \\
 d_3 &= -\rho g (1-k) r_0^2 / 8 + \rho g (1-k) r_0^2 \delta (\nu_R-3) / (8 Q_3) \\
 &\quad \dots\dots\dots (A-11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \frac{1}{E_R} \left[ e \left\{ b'_1 (1-\nu_c) \ln r_0 + \frac{c'_1}{r_0^2} (1+\nu_c) + d'_1 (1-3\nu_c) r_0^2 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 2 A'_1 \ln r_0 + \frac{1}{8} \rho_c g r_0^2 (3-\nu_c) \right\} - \frac{c_1}{r_0^2} (1+\nu_R) \right] \\
 &\quad \dots\dots\dots (A-12)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 Q_0 &= \delta (e\nu_c + e-\nu_R-1) - e \\
 Q_1 &= \delta (e\nu_c + e-\nu_R-1) - e \\
 Q_2 &= \delta (e\nu_c + 3e-\nu_R-3) - e \\
 Q_3 &= \delta (e\nu_c + 5e-\nu_R-5) - e \\
 e &= E_R (1-\nu_c^2) / E_c (1-\nu_R^2)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A-13)$$

求められた応力式 (A-4) からそれぞれ式 (4) を差し引いた応力が本文式 (6) を与えている。

参考文献

- 1) 西岡 隆・松本嘉司：形状弾性ひずみエネルギーによるトンネル周辺地山の安定解析，土木学会論文集，第376号，pp.151-160，1986.12.
- 2) 松本嘉司・西岡 隆・鹿野正人：吹付けコンクリートとロックボルトを用いたトンネルの特性と事前設計方法，土木学会論文集，第376号，pp.161-169，1986.12.
- 3) Yamaguti, N. : On the Stresses Around a Horizontal Circular Hole in Gravitating Elastic Solid, 土木学会誌，第15巻，第4号，pp.291-305，1929.4.
- 4) 安蔵善之助：水平表面に接して一円孔を有つ重力体中の応力に就いて，九大工学部集，Vol.12, No.3, pp.145-159，1937.3.
- 5) Mindlin, R. D. : Stress Distribution around A Tunnel, Trans. of ASCE, Vol.105, pp.1117-1153，1940.
- 6) M. J. ボックス，D. デイビス，W. H. スワン著，黒田充訳：非線形最適化法の技法，培風館.
- 7) 池田和彦：トンネルの岩盤強度分類，鉄道技術研究報告，1969.
- 8) 今野 浩・山下 浩：非線形計画法，日科技連，1978.

(1987.9.24・受付)