【土木学会論文集 第393号／II-9（ノート） 1988年5月】

最大水文量発生の確率的評価についての考察

A CONSIDERATION ON THE PROBABILISTIC ESTIMATION OF MAXIMUM HYDROLOGICAL QUANTITIES OCCURRENCE

高瀬信忠*・宇治橋康行**・小川正宏***

By Nobutada TAKASE, Yasuyuki UJIHASHI and Masahiro OGAWA

It is very important in the river-works design to estimate maximum hydrological quantities occurrence, such as the heavy rainfall and the flood. In this paper, assuming that the annual maximum values follow the log-normal distribution, we consider the distribution of the maximum values which occur within the lifetime of structure for river-works. And analyzing the data from four stations (Kanazawa, Toyama, Fukui and Nanao), we find that the hydrological variable in accordance with large return period is nearly equal to the value which is the mode of the annual maximum values distribution that can occur within the lifetime of the structure. Furthermore we suggest the statistical method to evaluate the occurrence times and magnitude when severe hydrological events occurred repeatedly in a fixed interval.

Keywords : *river planning, hydrological statistics, hydrological quantities occurrence, probabilistic estimation*

1. はじめに

水害発生の原因となり，外力ともなる豪雨や洪水などの水文事象は不確定性の強い自然現象である．これに対して，水文統計学は治水計画における規模決定などのための情報を与える有力な手法として発展してきた．なかでも計画の規模は，一般には降雨量や流量など水文量の年超過確率で評価されるが[1]，端野[2]は，総雨量とピークの降雨強度の2変数年最大値の同時分布より両者の確率関数を明らかにするとともに，計画降雨波形を確率論的に設定する方法を提案し，中西ら[3]は，用いた分布関数について既往最大値が位置するような降雨分布の裾付近でうまく適合しているかどうかを，客観的に確率評価するための1手法を提示し，ともに注目すべき研究成果を得ている．

本研究は，治水構造物などを設計する場合に基準となるべき設計水文量について，構造物の耐用期間内に発生する年最大水文量の分布を対数正規分布と仮定して使う場合について考察し，T 年間に生起する水文量の最大値の最頻値が T 年確率水文量にほぼ等しいことを示すとともに，ある程度以上の水文量が同一月（年）に2～3度と続いて生起する確率は意外に大きいものであるということを示し，これらについての確率的評価について検討したものである．

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科（〒920 金沢市小立野 2-40-20）
** 正会員 工修 金沢大学助手 工学部土木建設工学科（同上）
*** 正会員 工修 学働基準監督官長野労働基準監督署篠ノ井庁舎（〒388 長野市篠ノ井唐臼 97-1）

2. 構造物の耐用期間と計画水文量

（1） 構造物の耐用期間内に生起する最大水文量の分布

一般に，水文量の再現期間 (Return Period) とは，「水文量の観測値について，ある大きさの年極値が平均的に何年に1度出現するかを求め，その年数を再現期間」と定義される[4]．この平均年数は，その年極値を超える値が出現する確率の逆数に相当している．

いま，年極値として年最大値をとり，再現期間 T 年の水文量を x_T で表わすと，任意の年の年最大値 X が x_T を超過する確率は $1/T$ に等しい．逆に，X が x_T 以下となる確率は次式で表わされる．

$$\mathrm{Prob}(X \leq x_T) = 1 - \frac{1}{T} \qquad (1)$$

年最大値水文量の分布型に関して，ガンベル分布の例が松尾らによって解析されているが[5]，ここでは，水文

関係で広く用いられている対数正規分布について考察してみよう．

対数正規分布においては，T と x_T には次のような関係がある．

$$1-\frac{1}{T}=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-t^2}dt \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

ここで，m は，$\log X$ の平均値，σ^2 はその分散であるとし，m および σ^2 の推定値をそれぞれ m', σ'^2, X の系列を $\{X_i\}$, 全体の系列数を N とすれば,

$$t=(\log x_T-m)/(\sqrt{2}\,\sigma),\quad m'=\sum_{i=1}^{N}\log X_i/N,$$

$$\sigma'^2=\sum_{i=1}^{N}(\log X_i-m')^2/N$$

である．いま，構造物の耐用期間を τ とし，この耐用期間内に発生する最大の水文量 X_τ^*（確率変数）が x_T 以下である確率は，年最大水文量の発生を偶発的と仮定すれば,

$$\mathrm{Prob}\,(X_\tau^*\leqq x_T)=\{\mathrm{Prob}\,(X\leqq x_T)\}^\tau \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

式（1），（3）より

$$\mathrm{Prob}\,(X_\tau^*\leqq x_T)=\left(1-\frac{1}{T}\right)^\tau$$

となる．この場合，X_τ^* そのものの分布が知りたいが，まず，式（2），（3）より，次式が得られる．

$$\mathrm{Prob}\,(X_\tau^*\leqq x_T)=\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-t^2}dt\right\}^\tau \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

次に，耐用期間 τ 年内に発生する最大水文量 X_τ^* の確率分布関数 $F(X_\tau^*)$ は，次式のように表わされる．

$$F(X_\tau^*)=\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-t^2}dt\right\}^\tau \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

したがって，X_τ^* の確率密度関数 $f(X_\tau^*)$ は式（5）を X_τ^* で微分して誘導される．なお，$\theta=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-t^2}dt$ とおくと

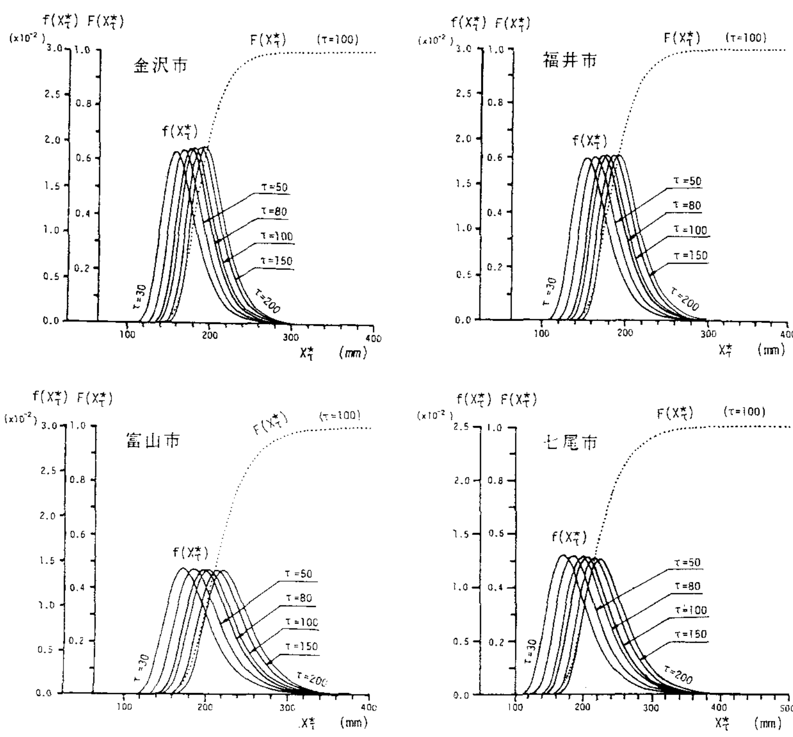
$$f(X_\tau^*)=\tau\theta^{\tau-1}\frac{1}{\sqrt{\pi}}e^{-t^2}\frac{\log e}{\sqrt{2}\,\sigma X_\tau^*}$$

$$=\frac{\tau\log e}{\sqrt{2\pi}\,\sigma X_\tau^*}\left\{\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{t}e^{-t^2}dt\right\}^{\tau-1}e^{-t^2}\cdots\cdots(6)$$

となる．ここに，t, m, σ^2 は前述のように標本より計算されるが，耐用期間 τ 内に発生する最大水文量の分布例として，表—1 に示す北陸地方の金沢市・富山市・福井市および七尾市の代表 4 地点における年最大日雨量の解析結果を図—1 に示す．なお，これら各地点における年最大日雨量の系列相関係数をそれぞれ求めたところ，5％の有意水準内で近似的に純偶発性を仮定するこ

表—1 解析対象地点

No	地点	統計年数	資料数	期間（年）	欠測（年）
1	金沢市	100	100	1886～1985	
2	富山市	79	77	1907～1985	1908，1923
3	福井市	89	88	1897～1985	1945
4	七尾市	88	69	1898～1985	（19年間）



図—1 $f(X_\tau^*)$ および $F(X_\tau^*)$

とができた.

（2） **解析結果に対する考察**

ガンベル分布については,「耐用期間 τ 内に発生する水文量の最大値 X_τ^* としては, 耐用期間が大きい場合, 耐用期間と等しい再現期間 T をもつ水文量が最頻値となる」ことが理論的にも誘導されている[5]. しかし, 対数正規分布については, これらの関係を解析的には求めることは容易でない. そこで, 耐用期間 τ を再現期間とする値と, 式（6）を用いて求めた耐用期間内における最頻値を比較したものが表—2である. この表より, x_τ と X_τ^* はほとんど一致していることがわかるが, このことから対数正規分布においてもガンベル分布の場合と同様, 耐用期間内に発生する水文量の最大値としては, 耐用期間にほぼ等しい再現期間をもつ水文量が最も生起しやすい最頻値であるといえよう. また, 図—1より X_τ^* の分布はややひずんだ形をしており, τ の変化による分布形の変化はほとんどなく, ピークを中心に広い範囲にわたって分布していることがわかる. いま, 河川改修工事の規模を決める計画高水流量などの決定に際し, 再現期間 T 年の計画降雨量 x_T を採用したとすれば, 安全性という観点から考えると, x_T 以上の降雨量の発生を考慮していないことになり, 計画としては危険側となるおそれがあることも考えられる. このような問題に対しては著者らの研究[6]などもあるが, 上述の結果から判断すると再現期間を耐用年数（$T=\tau$）と考えれば, 構造物に対する安全性という面からみると, その構造物の耐用期間内に発生する最大の水文量を採用すべきであるという議論[5]も出てくるものと思われる.

3. 特定期間内に豪雨が繰り返し生起する場合の確率的評価

設計水文量の設定にあたっては, 前述したように最大の水文量を重視しなければならないことはもちろんであるが, 特定期間内に繰り返し生起するような降雨規模とその生起回数についても十分考慮すべきである[7]. すなわち, 石川県能登地方における1985年梅雨前線豪雨の例にみられるように, 個々の降雨量はそれほど大きくない場合でも繰り返し生起することにより河川流域・斜面の保水量等が増加し, 単独では災害とならなかった雨によっても大きな災害の発生することがある.

ここでは, このような繰り返し生起する降雨に対する確率的評価について検討するとともに, 金沢市・七尾市の2地点における6, 7月の2日間雨量を例として解析した.

日降水量系列がポアソン過程に従うことはよく知られ

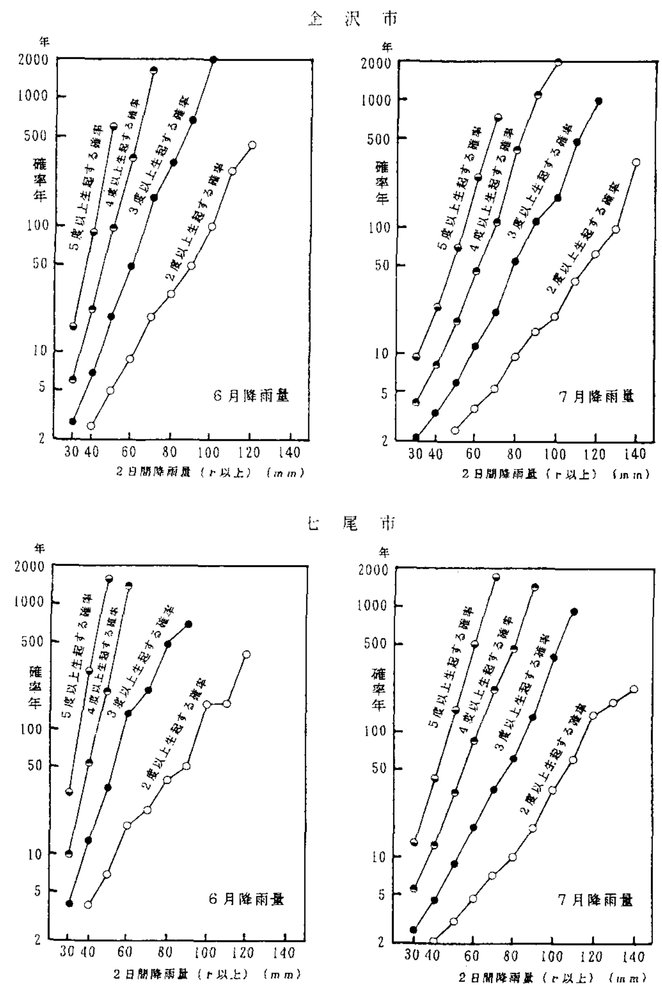
表—2 解析対象地点の年最大日雨量系列に対する x_T と X_τ^* との比較

地点	金沢市		富山市		福井市		七尾市	
τ（年）	x_τ	X_τ^*	x_τ	X_τ^*	x_τ	X_τ^*	x_τ	X_τ^*
30	155	158	170	172	156	154	172	171
50	165	168	184	184	167	164	187	186
80	174	176	196	197	177	173	200	199
100	178	180	202	202	182	178	207	205
150	185	188	212	214	191	186	218	217
200	190	194	220	220	197	192	227	225

注1） τ ：耐用年数（耐用期間）（年）

2） x_τ ：積率法（石原・高瀬法）による τ を再現期間とした年最大日雨量（mm）

3） X_τ^* ：τ 年間における最頻値の年最大日雨量, すなわち, 図—1において, おのおのの τ に対して $f(X_\tau^*)$ が最大となっている X_τ^* の値（mm）



図—2 金沢市および七尾市地点の6月および7月における2日間（初日から2日間ごとに分ける）降雨量の確率年

ているが，ある期間内におけるある大きさ以上の降雨の生起がポアソン分布に従うと仮定すれば，ある大きさ以上の降雨が n 回以上生起する確率は次式で与えられる．

$$P(n|\gamma)=1-\sum_{k=0}^{n-1}\frac{\lambda_\gamma^k}{k!}\exp(-\lambda_\gamma)\cdots\cdots(7)$$

ここに，$P(n|\gamma)$：γ mm 以上の降雨が同年同期に n 回以上生起する確率，λ_γ：γ mm 以上の降雨の平均生起度数である．

1985 年梅雨期には 2 日間を単位とする降雨の繰り返し生起により，能登地方を中心に甚大な河川災害が発生した．そこで，各月ごとに最初から 2 日間ごとに分けて 2 日雨量を求め，10 mm ごとにランク分けした．そして，各ランクごとに系列相関係数を求めたところ，金沢市・七尾市の 6, 7 月のデータはともに有意水準 5 % で近似的に純偶発生を仮定することができた．さらに，ポアソン分布に従うかどうかについて χ^2 検定を行ったところ，5 % の有意水準内で適合した．

降雨の生起が純偶発的であり，ポアソン分布を仮定することができたので，6, 7 月にあるランク以上の 2 日間雨量が n 回以上生起する確率年を式（7）より求めプロットしたものが図—2 である．図より，1985 年 7 月の七尾市における 90 mm 以上の 2 日間雨量の 3 回以上の生起は，およそ 135 年確率であり，100 mm 以上の 2 日間雨量の 3 回以上の生起は，およそ 400 年確率であることがわかる．一方，この期間内の最大日雨量は 7 月 8 日に 144 mm が記録され，この値はこの年の年最大日雨量でもあったが，その確率年はわずかに約 12 年であった．なお，七尾市の 6 月，金沢市の 6, 7 月においても同様な傾向が認められたが，同じ月に 100 mm 以上の 2 日間雨量が 3 回以上も起きると被害も一段と大きくなることが予想されることから，河川の安全性を評価するうえで，T 年水文量や耐用年数内に発生する最大水文量だけでなく，繰り返し生起するような水文量の生起回数と規模についての確率的評価も重要なものと思われる．

4. おわりに

本論文は，河川などの治水計画に際して，その外力ともなる不確定性の強い自然現象である水文事象の発生についての考察をしたものである．特に，年最大値水文量の分布型として，水文関係で最も汎用されている対数正規分布について，治水構造物などの耐用期間内に発生する年最大日雨量がどのような発生の状況をしているかについて，金沢市・富山市・福井市および七尾市の北陸地方における代表的な 4 地点資料について，水文量の再現期間との関係より検討を行った．結果として，耐用期間内における最大水文量分布の最頻値はガンベル分布の場合と同様に耐用期間を再現期間とする水文量の値とほぼ一致することがわかったが，治水構造物に対する外力となる計画水文量について，再現期間を耐用年数と考えることなど構造物の安全性という面からみて，検討すべき余地も残されている．また，大雨の生起頻度については，江藤らの注目すべき研究もなされているが[8]，特定期間内に繰り返し生起する降雨事象の規模と生起回数の確率的評価法を提示し，金沢市・七尾市の 6，7 月の 2 日間雨量の解析から，このような繰り返し事象とその評価法の重要性を明らかにした．

最後に本研究に際し，有益なご教示と懇切なご指導を賜わった長尾正志教授（名古屋工業大学）に深甚なる謝意を表する次第である．

参考文献

1) 建設省河川局監修（日本河川協会編）：建設省河川砂防技術基準（案）・計画編，日本河川協会（山海堂），pp. 11，1977.

2) 端野道夫：Freund 分布による条件付確率降雨波形と計画降雨波形の決定法，第 31 回水理講演会論文集，pp. 203～208，1987.

3) 中西祐啓・江藤剛治：河川計画における降雨の確率評価の可能性について，第 5 回自然災害科学会学術講演会要旨集，自然災害科学会，pp. 133～134，1986.

4) 土木用語事典編集委員会編：土木用語辞典・技報堂・コロナ社，pp. 579，1971.

5) 松尾　稔・上野　誠：斜面崩壊防止のための信頼性設計に関する研究，土木学会論文報告集，No. 276，pp. 77～78，1978.

6) Chow, V. T. and Takase, N.：Design Criteria for Hydrologic Extremes, Proc. ASCE, Vol. 103, No. HY4, pp. 425～436, 1977.

7) 山岡　勲・藤田睦博・星　清：河川流出機構の研究，昭和 56 年 8 月北海道豪雨災害に関する調査研究（研究代表者：岸　力），pp. 45～69，1982.

8) 江藤剛治・室田　明・米谷恒春・木下武雄：大雨の頻度，土木学会論文集，No. 369／II-5，pp. 165～174，1986.

（1987. 8. 12・受付）