

応力モデルによる開水路流れの乱れ特性量の推定について

ESTIMATION OF THE TURBULENT CHARACTERISTICS IN OPEN CHANNEL FLOWS BY MEANS OF THE STRESS FLUX MODEL

細田 尚*・余越正一郎**

By Takashi HOSODA and Shoichiro YOKOSI

Turbulent characteristics in open channel flows are estimated by means of the stress flux model proposed by Launder, Reece and Rodi. Vertical distributions of the components of Reynolds stress tensor and turbulent energy dissipation rate are derived numerically. Numerical results are compared with the previous experimental studies by Nezu and Asano. Then the constants appeared in Launder's formula concerning the turbulent diffusion coefficients are estimated using the numerical results in this study and the experimental studies of the turbulent diffusion coefficients in open channel flows.

Keywords: turbulence model, turbulent structure, open channel

1. 緒 言

本研究では、まず Launder・Reece・Rodi¹⁾が提案した応力モデルを用いて、開水路流れの乱れ特性量の推定を試みる。さらに乱流拡散係数に関して Launder²⁾が示している表示を適用する際に必要となる係数について、開水路流れでの乱流拡散実験の結果と乱れ特性量の計算結果を用いて検討する。

応力モデルは、Reynolds 応力方程式そのものを解いて Reynolds 応力を求めるため、乱れ特性量に関して k - ϵ モデルより詳細な結果を得ることができる。そこで、応力モデルの特性を把握するため、従来より実験的検討が進められている開水路流れの乱れ特性量の水深方向の分布を応力モデルにより推定し、従来の結果³⁾⁻⁵⁾と比較する。 k - ϵ モデルを用いて、流速分布・乱れエネルギー・乱れエネルギー散逸率の推定は可能であるが^{6),7)}、空間の三方向の乱流拡散係数を検討するためには、乱流構造の三次元性を考慮した応力モデルが有効となる。そこで、応力モデルによる結果を用いた乱流拡散係数の推定法に

ついても考察を加えた。

2. 応力モデルの基礎式

対象とする流れの概要と用いる座標系を Fig.1(a) に示す。基礎式は Reynolds 方程式、Reynolds 応力方程式と ϵ -方程式から構成される。等流状態を考え、時間平均量の x に関する微係数を 0 とすれば、連続式より $V=0$ となる (V : 時間平均流速ベクトルの y 方向成分)。このとき、Reynolds 方程式の x 方向成分は次式となる。

$$0 = g \sin \theta + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 θ : 路床勾配、 (u, v) : 変動流速ベクトルの x, y 方向成分、 $-$: 時間平均を表わす。

一方、Reynolds 応力方程式として、Launder・Reece・Rodi¹⁾のモデルを用いれば次のようになる。

$$\begin{aligned} 0 = & -\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} - c_1 \frac{\epsilon}{k} \overline{uv} - \frac{(c_2+8)}{11} \left[-\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} \right] \\ & - \frac{(30c_2-2)}{55} k \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{(8c_2-2)}{11} \left[-\overline{u^2} \frac{\partial U}{\partial y} \right] \\ & + c'_s \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\overline{v^2} k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} = -2 \overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2}{3} \epsilon - c_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\overline{u^2} - \frac{2}{3} k \right)$$

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 広島大学教授 工学部4類(建設系)
(〒724 広島市西条町下見)

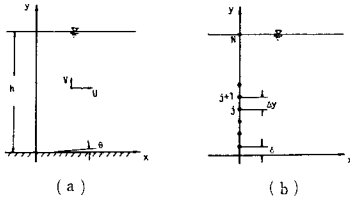


Fig.1 Definition Sketch.

$$-\frac{(c_2+8)}{11} \left(-2 \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{2}{3} \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{(8c_2-2)}{11} \left[\frac{2}{3} \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} \right] + c'_s \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y} \right] \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial \bar{v}^2}{\partial t} = -\frac{2}{3} \epsilon - c_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{v}^2 - \frac{2}{3} k \right) - \frac{(c_2+8)}{11} \left[\frac{2}{3} \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} \right] - \frac{(8c_2-2)}{11} \left[-2 \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{2}{3} \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} \right] + c'_s \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \bar{v}^2}{\partial y} \right] \dots\dots\dots(4)$$

$$\frac{\partial \bar{w}^2}{\partial t} = -\frac{2}{3} \epsilon - c_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{w}^2 - \frac{2}{3} k \right) - \frac{(c_2+8)}{11} \left[\frac{2}{3} \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} \right] - \frac{(8c_2-2)}{11} \left[\frac{2}{3} \bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} \right] + c'_s \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial y} \right] \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 k ：乱れエネルギー $-(\bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2)/2$ 、 ϵ ：乱れエネルギー散逸率、 c_1, c_2, c'_s ：モデル定数である。式(3)、(4)、(5)で左辺の時間微分項を残したものは、 $\bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2$ に関して初期条件より時間発展をとって定常状態に漸近させる方法を用いるためである。

最後に ϵ -方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} (-u\bar{v}) \frac{\partial U}{\partial y} - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + c_{\epsilon} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $c_{\epsilon 1}, c_{\epsilon 2}, c_{\epsilon}$ ：モデル定数である。

Launder・Reece・Rodi¹⁾が示しているように、式(3)、(4)、(5)で非定常項と拡散項が無視できるとき、

$$\begin{cases} -\bar{u}\bar{v}\partial U/\partial y = \epsilon \text{ を用いて次式が得られる。} \\ \bar{u}^2/k - 2/3 = (8+12c_2)/33c_1 \\ \bar{v}^2/k - 2/3 = (2-30c_2)/33c_1 \\ \bar{w}^2/k - 2/3 = (-10+18c_2)/33c_1 \end{cases} \dots\dots\dots(7)$$

$-\bar{u}\bar{v}\partial U/\partial y = \epsilon$ は k - ϵ モデルにおいて壁面近傍での境界条件として用いられているものであり、本研究でも $\bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2$ の壁面近傍での境界条件として wall function 法により k を求め、式(7)より k を $\bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2$ に配分する。

式(2)の拡散項が無視されるときには

$$-\bar{u}\bar{v} = \frac{1}{c_1} \frac{k}{\epsilon} \left[\bar{v}^2 - \frac{(c_2+8)}{11} \bar{v}^2 + \frac{(30c_2-2)}{55} k \right] - \frac{(8c_2-2)}{11} \bar{u}^2 \frac{\partial U}{\partial y} \dots\dots\dots(8)$$

となり、Rodi²⁾が指摘しているように、式(8)は式(7)を用いて、 k - ϵ モデルの渦動粘性係数の表示を与える次式となる。

$$-\bar{u}\bar{v} = \frac{1}{c_1} \left[\frac{22c_1 - 30c_2 + 2}{33c_1} \cdot \frac{3-c_2}{11} + \frac{30c_2-2}{55} - \frac{8c_2-2}{11} \cdot \frac{22c_1 + 12c_2 + 8}{33c_1} \right] \frac{k^2}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial y} \dots\dots\dots(9)$$

3. 解析方法

解析の手順は次のようである。 $-\bar{u}\bar{v}$ は式(1)より $-\bar{u}\bar{v} = u_*^2(1-y/h)$ とした。 u_* は $\sqrt{gh \sin \theta}$ で定義される摩擦速度である。 $U, \bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2, \epsilon$ はまず初期条件より、式(3)、(4)、(5)、(6)を差分化して次ステップの $\bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2, \epsilon$ を求める。これを用いて式(8)を解き次ステップの U を求めた。定常状態に達するまで繰り返し、計算結果とした。

境界条件は次のようにして与えた。 $y=\delta$ での k, ϵ を wall function 法、すなわち

$$k_\sigma / u_*^2 = 1/\sqrt{c_\mu}, \quad \epsilon_\sigma = u_*^3 / \lambda \delta$$

で求め、 k_σ を式(7)を用いて $u_\sigma^2, v_\sigma^2, w_\sigma^2$ に配分した。 $c_\mu = 0.09$ を用いる。 $y=\delta$ での U は対数則

$$\frac{U_\sigma}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* \delta}{\nu} + A_s$$

で与えた。自由表面では次式を用いた。

$$\begin{aligned} \partial \bar{u}^2 / \partial y = 0, \quad \bar{v}^2 = 0, \quad \partial \bar{w}^2 / \partial y = 0, \\ \partial \epsilon / \partial y = 0 \quad (y=h) \end{aligned}$$

初期条件は次式で与えた。

$$\bar{u}^2 = \bar{u}_\sigma^2, \quad \bar{v}^2 = \bar{v}_\sigma^2, \quad \bar{w}^2 = \bar{w}_\sigma^2, \quad \epsilon = \epsilon_\sigma,$$

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* y}{\nu} + A_s$$

解析を行う前に基礎式を無次元化する。無次元量

$$\begin{aligned} \bar{u}^2 = \bar{u}^2 / u_*^2, \quad \bar{v}^2 = \bar{v}^2 / u_*^2, \quad \bar{w}^2 = \bar{w}^2 / u_*^2, \\ \epsilon' = \epsilon h / u_*^3, \quad U' = U / u_*, \quad y' = y / h, \quad t' = t u_* / h \end{aligned}$$

を用いて式(3)~(6)、(8)を書き直し、無次元量を示す'をとると元の式に一致する。ただし、 U に関する境界条件は $U'_\sigma = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{u_* h}{\nu} \cdot \delta' \right) + A_s$ となり、無次元パラメーター $u_* h / \nu$ が現われる。以後、無次元量を表わす'をとる。

式(3)~(6)、(8)を Fig.1(b)を参照して次のように離散化した。式(3)は次のようになる。

$$(j < N) \quad \frac{\bar{u}^{2n+1} - \bar{u}^{2n}}{\Delta t} = -2 \bar{u}\bar{v} \frac{U_{j+1} - U_{j-1}}{2 \Delta y}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3} \varepsilon_j^n - c_1 \frac{\varepsilon_j^n}{k_j^n} \left(\overline{u_j^{2n}} - \frac{2}{3} k_j^n \right) \\
 & - \frac{(c_2 + 8)}{11} \left(-2 \overline{uv_j^n} \frac{U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2 \Delta y} \right. \\
 & \left. + \frac{2}{3} \overline{uv_j^n} \frac{U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2 \Delta y} \right) \\
 & - \frac{(8c_2 - 2)}{11} \left(\frac{2}{3} \overline{uv_j^n} \frac{U_{j+1}^n - U_{j-1}^n}{2 \Delta y} \right) \\
 & + c_s' \left[\frac{(\overline{v_{j+1}^{2n}} + \overline{v_j^{2n}})/2 \cdot (k_{j+1}^n + k_j^n)/2}{(\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n)/2} \cdot \frac{\overline{u_{j+1}^{2n}} - \overline{u_j^{2n}}}{\Delta y} \right. \\
 & \left. - \frac{(\overline{v_j^{2n}} + \overline{v_{j-1}^{2n}})/2 \cdot (k_j^n + k_{j-1}^n)/2}{(\varepsilon_j^n + \varepsilon_{j-1}^n)/2} \cdot \frac{\overline{u_j^{2n}} - \overline{u_{j-1}^{2n}}}{\Delta y} \right] / \Delta y \\
 (j=N) \quad & \frac{\overline{u_N^{2n+1}} - \overline{u_{N-1}^{2n}}}{\Delta t} = -\frac{2}{3} \varepsilon_N^n - c_1 \frac{\varepsilon_N^n}{k_N^n} \left(\overline{u_N^{2n}} - \frac{2}{3} k_N^n \right) \\
 & + c_s' \left[-\frac{(\overline{v_N^{2n}} + \overline{v_{N-1}^{2n}})/2 \cdot (k_N^n + k_{N-1}^n)/2}{(\varepsilon_N^n + \varepsilon_{N-1}^n)/2} \right. \\
 & \left. \cdot \frac{\overline{u_N^{2n}} - \overline{u_{N-1}^{2n}}}{\Delta y} \right] / \Delta y
 \end{aligned}$$

式(4)~(6)も同様である。式(8)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 -(\overline{uv_{j+1}} + \overline{uv_j})/2 &= \frac{1}{c_1} \cdot \frac{(k_{j+1}^n + k_j^n)/2}{(\varepsilon_{j+1}^n + \varepsilon_j^n)/2} \cdot \left[\frac{\overline{v_{j+1}^{2n}} + \overline{v_j^{2n}}}{2} \right. \\
 & - \frac{(c_2 + 8)}{11} \cdot \frac{\overline{v_{j+1}^{2n}} + \overline{v_j^{2n}}}{2} + \frac{(30c_2 - 2)}{55} \cdot \frac{k_{j+1}^n + k_j^n}{2} \\
 & \left. - \frac{(8c_2 - 2)}{11} \cdot \frac{\overline{u_{j+1}^{2n}} + \overline{u_j^{2n}}}{2} \right] \cdot \frac{U_{j+1}^n - U_j^n}{\Delta y}
 \end{aligned}$$

4. 計算の諸条件

(1) c_1, c_2, c_s', c_e の値

Lauder・Reece・Rodi¹⁾は c_1, c_2 に対しておのおの 1.5, 0.4 を用いている。この値を式(9)に代入すれば $-\overline{uv} = 0.127 (k^2/\varepsilon) \partial U/\partial y$

となり、 k - ε モデルで用いられる $c_\mu = 0.09$ よりかなり大きくなり、Fig.2(b) (Run 1) に示すように対数則を十分に再現しなかった。そこで本研究では次の方法を用いた。まず壁面近傍での $\overline{u^2}/k$ の値を与える。すなわち、

$$\frac{\overline{u^2}}{k} = \frac{2}{3} + \frac{(8+12c_2)}{33c_1} = \alpha \dots\dots\dots(11)$$

より、 c_1 の値を仮定して c_2 の値を求めた。 c_1 の値を変化させ、対数則に適合する c_1 の値を見出すようにした。 α の値は、称津⁴⁾の実験結果では 1.1 程度の値となっており、本研究では Run 1 以外 1.1 とした。一方、 c_s', c_e の値として 0.25, 0.15 が用いられているが¹⁾、 k - ε モデルとの対応を考えると、 c_s'/c_e がかなり大きく、また、 v^2 を称津の実験結果より推定されるように $k/3$ 程度として式(6)の拡散項を表示し直すと、 $\frac{c_e}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right]$ となり、 $c_e/3$ の値は通常用いられている c_μ/σ_ε ($c_\mu =$

0.09, $\sigma_\varepsilon = 1.3$) よりもかなり小さい。よって、本研究では $c_e = 0.15$ と 0.20 の二通りで計算を行い、その影響を調べた。

(2) κ, A_s の値

Kármán 定数 κ 、積分定数 A_s の値は、従来より用いられている $\kappa = 0.4, A_s = 5.5$ を用いた。

(3) $u_* h/\nu$ の値

$u_* h/\nu$ は流速の壁面近傍での境界条件に現われる。しかし、この値を変化させても無次元化座標 y/h でみれば U/u_* の値を平行移動させるだけであり、 $\overline{u^2}/u_*^2, \overline{v^2}/u_*^2, \overline{w^2}/u_*^2, \varepsilon h/u_*^3$ の値に影響を及ぼさない。これは、本研究で用いているモデルが乱れ Reynolds 数の十分大きい領域のみを対象としたものであり、乱れ特性量に及ぼす $u_* h/\nu$ の効果を考慮できないためである。ここで用いた $u_* h/\nu$ の値は 1022 である。

(4) 路床近傍の境界条件を与える y 座標

路床近傍で境界条件を与える y 座標 δ は $\delta/h = 0.05$ とした。すなわち、 $u_* \delta/\nu = \delta/h \cdot u_* h/\nu = 51$ となる。計算条件をまとめると Table 1 のようになる。

5. 計算結果の考察

(1) 平均流速の分布

Fig.2(a) に $c_e = 0.15$, (b) に $c_e = 0.2$ の場合の流速分布を示した。 $c_e = 0.15$ では $c_1 = 1.02$ (Run 3), $c_e = 0.2$ では $c_1 = 1.0$ (Run 5) のとき対数則によく適合している。

(2) 乱れ特性量の分布

Fig.3 に Run 3, Run 5 の $\sqrt{u^2}/u_*, \sqrt{v^2}/u_*, \sqrt{w^2}/u_*$ の水深分布を称津の提案する実験式⁴⁾

$$\left. \begin{aligned}
 \sqrt{u^2}/u_* &= 2.30 \exp(-y/h) \\
 \sqrt{v^2}/u_* &= 1.27 \exp(-y/h) \\
 \sqrt{w^2}/u_* &= 1.63 \exp(-y/h)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

とともに示した。 $c_e = 0.2$ とした Run 5 の方が式(12)とよく適合している。Fig.4 には、 $\sqrt{u^2}$ に関する浅野の提案する実験式⁵⁾

$$\left. \begin{aligned}
 \sqrt{u^2}/u_* (U/u_*)^{1/3} &= 0.42 \cdot (y/h)^{-1/3} \quad (0.1 < y/h \leq 0.6) \\
 &= 0.35 \cdot (y/h)^{-2/3} \quad (0.6 < y/h < 0.9)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

との比較を示した。Run 5 の計算結果は $y/h > 0.3$ の領域で式(13)とよく適合している。Fig.5 には $\varepsilon h/u_*^3$ の鉛直分布を示した。図中には称津の提案する実験式⁴⁾

$$\varepsilon h/u_*^3 = 9.76 \exp(-3y/h)/\sqrt{y/h} \dots\dots\dots(14)$$

と浅野の提案する⁵⁾次式も示してある。

$$\left. \begin{aligned}
 \varepsilon h/u_*^3 &= 1.1 (y/h)^{-1} \quad (0.1 < y/h \leq 0.6) \\
 &= 0.63 (y/h)^{-2} \quad (0.6 < y/h < 0.9)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

計算結果はこれらの実験結果とほぼ適合している。

(3) 乱流拡散係数の推定法に関する考察

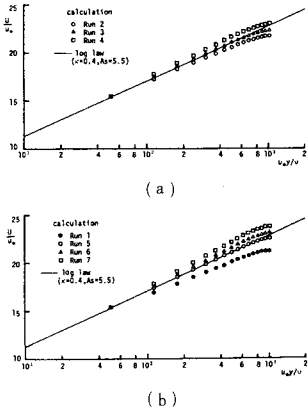


Fig. 2 Velocity distributions.

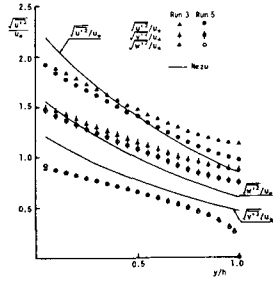


Fig. 3 Distributions of turbulent intensity.

Table 1 Model constants.

	α	C_1	C_2	C
Run 1	0.925	1.5	0.4	0.15
Run 2	1.1	1.00	0.525	0.15
Run 3	1.1	1.02	0.549	0.15
Run 4	1.1	1.04	0.573	0.15
Run 5	1.1	1.00	0.525	0.20
Run 6	1.1	1.02	0.549	0.20
Run 7	1.1	1.04	0.573	0.20

($C_5=0.25, C_{C1}=1.44, C_{C2}=1.92$)
 * C_2 for Run 2-7 is calculated by Eq.(111).

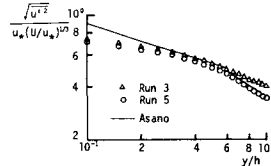


Fig. 4 Distribution of $\sqrt{u'^2}$.

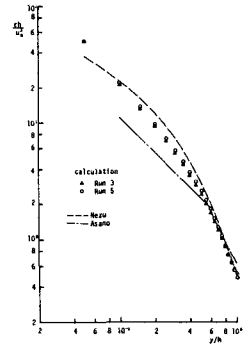


Fig. 5 Distribution of ϵ .

Launder²⁾ は物質の乱流拡散現象に関して, scalar flux を次のように表示することを提案している.

$$-\overline{uc'} = c_x \frac{\overline{u^2 k}}{\epsilon} \frac{\partial C}{\partial x}, \quad -\overline{vc'} = c_y \frac{\overline{v^2 k}}{\epsilon} \frac{\partial C}{\partial y},$$

$$-\overline{wc'} = c_z \frac{\overline{w^2 k}}{\epsilon} \frac{\partial C}{\partial z}$$

ここに, C : 平均濃度, c_x, c_y, c_z : 定数. c_x, c_y, c_z の値はまだ明確でないようなので, 本節では開水路流れの乱流拡散実験の結果を用いて c_x, c_y, c_z の値の推定を試みる. まず, $\overline{u^2 k}/\epsilon, \overline{v^2 k}/\epsilon, \overline{w^2 k}/\epsilon$ の水深分布を Fig. 6 に示した. Run 5 では $\overline{u^2 k}/\epsilon, \overline{w^2 k}/\epsilon$ は $y/h > 0.5$ となるとほとんど一定値となっている. $\overline{v^2 k}/\epsilon$ は Run 5 では放物線形を示している. x 方向の乱流拡散係数 D_x に関しては, 自由表面上の固体粒子の拡散係数が検討されており⁹⁾, D_x/hu_* は形状比が 10 程度より大きくなると 0.5~0.6 の値をとる. Fig. 6 (a) Run 5 の $y/h=1$ での $\overline{u^2 k}/\epsilon$ の値より c_x を推定すると $0.33 < c_x < 0.4$ となる. 水深方向の乱流拡散係数 D_y に関しては, 放物線分布 $D_y/hu_* = x(y/h)(1-y/h)$ が用いられている. この分布形の水深平均値は $x/6$ である. Fig. 6 (b) Run 5 の分布形は放物線に近く, 計算結果の水深平均値が $x/6$ ($x=0.4$) になるように c_y を定めれば $c_y=0.31$ となった. D_z に関しては多くの研究があるが, たとえば著者らがまとめた結果によれば¹⁰⁾, $0.1 < D_z/hu_* < 0.2$ となっている. これより c_z の値を推定すれば $0.15 < c_z < 0.30$ となる.

6. まとめ

本研究では, 応力モデルを用いて開水路流れの乱れ特性量の推定を試み, 得られた結果より開水路流れの乱流拡散係数を求めるための係数 c_x, c_y, c_z を推定し, ほぼ 0.3 という値を得た.

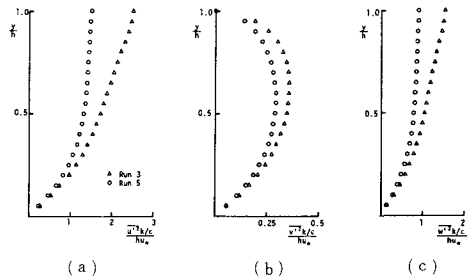


Fig. 6 Distributions of $(\overline{u'^2}, \overline{v'^2}, \overline{w'^2})k/\epsilon$.

参考文献

- 1) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. : Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, J. Fluid Mech., Vol. 68, 1975.
- 2) Launder, B. E. : Topics in Applied Physics, Vol. 12, Turbulence, Springer-Verlag, 1978.
- 3) 今本博健: 開水路流れの乱れに関する水理学的研究, 京都大学学位論文, 1971.
- 4) 称津家久: 開水路流れの乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, 1977.
- 5) 浅野富夫: 開水路流れにおける乱れの時空間構造に関する研究, 京都大学学位論文, 1980.
- 6) 称津家久・中川博次: 自由水面を考慮した開水路乱流の数値計算手法, 京大防災研究所年報第 29 号 B-2, 1986.
- 7) 伊藤邦展・岩佐義朗・細田 尚: Turbulent Reynolds 数が低い領域を含む乱流モデルの適用について, 土木学会第 41 回年次学術講演会概要集, 第 2 部, 1986.
- 8) Rodi, W. : Prediction method for turbulent flow, Hemisphere Publishing Cooperation, 1979.
- 9) Iwasa, Y. and Imamoto, H. : Dispersive characteristics of free surface flow in terms of Lagrangian descriptions, Proc. 13th Congr. IAHR, Kyoto, A14, 1969.
- 10) 岩佐義朗・細田 尚・野口好夫: 粗・滑面水路における水路幅方向の乱流拡散係数, 京大防災研究所年報第 25 号 B-2, 1982.

(1987. 9. 24・受付)