

非剥離流および対称渦対状態における波動場の円柱の抗力係数

THE DETERMINATION OF THE DRAG COEFFICIENT FOR A CIRCULAR CYLINDER
PLACED VERTICALLY IN A WAVE FIELD UNDER THE CONDITIONS
OF NON-SEPARATION FLOW AND SYMMETRIC VORTICES

石田 啓*・田村賢一**

By Hajime ISHIDA and Kenichi TAMURA

A theoretical and experimental study is performed to determine the characteristics of the drag coefficient for a vertical circular cylinder in waves. Theoretically, the laminar boundary layer solution on the cylinder is obtained by applying the perturbation method to the Navier-Stokes equation. By using this solution, the separation point is determined and the point vortices to model the wake are shed from the separation point. The drag force is calculated by applying the momentum equation to the wave field including the shedding vortices. In the case of non-separation flow, the momentum defect in the boundary layer causes a drag force which greatly exceeds the surface friction force around a cylinder. The experimental values of the drag coefficient versus the Keulegan-Carpenter's number are compared with the theoretical. They agree quite well, which verifies the presented theory.

Keywords: non-separation and symmetric vortices flow, wave field, vertical circular cylinder, drag coefficient

1. 緒 論

流体力の研究は、古くは D'Alembert の背理や Navier-Stokes の方程式の成立にまで遡ることができるが、波動場に設置された円柱に働く流体力すなわち波力に関する研究は、1950年にモリソン公式¹⁾が提示されたこと、および1954年に MacCamy と Fuchs²⁾による回折理論を用いた波力式が誘導されたことに始まる。

前者のモリソン公式には、抗力係数 C_D と慣性係数 C_M が含まれているが、1958年に Keulegan と Carpenter³⁾は、これらの値は Reynolds 数に支配されるのみならず、流後渦の挙動を支配する特定のパラメータに影響されることを見出し、以後このパラメータは Keulegan-Carpenter 数 (以下 KC 数と略記する) とよばれて重要視されるようになった。その後、合田⁴⁾は、実験から得られた波動場の C_D の値と Reynolds 数との関係を検討したが、それらは、Fage と Warsap による定常流の場合の結果に比べると、分散の程度が大きいものであった。土屋・山口⁵⁾は、モリソン公式に各種の波

動理論を適用し、水粒子速度の評価方法の違いが C_D の値に与える影響を考慮した解析を行い、 KC 数をパラメータとした場合の C_D と Reynolds 数との関係を求めた。岩垣ら⁶⁾および石田⁷⁾は、Reynolds 数をパラメータとした場合の Keulegan-Carpenter 数による C_D の変化を調べたが、水面近くの局所波力では、 KC 数の減少に伴う C_D の増大が著しく、この結果は、その頃報告された Sarpkaya⁸⁾の振動流による広範な実験結果とは、逆の傾向を示すものであった。

ところで、Sarpkaya⁹⁾⁻¹¹⁾は、1963年にはすでに渦糸モデルを用いることにより、特定の非定常流中の円柱に働く流体力の計算方法を提示していたが、榎木・中村¹²⁾は、この理論を振動流中の円柱に適用し、円柱の後流渦の特性や、 KC 数の増加に伴う C_M の減少特性などを理論的に解明した。しかし、理論から得られた C_D は、 KC 数の増加に伴い値が増大する傾向は Sarpkaya の実験値と一致しているが、絶対値は実験値よりかなり小さく今後さらに、検討すべき余地があることを示唆した。

野田・松見¹³⁾は、波動場の C_D と C_M の値が分散する原因を再検討し、反射波や波のはい上りの影響を配慮した実験を行った結果、抗力が卓越するときの C_D は、従来の実験値に比べ、Reynolds 数との対応がより良好で

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

** 元金沢大学大学院

あると結論付けている。

その他モリソン公式に関する応用的研究としては、碎波時の波力を扱ったものに、堀川・渡辺ら¹⁴⁾、光易・本多¹⁵⁾あるいは樫木・後野¹⁶⁾による研究があり、また波と流れの共存場の波力を対象としたものに、堀川・水口ら¹⁷⁾、および岩垣・浅野ら¹⁸⁾の研究がある。さらに、回折理論を非線形波に拡張したものに、山口・土屋¹⁹⁾および喜岡・石田(昭)²⁰⁾の研究などがあるが、これらについては、ここでは言及しない。

国外では、Chakrabarti²¹⁾、²²⁾、Chaplin²³⁾あるいはTengとNath²⁴⁾などが同様に C_D や C_M の変化特性を検討してきたが、滑面円柱とともに粗面円柱を対象としている点が特徴的であった。ところが最近、Bearmanら²⁵⁾あるいはSarpkaya²⁶⁾は、剝離が発生しない低 KC 数領域における抗力に着目し、振動流による実験を行った結果、 C_D の値は KC 数の減少に伴い増大することを見出した。しかし、この非剝離状態下の抗力は、壁面の摩擦力のみからは説明できないものであった。

以上のように、円柱の C_D および C_M を扱った研究は多数あり、種々の事柄が解明されてきたが、特に波動場の C_D の変化特性については、波力問題の基本事項であるにもかかわらず、今なお不明確な点が残されているといえる。したがって、本論文では、波動場に設置された鉛直円柱を対象とし、次の点に着目した解析を行う。

- 1) 波長に対し相対的に円柱径が増加すると、 KC 数は減少し、また波の回折効果による見掛け上の抗力が発生するが、この場合の C_D の KC 数による変化特性を示す。
- 2) 非剝離状態において、抗力となる壁面摩擦力を算出し、この効果を加えたときの C_D の KC 数による変化特性を示す。
- 3) 非剝離状態において、壁面摩擦力以外に、境界層が生成されるために、新たな抗力が発生することを理論的に誘導し、この効果を加えた場合の C_D の KC 数による変化特性を示す。
- 4) 剝離が発生し、対称渦対が形成される場合の抗力係数を、渦糸理論モデルを用いた数値計算から求め、この場合の C_D と KC 数との関係を示す。
- 5) 以上の理論展開の妥当性を検証するため、室内実験を行い、理論計算による C_D と実験値とを比較する。

なお、3. に示す境界層の解および剝離点の誘導は、岩垣・石田²⁷⁾、²⁸⁾により、すでに海岸工学講演会論文集に提示されたものであることを付記しておく。

2. 線形回折理論による波力係数

デカルト座標 (X, Y, z) および円筒座標 (r, θ, z) を Fig.1 のようにとる。波の進行方向を X 軸の負

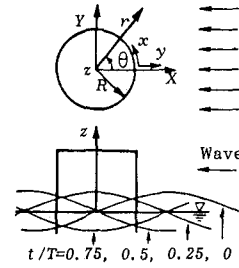


Fig.1 Coordinate system.

方向を選び、微小振幅波の速度ポテンシャル ϕ_s を

$$\phi_s = \frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} e^{i(kX+\sigma t)} \dots \dots \dots (1)$$

で与えると、進行波の水面変動 η は、

$$\eta = -(1/g) \partial\phi_s / \partial t |_{z=0} \\ = a \sin(kX + \sigma t) - ia \cos(kX + \sigma t) \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここに、 a は振幅、 σ は角周波数、 k は波数、 h は水深、 t は時間、 $i = \sqrt{-1}$ 、 g は重力加速度である。この場合、 z 軸を中心とする半径 R の円柱周辺の回折波の速度ポテンシャル ϕ_w は、MacCamy と Fuchs²⁾ により

$$\phi_w = \frac{a\sigma}{k} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \delta_n(i)^n \left\{ J_n(kr) - \frac{J'_n(kR)}{H_n^{(2)'}(kR)} H_n^{(2)}(kr) \right\} \cos n\theta \right] e^{i\sigma t} \dots \dots \dots (3)$$

のように求められている。ここに、 δ_n はノイマン数 ($\delta_0=1, \delta_n=2; n \geq 1$)、 $J_n(kr)$ は n 次のベッセル関数である。また $H_n^{(2)}(kr)$ は n 次の第2種ハンケル関数であり、 n 次のノイマン関数 $Y_n(kr)$ を用いて、 $H_n^{(2)} = J_n - iY_n$ で与えられる。なお、 J'_n および $H_n^{(2)'} = J'_n$ および $H_n^{(2)}$ の導関数を表わす。

静水圧 $\rho g z$ を除いたときの壁面上の圧力分布 p は、

$$p = -\rho \partial\phi_w / \partial t |_{r=R} \\ = -\frac{2\rho a\sigma^2}{\pi k^2 R} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cdot \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta_n(i)^n}{H_n^{(2)'}(kR)} \cos n\theta \right] e^{i\sigma t} \dots \dots \dots (4)$$

となるが、これを用いることにより、波の進行方向を正としたときの X 軸方向の波力 F は、

$$F = 2 \int_0^\pi p R \cos\theta d\theta \\ = -\frac{4\rho a\sigma^2}{k^2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \frac{i}{H_1^{(2)'}(kR)} e^{i\sigma t} \\ = \frac{4\rho a\sigma^2}{k^2} \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} K(kR) |\cos(\sigma t - \beta) + i \sin(\sigma t - \beta)| \dots \dots \dots (5)$$

となる。ここに、 ρ は水の密度であり、 $K = 1/|J'_1(kR)^2 + Y_1(kR)^2|^{1/2}$ 、 $\beta = \tan^{-1} |J'_1(kR)/Y_1(kR)|$ である。式

(1) から式 (5) の実部と虚部のいずれを用いるかは、波の位相の選び方によるが、ここでは、すべて実部を用いることとし、水面変動は、 $\eta = \sin(kX + \sigma t)$ で表わす。次に、式 (5) の波力 F を、進行波の水粒子速度 U_x およびその加速度 $\partial U_x / \partial t$ を用いたモリソン公式の形に変形すると、

$$F = \frac{4\sigma}{k^2 R |U_x|} \frac{J'_1(kR)}{J'_1(kR)^2 + Y'_1(kR)^2} \frac{\rho D}{2} |U_x| U_x + \frac{4}{\pi k^2 R^2} \frac{Y'_1(kR)}{J'_1(kR)^2 + Y'_1(kR)^2} \rho \pi R^2 \frac{\partial U_x}{\partial t} \dots\dots (6)$$

となる。ここに D は円柱の直径であり、

$$U_x = a\sigma \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \sin \sigma t \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} = a\sigma^2 \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \cos \sigma t \dots\dots\dots (8)$$

である。したがって、線形回折理論による抗力係数 C_D および慣性係数 C_M は、

$$C_D = \frac{4\sigma}{k^2 R |U_x|} \frac{J'_1(kR)}{J'_1(kR)^2 + Y'_1(kR)^2} \dots\dots\dots (9)$$

$$C_M = \frac{4}{\pi k^2 R^2} \frac{Y'_1(kR)}{J'_1(kR)^2 + Y'_1(kR)^2} \dots\dots\dots (10)$$

と表わされる。本来ポテンシャル理論の範囲内では、粘性抵抗や形状抵抗による抗力は生じないが、抗力項として式 (6) 右辺第 1 項が生じるのは、式 (5) の波力 F の位相と式 (8) の進行波の加速度の位相との間にずれが生じるためである。

3. 層流境界層理論による波力と抗力係数

Fig. 1 に示した円筒座標 (r, θ, z) と境界層座標 (x, y, z) との関係は、 $r = R + y$ 、 $\theta = x/R$ であるが、これらの関係を用い、円筒座標表示した Navier-Stokes の方程式および連続式を境界層座標を用いて表わすと、

$$\begin{aligned} u_t + (u u_x + v v/R) / (1 + y/R) \\ + v v_y + w u_z = -(1/\rho) p_x / (1 + y/R) \\ + \nu \{ u_{yy} + u_y/R(1 + y/R) + (u_{xx} \\ - u/R^2 + 2 v_x/R) / (1 + y/R)^2 + u_{zz} \} \\ v_t + (u v_x - u^2/R) / (1 + y/R) \\ + v v_y + w v_z = -(1/\rho) p_y \\ + \nu \{ v_{yy} + v_y/R(1 + y/R) + (v_{xx} - v/R^2 \\ - 2 u_x/R) / (1 + y/R)^2 + v_{zz} \} \\ w_t + u w_x / (1 + y/R) + v w_y + w w_z = -g - (1/\rho) p_z \\ + \nu \{ w_{yy} + w_y/R(1 + y/R) \\ + w_{xx} / (1 + y/R)^2 + w_{zz} \} \\ u_x / (1 + y/R) + \nu / R(1 + y/R) + v_y + w_z = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに、 u 、 v 、 w はそれぞれ x 、 y 、 z 方向の水粒子速度、 ν は動粘性係数であり、右下添字の x 、 y 、 z 、 t などは、それらの変数による偏微分を示す。

次に、波高を H 、周期を T 、波長を L 、波速を c で示すが、流速の代表値として $U_M = a\sigma = \pi H/T$ を、また長さの代表値として $L/2\pi = 1/k$ を用い、さらに境界層を拡大するために、 c および k を用いた便宜的な Reynolds 数 $Re^* = c/(k\nu)$ を導入すれば、式 (11) の諸量は、

$$\left. \begin{aligned} x^* &= kx, y^* = \sqrt{Re^*} ky, z^* = kz, t^* = \sigma t \\ u^* &= u/U_M, v^* = \sqrt{Re^*} \nu/U_M, w^* = w/U_M \\ p^* &= (p + \rho g z) / (\rho c U_M) \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

のように無次元化されるが、式 (12) を用いて式 (11) を無次元表示すると、次式のようになる。

$$\begin{aligned} u_t^* + (U_M/c) \{ (u^* u_x^* + v^* v^* / kR \sqrt{Re^*}) / \\ \cdot (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*}) + v^* u_y^* + w^* u_z^* \} = -p_x^* / \\ \cdot (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*}) + u_{yy}^* + u_y^* / \{ kR \sqrt{Re^*} \\ \cdot (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*}) \} + \{ u_{xx}^* / Re^* - u^* / (kR \sqrt{Re^*})^2 \\ + 2 v^* / (Re^* kR \sqrt{Re^*}) \} / (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*})^2 + u_{zz}^* \\ \cdot Re^* \\ w_t^* + (U_M/c) \{ u^* w_x^* / (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*}) + v^* w_y^* \\ + w^* u_z^* \} = -p_z^* + u_{yy}^* + w_y^* / \{ kR \sqrt{Re^*} (1 + y^* / \\ \cdot kR \sqrt{Re^*}) \} + u_{xx}^* / \{ Re^* (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*})^2 \} \\ + w_{zz}^* / Re^* \\ (u_x^* + v^* / kR \sqrt{Re^*}) / (1 + y^* / kR \sqrt{Re^*}) \\ + v_y^* + w_z^* = 0 \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ただし、 y 方向運動方程式は、以後不用なため省略した。また添字はそれらの無次元量による偏微分を示す。

式 (13) には、次の 3 つのパラメーター

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= U_M/c = \pi H/L \\ \epsilon_2 &= 1/(kR \sqrt{Re^*}) = \sqrt{\nu T / (2\pi)} / R \\ \epsilon_3 &= 1/Re^* = (kR)^2 \epsilon_2^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

が含まれているが、 ϵ_1 は波形勾配の π 倍であり、 $\epsilon_1 \ll 1$ なる微小量である。 ϵ_2 は境界層厚と半径の比のオーダーを表わす微小量であるが、 U_x の振幅 (すなわち U_x の最大値) U_{max} を用いた Reynolds 数 $Re = U_{max} D/\nu$ と KC 数 $KC = U_{max} T/D$ とで表わすと、 $\epsilon_2 = \sqrt{2/\pi} \cdot \sqrt{KC/Re}$ となる。また、Sarpkaya⁸⁾ が用いた β との関係は、 $\beta = Re/KC = 2/(\pi \epsilon_2^2)$ である。 ϵ_3 は境界層厚と波長の比のオーダーを示す微小量である。

岩垣・石田²⁷⁾ は、無次元流速を、

$$\left. \begin{aligned} u^* &= u_0^* + \epsilon_1 u_1^* + \epsilon_1^2 u_2^* + \dots \\ v^* &= v_0^* + \epsilon_1 v_1^* + \epsilon_1^2 v_2^* + \dots \\ w^* &= w_0^* + \epsilon_1 w_1^* + \epsilon_1^2 w_2^* + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

のように ϵ_1 のべき級数に展開することにより、式 (13) の摂動解を誘導しているが、 ϵ_1 の 1 次オーダーの解である第 1 次近似解は、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_{1st}^* &= u_0^* = \zeta_0^* U_0^* e^{it^*}, w_{1st}^* = w_0^* = \zeta_0^* W_0^* e^{it^*} \\ v_{1st}^* &= v_0^* = -\zeta_0^* (U_{0x}^* + W_{0z}^*) e^{it^*} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} \zeta'_0 &= 1 - e^{-(1+i)y^*/\sqrt{2}} \\ \zeta_0 &= y^* \frac{1-i}{\sqrt{2}} (1 - e^{-(1+i)y^*/\sqrt{2}}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

であり、 $U_0^* e^{it^*}$ および $W_0^* e^{it^*}$ は、式(3)の ϕ_w を用い、 $U_R = (1/r)(\partial\phi_w/\partial\theta)|_{r=R}$ および $W_R = \partial\phi_w/\partial z|_{r=R}$ で得られる円周方向および z 方向の壁面上の水粒子速度を、 U_M で割って無次元化した流速であり、

$$\left. \begin{aligned} U_R/U_M &= U_R^* = U_0^* e^{it^*} = \frac{\cosh(kh+z^*)}{\sinh kh} \frac{2i}{\pi(kR)^2} \\ &\times \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n\delta_n(i)^n}{H_n^{(2\nu)}(kR)} \sin \frac{nx^*}{kR} \right] e^{it^*} \\ W_R/U_M &= W_R^* = W_0^* e^{it^*} = \frac{\sinh(kh+z^*)}{\sinh kh} \frac{2i}{\pi kR} \\ &\times \left[-\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta_n(i)^n}{H_n^{(2\nu)}(kR)} \cos \frac{nx^*}{kR} \right] e^{it^*} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

となる。 U_0^* および W_0^* は、 U_R^* および W_R^* から時間項 e^{it^*} を除いたものである。

第1次近似解の誘導に際して用いた圧力勾配は $-p_x^* = U_{Rt}^*$ および $-p_z^* = W_{Rt}^*$ であるが、これは圧力 p として、式(4)を用いることと同じである。

次に、 ϵ_1 の1次のオーダーの解である第2次近似解 u_{2nd}^* を求めると、次式のようになる。

$$u_{2nd}^* = u_1^* + \epsilon_1 u_1^{*'} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 u_1^* は式(16)に示したものであり、 $u_1^{*'}$ は、

$$\begin{aligned} u_1^{*' } &= (\epsilon_2/\epsilon_1)\zeta'_1 U_0 e^{i\sigma t} + \zeta'_{1a}(U_0^* U_{0z}^* + W_0^* U_{0z}^*) e^{2i\sigma t} \\ &+ \zeta'_{1d}(U_0^* W_{0z}^* - W_0^* U_{0z}^*) e^{2i\sigma t} \\ &+ \zeta'_{1b}\{(\hat{U}_0^* \hat{U}_{0x}^* + \check{U}_0^* \check{U}_{0x}^*) + (\hat{W}_0^* \hat{U}_{0z}^* + \check{W}_0^* \check{U}_{0z}^*)\} \\ &+ \zeta'_{1c}\{(\hat{U}_0^* \check{U}_{0z}^* - \check{U}_0^* \hat{U}_{0z}^*) + (\hat{U}_0^* \check{W}_{0z}^* - \check{U}_0^* \hat{W}_{0z}^*)\} \\ &+ \zeta'_{1e}\{(\hat{U}_0^* \hat{W}_{0z}^* + \check{U}_0^* \check{W}_{0z}^*) - (\hat{W}_0^* \hat{U}_{0z}^* + \check{W}_0^* \check{U}_{0z}^*)\} \end{aligned} \dots\dots\dots (20)$$

である。ここに、

$$\begin{aligned} \zeta'_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \eta' e^{-(1+i)\eta'} \\ \zeta'_{1a} &= -\frac{i}{2} e^{-\sqrt{2}(1+i)\eta'} + \frac{i}{2} e^{-(1+i)\eta'} + \frac{1-i}{2} \eta' e^{-(1+i)\eta'} \\ \zeta'_{1d} &= -\frac{7i}{4} e^{-\sqrt{2}(1+i)\eta'} + \frac{3i}{2} e^{-(1+i)\eta'} + \frac{1-i}{2} \eta' e^{-(1+i)\eta'} \\ &+ \frac{i}{4} e^{-2(1+i)\eta'} \\ \zeta'_{1b} &= -\frac{3}{4} + \frac{1}{4} e^{-2\eta'} + e^{-\eta'} \left(\frac{1}{2} \cos \eta' + 2 \sin \eta' \right) \\ &- \frac{\eta'}{2} e^{-\eta'} (\cos \eta' - \sin \eta') \\ \zeta'_{1c} &= -\frac{3}{4} - \frac{1}{4} e^{-2\eta'} + e^{-\eta'} \left(\cos \eta' - \frac{1}{2} \sin \eta' \right) \\ &+ \frac{\eta'}{2} e^{-\eta'} (\cos \eta' + \sin \eta') \\ \zeta'_{1e} &= -\frac{1}{2} + e^{-\eta'} \left(\frac{1}{2} \cos \eta' + \sin \eta' \right) \end{aligned}$$

$$-\frac{\eta'}{2} e^{-\eta'} (\cos \eta' - \sin \eta') \dots\dots\dots (21)$$

であり、 $\eta' = y^*/\sqrt{2}$ である。また $\hat{}$ および $\check{}$ はそれぞれ実部および虚部を示す。 u_{2nd} の誘導に際して用いた壁面上の無次元圧力勾配は、

$$-p_x^* = U_{Rt}^* + \epsilon_1 (U_R^* U_{Rt}^* + W_R^* U_{Rz}^*) \dots\dots\dots (22)$$

であるが、これは、本理論展開は主流域を線形波動理論で表現しているため、式(4)の圧力にさらに流速の項を加えた圧力を用いることと同じである。すなわち、式(22)を x^* で積分すると、

$$\begin{aligned} p^* &= -\frac{2 \cosh(kh+z^*)}{\pi(kR) \sinh kh} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\delta_n(i)^n}{H_n^{(2\nu)}(kR)} \cos n\theta \right] e^{it^*} \\ &- \frac{\epsilon_1}{4} [(U_0^{*2} + W_0^{*2}) e^{2it^*} + (|U_0^*|^2 + |W_0^*|^2)] \dots\dots (23) \end{aligned}$$

となる。式(23)の圧力 p^* による無次元波力 F^* は、式(5)と同様にして、次式で計算することができる。

$$F^* = F/(\rho c U_M R) = 2 \int_0^\pi p^* \cos \theta d\theta \dots\dots\dots (24)$$

いま、式(8)に示した進行波の加速度 $\partial U_x/\partial t$ がゼロとなる位相の F^* を F_b^* で表わすと、このときの抗力係数は、式(7)の U_x を U_M で割った $U_x^* = U_x/U_M$ を用いて、

$$C_D = F_b^*/(\epsilon_1 U_x^* |U_x^*|) \dots\dots\dots (25)$$

から算出することができる。

壁面上 $\eta' = y^*/\sqrt{2} = \sqrt{Re^*} ky/\sqrt{2} = 0$ のせん断力は、水粒子速度として u_{2nd}^* を用いると、

$$\tau = \rho \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_0 = \rho \nu U_M k \sqrt{Re^*} \frac{\partial u_{2nd}^*}{\partial y^*} \Big|_0 \dots\dots\dots (26)$$

より求まるが、 $\partial u_{2nd}/\partial y^*$ を、 η' での微分で表わすと

$$\frac{\partial u_{2nd}^*}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=0} = \frac{\partial u_0^*}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=0} + \epsilon_1 \frac{\partial u_1^{*'}}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=0} \dots\dots\dots (27)$$

であり、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_0^*}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=0} &= (1+i) U_0^* e^{i\sigma t} \\ \frac{\partial u_1^{*'}}{\partial \eta'} \Big|_{\eta'=0} &= (\epsilon_2/\epsilon_1) \frac{1}{\sqrt{2}} U_0^* e^{i\sigma t} \\ &+ \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) (1-i) (U_0^* U_{0z}^* + W_0^* U_{0z}^*) e^{2i\sigma t} \\ &+ \left(\frac{5}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{4} \right) (1-i) (U_0^* W_{0z}^* - W_0^* U_{0z}^*) e^{2i\sigma t} \\ &+ \frac{1}{2} \{ (\hat{U}_0^* \hat{U}_{0x}^* + \check{U}_0^* \check{U}_{0x}^*) + (\hat{W}_0^* \hat{U}_{0z}^* + \check{W}_0^* \check{U}_{0z}^*) \} \\ &- \frac{1}{2} \{ (\hat{U}_0^* \check{U}_{0z}^* - \check{U}_0^* \hat{U}_{0z}^*) + (\hat{U}_0^* \check{W}_{0z}^* - \check{U}_0^* \hat{W}_{0z}^*) \} \end{aligned} \dots\dots\dots (28)$$

である。式(26)の τ による波力 F_τ は、これらを無次元化した $\tau^* = \tau/(\rho c U_M)$ および $F_\tau^* = F_\tau/(\rho c U_M R)$ を用いると、次式から計算できる。

$$F_z^* = 2 \int_0^\pi \tau^* \sin \theta \, d\theta = \sqrt{2} \, \varepsilon_2 k R \int_0^\pi \frac{\partial u^*}{\partial \eta'} \Big|_{\eta=0} \sin \theta \, d\theta \quad \dots\dots\dots (29)$$

せん断力による抗力係数は、これを C_{Dr} と書くと、
 $C_{Dr} = F_z^* / (\varepsilon_1 U_\infty^* |U_\infty^*|) \dots\dots\dots (30)$

から求めることができる。

層流境界層の剥離点 θ_s は、式 (27) を用い、

$$\frac{\partial u_{zma}^*}{\partial \eta'} \Big|_{\eta=0} = 0 \dots\dots\dots (31)$$

を満たす点として算出することができる²⁸⁾。

4. 渦糸モデルによる波力

(1) 渦糸群が発生する場合の波力式の誘導

剥離渦による波力の計算には、Sarpkaya^{29)~31)}、樫木・中村³²⁾あるいは都築・渡辺・堀川²⁹⁾が用いた複素渦糸モデルを用いるため、Fig. 1 の鉛直座標 z はパラメータとみなし、三次元座標を便宜的に二次元化して取り扱う。

Fig. 2 に示すように、半径 R の円柱の外部に N 個の渦糸が存在するときの複素速度ポテンシャル w_v は、Milne-Tomson の円定理³⁰⁾を用い、実渦糸とその鏡像渦糸および円柱中心の渦糸を考慮することにより

$$w_v = \phi_v + i\psi_v \\ = \frac{i}{2\pi} \sum_{k=1}^N \Gamma_k \left\{ -\log(Z - Z_k) + \log\left(Z - \frac{R^2}{Z_k}\right) - \log Z \right\} \dots\dots\dots (32)$$

で与えられる。ここに、 $Z = X + iY$ 、 $\bar{Z} = X - iY$ であり、 Z_k および R^2/\bar{Z}_k は、 k 番目の渦糸およびその鏡像のそれぞれの存在位置を示す。 Γ_k は、反時計回りを正とした k 番目の渦糸の循環である。

渦糸群により発生する X および Y 方向流速 v_x および v_y は、

$$\frac{dw_v}{dZ} = v_x - iv_y = \frac{i}{2\pi} \sum_k \Gamma_k \left(-\frac{1}{Z - Z_k} + \frac{1}{Z - \frac{R^2}{\bar{Z}_k}} - \frac{1}{Z} \right) \dots\dots\dots (33)$$

から求めることができる。

回折波の複素速度ポテンシャル w_w は、鉛直座標をパラメータとみなした式 (3) の速度ポテンシャル ϕ_w を用い、また、これに対する流れ関数 ψ_w を仮定すると、

$$w_w = \phi_w(r, \theta) + i\psi_w(r, \theta) = \phi_w(X, Y) + i\psi_w(X, Y) \dots\dots\dots (34)$$

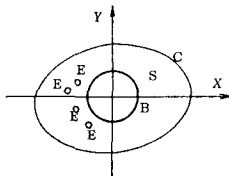


Fig. 2 Coordinate system in complex plane.

で定義できる。この仮定は、圧力の算定に関しては、線形理論の範囲内で許されるものである。回折波と渦糸群を重ね合わせた全体の複素速度ポテンシャル W_z は、

$$W_z = w_w + w_v = \Phi + i\Psi = (\phi_w + \phi_v) + i(\psi_w + \psi_v) \dots\dots\dots (35)$$

で表わされるが、 w_w は円柱の外部で正則であり、 w_v は渦糸の中心に特異点をもつことはいうまでもない。

円柱に働く波力は、非定常流に拡張された Blasius の公式³¹⁾により求めることができる。すなわち、Fig. 2 に示すように、円柱を表わす円 B および各渦糸の中心点回りの微小閉曲線 E を含む任意の閉曲線を C とすると、 C を通って流入する運動量と C 上に働く圧力による力の和 ($-\oint_C dG$) は、一部は、 C と B の間を占める流体 S の運動量を増加させ ($d/dt \iint_S \rho v dS$)、残りは円柱に働く力 F となるから、運動量式は、

$$F = [-\oint_C dG] - d/dt \iint_S \rho v dS \dots\dots\dots (36)$$

となるが、上式に若干の演算を加え、 F の X 方向および Y 方向成分を F_x および F_y で表わすと、

$$F_x - iF_y = \left[\frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{dW_z}{dZ} \right)^2 dZ + i\rho \oint_C \frac{\partial \Phi}{\partial t} d\bar{Z} \right] + i\rho \frac{d}{dt} \oint_{C-B-E} \bar{Z} d\Phi \dots\dots\dots (37)$$

となる。ここに右辺第1項は、 C を十分大きくとれば、 dw_w/dz は円柱が存在しない場合の進行波の x 方向水粒子速度 U_x になるから

$$\frac{i\rho}{2} \oint_C \left(\frac{dW_z}{dZ} \right)^2 dZ = \frac{i\rho}{2} \oint_C \left\{ U_x + \frac{i}{2\pi} \sum_k \Gamma_k \left(-\frac{1}{Z - Z_k} + \frac{1}{Z - \frac{R^2}{\bar{Z}_k}} - \frac{1}{Z} \right) \right\}^2 dZ = i\rho \sum_k \Gamma_k (U_{Xk} - U_{Xki} - U_{Xki0}) \dots\dots\dots (38)$$

となる。ここに、 Z_k は k 番目の渦糸の位置、 Z_{ki} は Z_k の鏡像の位置 R^2/\bar{Z}_k であり、 U_{Xk} 、 U_{Xki} および U_{Xki0} は、 $X = X_k$ 、 $X = X_{ki}$ ($= Z_k$ の鏡像の X 座標) および $X = 0$ におけるそれぞれの U_x である。結局、式 (38) は、流体場に生じた循環による揚力を示す。

式 (37) の右辺第3項は、 S 内の流体の運動量増加を意味するが、渦糸の発生や減衰などの運動量変化は、 C の外部の流体が直接関与するのではなく、 S 内の流体の運動量の一部が転化するものであるから、 E 内の ϕ_v は積分から除外しておくべきである。そうすれば、 S 内の特異点が除かれるため、式 (36) の面積積分は式 (37) の線積分に変形することができる。また式 (37) の右辺第2項に部分積分を施すと、これは第3項の \oint_C の積分と打ち消し合うため、結局第2項と第3項との和は、

$$-i\rho \frac{d}{dt} \oint_B \bar{Z} d\Phi - i\rho \frac{d}{dt} \oint_E \bar{Z} d\phi_v$$

$$\begin{aligned}
 &= \left(-i\rho \frac{d}{dt} \int_B \bar{Z} d\phi_w - i\rho \frac{d}{dt} \int_B \bar{Z} d\phi_v \right) \\
 &\quad - i\rho \frac{d}{dt} \int_E \bar{Z} d\phi_v = -i \int_B \left(-\rho \frac{\partial \phi_w}{\partial t} \right) d\bar{Z} \\
 &\quad - i\rho \frac{d}{dt} \sum_k \{ \bar{Z}_{ki} (-\Gamma_k) \} - i\rho \frac{d}{dt} \sum_k \{ \bar{Z}_k \Gamma_k \} \\
 &= - \int_B \left(-\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} w \right) R \cos \theta d\theta \\
 &\quad - i\rho \sum_k \frac{d}{dt} \{ \Gamma_k (\bar{Z}_k - \bar{Z}_{ki}) \} \dots \dots \dots (39)
 \end{aligned}$$

となる。式 (39) の最後の辺の第1項は、回折波による見掛けの抗力を含む慣性力を示しており、式 (5) あるいは式 (6) の F 、ないしは式 (24) の F^* を次元量に直した F となる。

以上より、渦糸群が発生する場合の波力 F_x と F_y は、

$$F_x = - \int_B \left(-\rho \frac{\partial \phi_w}{\partial t} \right) R \cos \theta d\theta - \rho \sum_k \frac{d}{dt} \{ \Gamma_k (Y_k - Y_{ki}) \} \dots \dots \dots (40)$$

$$F_y = \rho \sum_k \Gamma_k (U_{xko} + U_{xki} - U_{xk}) + \rho \sum_k \frac{d}{dt} \{ \Gamma_k (X_k - X_{ki}) \} \dots \dots \dots (41)$$

から算出することができる。

(2) 境界層の形成に伴う抗力

ここでは式 (40) の F_x のみを対象とするが、右辺第1項は、線形波の場合は式 (3) で与えられる慣性力であり、第2項は渦糸(循環)の発生に起因する抗力である。いま波の進行方向を正とすると、抗力 F_D は、

$$\begin{aligned}
 F_D &= \rho \sum_k \frac{d}{dt} \{ \Gamma_k (Y_k - Y_{ki}) \} \\
 &= \rho \sum_k \frac{d\Gamma_k}{dt} (Y_k - Y_{ki}) + \rho \sum_k \Gamma_k (\dot{Y}_k - \dot{Y}_{ki}) \dots \dots (42)
 \end{aligned}$$

となる。ここに、 \dot{Y}_k および \dot{Y}_{ki} は、実渦糸および鏡像渦糸の移動速度であるが、式 (42) の右辺第1項は、循環が時間的に変化すると、抗力が発生することを示す。境界層は、Fig. 3 に描いたように、壁面上に渦糸を並べたものと考えることができるが、剥離渦が発生しない場合であっても、境界層が形成されると、循環が発生するために抗力が発生する。ただしこの場合は、便宜上、境界層を渦糸群とみなしたのであり、壁面の境界条件は最初から満たされているため、鏡像渦糸を考慮する必要はない。

次に、境界層外縁の流速を U_B で示すと、 k 番目の渦糸が寄与する循環の量は、

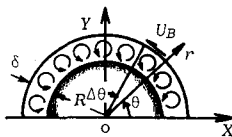


Fig. 3 Boundary layer made by point vortices.

$$\Gamma_k = U_B R \Delta \theta \dots \dots \dots (43)$$

となる。 U_B は、境界層厚を δ で示すと、 $r = R + \delta$ における流速であるが、境界層近似の誤差のオーダーを考慮し、ここでは、式 (18) に示した壁面上の回折波の水粒子速度 U_R を用いる。また、 Y_k は、 $Y_k = (R + \delta) \sin \theta \approx R \sin \theta$ と近似する。 \dot{Y}_k は、境界層厚 δ が r 方向に変化する速度の Y 方向成分であるが、ここでは、 δ は、半周期 $T/2$ の間にすべての場所で、ゼロから $\sqrt{\nu T/\pi}$ に比例する値にまで成長すると仮定すると、 δ の増加速度 $\dot{\delta}$ は、補正係数 c_B を用いて、

$$\dot{\delta} = c_B \sqrt{\nu T/\pi} / (T/2) \dots \dots \dots (44)$$

のように表わすことができる。

以上より、式 (42) の最後の辺の第1項および第2項の積分表示に変えて計算を行うと、

$$\begin{aligned}
 \rho \sum_k \frac{d\Gamma_k}{dt} Y_k &= \rho 2 \int_0^\pi \frac{\partial U_R}{\partial t} R^2 \sin \theta d\theta \\
 &= -4 i \rho a c^2 \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \frac{1}{H_1^{(2)}(kr)} e^{i\sigma t} \dots \dots \dots (45)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \rho \sum_k \Gamma_k \dot{Y}_k &= c_B \rho 2 \int_0^\pi U_R R |\sqrt{\nu T/\pi} / (T/2)| \sin \theta d\theta \\
 &= -\frac{4\sqrt{2}}{\pi} \epsilon_2 c_B \rho a c^2 \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \\
 &\quad \cdot \frac{1}{H_1^{(2)}(kr)} e^{i\sigma t} \dots \dots \dots (46)
 \end{aligned}$$

となる。両者の和が非剥離状態下の境界層の循環による抗力であり、これを F_{Dr} で表わすと、その抗力係数 C_{Dr} は

$$C_{Dr} = F_{Dr} / (\rho R U_x |U_x|) \dots \dots \dots (47)$$

から求めることができる。

(3) 剥離渦による抗力

剥離が発生する場合は、剥離点より前方の非剥離領域では、4.(2) で述べた抗力が生じ、剥離点より後流域では、剥離点から流下する渦糸群による抗力が生じる。

後者の渦による抗力は、完全流体では、発生した循環は時間的に不変であるという Kelvin の循環定理を適用すれば、式 (42) の最後の辺の第1項は、剥離点において新たに生まれる循環のみを考慮すればよい。したがって、 n 番目の時間ステップである $t = t_n$ における抗力は、

$$F_{Dv} = \frac{d\Gamma_n}{dt} (Y_n - Y_{ni}) + \sum_{k=1}^{n-1} \Gamma_k (\dot{Y}_k - \dot{Y}_{ki}) \dots \dots \dots (48)$$

で表わされる。ここに $d\Gamma_n/dt$ は、剥離点で生成される渦糸の単位時間当たりの循環であり、これは、剥離断面 $\theta = \theta_s$ を通過して後流部に流下する渦糸フラックス量に一致する。したがって、

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Gamma_n}{dt} \Big|_{\theta=\theta_s} &= \int_0^\sigma \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) (u + U_s) dy \\
 &\approx \frac{1}{2} [u^2]_0^\sigma + U_s [u]_0^\sigma = \frac{1}{2} U_B^2 + U_s U_B \dots \dots (49)
 \end{aligned}$$

となる。ここに、 U_B は剥離点における境界層外縁の流速であり、式 (18) の回折波の水粒子速度 U_r と、式 (33) に示した $t = t_{n-1}$ までに発生した渦糸による壁面上の流速の和で与えられる。

U_S は剥離点の移動速度であるが、剥離点が時間によらず一定している場合は、 $d\Gamma_n/dt$ は Sarpkaya^{9), 11)} が用いた $U_B^2/2$ になる。しかし、ここで扱う波動場の円柱のように、波の位相の変化に伴い剥離点が急激に移動する場合は、渦度の流下速度は相対的な速度である $u + U_S$ となるため、 $U_S U_B$ の項が加わる。この項は、差分時間 Δt を用い、 $U_B U_S = U_B(R\Delta\theta_s/\Delta t)$ と書くと、剥離点の移動に伴う後流域の変化による循環の変化を表わすことがわかる。 U_S の値は、式 (31) から求まる剥離点 $\theta_s(t)$ を用いて、

$$U_S = R\Delta\theta_s/\Delta t = R\{\theta_s(t_n) - \theta_s(t_{n-1})\}/\Delta t \dots\dots\dots (50)$$

から算出できる。 $t = t_n$ における循環の値 Γ_n は、式 (50) を t で数値積分することにより求まるが、最も粗い近似では、式 (49) に Δt を掛けることにより算出できる。

Y_n および Y_{ni} は、実渦糸およびその鏡像渦糸が剥離点 $\theta_s(t_n)$ から流下するときの Y 座標であるが、この位置を、従来の研究 (たとえば中村³²⁾) にない、境界層外縁 δ と仮定すると、 $Y_n - Y_{ni}$ は

$$Y_n - Y_{ni} = \{(R + \delta) - R^2/(R + \delta)\} \sin\theta_s(t_n) \approx 2\delta \sin\theta_s(t_n) \dots\dots\dots (51)$$

となる。これは、式 (48) 右辺第 1 項が δ により直接変化することを示しており、式 (14) に示した ε_2 が 1 つの重要なパラメーターとなることを示唆している。

Y_k および Y_{ki} は、 k 番目に (すなわち $t = t_k$ において) 発生した実渦糸およびその鏡像渦糸の移動速度の Y 方向成分である。通常、渦糸は、その存在位置における場の流速で流されると考えられるものであり、場の流速は、式 (3) の回折波の速度ポテンシャルから得られる水粒子速度と式 (33) で与えられる渦糸群による流速との和から求めることができる。ただし、渦糸群による流速の算出には、自分自身の渦糸を除いておく必要がある。

ところで、オイラー的な場の流速がわかると、1 つの時間における各渦糸の存在位置とその位置における移動速度を用いて、 Δt 時間後の各渦糸の移動先の座標位置を求めることができるが、ここではこの計算には、4 次のルンゲ・クッタ法³³⁾を用いた。

以上の結果を式 (48) に適用することにより、剥離渦による抗力 F_{DV} が計算できる。この場合の抗力係数を、 C_{DV} と表わすと、これは、次式で算出できる。

$$C_{DV} = F_{DV}/(\rho R U_x |U_x|) \dots\dots\dots (52)$$

5. 実験装置および方法

実験に用いた水槽は、幅 60 cm、深さ 80 cm、長さ 26

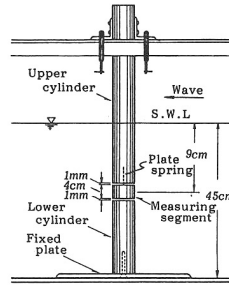


Fig. 4 Test cylinder.

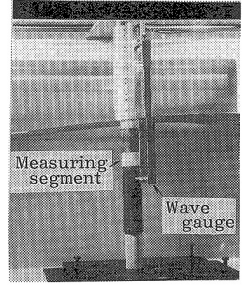


Photo 1 Experiments.

m であり、造波版の前方 13 m の位置に、波高計および Fig. 4 に示す波力測定用の円柱を設置した。円柱の直径 D は 6 cm であり、長さ 4 cm の波力測定部のセグメントが、上部円柱に板ばねで接続されている。波力は、板ばねの表と裏に貼り付けた 2 枚のストレインゲージのひずみを、動ひずみ計により検出する方法で測定した。実験時の水深 h は 45 cm であり、波力の測定点 z_p は静水面下 9 cm である。用いた波の周期 T は 0.5 s から 2.0 s の範囲内の 8 種類であり、各周期ごとに、順次波高を変えて波力を測定した。Photo 1 は、この実験状況を示したものである。

6. 結果および考察

摩擦力や剥離点の計算には、式 (19) の境界層内水粒子速度 u_{2na} を用いるが、この値は、座標変数 θ 、 y/R 、 z/h 、 t/T およびパラメーター kh 、 kR 、 ε_1 、 ε_2 により定められる。また、通常よく使われるパラメーターである KC 数および Reynolds 数は、次式で計算できる。

$$\left. \begin{aligned} KC &= U_{max} T / 2 R \\ &= \pi \varepsilon_1 \cosh kh (1 + z/h) / (kR \cdot \sinh kh) \\ Re &= U_{max} 2 R / \nu \\ &= 2 (\varepsilon_1 / \varepsilon_2^2) \cdot \cosh kh (1 + z/h) / (kR \cdot \sinh kh) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

Fig. 5 は、式 (31) を用いて計算した剥離点 θ_s の位相変化を KC 数をパラメーターとして示した一例である。横軸の $t/T = 0.25$ および 0.75 が波峰および波谷の位相であるが、剥離点は t/T の変化に伴い急激に変

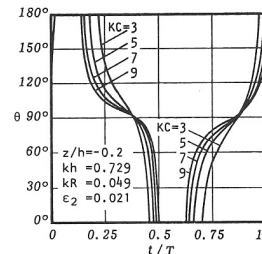


Fig. 5 Separation point.

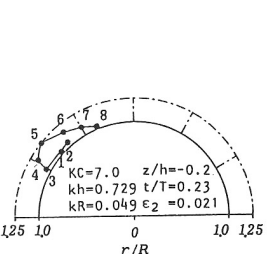


Fig. 6 Vortex position.

化する。このことは循環の時間変化の算定に際し、式(49)右辺第2項が重要なことを示している。Fig. 6は、各位相において剥離点から放出された渦系の流下状況を示した一例である。計算条件は、 $T=2.0\text{ s}$ 、 $KC=7.0$ の場合であり、渦系1から8は、時間ステップを $\Delta t/T=0.01$ としたときに $t/T=0.16$ から0.23までに順次発生した渦系を意味する。これらの渦系には、粘性による渦の拡散効果を考慮し、次のような回転速度 v_θ を生じる粘性渦モデルを適用した³⁴⁾。

$$v_\theta = \begin{cases} \frac{1}{2\pi r_c} \Gamma & (r_c \geq \sigma_c) \\ \frac{r_c}{2\pi \sigma_c^2} \Gamma & (r_c < \sigma_c) \end{cases} \dots\dots\dots (54)$$

ここに、 Γ は渦系の循環の強さ、 r_c は渦中心からの半径、 σ_c は粘性渦のコアである。コアは、動粘性係数 ν および渦が放出されてからの経過時間 t^* を用い、通常よく用いられる $\sigma_c=2.24\sqrt{\nu t^*}$ で与えた³⁴⁾。なお、計算に際し、コアが近接し過ぎた場合に生じる両渦系の異常な挙動を避けるため、渦系間距離が境界層厚 δ 以下になった場合は両渦系を合成し、また渦系が円柱内部へ侵入した場合は、その渦系を境界層外縁へ置き直すという処理を行った。

Fig. 7(a) から (h) は、 KC 数の変化に伴う C_D の変化を波の周期ごとに示した図であり、 C_D の値は、峰($t/T=0.25$)および谷($t/T=0.75$)の位相におけるものである。図中の黒丸は加速度 $\partial U_x/\partial t$ がゼロとなる位相の実測波力を用いて算出した

実験値であり、この際必要となる水粒子速度 U_x は、式(7)に示した微小振幅波理論による値を適用した。計算値は、式(9)の回折理論から得られる見掛けの抗力による C_D を破線で示し、これに水粒子速度の効果を加えた式(25)の C_D を点線で、さらに、式(25)に式(30)の摩擦力による C_{Dr} を加えたものを一点鎖線で示す。また、式(47)の境界層の形成に基づく抗力による C_{Dr} を実線で、式(52)の剥離渦に基づく抗力による C_{Dv} を折線で示す。ただし、 C_{Dv} の値は、 KC 数の整数値の点においてのみ行っており、また、 $KC < 3$ の C_{Dv} は、 C_{Dr} に比べて

きわめて小さいため描かれていない。ただし剥離そのものは、 $KC > 2$ 程度から発生する²⁸⁾。

Fig. 7(a)~(h)より、剥離渦あるいはその影響がほとんど生じない領域である $KC < 3 \sim 4$ では、実験値の C_D は、 $c_\theta=10 \sim 50$ とした理論値の C_D と比較的によく一致する。このことは、境界層の成長に使われる運動量に起因する抗力が、回折効果による見掛けの抗力や壁面摩

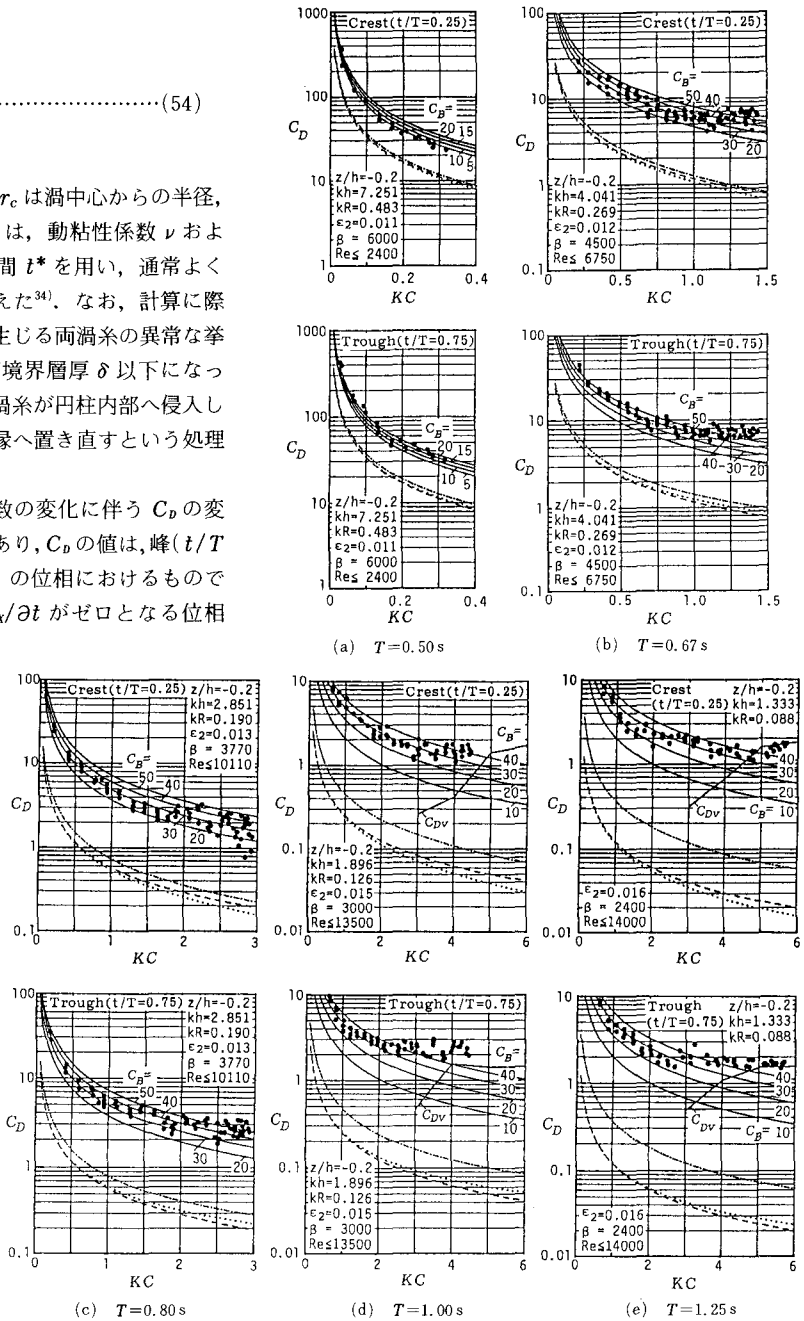


Fig. 7 Drag coefficients C_D versus Keulegan-Carpenter's number KC .

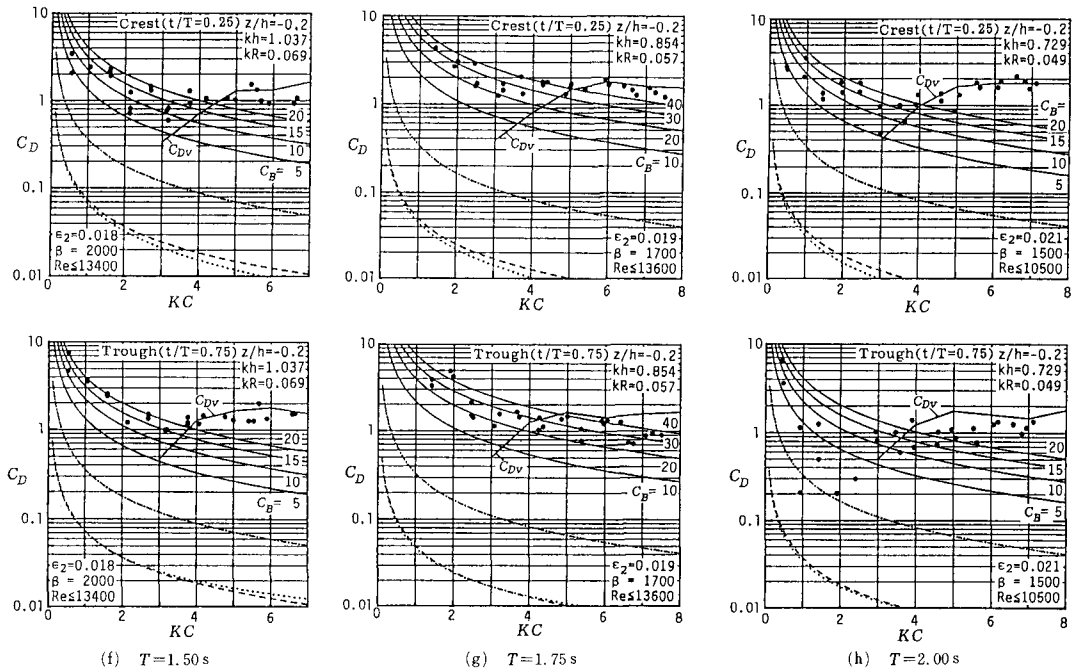


Fig. 7

撥力による抗力よりもはるかに大きいことを実証している。しかし、 c_B の値については、本実験の範囲内では $c_B=30 \pm 20$ が1つの目安となるが、一般的な特性は現在不明確であり、今後境界層厚の見積り方とともにさらに検討しなければならない。次に剥離渦の影響が顕著となる $4 < KC < 8$ では、計算値の C_{Dv} には、渦の離散化による数値計算上の誤差が含まれるため、その値は KC 数の増加に対し、必ずしも滑らかに変化していないが、全体的には計算値と実験値とは比較的良好一致している。したがって剥離渦による抗力は、剥離点の移動効果を考慮した循環の値を用いることにより、式 (48) を用いてほぼ妥当に算出されるといえる。なお、(g) および (h) の波谷における実験値が計算値の C_D よりも小さい理由は、 KC 数の増加に伴う波の有限振幅性の増加を無視し、抗力の実測値を微小振幅波理論の水粒子速度で割算しているための誤差によるものと考えられる。このことは、水粒子速度の評価の差違が C_D の値に与える影響は必ずしも小さくないことを示しており、今後さらにこの点を考慮した取扱いを行わねばならない。

以上の実験および計算は、 $z/h = -0.2$, $kh = 0.729 \sim 7.25$, $kR = 0.049 \sim 0.483$, $Re < 14000$, $KC < 8$, ($\beta = Re/KC = 1500 \sim 6000$) の範囲内のものであるが、 z/h および kh は鉛直方向水粒子速度の混入の程度を示すパラメータであり、通常は C_D の値を強く支配するものでないことから、Fig. 7の結果は、非剥離状態および層流剥離状態における抗力係数の KC 数による変化

特性を示すものとして、より一般的な場合の目安となるといえる。なお、本論文では、抗力の大きさや慣性係数の変化特性についてはほとんど述べなかったが、通常慣性力が卓越すると考えられている低 KC 数領域においても、波の周期が小さくなると、抗力は全波力の数10%を占めるようになり、また慣性係数は、 KC 数の増加に伴う後流渦の効果の増加のため、値は減少する傾向にあることを付記する。

7. 結 論

本研究は、ポテンシャル理論および層流境界層理論を用い、波動場の鉛直円柱に働く抗力の発生機構を考究したものであるが、その結果を要約すると次のようになる。

(1) $KC < 3 \sim 4$ の非剥離およびそれに近い状態では、境界層の発達のために使用される波動場の運動量欠損が抗力の主要原因であり、この場合の抗力係数は、境界層厚の増加速度を表すための係数 c_B の値を与えることにより、ポテンシャル理論を用いて容易に求めることができる。

(2) $KC > 3 \sim 4$ における層流剥離(対称渦対)状態では、剥離渦の発生・流下が抗力の主要原因であり、この場合の抗力係数は、層流境界層理論から得られる剥離点から渦糸を放出する方法を用いて、数値計算することができる。特に本研究の範囲内の計算値は、平均的な値としては $C_D = 1.7$ 程度とみなすことができる。

最後に、本研究の推進に際しご指導を賜った京都大学

名誉教授 岩垣雄一先生に謝意を表するとともに、実験にご協力下さった広部英一助教授（福井高専）、北山真君（鹿島建設）、西道正浩君（石川県）および一力信雄君（日本PSコンクリート）に感謝する。なお、本研究の完成直前に他界された当時金沢大学大学院生の故田村賢一君のご冥福をお祈り致します。

参考文献

- 1) Morison, J. R., Johnson, J. W., O'Brien, M. P. and Schaaf, S. A. : The force exerted by surface waves on piles, Tech. Pub. No. 284, Petroleum Trans., AIME, Vol. 189, pp. 149~154, 1950.
- 2) MacCamy, R. C. and Fuchs, R. A. : Wave forces on piles : Diffraction theory, Tech. Memo., No. 69, B. E. B., pp. 1~17, 1954.
- 3) Keulegan, G. H. and Carpenter, L. H. : Forces on cylinder and plates in an oscillating fluid, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 60, No. 5, pp. 423~440, May, 1958.
- 4) Goda, Y. : Wave forces on a vertical circular cylinder : Experiments and a proposed method of wave force computation, Reported of Port and Harbour Technical Research Institute, No. 8, Ministry of Transportation, pp. 1~74, 1964.
- 5) 土屋義人・山口正隆 : 波による円柱の抗力係数について, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 379~383, 1972.
- 6) 岩垣雄一・石田 啓・千田哲雄 : 円柱に作用する不規則波力について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 1~5, 1973.
- 7) 石田 啓 : 円柱に作用する波力に関する基礎的研究, 京都大学提出学位論文, pp. 61~74, 1978.
- 8) Sarpkaya, T. and Isaacson, M. : Mechanics of wave forces on offshore structures, Van Nostrand Reinhold Company, pp. 92~102, 1981.
- 9) Sarpkaya, T. : Lift, drag, and added-mass coefficients for a circular cylinder immersed in a time-dependent flow, J. Applied Mechanics, Vol. 30, No. 1, ASME, Vol. 85, Series E, pp. 13~15, Mar., 1963.
- 10) Sarpkaya, T. and Garrison, C. J. : Vortex formation and Resistance in unsteady flow, J. Applied Mechanics, Vol. 30, No. 1, ASME, Vol. 85, Series E, pp. 16~24, Mar. 1963.
- 11) Sarpkaya, T. : An analytical study of separated flow about circular cylinder, J. Basic Eng., ASME, Series D, Vol. 90, pp. 511~518, 1968.
- 12) Sawaragi, T. and Nakamura, T. : Analytical Study of wave force on a cylinder in oscillatory flow, ASCE, Coastal structures 79, Vol. 1, pp. 154~173, Mar. 1979.
- 13) 野田英明・松見吉晴 : 円柱に作用する波力の実験的再検討, 第26回海岸工学講演会論文集, pp. 411~415, 1979.
- 14) 堀川清司・渡辺 晃・勝井秀博 : 円柱に作用する砕波力に関する研究, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 37~42, 1973.
- 15) 光易 恒・本多忠夫 : 円柱に作用する砕波の波力, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 43~47, 1973.
- 16) 榎木 享・後野正雄 : 円柱に作用する砕波局部波力に関する実験的研究, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 438~442, 1982.
- 17) 堀川清司・水口 優・北沢 修・柳本泰伴 : 波と流れが共存する場における流体力について (1), 第23回海岸工学講演会論文集, pp. 39~44, 1976.
- 18) 岩垣雄一・浅野敏之・永井文博 : 波と流れの共存場に置かれた円柱に作用する流体力, 第29回海岸工学講演会論文集, pp. 433~437, 1982.
- 19) 山口正隆・土屋義人 : 大口径円柱に作用する波圧波力に及ぼす波の非線形性の影響, 土木学会論文集, No. 229, pp. 41~53, 1974.
- 20) 喜岡 渉・石田 昭 : 円柱に作用する第2次近似回折波力, 第31回海岸工学講演会論文集, pp. 620~624, 1984.
- 21) Chakrabarti, S. K. : Inline forces on fixed vertical cylinder in waves, ASCE, Vol. 106, No. WW 2, pp. 145~155, May, 1980.
- 22) Chakrabarti, S. K. : Wave force coefficients for rough vertical cylinder, ASCE, Vol. 108, No. WW 4, pp. 445~455, Nov. 1982.
- 23) Chaplin, J. R. : Morison inertia coefficients in orbital flow, ASCE, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., Vol. 111, No. 2, pp. 201~215, Mar., 1985.
- 24) Teng, C. C. and Nath, J. H. : Forces on horizontal cylinder towed in waves, ASCE, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., Vol. 111, No. 6, pp. 1022~1040, Nov., 1985.
- 25) Bearman, P. W., Downie, M. J., Graham, J. M. R. and Obasaju, E. D. : Forces on cylinders at low Keulegan-Carpenter numbers, J. Fluid Mech., Vol. 154, pp. 337~356, 1985.
- 26) Sarpkaya, T. : Force on a circular cylinder in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers, J. Fluid Mech., Vol. 165, pp. 61~71, 1986.
- 27) 岩垣雄一・石田 啓 : 波動により円柱上に発達する3次元層流境界層について, 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 1~6, 1974.
- 28) 岩垣雄一・石田 啓 : 小口径円柱まわりの波圧分布と後流渦について, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 531~537, 1975.
- 29) 都築 進・渡辺 晃・堀川清司 : 波動場におかれた水平円柱に作用する波力の数値シミュレーション, 第33回海岸工学講演会論文集, pp. 526~530, 1986.
- 30) Milne-Thomson, L. M. : Theoretical hydrodynamics, Macmillan and Co. Ltd., pp. 157~163, 1968.
- 31) 今井 功 : 流体力学 (前編), 裳華房, pp. 404~408, 1975.
- 32) 中村孝幸 : 海洋構造物に作用する波力特性とその振動応答に関する研究, 大阪大学提出学位論文, 1977.
- 33) 土木学会編 : 土木工学における数値解析/基礎編, サイエンス社, pp. 40~42, 1977.
- 34) 坂田 弘・足立武司・稲室隆二 : うず放出モデルを用いたはく離を伴う非常流の二解法, 日本機械学会論文集 (B編), 49巻 440号, pp. 801~808, 1983.