

底面境界層に起因する潮汐残差流の生成構造

STRUCTURE OF TIDE INDUCED RESIDUAL CURRENT CAUSED BY BOTTOM OSCILLATORY BOUNDARY LAYER

高木不折*・和田 清**

By Fusetsu TAKAGI and Kiyoshi WADA

The structure of the vertical circulations caused by the combined effect of the bottom oscillatory boundary layer (Stokes layer) and bottom inclination in on-offshore directions have been analyzed theoretically. In the first-order theory, the maximum amplitude of water surface appears at the shallowest water depth of the reflection boundary in coastal region, and the major axes of hodograph deflect towards shallower water region. The generating terms of residual current in tidal currents with different distributions have been discussed. It has turned out that second-order vertical circulations show 2-layer structure. The results obtained through the discussion may give useful suggestions to investigate the generating mechanism of the tide induced residual currents in the coastal region.

Keywords: tide induced residual current, bottom boundary layer, sloping bottom

1. 緒 論

潮流の時間平均値である恒流（または残差流）は、閉鎖性海域などでの物質輸送に大きな影響を及ぼすことはすでに周知のとおりである。汚濁予測としての物質輸送モデルを精度高く確立するためには、残差流の実態を把握することが不可欠である。著者らは残差流の中でも最も安定していると考えられている潮汐残差流の生成維持機構に注目し、その解明に取り組んできた¹⁾。この残差流の研究については、さまざまな生成維持機構が議論されているが^{2),3)}、現地では、陸岸沿いあるいは底面上の境界層に起因する残差流が発達しやすいことが指摘されている⁴⁾。

振動流の境界層によって発生する定常流の問題は、すでに Abbott⁵⁾ や Schlichting⁶⁾ らによって原理的には述べられており、安田⁷⁾⁻⁹⁾ は、一定水深の内湾において、潮汐振動流の形成する境界層 (Stokes 層) が、定常的な水平・鉛直残差環流を生成することを示した。さらに、図-1 のような海底地形が潮汐波の進行方向と垂直（本論文ではこの方向を岸沖方向とよぶことにする）に傾斜

している場合に、潮汐振動流による底面境界層と海底傾斜の相互作用によって生じる水平循環流を求めている¹⁰⁾。この傾斜海域における水平循環流は、著者らも水理実験により確認しているが¹¹⁾、流速分布の水平・鉛直シアの構造が定量的にどのように関与しているのかは、明らかにされていないのが現状である。

また、従来の取扱いでは、潮汐波の進行方向にのみ水面勾配を考慮し、それに垂直な岸沖方向については、水面勾配を無視して取り扱っている。このことは、潮流の岸沖方向成分の存在および進行方向成分と鉛直成分の岸沖方向変化を無視することに相当しており、海域における物質分散機構における一次元分散しかも鉛直シア分散のみを評価することに対応している。

一方、実際の海域では、湾口条件あるいは地形条件などによって水位変化は二次元的であり、また潮汐波の進行方向に垂直な岸沖方向に海底傾斜が存在する場合には、潮汐波などの長周期波の波速は水深に依存するため岸沖方向には異なるはずである。その結果、流速の岸沖方向成分の発生および進行方向と鉛直流速成分の岸沖方向変化が生じることになる。しかし、この効果が岸沖方向断面内における鉛直循環流にどのように影響し、一次元分散の水平シア分散さらには二次元分散に寄与するかはまだ不明確のままである。

* 正会員 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科
(〒464 名古屋市千種区不老町)

** 正会員 工修 名古屋大学助手 工学部土木工学科(同上)

本研究は、上述の点を明らかにする前段階として、潮汐振動流によって形成される底面境界層に着目し、岸沖方向に海底傾斜が存在する海域を対象として、まず i) 岸沖方向の水面勾配および流速成分、さらには他の流速成分の岸沖方向変化を考慮し、それらがどのように岸沖方向断面内における鉛直循環流の生成機構に寄与するのか、ii) また、流速の鉛直分布の違いによるその鉛直循環流の生成機構、を理論的に解明しようとするものである。

2. 潮汐残差流（定常流）の支配方程式

(1) 基礎方程式

対象とするモデル海域は、図-1に示すように、浅水深 h_1 から沖 (y 方向) に向かって、水深 h が一定勾配 ($\tan \theta = h_1/y_0$) で増加するような半無限領域の直線状海岸である。このような状況は現実の湾では考えにくいですが、基本的に海底傾斜がどのように流動場を規定し、残差流の生成に寄与するのかを明らかにするために、一定勾配をもつ海底地形という理想的な状況を設定した。また、長さスケールが l のこの海域に、潮汐波を含めた長周期波の単一の基本成分波が、 $x=0$ の境界より内部へ進入するものとする。本来、領域内の陸岸と底面には境界層が形成され、二次的な流れ場が生じる。しかし、ここでは、水平粘性は陸岸付近を除いて支配的ではないので省略し、鉛直粘性は底面境界層と傾斜面との複合効果を評価するために考慮する。

したがって対象海域内の流れ場は、次のような方程式に支配されていることになる。

$$\partial \mathbf{V} / \partial t + (\nabla \times \mathbf{V}) \times \mathbf{V} = -\nabla \chi + \nu \partial^2 \mathbf{V} / \partial z^2 \dots (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \dots (2)$$

ここで、 $\mathbf{V} (= i\mathbf{u} + j\mathbf{v} + k\mathbf{w})$: 流速ベクトル、 $\nabla = i\partial/\partial x + j\partial/\partial y + k\partial/\partial z$ で、 i, j, k はそれぞれ x, y, z 軸上の単位ベクトル、 $\nabla \times \mathbf{V} = i\xi_x + j\xi_y + k\xi_z$ 、 $\xi_x = \partial w/\partial y - \partial v/\partial z$ 、 $\xi_y = \partial u/\partial z - \partial w/\partial x$ 、 $\xi_z = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y$ 、 t : 時間、 $\chi (= p/\rho + gz + \mathbf{V}^2/2)$: 圧力、位置および運動エネルギーからなる全圧、 p : 圧力、 ρ : 密度、 g : 重力加速度、 ν : 鉛直動粘性係数である。

一般に、式 (1) および (2) を直接解くことは困難であるので、ここでは、解法としては正規モード法⁹⁾に従うことにする。すなわち、潮汐流のような長周期波動場では、流速成分、水位などの周期的な変数 a は各調和成分の和として以下のように表わすことができる。

$$a = a_s + a_r + a_{rr} + \dots + a_n + \dots \dots (3)$$

ただし、添字 s は残差成分 (1 周期平均) を示し、添字 T は開口部から進入する潮汐波と同周期をもつ基本成分、添字 TT は基本成分の 2 倍の周波数をもつ 2 倍周波数成分、添字 n は n 倍周波数成分を表わしている。

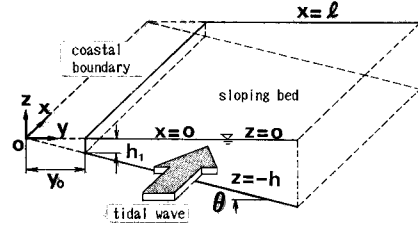


図-1 モデル海域

Schlichting⁶⁾ が解析したように、強い振動流の中に弱い定常流が存在する場合には、基本振動モードが他のモードよりも十分に大きければ、小さいモードは摂動量 $\epsilon (= \eta_a/h, \eta_a$: 水位振幅、 h : 水深) として扱われる。このようにすれば、式 (1) および (2) は、各オーダーについての方程式群に書き換えられる。本来、各成分は、多くの調和成分の非線形効果によって生成されるけれども⁹⁾、ここでは 1 次の基本成分によって生成される 2 次の残差成分までに限定して取り扱うことにする。

こうして、基本成分の方程式 (1 次のオーダー) としては、

$$\partial u_T / \partial t = -g \cdot \partial \eta_T / \partial x + \nu \partial^2 u_T / \partial z^2 \dots (4)$$

$$\partial v_T / \partial t = -g \cdot \partial \eta_T / \partial y + \nu \partial^2 v_T / \partial z^2 \dots (5)$$

$$\partial \eta_T / \partial t + \partial \left(\int_{-h(y)}^0 u_T dz \right) / \partial x + \partial \left(\int_{-h(y)}^0 v_T dz \right) / \partial y = 0 \dots (6)$$

が得られる。ここで、海域の海水運動は、密度が圧力のみで決まるバロトロピックな状態を想定して、 $\chi_T = g\eta_T$ としている。また流速の鉛直成分 w_T は、連続式 (2) によって求まるものとする。

また、残差成分の方程式 (2 次のオーダー) は以下のようなになる。

$$\nu \partial^3 u_s / \partial z^3 = \partial (w_T \xi_{yT} - v_T \xi_{zT})_s / \partial z + \partial (v_T \xi_{zT} - u_T \xi_{yT})_s / \partial x \dots (7)$$

$$\nu \partial^3 v_s / \partial z^3 = \partial (u_T \xi_{zT} - w_T \xi_{xT})_s / \partial z + \partial (v_T \xi_{xT} - u_T \xi_{yT})_s / \partial y \dots (8)$$

$$\partial u_s / \partial x + \partial v_s / \partial y + \partial w_s / \partial z = 0 \dots (9)$$

本来 2 次以上の圧力項 χ_{TT} は、未知関数であるが、上式からわかるように、過度演算によってその項が消去されている。そして、式 (7)、(8) および (9) によって、流速の基本成分 (添字 : T) が求めれば順次残差成分 (添字 : s) を導くことができる。

ここで、2 倍周波数成分は残差成分と同じ項から生成されるものであるが、本研究の目的は、残差成分の構造を明らかにすることであるので、後者についてのみ取り扱うことにする。

(2) 1 次の基本成分の解法

まず、式 (4)、(5) および (6) を解くことから始

める。従来の解析¹⁰⁾では、1次の流速の基本成分について、 x - z の鉛直断面内での二次元の運動方程式と流速の x 方向成分 u_T を岸沖(y)方向に積分した一次元の連続式によって解くために、水位 η_T および流速 u_T については y 方向の変化が考慮されていない。しかし、本研究で対象とする現象では、水位 η_T は二次元的、かつ流速 u_T 、 v_T および w_T は三次元的に解析する必要がある。

そこで、現在考えている水位 η_T および流速 u_T 、 v_T 、 w_T がすべて時間的に同じ周期運動をすると仮定する。すなわち、

$$\eta_T = R_e[E(x, y) \cdot \exp(-i\omega t)] \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

$$u_T = R_e[U(x, y, z) \cdot \exp(-i\omega t)] \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

$$v_T = R_e[V(x, y, z) \cdot \exp(-i\omega t)] \dots\dots\dots (10 \cdot c)$$

$$w_T = R_e[W(x, y, z) \cdot \exp(-i\omega t)] \dots\dots\dots (10 \cdot d)$$

とおき、方程式(4)、(5)および(6)と境界条件を満たすように、この E 、 U 、 V および W を求めることを考える。ここで、 E 、 U 、 V 、 W :複素振幅、 ω (= $2\pi/T$):基本成分の角周波数、 T :周期、 i (= $\sqrt{-1}$):虚数である。

一方、境界条件は η_T 、 u_T 、 v_T および w_T について以下のように設定する。

$$\eta_T = \eta_a \cdot \cos \omega t; \quad x=0, y=y_0 \dots\dots\dots (11 \cdot a)$$

$$\partial \eta_T / \partial x = 0 \quad ; \quad x=l \dots\dots\dots (11 \cdot b)$$

$$\partial \eta_T / \partial y = 0 \quad ; \quad y=y_0 \dots\dots\dots (11 \cdot c)$$

$$\partial u_T / \partial z = 0 \quad ; \quad z=0 \dots\dots\dots (12 \cdot a)$$

$$u_T = 0 \quad ; \quad z=-h \dots\dots\dots (12 \cdot b)$$

$$\partial v_T / \partial z = 0 \quad ; \quad z=0 \dots\dots\dots (13 \cdot a)$$

$$v_T = 0 \quad ; \quad z=-h \dots\dots\dots (13 \cdot b)$$

$$w_T = 0 \quad ; \quad z=-h \dots\dots\dots (14)$$

これらの境界条件のうちで、やや特殊なものとなっている式(11・a)について触れておこう。一般に、湾のアスペクト比(湾幅/湾長)が十分小さい長方形湾では、幅方向の水位変化は無視して扱われる。しかし、どの程度のアスペクト比に対して、その仮定が成立するかは明らかにされていないのが現状である。さらに、岸沖方向に海底が傾斜する場合には、一様水深の場合とは異なり、たとえば、開口部($x=0$)の境界で水位が岸沖方向に一定であっても、潮汐波を含めた長周期波の波速が水深に依存するために、 x 方向の波速は岸沖方向すなわち y 方向に変化し、沖方向に水位振幅が減衰して、海岸付近にエネルギーがtrapされることが生じる^{13),14)}。ここでは、開口部での境界条件において、水位振幅あるいは位相の差として、岸沖方向に水面勾配が生じる場合はもちろん、対象海域内の流れの内的な条件によって定まる、このような y 方向の水面勾配を考えるものとして、境界条件式(11・a)が用いられている。その水面勾配の

一般形は、式(4)、(5)および(6)の解によって定まるが、その水面勾配の減衰の程度は、パラメーターによって導入できるように考慮している。

まず、式(10)を式(4)、(5)および(6)に代入すれば、以下ようになる。

$$\nu \partial^2 U / \partial z^2 + i\omega U = g \partial E / \partial x \dots\dots\dots (15)$$

$$\nu \partial^2 V / \partial z^2 + i\omega V = g \partial E / \partial y \dots\dots\dots (16)$$

$$-i\omega E + \partial \left(\int_{-h(y)}^0 U dz \right) / \partial x + \partial \left(\int_{-h(y)}^0 V dz \right) / \partial y = 0 \dots\dots\dots (17)$$

式(15)、(16)を、境界条件式(12)、(13)を考慮して解くと、 U 、 V は E の関数として表わされ、さらに、この関係を用いると ν が小さい場合には、式(17)は、次式のように E についての方程式となる。

$$\partial^2 E / \partial x^2 + \alpha_1^2 \partial^2 E / \partial \phi^2 + (\alpha_1^2 / \phi) \partial E / \partial \phi + (\omega^2 / g \phi) E = 0 \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 $\phi = \alpha_1 y - \beta_1$ 、 $\alpha_1 = h_1 / y_0$ 、 $\beta_1 = (1+i)/(2\beta)$ 、 $\beta = \sqrt{\omega / 2\nu}$ としている。

$E = X(x) \cdot Y(y)$ と変数分離すれば、式(18)は、 X と Y についての次の方程式に書き換えられる。

$$d^2 X / dx^2 + k^2 X = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$d^2 Y / d\phi^2 + (1/\phi) dY/d\phi - (K^2 - Q^2/\phi) Y = 0 \dots\dots\dots (20)$$

ここで、 $Q^2 = \omega^2 / \alpha_1^2 g$ 、 $K^2 = k^2 / \alpha_1^2$ 、 k (= $2\pi/L$):長周期波の波数、 L :波長である。

式(19)については、容易に解くことができるが、 Y についての式(20)は、独立変数を $r=2K\phi$ に変換し、また、従属変数を $Y=e^{-r/2} \cdot R(r)$ によって R に変換すると、Kummerの微分方程式に帰着する¹²⁾。

$$r d^2 R / dr^2 + (1-r) dR/dr - \lambda R = 0 \dots\dots\dots (21)$$

ここで、 $r=2k(y-\beta_1/\alpha_1)$ 、 $\lambda=(1-B)/2$ 、 $B=Q^2/K$ である。

ところで、式(21)は第3項が整数の場合、すなわち、 m を0(基本モード)または正の整数(高次モード)として

$$\omega^2 = gk(2m+1) \tan \theta \dots\dots\dots (22)$$

を満たす場合にのみ、 η_T が無遠慮で減衰する解をもつことが知られている^{13),14)}。こうして、式(19)および(21)の解を求めれば、結局 E に関する一般解は、以下のようになる。

$$E = (C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx}) \cdot e^{-r/2} [C_3 F_1 + C_4 (F_1 \cdot \ln r + F_2)] \dots\dots\dots (23)$$

ここで、 C_i ($i=1-4$):積分定数、 $F_1 [=F_1(\lambda, 1; r)]$ 、 $F_2 [=F_2(\lambda, 1; r)]$:Kummerの合流型超幾何関数である(なお、式(23)中 C_4 の項を考慮しない場合には、エッジ波の場合¹³⁾と一致する)。さらに、式(23)の未定積分定数を境界条件式(11)を用いて決定すれば、式

(18) の無次元表示の解, E^* が求められる.

$$E^* = E/\eta_a = X_2^* \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot C(r) \dots\dots(24)$$

ここで, $X_2^* = \cos k_1^* (1-x^*)/\cos k_1^*$

$$C(r) = (f_1 F_{10} - f_{20} F_1)/(f_{21} F_{10} - f_{20} F_{11}),$$

$$f_1 = F_1 \cdot \ln r + F_2, \quad f_{21} = f_1 |_{r=r_0},$$

$$f_{20} = (df_1/dr - f_1/2) |_{r=r_0},$$

$$F_{10} = (dF_1/dr - F_1/2) |_{r=r_0},$$

$$F_{11} = F_1 |_{r=r_0}, \quad r = 2 k_{y0}^* (y^* - \beta_1/a_1 y_0),$$

$$r_0 = r |_{y^*=1}, \quad x^* = x/l, \quad k_1^* = k \cdot l,$$

$$y^* = y/y_0, \quad k_{y0}^* = k \cdot y_0,$$

である.

先述したように, U, V は E の関数であった. そこで, 式 (24) で求められた E^* を用いれば, 無次元化した U^*, V^* はそれぞれ以下になる.

$$U^* = U/(gk\eta_a/\omega) = -i \cdot X_1^* \cdot C(r) \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot G(z^*, h^*) \dots\dots(25)$$

$$V^* = V/(gk\eta_a/\omega) = -i \cdot X_2^* \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot G(z^*, h^*) \cdot [2dC(r)/dr - C] \dots\dots(26)$$

ここで, $X_1^* = \sin k_1^* (1-x^*)/\cos k_1^*$,

$$G(z^*, h^*) = 1 - \exp\{-(1-i)(z^* + h^*)\},$$

$$z^* = \beta z, \quad h^* = \beta h,$$

である. ただし, 式 (25), (26) は, $G(z^*, h^*)$ において, $\exp(-h^*) \approx 0$ が成立するとみなせる $h^* \geq 5$ の範囲に適用可能な近似解である.

こうして, 式 (15), (16) および (17) の解 E, U, V が求められた. 次に, 無次元化した潮汐波の鉛直流速成分の複素振幅 W^* は, 式 (25), (26) を連続式 (2) に代入し, 境界条件式 (14) を考慮して定められる.

$$W^* = W/(gk\eta_a/\omega) = -i \cdot X_2^* \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot a_1 [(P_2/4) \cdot H^* + |P_1/2 - (1+i) \cdot P_2/8| \cdot G(z^*, h^*)] \dots\dots(27)$$

ここで, $H^* = z^* + h^*$

$$P_1 = 2 \cdot [2dC(r)/dr - C]$$

$$P_2 = 16(k_{y0}^*/h_1^*) \cdot (d^2C/dr^2 - dC/dr)$$

$$h_1^* = \beta h_1$$

である.

なお, ここで注意すべきことは, 式 (23) の C_4 の項を考慮しているために合流型超幾何関数は, $\lambda=0$ の場合には $F_1=1$ となるが, F_2 は r に関して増加関数となる可能性がある. 言い換えれば, 前述した η_r が沖 (y) 方向に減衰する範囲を調べておく必要がある.

図-2 は式 (24) の k_{y0}^* をパラメーターにして, $x^*=0$ における E^* の岸沖方向変化を示したものである. 同図から, $k_{y0}^* \leq 0.5$ であれば $k \cdot y \leq 1$ の範囲で E^* が沖方向に減衰することがわかる.

以上, 流速の基本成分の無次元振幅 U^*, V^* および

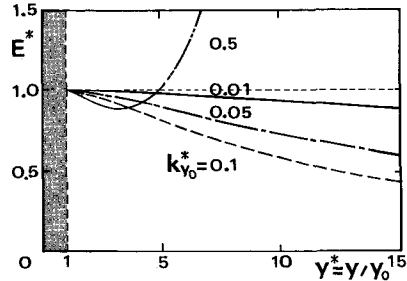


図-2 k_{y0}^* による無次元水位振幅 E^* の y^* 方向変化 ($x^*=0$)

W^* (式 (25)~(27)) が求められた. 一例として U^* の鉛直分布図を示すと, 図-3の実線のようなである. 同図から, 境界層近傍に潮流の位相分布による振幅の膨らみ (hump) が生じていることがわかる. この振幅の膨らみは, 鉛直動粘性係数を定数としたことによって導かれたものである. このように, 粘性のために底面上に発達する層流境界層内の流速分布は, いわゆる shear wave となる. これは粘性が, 1) 流速振幅の減少と 2) 位相差を増す役割を果たしている. しかし, 現実の海域, 特に振動する潮流中では, 時空間的に粘性率は変化しているものと考えられる⁸⁾. 一般に, 水深が 10~20 m の浅海域では, 大部分が乱流状態であり, 水面まで境界層が発達していると考えてもよいことが多い. すなわち, 浅海域での乱流境界層は, 河川などの一様流における境界層と同じく, 1) せん断力分布が水面に向かって減少する log linear layer と 2) log layer (これについては底面上数 m まで constant stress layer の仮定がほぼ成立することが実証されている) および 3) 厚さが数 mm 程度の粘性応力が支配的な粘性底層の三者によって表わされるものとして取り扱われている¹⁵⁾. そこで, ここではさらに, 潮流の流速分布の鉛直構造の違い, すなわち渦度変化がどのように鉛直循環流の生成機構に関係しているかを考察するために, 図-3の破線で示したような, 潮流の振幅の鉛直分布が膨らみをもたない (全水深にわたって鉛直シアアが同符号である) 場合についても, 流速の基本成分の無次元振幅を求めておこう. この位相の分布を無視した流速の鉛直分布形状は, 第1段階として絶対値はともかく現実の海域で一般的な状態を考えてい

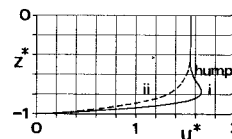


図-3 基本流速分布の無次元振幅 U^* の鉛直方向変化 ($x^*=0, y^*=2$)

- i) 膨らみ (hump) のある場合
- ii) 膨らみ (hump) のない場合

ることに相当しているものと思われる。

この場合、式 (25)~(27) において、潮流の鉛直分布を表わす $G(z^*, h^*)$ を、 $G'(z^*, h^*)=1-\exp\{-\alpha_1(z^*+h^*)\}$ とし、流速の基本流速成分の無次元振幅 U^* 、 V^* および W^* を求めると、以下のようである。

$$U^* = U' / (gk\eta_a / \omega) = -i \cdot X_1^* \cdot C(r) \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot G'(z^*, h^*) \dots \dots \dots (28)$$

$$V^* = V' / (gk\eta_a / \omega) = -i \cdot X_2^* \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot G'(z^*, h^*) \cdot \{2 dC(r)/dr - C\} \dots \dots \dots (29)$$

$$W^* = W' / (gk\eta_a / \omega) = -i \cdot X_3^* \cdot \exp\{-(r-r_0)/2\} \cdot \alpha_1 [(P_2/4) \cdot H^* + |P_1/2 - P_2/4| \cdot G'(z^*, h^*)] \dots \dots \dots (30)$$

(3) 2 次の残差成分の解法

海域における物質の長期的な分散効果としては、厳密には残差流の三次元的な構造 (u_s, v_s および w_s) が、関与しているはずであるが、本研究では岸沖方向の流速成分などが、その方向の断面内における鉛直循環流の形成にどのようにかかわっているかを明らかにするという物理的な観点に立っている。以下では、その前段階として、特に、岸沖方向についての潮汐残差流 v_s の生成要因に着目し、さらに x 方向に積分された V_s について考えることにする。このように考えて、2 次の残差成分 v_s についての式 (8) に対する境界条件は次式のように与える。

$$z^* = -h^*(y^*); \quad V_s^* = \int_0^l v_s^* dx = 0 \dots \dots \dots (31 \cdot a)$$

$$z^* = 0 \quad ; \quad dV_s^*/dz^* = 0 \dots \dots \dots (31 \cdot b)$$

$$\int_0^l \left(\int_{-h}^0 v_s^* dz^* \right) dx = 0 \dots \dots \dots (31 \cdot c)$$

ここで、 $v_s^* = v_s / (gk\eta_a / \omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega$ である。すなわち、1) 底面で流速が 0, 2) 水面で応力が 0, 3) 断面流量が 0, である。

上述のように V_s^* について考えるわけであるが、式 (8) からわかるように、残差流の生成項は、基本流速成分のシアア (流れの横方向勾配) を表わす右辺 2 項から成り立っている。式 (8) に境界層近似を適用し、さらに式 (27) の W^* は、 α_1 あるいは $k \cdot h$ のオーダーであることから、 $\partial(w_r \cdot \partial w_r / \partial y) / \partial z$ 、 $\partial(v_r \cdot \partial w_r / \partial y) / \partial y$ および $\partial(u_r \cdot \partial w_r / \partial x) / \partial y$ の項は、他項に比べて省略することができる。このため、残差流生成に寄与する項は以下のように簡略化できる。

$$\nu \partial^3 v_s / \partial z^3 = [\partial(u_r \cdot \partial v_r / \partial x) / \partial z + \partial(w_r \cdot \partial v_r / \partial z) / \partial z + \partial(v_r \cdot \partial v_r / \partial z) / \partial y]_s \dots \dots \dots (32)$$

このように、オーダー的に残差成分に寄与するのは、右辺第①項 (基本流速成分 v_r の水平シアアと u_r の相互作用)、第②項 (水面の昇降 [w_r の存在] と v_r の鉛直シ

アの相互作用) および第③項 (v_r の鉛直シアアとそれ自身の相互作用) である。

さて、式 (32) を境界条件式 (31) のもとで解くわけであるが、潮流の基本成分の鉛直分布の差異による岸沖方向の鉛直循環流の生成機構の変化について明らかにするために、まず、潮流の基本流速成分の振幅が鉛直方向に膨らみをもつ場合 (図-3 の実線) について残差流を求めよう。

すなわち、残差流 V_s^* の構造を、式 (32) の右辺第①、②および③項おのおのによるもの (V_{s1}^* 、 V_{s2}^* 、 V_{s3}^*) の和として、

$$V_{st}^* = V_{s1}^* + V_{s2}^* + V_{s3}^* \dots \dots \dots (33)$$

と表わせれば、この各項は以下のように算定される。

$$V_{s1}^* = V_{s1} / (gk\eta_a / \omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega \} \\ = (1/4) \cdot A \cdot (P_1/2) \cdot \exp\{-(r-r_0)\} \cdot \int_0^l X_1^* dx^* [4 \exp(-H^*) \cdot \sin(H^*) + \exp(-2H^*) + (3/2)(z^*/h^*)^2 \cdot (-1+5/(2h^*)) + (1/2-15/(4h^*))] \dots \dots \dots (34)$$

$$V_{s2}^* = V_{s2} / (gk\eta_a / \omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega \} \\ = (1/8) \cdot (P_1/2) \cdot \exp\{-(r-r_0)\} \cdot \int_0^l X_2^* dx^* [-2(P_1+P_2) \exp(-H^*) \cdot \sin(H^*) + (2P_1-P_2) \exp(-H^*) \cdot \cos(H^*) - P_1 \cdot \exp(-2H^*) - P_2 \cdot H^* \exp(-H^*) \cdot \{\sin(H^*) - \cos(H^*)\} - (3/2)(z^*/h^*)^2 \cdot (P_1-P_2+(P_1+4P_2)/(2h^*)) + (P_1-P_2)/2 + 3(P_1+4P_2)/(4h^*)] \dots \dots \dots (35)$$

$$V_{s3}^* = V_{s3} / (gk\eta_a / \omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega \} \\ = (1/4) \cdot (P_1/2) \cdot \exp\{-(r-r_0)\} \cdot \int_0^l X_3^* dx^* [(-P_1+P_2+4A) \cdot \exp(-H^*) \cdot \sin(H^*) + P_1 \exp(-H^*) \cdot \cos(H^*) + (P_2+4A-2P_1)/4 \cdot \exp(-2H^*) + (3/2)(z^*/h^*)^2 \cdot \{-(2P_1+P_2+4A)/4 + (-2P_1+5P_2+20A)/(8h^*)\} + \{(2P_1+P_2+4A)/8 - 3(-2P_1+5P_2+20A)/(16h^*)\}] \dots \dots \dots (36)$$

ここで、 $A = C \cdot k_{s0}^*/h_1^*$ である。

次に、潮流の鉛直分布が膨らみをもたない場合 (図-3 の破線) については、同様に以下のように表わすことができる。

$$V_{st}^* = V_{s1}^* + V_{s2}^* + V_{s3}^* \dots \dots \dots (37)$$

$$V_{s1}^* = V_{s1} / (gk\eta_a / \omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega \} \\ = (1/4) \cdot A \cdot (P_1/2) \cdot \exp\{-(r-r_0)\} \cdot \int_0^l X_1^* dx^* [-8 \cdot \exp(-H^*) + \exp(-2H^*) + (3/2)(z^*/h^*)^2 \cdot (7-15/(2h^*)) + (-7/2+45/(4h^*))] \dots \dots \dots (38)$$

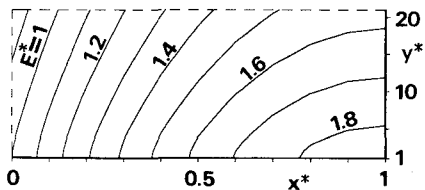
$$\begin{aligned}
 V_{s2}^* &= V'_{s2}/(gk\eta_a/\omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega \\
 &= (1/8) \cdot (P_1/2) \cdot \exp\{-(r-r_0)\} \\
 &\cdot \int_0^1 X_2^* dx^* [4(P_1-P_2) \cdot \exp(-H^*) \\
 &\quad - (P_1-P_2/2) \cdot \exp(-2H^*) \\
 &\quad + 2P_2 \cdot (H^*+3) \cdot \exp(-H^*) \\
 &\quad + (3/2)(z^*/h^*)^2 \cdot (-6P_1+5P_2)/2 \\
 &\quad + (14P_1+17P_2)/(4h^*) + (6P_1+5P_2)/4 \\
 &\quad - 3(14P_1+17P_2)/(8h^*)] \dots\dots\dots (39)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{s3}^* &= V'_{s3}/(gk\eta_a/\omega)^2 \cdot \alpha_1 \beta l / \omega \\
 &= (1/4) \cdot (P_1/2) \cdot \exp\{-(r-r_0)\} \\
 &\cdot \int_0^1 X_2^* dx^* [-2(-P_1+P_2+4A) \cdot \exp(-H^*) \\
 &\quad - (-P_2-4A+2P_1)/4 \cdot \exp(-2H^*) \\
 &\quad + (3/2)(z^*/h^*)^2 \cdot (-6P_1+7P_2+28A)/4 \\
 &\quad - (-14P_1+15P_2+60A)/(8h^*) \\
 &\quad - (-6P_1+7P_2+28A)/8 \\
 &\quad + 3(-14P_1+15P_2+60A)/(16h^*)] \dots\dots\dots (40)
 \end{aligned}$$

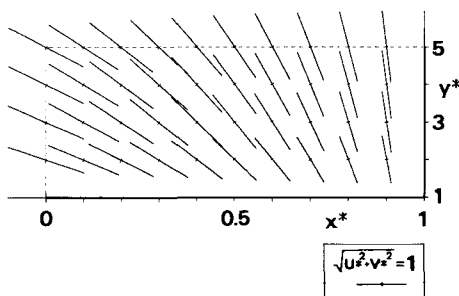
なお、 $k_{y0}^* \ll 1$ であれば、 $P_1 \gg P_2$, A となるので、詳しく検討すると、潮流の鉛直分布が膨らみをもつ、もたないにかかわらず式(33)~(40)の残差流の生成は、主として式(32)の右辺第②, ③項に依存していることがわかる。

3. 解析結果の考察

1次および2次の解析解において、その支配パラメーターは、 k^* , k_{y0}^* , $\alpha_1 (= \tan \theta)$, h_1^* の4つである。計算はこれらのパラメーターを種々変化させた64ケースについて行ったが、その一例を図-4に示す。この図は、 $k_1^*=1$, $k_{y0}^*=0.01$, $h_1^*=5$, $\alpha_1 = \tan \theta = 1/100$ の場合につ



(a) 無次元水位振幅 E^* の水平分布



(b) 水面 ($z^*=0$) における基本流速の楕円長軸

図-4

いて、無次元水位振幅 E^* の水平分布 (a 図)、水面における無次元基本流速成分 U^* , V^* の楕円長軸 (b 図) を示している。現実の問題では、水位変化はかなり緩やかとなるが、図-4 はあえて水位変化の状況を誇張して計算したものである。同図 a のように、沿岸から y^* 方向に離れるほど潮汐波の振幅は減少し、そのエネルギーが海域内に封じ込められる trapped mode となり、海域奥浅水部 ($x^*=1$, $y^*=1$) で水位の最大振幅が生じる。一方、図 b からわかるように、潮流楕円の長軸は海域奥浅水部に向かって偏向する。なお、2.(2) で述べたように、水位が沖方向に減衰する trapped mode となるか否かは、 k_{y0}^* が重要なパラメーターであることを付記する。

さらに、図-5 は、図-4 と同じ条件において、図-3 に示したように、潮流の基本流速成分 U , V および W の振幅が鉛直方向に膨らみをもつ場合 (図-3 実線) ともたない場合 (図-3 破線) に、それらによって生成される残差流の鉛直分布を式(32)の生成項別に示したものである。なお、図中の残差流 V_s^* は、 x^* 方向に $x^*=0 \sim 1$ まで積分した値である。

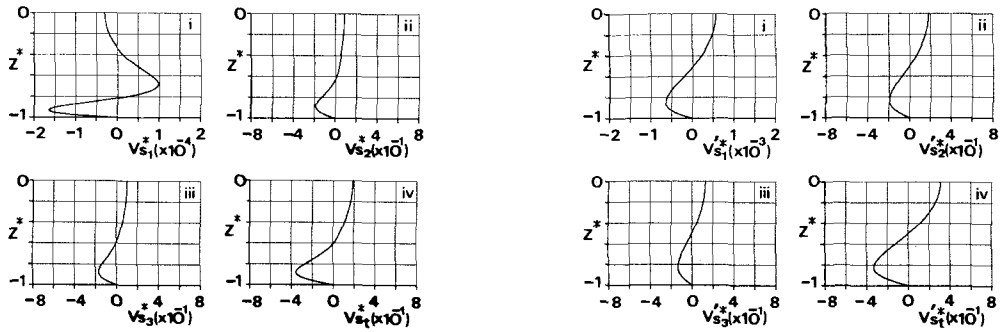
まず、前者の場合、 w_r と v_r の鉛直シアアの相互作用 (式(32), 第②項) および v_r の鉛直シアアとそれ自身の相互作用 (第③項) によって生じる残差流 V_{s2}^* , V_{s3}^* は、表層から中層付近では、正符号すなわち深水域に向かう沖方向流が、底層付近ではその流れを補償する負符号の岸方向流が生じて、残差流の2層構造をしていることがわかる。

一方、同図 (i) で、 v_r の水平シアアと u_r の相互作用 (式(32), 第①項) による鉛直分布 V_{s1}^* は、3層構造をしていることを示している。すなわち、 $0 (k_{y0}^*)$ であるので、オーダー的には小さいものの、底層と表層で岸方向流が生じており、それらの中間部で連続条件 (残差成分は鉛直断面平均0) によってバランスする中層の流れ (沖方向流) が生じる。

以上、3成分の合成としての V_s^* は、同図 (IV) のように、底層で岸方向、表層で沖方向流となる残差流の2層構造をしている。

次に、潮流の基本成分の振幅が鉛直方向に膨らみをもたない場合 (図-5 (b)) には、以下の点を除いて膨らみをもつ場合と同様の潮汐残差流となる。

すなわち、 v_r の水平シアアと u_r の相互作用による V_{s1}^* の鉛直分布 (同図 (i)) は、上述の3層構造ではなく、他の場合 (同図 (ii), (iii)) と同様の2層構造をしており、オーダー的には、膨らみをもたない場合の方が大きい。この場合の合成した残差流についてみると、残差流が岸沖方向に移動しない中立点は、膨らみをもたない場合 (V_{s1}^*) には、水深のほぼ中央に位置するのに



(a) 基本流速成分の振幅が鉛直方向に膨らみをもつ場合 (b) 基本流速成分の振幅が鉛直方向に膨らみをもたない場合

図-5 生成項別による無次元岸沖方向残差成分 (x^* 方向積分) V_{st}^* の鉛直分布 ($y^*=2$)

対し、膨らみをもつ場合 (V_{st}^*) には、その中央よりもやや底面より (水面下 6 割程度) に位置している。このように、中立点の位置が低いと、特に、底面せん断応力の定常成分の増大を生じ、境界層内における長期的な物質分散により大きく寄与するものと考えられる。

全体としては、潮流の基本成分の振幅が鉛直方向に膨らみをもつ、もたないにかかわらず、 x^* 方向に積分した残差流 (V_{st}^* , V_{st}^*) は、底層で岸方向流、表層で沖方向流の 2 層構造をしていることがわかった。

さらに、 $y-z$ 断面内で x 方向に $0 \sim l$ まで積分した残差流成分の連続式から、 V_{st}^* (V_{st}^*) とバランスする W_{st}^* (W_{st}^*) が求められる。この V_{st}^* , W_{st}^* の合成として、その断面内では、底層で岸方向流、表層で沖方向流となる 2 層の残差流構造が現われ、浅水域で上昇する鉛直循環流の存在が示された。

従来、海域における鉛直的な循環流は、密度流や吹送流であるとされていたが⁹⁾、岸沖方向に海底傾斜が存在する場合には、安田¹⁰⁾の指摘した潮汐波の進行方向 (x 方向) に対する水平循環流のほかに、流速成分 v_r の水平・鉛直シアーによる岸沖方向の鉛直循環流も、海域の長期的な物質分散に寄与する重要な要素であると考えられる。

4. 結 論

以上、潮汐波の進行方向に対して垂直 (岸沖方向) に海底が傾斜した海域において、従来の解析解では無視して扱われていた岸沖方向の水面勾配と流速成分 v_r を考慮し、その水平・鉛直シアーと各流速成分の相互作用によって生じる残差流 V_{st}^* を、生成項別に取り上げて、潮流の基本成分の振幅分布いかんによる V_{st}^* の鉛直分布の違いについて述べた。得られた結論を列挙すれば以下のようである。

(1) 潮汐波は、trapped mode となる $\tan \theta = 1/100$ では、海域奥浅水部で水位の最大振幅が生じ、基本流速

成分の楕円長軸はその方向へ偏向する。

(2) 残差流の生成項別の鉛直分布を求めた結果、まず、潮流の基本成分の振幅が、鉛直方向に膨らみをもつ場合、 u_r と v_r の水平シアーの相互作用による項は、オーダー的には小さいものの、表層および底層付近で岸方向流、その中層で沖方向流という 3 層構造となり得ることを示した。しかし、 w_r と v_r の鉛直シアーの相互作用による項および v_r の鉛直シアーとそれ自身の相互作用による項の残差流は、同程度の大きさで、その鉛直分布は底層で岸方向流、表層で沖方向流の 2 層構造をしている。

(3) 一方、潮流の基本成分の振幅が、鉛直方向に膨らみをもたない場合には、 u_r と v_r の水平シアーの相互作用による項は、他の場合と同様 2 層構造をしており、膨らみをもつ場合に比べて、そのオーダーは大きい。

(4) また、残差流が岸沖方向に移動しない中立点は、振幅の膨らみがある場合には、ない場合に比べ、低い位置となり、底面せん断応力の定常成分が大きくなる。

(5) 全シアーを含んだ残差流 V_{st}^* の鉛直分布は、潮流の基本成分が、鉛直方向に膨らみをもつ、もたないにかかわらず、底層で岸方向流、表層で沖方向流となる 2 層構造をしており、浅水域で上昇する鉛直循環流が存在し得る。

一般に潮流は鉛直および水平的にシアーをもっており、潮汐波の進行方向と垂直に海底傾斜が存在する場合には、潮汐波は常にその進行方向と岸沖方向に水平・鉛直的な残差環流を生成する潜在力をもっているといえる。実際には、鉛直循環流が形成されるには密度分布、水平・鉛直的な乱れ、湾の水深や幅の変化、海面を吹く風、地形による擾乱、さらには水平的な残差流との相互作用などさまざまな影響を受けるので⁹⁾、潮汐による鉛直循環流を現地観測の中で定量化することは困難と思われるが、今後より詳細な検討を重ね、湾内に生じる潮汐残差流の生成・維持機構、さらにそれに及ぼす地形条件の影響を明らかにしていきたいと考えている。

最後に、本研究を進めるに際し、終始適切なお助言を頂いた、名古屋大学工学部土木工学科 岩田好一朗教授に深く感謝の意を表します。

使用記号表

- C_i : 積分定数 ($i=1\sim 4$)
 E : 水位 η の複素振幅
 E^* : E の無次元複素振幅
 F_1, F_2 : Kummer の合流型超幾何関数
 g : 重力加速度
 h : ($=h(y)$) 水深
 h_1 : 浅水深
 i : ($=\sqrt{-1}$) 虚数
 k : ($=2\pi/L$) 長周期波の波数
 L : 長周期波の波長
 l : 海域の長さスケール
 m : o (基本モード) または正の整数 (高次モード)
 p : 圧力
 T : 長周期波の周期
 U : 流速成分 u の複素振幅
 U^* : U の無次元複素振幅 (with hump)
 U'^* : U の無次元複素振幅 (no hump)
 V : ($=iu + jv + kw$) 流速ベクトル
 V : 流速成分 v の複素振幅
 V^* : V の無次元複素振幅 (with hump)
 V'^* : V の無次元複素振幅 (no hump)
 v_s^* : 無次元化した残差流の y 方向成分
 V_s^* : x 方向に $0\sim l$ まで積分した v_s^*
 W : 流速成分 w の複素振幅
 W^* : W の無次元複素振幅 (with hump)
 W'^* : W の無次元複素振幅 (no hump)
 $\nabla \times V$: ($=i\xi_x + j\xi_y + k\xi_z$) 渦度ベクトル
 α_1 : ($=\tan \theta$) 海底勾配
 β : ($=\sqrt{\omega/2\nu}$) 境界層厚の逆数
 ε : 摂動量
 η_a : 湾口部 ($x=0$) における水位振幅
 ν : 鉛直動粘性係数 (一定)
 ρ : 海水の密度
 χ : 圧力, 位置および運動エネルギーからなる全圧
 ω : ($=2\pi/T$) 長周期波の角周波数
- [添字]
 s : 長周期波の残差 (1 周期平均) 成分を示す。

T : 長周期波の基本成分を示す。

TT : 長周期波の 2 倍周波数成分を示す。

n : 長周期波の n 倍周波数成分を示す。

$*$: 無次元量を示す。

' : 潮流の鉛直分布が膨らみをもたない場合 (no hump) の諸量を示す。

t : 残差成分の総量を示す。

参考文献

- 1) たとえば、和田 清・中村俊六：知多湾における海水流動機構に関する実験的研究，第 30 回海岸工学講演会論文集，pp. 521～525，1983。
 - 2) Johns, B. : Physical Oceanography of Coastal and Shelf Seas, Elsevier, pp. 321～356, 1985.
 - 3) van de Kreeke, J. : Physics of Shallow Estuaries and Bays, No. 16, Springer-Verlag, pp. 42～129, 1986.
 - 4) 安田秀一：剝離による潮汐残渣流に関する実験的研究，中国工業技術試験所報告，No. 10, pp. 53～69, 1980.
 - 5) Abbott, M. R. : Boundary Layer Effects in Estuaries, Journal of Marine Research, Vol. 18, pp. 83～100, 1960.
 - 6) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, 6th ed., McGraw-Hill, 1966.
 - 7) 安田秀一：陸岸境界層による潮汐残渣流に関する理論的研究，中国工業技術試験所報告，No. 12, pp. 1～15, 1980.
 - 8) 安田秀一：密度の均質な湾内の潮汐による鉛直循環流，中国工業技術試験所報告，No. 16, pp. 21～40, 1982.
 - 9) 安田秀一：境界層による潮汐残渣流系——その方程式と湾長が任意の場合の解——，中国工業技術試験所報告，No. 19, pp. 67～86, 1983.
 - 10) Yasuda, H. : Horizontal Circulation Caused by the Bottom Oscillatory Boundary Layer in a Bay with a Sloping Bed, Journal of Oceanography Society of Japan, Vol. 40, pp. 124～134, 1984.
 - 11) 高木不折・和田 清：海底傾斜を持つ内湾における潮汐残渣流の実験，土木学会第 41 回年次講演会概要集，pp. 677～678, 1986.
 - 12) 富永政英：海洋波動——基礎理論と観測成果——，共立出版，pp. 471～527, 1976.
 - 13) 寺本俊彦編：海洋物理学 I (海洋学講座 1)，東京大学出版会，pp. 93～130, 1980.
 - 14) 堀川清司編：海岸環境工学——海岸過程の理論・観測・予測方法——，東京大学出版会，pp. 92～96, 1985.
 - 15) 鷺見栄一：浅海域の海底境界層と物質の動き，沿岸海洋研究ノート，第 18 巻，第 2 号，pp. 88～99, 1981.
- (1987. 9. 24・受付)