

周波数応答法による流出解析*

ANALYSIS OF RUNOFF BY FREQUENCY RESPONSE METHOD

嵯峨 浩**

By Hiroshi SAGA

The existence of dead time and delay time is recognized in one-component input-output system response. These two effects should not be regarded as identical. Various reports have been given on delay time over a long time as an important concept to explain the mechanism of rainfall-runoff process, that is, concentration time of flood. However, the studies on dead time have not been sufficiently conducted yet. The present paper proposes new methods of runoff analysis introducing the concept of dead time, and of runoff component separations by means of the frequency response method. The proposed method is of practical use to clarify the runoff properties. The effectiveness of the model is verified using simulated data as well as actual flood events.

Keywords : dead time, runoff component separation, frequency response method

1. ま え が き

降雨流出系の周波数応答特性は、同一流域であっても出水ごとにいろいろなパターンの応答を示す³⁾。本研究ではこの変動原因がむだ時間と遅れ、および降雨の非線形分離則⁴⁾であることを明らかにし、さらに周波数応答法によって流域の流出特性の推定、むだ時間を考慮した流出解析手法、および流出成分の分離を行う一手法を提案するものである。

周波数応答法は、man-madeなシステムの制御に用いられている古典的な手法⁵⁾であり、降雨流出系への適用例は少ない。藤田^{6),7)}が降雨流出系のモデル作成上有効な情報を与える手法であることを明らかにした研究以外ほとんど見当たらない。線形システムに用いられている周波数応答法を非線形現象である降雨流出系に適用することは矛盾すると考えられるが、最近、かなりの程度で明らかにされた降雨流出現象の非線形要素⁴⁾を考慮するならば、周波数応答法を降雨流出系に適用することは十分可能であると思われる。

降雨量を入力、流出量を出力とする応答には、遅れとむだ時間が存在し、両者は厳密に区別しなければならない。遅れとは、入力に対応するところの出力の主要部が現われるまでに時間がかかることを意味し、この際、応答の初期であっても微小なりとはいえ出力は必ず存在する。むだ時間はこれに反して、入力がいってもある時間が経過するまで全然出力に何らの徴候すら現われない現象である。両者のうち遅れの現象は、流出機構を表現するための重要な概念として取り扱われており、古くから洪水到達時間が用いられ詳細な検討が行われている^{8),9)}。

一方、流出現象にむだ時間という概念を取り入れた研究は、木村の貯留関数法においてみられる程度であり、検討すべき事項であると思われる。このような見地から、降雨流出系の非線形要素の1つとして遅れとむだ時間（両者を遅延要素と定義する）を考慮し、流出解析にその応用を図ることは重要であると考えられる。また、日野ら⁴⁾は、フィルター分離AR法により流出成分の分離を行い、降雨流出系の非線形の大部分が降雨の分離則の非線形にあると結論している。本研究では日野らの降雨の非線形分離則に立脚して、流出成分を分離する手法を開発した。

降雨流出系の非線形現象は、降雨強度が強くなればそ

* 本論文の内容の一部は既発表^{1),2)}のものであるが、本編はその後の研究成果を加えて取りまとめたものである。

** 正会員 工修 苫小牧工業高等専門学校助手 土木工学科 (〒059-12 苫小牧市綱岡 443)

の非線形性の度合いが増し、1つの流出解析手法がすべての降雨規模に対応できないことは周知の事実である。

本研究では、非線形性の比較的弱い流出（中小規模程度の流出）に遅延要素を考慮した流出解析手法を、非線形性の強い流出（大規模流出）には、流出成分の分離を行うことで、流出を良好に再現できたので報告する。

2. 遅延要素

むだ時間と遅れを遅延要素と定義したが、両者をどのように表現するかは重要な問題である。次節でむだ時間の概念と特性を考察し、本研究で採用した流出モデルと遅れの関連について述べる。

(1) むだ時間の概念

降雨流出系において降雨開始後、数時間の後に流出が始まる現象はよく知られている事実である。本研究において、入力（降雨）開始時刻 t_1 と出力（流出）発生時刻 t_2 のずれ、すなわち、入力後出力が発生するまでの時間をむだ時間 L と定義する。

$$L = t_2 - t_1 \dots\dots\dots (1)$$

むだ時間はこれまでの流出解析手法ではみられない用語であるが、その概念は自然な形でいくつか導入されている。たとえば、貯留法は現在のところ貯留関数系とタンクモデル系に大別されるが、前者の場合、Prasadの式¹⁰⁾は次式で与えられる。

$$S = k_1 q^p + k_2 \frac{dq}{dt} \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dS}{dt} = r - q \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 S ：貯留量、 r ：流入量、 q ：流出量、 $k_1 \cdot k_2 \cdot p$ ：定数

式(2)は $S \sim q$ 曲線の2価性を最も単純化した表現と理解できる。一方、むだ時間 L を含む出力 $q(t+L)$ をテーラー展開すると式(4)となる。

$$q(t+L) \doteq q(t) + L \frac{dq}{dt} + \dots + \frac{L^m}{m!} \frac{d^m q}{dt^m} \dots\dots\dots (4)$$

したがって、Prasadの式は式(4)の第一次微分項まで採用した近似式 ($p=1$ の場合) であるとみなすことができる。また、木村の貯留関係法においては $S \sim q$ 曲線のループ解消を目的として、遅れ時間 T_i を考慮している。

$$S_i = k q_i^p \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{dS_i}{dt} = r - q_i \dots\dots\dots (6)$$

$$q_i(t) = q(t + T_i) \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 S_i ：見掛けの貯留量、 q_i ：遅れ時間 T_i を考慮した流出量

定義の差はあるが、遅れ時間 T_i は入力と出力の時間的なずれという観点からすると本質的にむだ時間と同じ

概念であると思われる。

タンクモデル系では、たとえば Nash の n 段線形貯水池モデルは次式で与えられる。

$$K^n \frac{d^n q}{dt^n} + nK^{n-1} \frac{d^{n-1} q}{dt^{n-1}} + \dots + \binom{n}{i} K^{n-i} \frac{d^{n-i} q}{dt^{n-i}} + \dots + q = r \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $\binom{n}{i}$ ：2項係数、 K ：タンク時定数

式(8)の $q(t)$ を $q(t+L)$ であると考え、式(4)を用いると $(m+n)$ 段のタンクを構成することになる。逆に、 $(m+n)$ 段のタンクモデルは n 段のタンクとむだ時間 L で表現できる。

(2) むだ時間の特性

むだ時間とハイドロ・ハイトグラフとの関係を示す。時刻 t に入力 $r(t)$ があり、ただちに出力 $q(t)$ があるはずのものがむだ時間 L のち出力されたすると図-1のように出力は $q(t-L)$ となる。 $q(t-L)$ をテーラー展開し、物理的意味をわかりやすくするため第一次微分項まで採用すると

$$q(t) = \tilde{L} \frac{dq}{dt} \quad (0 \leq t \leq L) \dots\dots\dots (9)$$

ただし、第二次微分項以下切り捨てのため L が \tilde{L} に変化したとする。式(9)を $(0 \leq t \leq L)$ の範囲で積分すると

$$\tilde{L} = \frac{\int_0^L q(t) dt}{q(L)} \dots\dots\dots (10)$$

したがって、 \tilde{L} は $t=L$ までの累加流量と $t=L$ での流量 $q(L)$ との比で表わされる。また、ハイドログラフ立ち上がり部分を時間 t の n 次放物線で近似すると

$$\tilde{L} = \frac{1}{n+1} L \dots\dots\dots (11)$$

が得られハイドログラフの形状との関係は次式となる。

$$L = (n+1) \frac{\int_0^L q(t) dt}{q(L)} \dots\dots\dots (12)$$

降雨との関係は雨水流法の特性曲線により得られる。

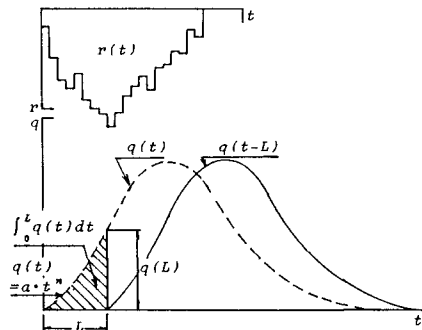


図-1 むだ時間の特性の説明図

$$L=(n+1) \frac{\int_0^L q(t) dt}{\left[\frac{1}{k} \int_0^L r(t) dt \right]^{\frac{1}{p}}} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 p, k : 斜面流定数

式(12)より、 $t=L$ までの累加流量を一定とした場合、ハイドログラフの立ち上がり之急なほど L が小さくなり、式(13)から降雨開始時に強度の強い雨が降ると L が小さくなるのがわかる。

(3) 流出モデル

遅延要素を考慮し得るモデルとして Nash の n 段線形貯水池モデルを採用する。むだ時間を容易に導入できることと、洪水到達時間(雨水流の伝播時間)の変化の影響を考慮し得るモデルであることが理由である。

直列 n 段の線形貯水池モデル(式(8))の瞬間単位図 $h(t)$ は次式で与えられる¹¹⁾。

$$h(t) = \frac{1}{K\Gamma(n)} \left(\frac{t}{K}\right)^{n-1} \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \dots\dots\dots(14)$$

ここで、 n はタンクの数、 $\Gamma(n)$ はガンマ関数、 K はタンク時定数で、ハイエトグラフとハイドログラフの重心の差を M とすると $K=M/n$ で与えられる。 M は雨水流の伝播時間 t_c との間に、 $M=t_c/2$ の関係があることから、 $K=t_c/2n$ となり、その結果 K は雨水流の伝播時間の変化の影響を表わしている。したがって、本研究では遅れをタンク時定数 K で表現する。

次にむだ時間の導入方法であるが、時間領域で式(4)の右辺第何項まで採用するかという問題は、タンク段数を何段にするかという問題と同じ意味をもち非常に重要である。

周波数領域ではこのような重要な問題は解消され、以下のように簡単にむだ時間を導入することが可能である。直列 n 段線形貯水池モデルの解は、時間領域と周波数領域で次式で与えられる。

$$q(t) = \int_0^\infty r(\tau)h(t-\tau)d\tau \dots\dots\dots(15)$$

$$Q(\omega) = R(\omega)H(\omega) \dots\dots\dots(16)$$

ここに、

$$Q(\omega) = \int_0^\infty q(t) \exp(-j\omega t) dt \dots\dots\dots(17)$$

$$R(\omega) = \int_0^\infty r(t) \exp(-j\omega t) dt \dots\dots\dots(18)$$

$$H(\omega) = \int_0^\infty h(t) \exp(-j\omega t) dt \dots\dots\dots(19)$$

j : 虚数単位、 ω : 周波数

$Q(\omega), R(\omega), H(\omega)$ はそれぞれ $q(t), r(t), h(t)$ のフーリエ変換関数である。 $H(\omega)$ は最小位相推移系($L=0$ の場合)の伝達関数であり、入出力には依存せず、系固有の性質を表わす。また、任意関数のフーリエ変換関数は必ずしも存在しないが、高水流出のように正值で

かつ時間的に制限された関数のフーリエ変換関数は常に存在することが知られている。

むだ時間 L を有する伝達関数 $H_L(\omega)$ は式(20)で表わされ、 n 段線形貯水池モデルにむだ時間を導入した伝達関数は式(21)となる。

$$H_L(\omega) = H(\omega) \exp(-j\omega L) \dots\dots\dots(20)$$

$$H_L(\omega) = \frac{\exp(-j\omega L)}{(1+jK\omega)^n} \dots\dots\dots(21)$$

このように、むだ時間を含む伝達関数は、 $H(\omega)$ に演算子 $\exp(-j\omega L)$ を乗じることで簡単に得られる。また、 $H_L(\omega)$ を逆変換するとむだ時間を含む瞬間単位図が求まるが、これはフーリエ変換の実数移動則により次式で与えられる。

$$\mathcal{L}^{-1}\{H_L(\omega)\} = h(t-L) \dots\dots\dots(22)$$

したがって、周波数領域で K と L を同定すると式(14)と式(22)から瞬間単位図が求められ、むだ時間を含む単位図を計算することができる。

(4) 周波数応答特性と同定法

伝達関数 $H(\omega)$ は複素数であるから、当然絶対値と偏角がある。絶対値をゲイン G といい周波数ごとにその変化を示したのがゲイン線図である。なお、ゲインは式(23)による [dB] 表示によりプロットする。

$$G = 20 \times \log_{10} |H(\omega)| \dots\dots\dots(23)$$

偏角を位相といい [rad] 表示で周波数ごとにプロットしたものを位相線図という。また、ゲインと位相を同時に示すベクトル軌跡をナイキスト図という。

最小位相推移系のタンク数の違いによるゲイン線図・位相線図・ナイキスト図を図-2に示す。タンク数 n は 1, 2, 3 段である。

ナイキスト図において、1 段タンクの場合 $H(\omega)$ は $(1/2, 0)$ を中心とし半径 $1/2$ なる円周のうち第 4 象限に属する半円であり、2 段タンクの場合は第 3・4 象限に属するカージオイドとよばれる曲線である。また、3 段タンクは第 2・3・4 象限に属する。いずれにおいても、 $\omega \rightarrow \infty$ で原点に収束し、それぞれが属する象限からはみだすことはない。

遅延要素によりこれらの応答特性がどのように変化するかを検討する。実際の流出では 2 段タンクで十分であると考えられるので¹¹⁾、以後 2 段タンクの場合について検討する。タンク時定数 K の違いによる応答特性を図-3に示す。この図ではゲイン・位相が K とともにそれぞれ変動するが、ナイキスト図においては同一軌跡を描いている。むだ時間 L を含む場合の応答特性は図-4である。注目すべきはゲイン線図とナイキスト図である。ゲインは、位相が変動しているにもかかわらず、 L に関係なく最小位相推移系と同じ特性を示す。また、ナイキスト図をみると、同一周波数における位置が原点を中

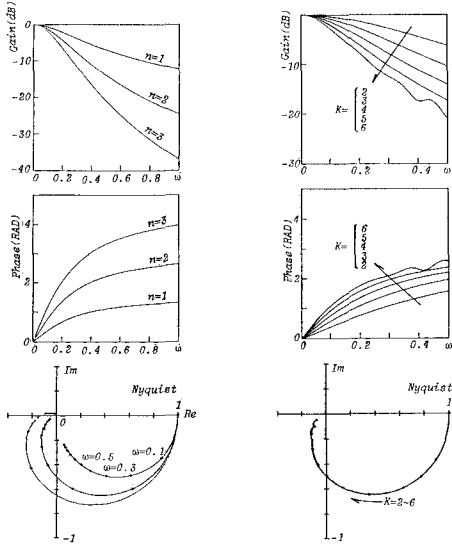


図-2 nの違いによる周波数応答特性

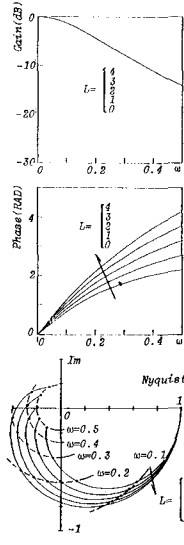


図-3 Kの違いによる周波数応答特性

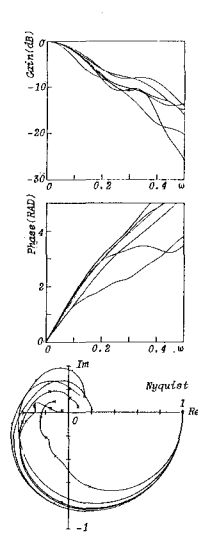


図-4 Lの違いによる周波数応答特性

図-5 鶴川地点の周波数応答特性

心とする同心円上にあり、Lに従って位相が進みいくからでも応答特性が存在する。このように2段タンクからの出力であってもLが存在することにより3段タンク・4段タンクなど2段タンク以上の特性を示すことは興味深い。このことは、高次の遅れ系を(見掛けのむだ時間)+(低次の遅れ系)で近似できることを示している。

同一流域の複数の出水例の周波数応答特性を調べるといろいろなパターンの応答(図-5)を示すが、このパターンの変動原因の1つとしてLとKが関与していることは明らかである。

表-1は、最小位相推移系とむだ時間を含む場合の周波数応答特性および単位図の諸式を表わしている。ただし、n=2である。表-1のゲインの式より、先の議論のようにLが含まれていてもゲインは最小位相推移系の場合と同じであり、位相の進みは ωL [rad]であることがわかる。したがって、実際にLとKを求める方法は、ゲインから各周波数に対応するタンク時定数Kを求め、Kがわかると最小位相推移系の位相 θ が求まるから実測資料の θ からむだ時間Lを求めることができる。KとLは周波数ごとにある値をもつが、一定値とみなせるものについてだけその平均値をとってKとLとする。

3. 流出成分の分離

(1) 基礎理論

日野ら⁴⁾は、図-6の流出過程において $r_i(t)$ と $q_i(t)$ の関係は線形であるが、有効雨量 $r_e(t)$ を各 $r_i(t)$ に分離する過程が非線形であると指摘し、藤田ら¹²⁾はエ

表-1 周波数応答特性と単位図

	最小位相推移系	むだ時間Lを含む場合	
伝達関数	$H(\omega) = \frac{1}{(1+jK\omega)^2}$	$HL(\omega) = \frac{\exp(-jL\omega)}{(1+jK\omega)^2}$	
ゲイン (G)	$G = \frac{1}{1+K^2\omega^2}$	$G = \frac{1}{1+K^2\omega^2}$	
位相 (θ)	$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{-2K\omega}{1-K^2\omega^2} \right)$	$\theta = \theta + \omega L$	
ゲインと位相の対応	$G = \cos^2 \frac{\theta}{2}$	無数	
単位図	$0 < t < \Delta t$ ($L < t < \Delta t + L$) [*]	$U(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \cdot \left(1 + \frac{t}{K}\right)$	$U(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t-L}{K}\right) \cdot \left(1 + \frac{t-L}{K}\right)$
	$t > \Delta t$ ($t > \Delta t + L$) [*]	$U(t) = \exp\left(-\frac{t}{K}\right) \cdot \left\{ \exp\left(\frac{\Delta t}{K}\right) \left(1 + \frac{t-\Delta t}{K}\right) - \left(1 + \frac{t}{K}\right) \right\}$	$U(t) = \exp\left(-\frac{t-L}{K}\right) \cdot \left\{ \exp\left(\frac{\Delta t}{K}\right) \left(1 + \frac{t-\Delta t-L}{K}\right) - \left(1 + \frac{t-L}{K}\right) \right\}$

タンク段数 n = 2 *はむだ時間Lを含む場合

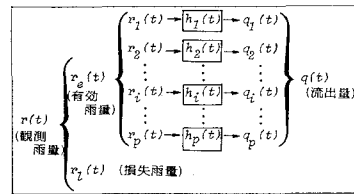


図-6 降雨とその流出成分

ントロピー法によって非定常単位図の変動特性を調べ、日野らの結論と符合する結果を得ている。

図-6においてi番目の降雨成分 $r_i(t)$ とそれに対応する流出成分 $q_i(t)$ が式(15)の線形関係にあるとし、有効雨量 $r_e(t)$ がある分配率 $g_i(t)$ によってp個の降雨成分に分離されるとすると式(24)が成立する。

$$\begin{aligned}
 q(t) &= \int_0^\infty \sum_{i=1}^p r_i(\tau) h_i(t-\tau) d\tau \\
 &= \int_0^\infty r_e(\tau) \sum_{i=1}^p g_i(\tau) h_i(t-\tau) d\tau \dots\dots\dots(24)
 \end{aligned}$$

ここに、 $g_i(\tau) = r_i(\tau) / r_e(\tau)$
 $\sum g_i(\tau) = 1$

式(24)は形式上 $r_e(t)$ と $q(t)$ の関係を示しているが、式(15)のたたき込み積分とは異なり \sum の内容が $(t-\tau)$ だけの関数ではなく τ の関数にもなっている。したがって $r_e(t)$ と $q(t)$ の関係は非線形であり、単位図は時間の経過とともに変動すると解釈できる。

いま、有効雨量 $r_e(t)$ が2つの成分より構成されるモデルを考える。 $r_e(t) = r_1(t) + r_2(t)$ 、 $q(t) = q_1(t) + q_2(t)$ より、 $r_e(t)$ と $q(t)$ 間の伝達関数は次式で与えられる。

$$H(\omega) = H_2(\omega) + \frac{R_1(\omega)}{R(\omega)} \{H_1(\omega) - H_2(\omega)\} \dots\dots\dots(25)$$

$R_1(\omega)$ 、 $H_1(\omega)$ は $r_1(t)$ 、 $h_1(t)$ ($i=1, 2$) のフーリエ変換関数である。

式(25)において未知数は $H_1(\omega)$ 、 $H_2(\omega)$ 、 $R_1(\omega)$ であり、一般にこの式を直接解くことはできないが、 $r_1(t)$ が卓越するならば $H(\omega)$ は $H_1(\omega)$ の近傍の値をとり、逆に $r_2(t)$ が卓越するならば、 $H_2(\omega)$ の近傍の値をとることが予想される。実際、同一流域の複数の出水例の周波数応答特性は図-5のようにある幅をもって変動している。したがって、これらの情報から $H_1(\omega)$ 、 $H_2(\omega)$ の近似値を推定することが可能である。

2つの伝達関数が求まると未知数は $R_1(\omega)$ だけとなり式(26)のように降雨の逆推定も可能となる。

$$R_1(\omega) = \frac{Q(\omega) - R(\omega)H_2(\omega)}{H_1(\omega) - H_2(\omega)} \dots\dots\dots(26)$$

$H_1(\omega)$ 、 $R_1(\omega)$ の時間領域への変換は、それぞれ次式の逆変換公式で行われる。

$$\left. \begin{aligned}
 h_i(t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R_e \{H_i(\omega)\} \cos \omega t d\omega \\
 r_i(t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R_e \{R_i(\omega)\} \cos \omega t d\omega
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

$R_e \{F(\omega)\}$ はフーリエ変換関数 $F(\omega)$ の実部を表わす。

(2) シミュレーション

(1) で展開した基礎理論を実証するためシミュレーションを行った。手順としては、降雨 $r(t)$ (図-7(a)) を仮定し、 $r(t)$ は $r_1(t)$ と $r_2(t)$ の2つの成分からなり、それぞれ u_1 、 u_2 の単位図 (図-7(b)) の組合せにより流出するものとし、得られた流量 $q(t)$ (図-7(c)) から周波数応答特性を求めた。 $r(t)$ と $u(t)$ の組合せは4通りあるから、流出する場合は2つのケー

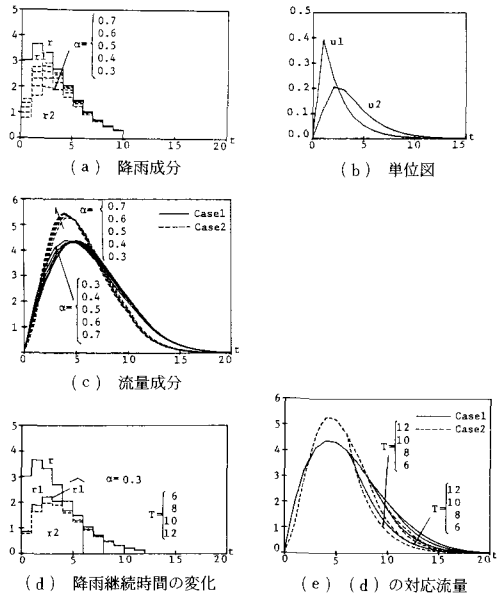


図-7 シミュレーションで用いた降雨と流出量

スが考えられる。すなわち、 $r_1(t)$ 、 $r_2(t)$ が式(28)の分配率 $g_i(t)$ に従っているとし、 $\{r_1 \cdot u_1\}$ 、 $\{r_2 \cdot u_2\}$ の組合せで流出する場合を Case 1、逆に $\{r_1 \cdot u_2\}$ 、 $\{r_2 \cdot u_1\}$ の組合せを Case 2 とする。

$$\left. \begin{aligned}
 r_i(t) &= r_e(t) \cdot g_i(t), \quad i=1, 2 \\
 g_1(t) &= \exp(-\alpha t) \\
 g_2(t) &= 1 - \exp(-\alpha t)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

図-7(c)において、実線は Case 1 の流量を示し、破線は Case 2 の場合である。また、成分の分配率の変化による影響を調べるため、 α を 0.3~0.7 の範囲で変化させた。

単位図 u_1 は式(29)で示される1段タンク特性の速い流出成分、 u_2 は式(30)の2段タンク特性の遅い流出成分とした。

$$2 \frac{dq}{dt} + q = r(t) \dots\dots\dots(29)$$

$$3 \frac{d^2q}{dt^2} + 3.5 \frac{dq}{dt} + q = r(t) \dots\dots\dots(30)$$

Case 1、Case 2 の周波数応答特性を図-8~図-10に示す。Case 1 の場合、ゲイン・位相とも低周波数領域で $H_2(\omega)$ 、高周波数領域で $H_1(\omega)$ の近傍の値をとり、Case 2 では逆に低周波数領域で $H_1(\omega)$ に、高周波数領域で $H_2(\omega)$ の近傍を通過している。また、 α の変化によるゲイン・位相の変化は Case 1、Case 2 とも u_1 成分の増大で $H_1(\omega)$ に、 u_2 成分の増大で $H_2(\omega)$ に近づいている。

次に、降雨継続時間 T の違いによる $H(\omega)$ の挙動を調べるため $\alpha=0.3$ とし、 $T=6, 8, 10, 12$ の場合の計

算結果を図—11～図—13に示す。仮定した降雨は図—7(d)であり、Case 1, Case 2の流量を図—7(e)にそれぞれ実線、破線で示す。

図—11のゲイン線図では、Case 1, Case 2とも降雨継続時間が6の場合に振幅が最も大きく、 T が大きくなるにつれ振幅が小さくなっている。この傾向は図—12の位相でも同様である。

図—13のナイキスト図では、低周波数領域でそれぞれのベクトル軌跡は安定しているが、高周波数領域では T が短くなると不安定になる傾向がみられる。

このようなシミュレーションの結果を考慮して $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$ を次のようにして推定する。まず、複数の出水例のゲイン線図、位相線図の挙動の幅に沿って滑らかな曲線を引く。この曲線が $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$ である。推定した曲線からナイキスト図のベクトル軌跡を描く。もし極端に不自然な軌跡になったならば、推定した $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$ を修正する。このようにして3つの周波数応答特性に不自然さがなくなるまで繰り返して $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$ を決定する。

式(26)から $R_1(\omega)$ を計算し、式(27)によって逆変換した $r_1(t)$ を図—7(d)に $\hat{r}_1(t)$ として実線で示す。 $r_1(t)$ の最大値に対して78%を再現し、逆に $r_1(t)$

が小さくなると $\hat{r}_1(t)$ の方が大きくなっている。これは、式(27)の積分を有限和に置き換えて数値積分を行った計算誤差や、数値積分に伴うcut-off周波数を高周波数まで採用しなかったために生じたと思われる。なお、数値計算の方法は藤田⁷⁾に準じる。

以上のことから、同一流域における複数の出水例の周波数応答特性から、その流出成分を分離することが可能である。

4. 実流域における計算例

計算の対象とした出水例を表—2に示す。有効雨量は藤田がエントロピー法で推定した値¹²⁾を用い、直接流出量はハイドログラフ立ち上がり時刻と減水部第二折曲点を直線で結ぶ分離方法を採用した。なお、エントロピー法ではハイドログラフ立ち上がり時刻以前の降雨を初期損失としている。

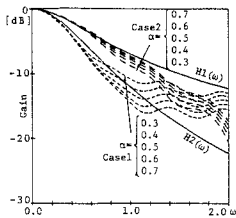
cut-off周波数は $\omega=0.5$ 以上の周波数帯でゲインの減衰が著しいので $\omega=0.5$ とした。周波数応答特性より求めた鶴川・大和田地点の各周波数に対応するタンク時定数 K とむだ時間 L を図—14, 図—15に示す。

図—15の大和田地点において、No.2は変動が激しく一定値とみなすことはできないのでむだ時間を導入した流出モデルでは説明できない流出であると思われる。

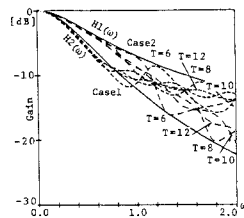
各周波数において変動の少ない K と L の平均値を用いて、鶴川・大和田地点の流出を再現したものを図—16, 図—17に示す。図—17(a)は、タンクが1段と仮定して求めた K と L から流出を再現したものである。図—17(b)は2段タンクを仮定した結果である。同一の流出であっても、むだ時間の導入により、1段タンクモデルと2段タンクモデルの両方で再現することができた。このような結果は、ほかの流出にも多くみられた。このことは、高次の遅れ系を(見掛けのむだ時間 L)+(低次の遅れ系)で近似できることを示している。

計算の対象とした地点のうち4例について、むだ時間 L 、タンク時定数 K および降雨特性を表—3に示す。本手法において、各周波数の L と K は比較的一定の値を示す流出と、非常に変動が激しい流出の2つに分類された。前者はその平均値を用いて L と K としたが、後者は一定値とみなせないため、本手法を適用できない流出である。幌糠の洪水番号No.4, 大和田のNo.2, 鹿の子ダムのNo.5が相当し、表—3の同一流域の他の流出と比較すれば、大規模流出(降雨)である。

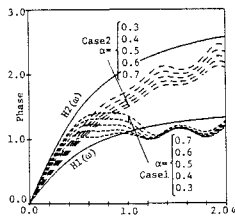
タンク数を2段と仮定して求めた各地点の流出ごとのタンク時定数 K 、むだ時間 L と流域面積 A との関係を図—18, 図—19に示す。図—18において、 K は A の大きさによってある幅をもって変動している。その幅は小流域ほど大きく、大流域ほど小さくなっている。また、



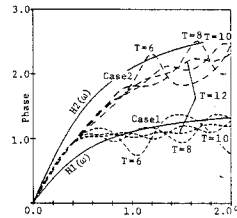
図—8 ゲイン線図



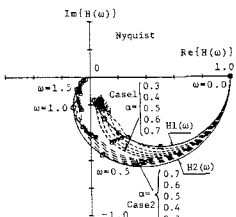
図—11 ゲイン線図



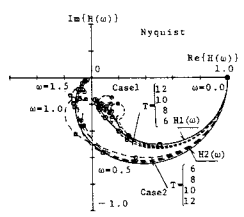
図—9 位相線図



図—12 位相線図



図—10 ナイキスト図



図—13 ナイキスト図

表-2 採用した資料

水系	地点	流域面積(km ²)	洪水番号
留萌川	峠下	49.7	1,2
	幌糠	169.8	1,2,3,4
	大和田	245.0	1,2,3,4,5,6
藻志利別川	今金	361.4	1,2,3,4,5,6
	穂里	122.7	1,2
鶴川	標別	949.5	1,2,3,4
	鶴川	1228.0	1,2,3,4,5,6
	滝上	233.3	1,2,3
清澄川	上清澄	1050.6	1,2
	鹿の子D	124.0	1,2,3,4,5
常呂川	北光社	558.5	1,2,3
	北見	1394.2	1,2,3,4

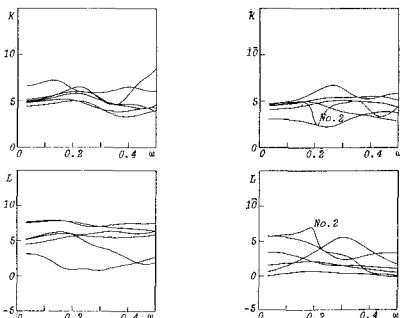


図-14 鶴川のKとL

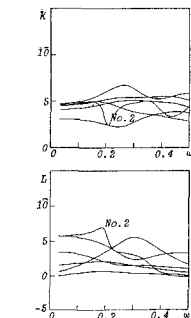
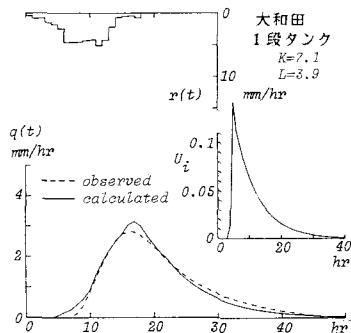
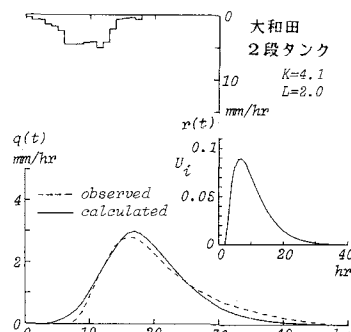


図-15 大和田のKとL

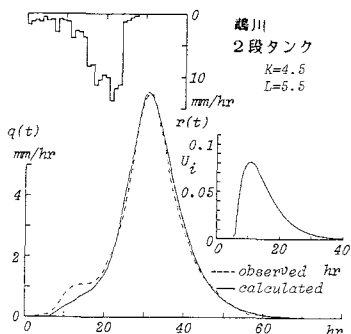


(a) 大和田地点流出計算

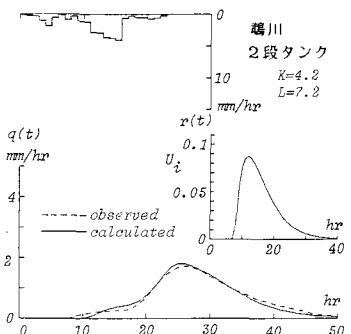


(b) 大和田地点流出計算

図-17



(a) 鶴川地点流出計算



(b) 鶴川地点流出計算

図-16

表-3 むだ時間L, タンク時定数Kおよび降雨特性

地点	No	L	K	降雨継続時間 (hr)	総降雨量 (mm)	平均降雨量 (mm/hr)
幌糠	1	0.2	4.3	13	27.9	2.1
	2	3.3	4.2	10	28.0	2.8
	3	2.3	3.6	8	27.8	5.6
大和田	4	—	—	34	100.7	3.0
	1	3.9	3.1	26	34.5	4.7
	2	—	—	35	126.2	3.6
	3	3.4	5.7	14	79.6	19.4
	4	1.5	4.7	14	33.1	10.2
鹿の子D	5	0.4	5.2	7	33.2	8.1
	6	2.0	4.1	18	43.7	5.1
	1	0.0	2.8	20	15.1	0.8
	2	1.4	2.6	14	45.0	3.2
	3	1.3	2.8	25	21.7	0.9
常呂川	4	1.2	3.6	33	19.0	0.6
	5	—	—	26	55.8	2.1
	1	5.5	4.5	28	124.2	4.4
	2	7.5	5.0	15	28.0	2.2
	3	7.2	4.2	23	28.7	1.2
北光社	4	6.0	6.0	18	91.6	5.1
	5	1.7	5.6	24	102.7	4.3
	6	4.3	5.9	17	33.7	2.0

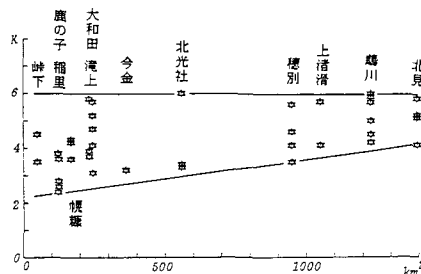


図-18 タンク時定数Kと流域面積Aとの関係

上限値は一定値であるが、下限値はAが小さくなるほどKも小さくなっている。このことは、小流域ほど流出の局所的な影響を強く受けることを意味する。

図-19によると、むだ時間Lは流域面積Aとの強い

相関関係はみられないが、上限値はAによって規定される。また、鶴川地点と峠下地点は、流域の面積差が

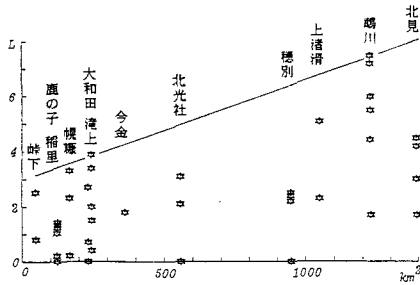


図-19 むだ時間 L と流域面積 A との関係

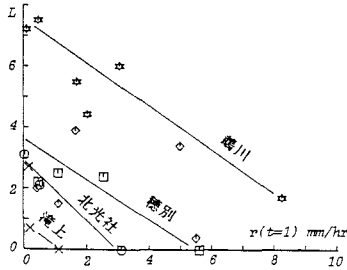


図-20 むだ時間 L と初期降雨強度 $r(t=1)$ との関係

1179.3 km²もあるのにむだ時間の差は5時間である。これは流出に寄与する流域が全体ではなく部分的である Partial Source Area の概念を表わしていると思われる。

むだ時間 L と初期降雨強度 $r(t=1)$ の関係を図-20に示す。図から $r(t=1)$ と L には相関があり、 $r(t=1)$ が大きくなると L が小さくなり、 $r(t=1)$ が小さいと L が大きくなるのがわかる。

表-3においてむだ時間とタンク時定数を同定できなかった大規模流出は、その非線形要素は降雨の非線形分離則にあるとして、流出成分の分離を行った。

図-21に大和田地点における複数の出水例の周波数応答特性から推定した伝達関数 $H_1(\omega)$, $H_2(\omega)$ を示す。図-22は、単位図 U_1 , U_2 を示し、破線は藤田がエントロピー法で求めた単位図 w_1 , w_2 である。 w_1 は降雨開始時の単位図であり、 w_2 は降雨終了時の単位図を示している。また、逆推定した降雨 r_1 , r_2 と単位図 U_1 , U_2 から流出を再現したものを図-23に実線で示す。破線は観測値である。同様に、梶糖地点における大規模流出 No.4 を、流出成分を分離して推定した単位図と流出計算の結果を図-24, 図-25に示す。いずれにおいても周波数領域から機械的に逆変換したにもかかわらず、十分な精度で一致していると思われる。

5. 減水特性から求めたタンク時定数

周波数領域から求めた K が実際に流出を支配するタンク時定数とどのような対応関係にあるかを知ることは重要である。減水曲線から流域固有のタンク時定数を求

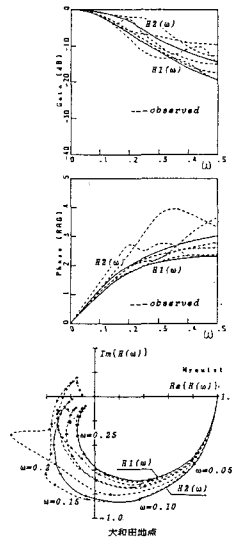


図-21 伝達関数の推定

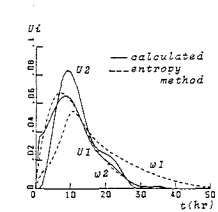


図-22 大和田地点単位図

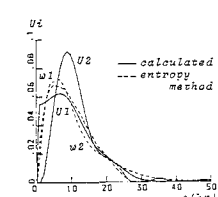


図-24 梶糖地点単位図

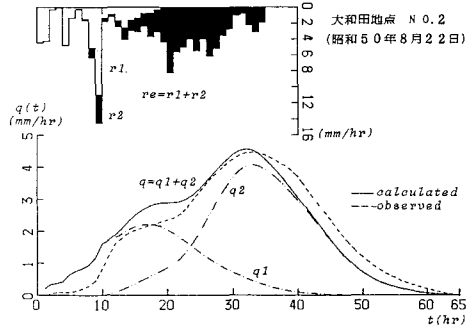


図-23 大和田地点流出計算

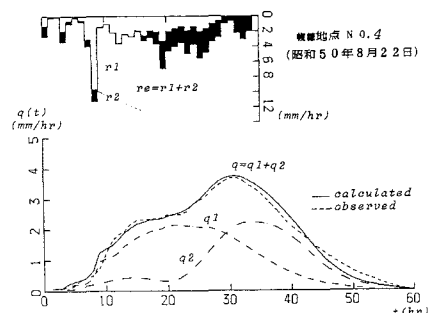


図-25 梶糖地点流出計算

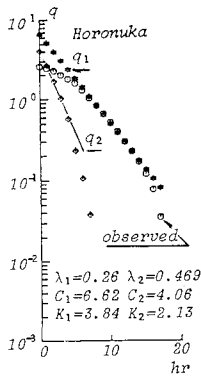
める方法はいくつか提案されているが、本研究では直列2段タンクモデルでの減水曲線¹³⁾を採用した。減水特性を表-4に示す。ただし、解析解を得るために降雨は強度 r_0 , 継続時間 t_r の矩形降雨とした。また、時間軸はハイドログラフピーク時を $t=0$ としてある。

表-4において、 λ_i は $K_i (i=1, 2)$ の逆数であり、減水曲線の減水率を表わしている。実際の流出は $K_1 \neq K_2$

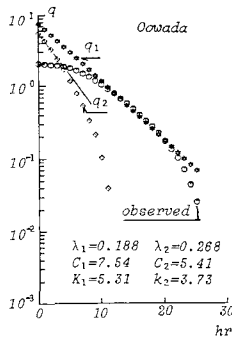
表—4 2段タンクモデルの減水特性

	$K_1 \neq K_2$	$K_1 = K_2 = K$
解	$q = C_1 \exp(-\lambda_1 t) - C_2 \exp(-\lambda_2 t)$	$q = C_1 \exp(-\lambda t) + C_2 t \exp(-\lambda t)$
積分定数	$C_1 = \frac{r_0 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \{1 - \exp(-\lambda_1 t r)\}$ $C_2 = \frac{r_0 \lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{1 - \exp(-\lambda_2 t r)\}$	$C_1 = r_0 \{1 - \exp(-\lambda t r)\} / (1 + \lambda t r)$ $C_2 = r_0 \{1 - \exp(-\lambda t r)\} / \lambda$
形状(減水特性)		

矩形降雨(強度 r_0 継続時間 $t r$) の場合
 $\lambda_1 = 1/K_1 \quad \lambda_2 = 1/K_2 \quad \lambda = 1/K$



図—26 減水曲線



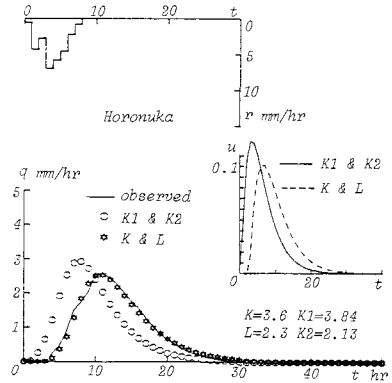
図—27 減水曲線

表—5 計算結果

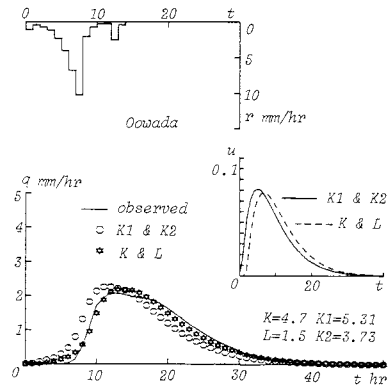
地点名	流域面積(km ²)	K1	K2	K	L
大和田	245.0	5.31	3.73	4.7	1.5
		6.62	3.39	5.2	0.4
嶋川	1228.0	7.04	1.05	4.5	5.5
北見	1394.2	8.56	1.82	4.2	7.2
稲里	122.7	9.15	3.43	5.2	1.7
		7.31	4.97	3.8	0.2
幌糠	168.8	3.84	2.13	3.6	2.3
		6.67	2.15	4.3	0.2

となっていると考えられるが、その場合片対数紙上に q をプロットすると λ_1, λ_2 は容易に求められる。すなわち、2段タンクの場合 q は片対数紙上で2本の直線で表わされるが、時間経過の大きいほうの直線の勾配が λ_1 であり、その直線の延長上の q 軸との交点より C_1 が求まる。得られた成分 $q_1 = C_1 \exp(-\lambda_1 t)$ から q を差し引き、同様の操作をすることで残りの λ_2 と C_2 を求めることができる。

幌糠、大和田の減水曲線を図—26、図—27に示す。この図において、時間軸は降雨終了時とハイドログラフピーク時のうち、時間の大きいほうを $t=0$ としてある。 q はいずれも3本の直線で表わされているが、時間の



図—28 幌糠地点流出計算



図—29 大和田地点流出計算

大きいほうの直線は q のオーダーを考慮して無視した。図—26、27の減水曲線から求めた K_1 と K_2 から流出を再現したものと、遅延要素 K と L から再現した流出および観測値を図—28、図—29に示す。むだ時間を導入する効果が確認できる。

結果の一部を表—5に示す。周波数領域から同定した K はほとんど減水曲線から求めた K_1 と K_2 の間の値となっている。同定した K がほぼ妥当であることを示していると思われる。

6. 結 論

本研究で得られた主な結論を以下に示す。

(1) むだ時間を無理なく導入できる周波数応答法でタンク時定数 K とむだ時間 L を同定する手法を示し、流出解析への応用を図った。

(2) むだ時間の概念と特性を明らかにした。

(3) 同一流域であっても流出ごとに L と K は変動する。この変動特性を検討した結果以下のことがわかった。

a) K は流域面積 A の大きさによってある幅で変動する。その幅は小流域ほど大きく大流域ほど小さい。

b) L は A に強い相関は認められないが、上限値は A によって規定される。

c) L は降雨開始時の強度 $r(t=1)$ と強い相関関係があり、 $r(t=1)$ が大きいと L は小さく、逆に $r(t=1)$ が小さいと L は大きくなる。

計算例も少なく、定量的な判断はできないが今後データの蓄積をはかれば K と L の総合化も可能になると思われる。

(4) 本手法で K と L を同定すると1段タンクと2段タンクモデルの両方に従う流出が存在した。このことは、高次の遅れ系を(見掛けのむだ時間)+(低次の遅れ系)で近似できることを意味する。

(5) 流出量曲線の減水部からタンク時定数 K_1 , K_2 を求めて、周波数応答法で同定した K と比較した。その結果、本手法で求めた K はほぼ妥当であることを確認した。

(6) K と L の遅延要素を考慮したモデルで再現できた流出は中小規模の流出であり、流出成分を分離することにより再現できた流出は大規模流出であった。

以上のことから、同一流域であっても降雨特性によって、降雨流出の変換機構が変化することが明らかになった。

謝 辞：本研究を進めるにあたり北海道大学工学部土木工学科 藤田睦博教授に有益なご助言を頂いた。記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 嵯峨 浩：周波数応答法の非線形流出系への適用，第31回水理講演会論文集，pp.167～172，1987.
- 2) 嵯峨 浩・藤田睦博：周波数応答法を用いた流出成分の分離，第40回年次学術講演会講演概要集，pp.51～52，1985.
- 3) 嵯峨 浩・藤田睦博：非線形流出系の周波数応答解析，第39回年次学術講演会講演概要集，pp.61～62，1984.
- 4) 日野幹雄・長谷部正彦：流量時系列のみによる流出解析について，土木学会論文報告集，第300号，pp.43～56，1980.
- 5) たとえば，高橋利衛：自動制御の数学，オーム社，1967.
- 6) 藤田睦博・山岡 勲：ナイキスト図による河川流出モデルの適合性の判別，第13回水理講演会講演集，pp.25～30，1969.
- 7) 藤田睦博：降雨流出系のシステム関係の解析について，第15回水理講演会講演集，pp.61～66，1971.
- 8) 角屋 睦・福島 晟：中小河川の洪水到達時間，京大防災研究所年報，第19号B-2，pp.143～152，1976.
- 9) 神田 徹・前田徹哉：非定常降雨による斜面流の伝播時間，第30回水理講演会論文集，pp.49～54，1986.
- 10) Prasad, A. : A nonlinear hydrologic system response model, Proc., ASCE, Vol.93, No. HY 4, 1964.
- 11) 鮭川 登・北川善廣：都市化流域の洪水流出モデル，土木学会論文報告集，第325号，pp.51～59，1982.
- 12) 藤田睦博・道口敏幸：エントロピー法を用いた流出解析，土木学会北海道支部論文報告集，第40号，pp.167～172，1983.
- 13) 吉川秀夫・砂田憲吾・グエンソンフン：洪水流量遅減曲線の特性を考慮した流出モデルに関する研究，土木学会論文報告集，第283号，pp.23～32，1979.

(1987.8.22・受付)