

複合因擾乱により誘起される鉛直混合現象の数値解析

NUMERICAL ANALYSIS ON VERTICAL MIXING PHENOMENA INDUCED
BY COMPOSITE STIRRING

室田 明*・道奥 康治**・口田 光也***

By Akira MUROTA, Kohji MICHIOKU and Mitsuya KUCHIDA

To simulate the mixing process induced by the combined action of mechanical and thermal stirring, a numerical analysis is carried out by using a multi-equations approach of turbulence closure. The mixing properties, such as entrainment rate, thickness of the interfacial transition layer, fluctuation of thermal field and so on, are analytically reproduced by the present model, which shows a fairly good agreement with our experimental results. Additionally, the present analysis also succeeds in describing the turbulent field, e.g., turbulence intensity, turbulent energy flux balance, etc., which are much difficult to measure in laboratory and field observations. Combining the analytical work presented here with experimental and field informations, we should be able to profoundly understand the mixing mechanism in such a situation.

Keywords: density current, entrainment, turbulence closure model

1. 序 論

密度成層場における鉛直混合現象は数多くの工学的諸問題に関連する重要課題である。著者らは湖沼・貯水池等停滞水域内の水質輸送過程に着目し、機械的擾乱と熱的擾乱の複合作用により生起する水温成層場での鉛直混合現象に関して基礎的・実験的検討を行ってきた。これより混合量が成層安定度の関数として定量的に評価され、その成果は実貯水池の水温構造解析へと適用された。また、乱流特性と水質輸送過程との相互関係を把握するために、機械的擾乱・熱的擾乱両者間の力学特性・混合促進機構の差異に着目しながら水温躍層近傍の内部変動諸特性を定性的に明らかにした。

ここで、さらに詳細な乱流場の力学特性に関する情報を得て混合機構の本質を的確に捉えることができれば、これまでの基礎的研究成果の工学的有用性は飛躍的に向上する。しかし、水温成層場での乱流計測の困難性、混合現象の非定常性、水槽の有限性に起因する現象の三次

元性、熱拡散や粘性の影響による模型縮尺効果等々、実験的手法には多くの制約と問題点が含まれる。他方、近年その有用性が注目されている多方程式乱流モデルを導入した数値解析手法は、上記の物理的制約・問題点を克服し得る点で物理モデルの限界を補う有効な解析手段である。したがって物理モデル・解析モデル双方の長所と短所を十分認識し、両モデルの分解能を相互に補間しつつ利用すれば、より効率的に乱流・混合現象に対する理解が深まる。

本研究では、著者らがこれまで実験的に検討してきた鉛直混合現象を乱流完結モデルによって再現し、水理実験からでは十分な情報が得られなかった乱流場の力学特性に焦点をあて混合機構を理論的に洞察する。具体的には、実験で再現することが困難であったり計測誤差等のために不明確であった以下の点について重点的に検討する。

- 成層安定度が非常に小さく非定常性が強い場合の鉛直混合量
- 機械的擾乱・熱的擾乱間の相互干渉効果
- 乱流諸量（乱れ速度、乱れの非等方性度、乱れエネルギー平衡式各成分 etc.）の空間構造
- 躍層部の水温構造および内部変動特性
- 連行則・躍層部の密度構造に及ぼす流体物性（熱拡散

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘 2-1)

** 正会員 工博 神戸大学助教授 工学部土木工学科
(〒657 神戸市灘区六甲台町 1-1)

*** 正会員 工修 (株)佐藤工業 (前大阪大学大学院前期課程学生)

性の影響)

いうまでもなく混合現象はすべて非定常過程であるが、密度成層域に生起する混合現象の多くがそうであるように著者らの水理実験で対象とした現象の進行時間スケールは乱れの変動時間スケールに比べて十分に長く、質量保存則においてのみ時間的変化が考慮されればよい。したがって鉛直混合量や乱れ諸量は通常このように準定常状態で得られた実験値を適当な時間内で平均し評価してもさしつかえない。しかし、上記検討項目のうち最初に掲げた非定常性が強い場合の現象では水理実験によっては十分な精度を確保することはできず、乱れ諸量の時間変化を考慮した基礎式から得られる数値解析結果がより有力な情報源となる。

なお、数値解析にありがちな物理現象からの乖離を極力避けるために、準定常状態で得られた連行量・水温変動等少なくとも実験的に入手が容易な情報に関しては実験—解析間のつき合を適宜行い両者の整合性を確認したうえで上記乱流諸特性を解析的に明らかにする。

2. 解析の概要

(1) 乱流モデル

密度成層の浮力影響下にある乱流場を表現するためには乱れの非等方性を考慮し得るモデル化が必要である。一方、工学的にはできる限り簡潔な定式化が望ましい。以上の点を勘案して本研究では大気成層乱流を対象に開発された Mellor と Yamada の「Level 2.5 モデル」^{[3),4)} (以下 MY モデルと略述する) を採用する。これは乱れに関する特性速度 q と特性長 l を用いて乱れの二次相関に関する方程式群を完結した多方程式モデルである。

基礎式は次に示す鉛直一次元乱流場の熱保存式

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\alpha_T \frac{\partial T}{\partial z} - \overline{w\theta} \right) \dots \dots \dots (1)$$

ならびに乱れエネルギー $q^2/2$ 、乱れの二次相関項 ($\overline{u^2}$, $\overline{v^2}$, $\overline{w^2}$, $\overline{w\theta}$, $\overline{\theta^2}$) に関する方程式群 (Appendix にモデル化されたものを示す) である。ここで、 $T(z, t)$: 平均水温、 t : 時間、 z : 鉛直座標、 α_T : 熱拡散係数、 (u, v, w) : 乱れの各方向速度成分、 $q = \sqrt{\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}}$: 乱れ速度ベクトルの大きさ、 θ : 水温変動量、 $\overline{\quad}$: 時間平均操作、である。

MY モデルの特徴は、乱れの非等方性度をパラメーターとして基礎式中の各項を等方成分と非等方成分に分離し、長さスケール等に含まれる各種未定数を中立成層場の情報のみから決定できるように工夫した点にある。また、Appendix に示すように、乱れの基本特性長 l を半経験的に与えている点は Launder らによるレイノルズ応力モデル⁵⁾と大きく異なり簡潔な表現となって

いる。この点 l の決定に若干の任意性を含むものの計算手順が単純であり実用性の高いモデルといえる。

MY モデルはもともと大気成層せん断流を対象として開発されたモデルであり、そのなごりが基本特性長 l の関数形 (式(A・7))にも現われている。しかし平均流のない自然対流場をも含めすでに多くの大気成層流への使用実績をもち、密度成層場の現象を再現するのに適切な乱流モデルと考えられる。

(2) 対象とする現象および数値計算法

先に行った水理実験は躍層面での平均せん断効果を見逃し得るような閉鎖成層水域を対象とし、風応力により表皮せん断層から鉛直方向に拡散される機械的擾乱と水面冷却に伴う熱対流擾乱とをそれぞれ振動格子と加熱底板を用いて生起させ、それらが複合的に作用することにより誘起される混合過程を実験的に再現した。この実験システムは現実の場と幾何学的に上下逆の関係にあるが、力学的には相互に対応している。本解析においても水理模型と同じく高さ $H=50$ cm の鉛直水柱を計算対象領域とする。初期条件として二層系水温分布を与え、乱れない状態から計算を開始する。

熱的擾乱・機械的擾乱ともに、底面 $z=0$ にその擾乱源があると想定して境界条件を設定する。まず、熱に関する底面での境界条件は、

$$H_s = -\alpha_T \frac{\partial T}{\partial z} \quad \text{at } z=0 \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。ここで、 H_s (cm°C/s) : 底面から供給される鉛直上向き熱フラックスである。一方、機械的擾乱は、次式のように振動格子の乱れ速度 u_s ⁶⁾ を第一計算格子点に内挿し乱れ速度成分の底面境界値を与えることによって代替される。

$$u = v = w_{z=0} = \lim_{z \rightarrow 0} u_s \approx u_{sz=\Delta z} = c f s^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} z^{-1}_{z=\Delta z} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 f : 格子の振動周波数 (Hz)、 s : 振幅 (cm)、 M : 格子のメッシュ長 (cm)、 c : 係数、 Δz : 計算格子点間隔である。上式は擾乱源における乱れの等方性を仮定しているが、実際には格子近傍において鉛直速度成分の方が水平成分より大きく非等方的である。しかし、格子要素間隔 M 程度の距離だけ擾乱源より離れればただちに乱れは等方的になり式 (3) に従うため⁶⁾、上式によって振動格子による擾乱供給をおおむね代替し得るものとする。

上端境界 $z=H$ では平均水温と乱れ諸量の鉛直勾配をとともに 0 とする。

図—1 に計算格子と水理条件を示す。数値計算は水理実験より広範な条件の下で、実験と同じく一定の擾乱条件に対して行われた。

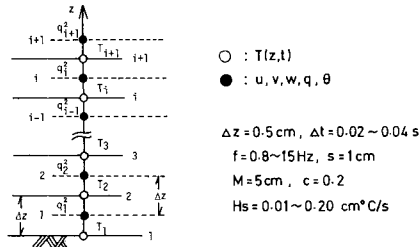


図-1 計算格子と水理条件

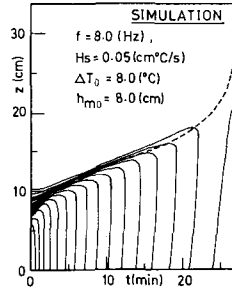


図-2 密度構造の経時変化 (複合因擾乱が作用した場合)

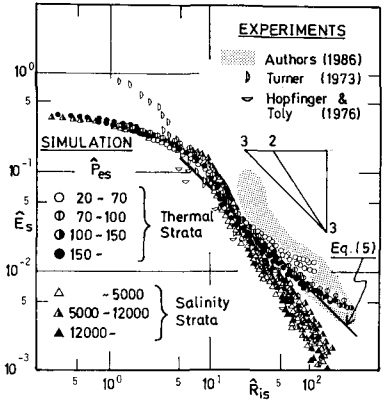


図-3 連行係数 \hat{E}_s とリチャードソン数 \hat{R}_{is} の関係 (機械的擾乱が作用した場合)

3. 鉛直混合量

(1) 密度分布の時間的変遷

図-2は複合因擾乱が作用した場合の密度構造の変遷に関する数値解析例であり、等密度線で表示している。混合層厚さ h_m が小さい初期の間は機械的擾乱が混合に対して卓越的に貢献し、躍層の上昇率 dh_m/dt は時間的に減少する。その後 $d^2h_m/dt^2=0$ なる変曲点を経て熱的擾乱が卓越するようになり躍層の上昇は加速される。以上のように、水理実験で観測された混合過程の特徴がきわめて良好に再現されている。加えて成層安定度が小さい最終段階での急速な混合過程や混合層内の弱い逆水温勾配の存在等、水理実験では再現・計測が困難であった状況が新たに明らかとなった。

(2) 機械的擾乱による鉛直混合量

連行係数 \hat{E}_s とリチャードソン数 \hat{R}_{is} はおのおの次式で定義される。

$$\hat{E}_s = (dh_m/dt)/u_s, \quad \hat{R}_{is} = \epsilon g l_s / u_s^2 \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 h_m : 混合層(下層)の厚さ、 ϵ : 密度界面における相対密度差、 g : 重力加速度である。 l_s は密度境界面位置 ($z=h_m$) における振動格子乱流の積分特性長である。HopfingerとToly⁶⁾によって積分特性長は格子からの距離 z とともに $l_s(z) = \beta z$ のごとく比例増加することが明らかにされており、これより l_s は混合層厚さ h_m の関数として $l_s = \beta h_m$ と簡単に表現される。 β は普遍定数ではないが格子形状に関連した係数であり(本実験では $\beta=0.1$)、壁面乱流場におけるカルマン定数と類似の物理的意味を有する。同様にして式(4)に含まれる界面位置での乱れ強度 u_s は式(3)で $z=h_m$ において評価される。

\hat{E}_s と \hat{R}_{is} の関係を図-3に示す。丸印は水温成層に対応するケース ($\chi_T = 1.45 \times 10^{-3} \text{ (cm}^2/\text{s)}$)、三角印は塩分濃度成層に対応するケース ($\chi_T = 1.45 \times 10^{-5} \text{ (cm}^2/\text{s)}$) の数値解析結果である。分子過程の影響をみるために、おのおのベクレ数 $\hat{P}_{es} = u_s l_s / \chi_T$ をパラメーターとして

記号を区別している。比較のため Turner⁷⁾, Hopfinger と Toly⁶⁾ および著者らの実験結果¹⁾ が同図中に併記されている。

おおよそ $\hat{R}_{is} < 10$ なる低リチャードソン数の領域においては、 \hat{R}_{is} が減少するに伴い \hat{E}_s の \hat{R}_{is} への依存性が弱くなり、中立成層場 ($\hat{R}_{is}=0$) における連行特性と同様にある一定値へと漸近する傾向を示す。低リチャードソン数領域における現象は非正常性が強く水理実験では正確な計測が困難であったが、数値解析によってこの点が克服され同図のように連行特性が明確になった。

一方、高リチャードソン数の領域においては、従来からいらわれているようにおおむね水温成層について-1乗則、塩分濃度成層について $-\frac{3}{2}$ 乗則に従う連行特性を呈している⁷⁾。水温成層に対する-1乗則の適合曲線として次式に示す関係を図中に実線で示す。

$$\hat{E}_s = C_1 \hat{R}_{is}^{-1}, \quad C_1 = 0.68$$

(cf. 水理実験では $C_1=1.1$) $\dots \dots \dots (5)$

しかし、 \hat{R}_{is} が大きくなるにつれベクレ数 \hat{P}_{es} すなわち分子拡散性の影響が連行係数に反映されるようになる。

そこで、熱・塩分濃度以外の仮想的な流質も含めて分子拡散係数 χ_T の値を系統的に変化させ、連行量に及ぼす拡散性の影響を調べたものを図-4に示す。分子拡散効果の増大に伴う連行係数 \hat{E}_s の増加が示され、連行則に及ぼす流体物性の影響が明らかである。これは従来から指摘されてきた \hat{P}_{es} の減少に伴う \hat{E}_s の増加傾向とも一致する^{8),9)}。

(3) 熱的擾乱による鉛直混合量

連行係数 E_T とリチャードソン数 R_{iT} はおのおの次式で定義される。

$$E_T = (dh_m/dt)/u_T, \quad R_{iT} = \epsilon g h_m / u_T^2 \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 $u_T = (\alpha g H_s h_m)^{1/2}$: 対流速度、 α : 熱膨張係数、である。図-5に本解析で得られた E_T と R_{iT} の関係を

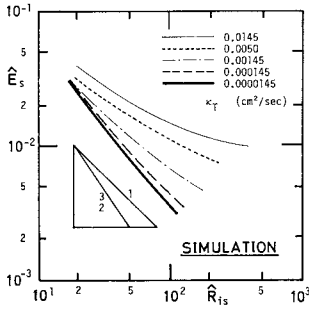


図-4 連行係数 \hat{E}_s に及ぼす分子拡散性 x_T の影響

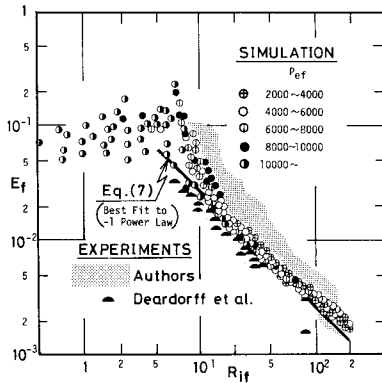


図-5 連行係数 E_T とリチャードソン数 R_{1T} の関係 (熱的擾乱が作用した場合)

示す。Deardorff ら¹⁰⁾および著者ら¹¹⁾の水理実験値を同図中に併記する。実験値が分布している $10 \leq R_{1T} \leq 100$ の範囲で、計算値は実験結果と同様ほぼ $E_T \propto R_{1T}^{-1}$ の関係を示している。この領域における計算結果の-1乗則に対する最適曲線は次式で与えられる(図中実線)。

$$E_T = C_2 R_{1T}^{-1}, \quad C_2 = 0.28$$

(cf. 水理実験では $C_2 = 0.45$).....(7)

また、ペクレ数 $P_{eT} (\equiv u_T h_m / \chi_T)$ が混合量に及ぼす影響は水理実験と同様、ほとんど認められない。

一方、 $R_{1T} \leq 5$ なる低リチャードソン数の領域では、機械的擾乱の場合と同様に一定の連行係数 E_T をとる傾向にある。ただし、熱フラックスが底部より供給されることによって上下層の水温差はきわめて小さくなり、二層系として E_T や R_{1T} を定義することが困難になるため機械的擾乱の場合ほど明瞭な関数形は得られていない。

(4) 複合因擾乱による鉛直混合量

機械的擾乱と熱的擾乱が共存する複合因擾乱場においては、2つの擾乱エネルギーフラックスの線形和によって形式的に定義される速度スケール σ を用い、連行係数 E_σ とリチャードソン数 $R_{1\sigma}$ を次のように定義する。

$$E_\sigma \equiv (dh_m/dt)/\sigma, \quad R_{1\sigma} \equiv \epsilon g h_m / \sigma^2 \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 $\sigma \equiv (u_T^2 + \eta^2 u_s^2)^{1/2}$ である。

水理実験では、 σ の中に含まれる重み係数 η を定数と考えると $\eta = 2.9$ なる値を得、実験値が次式の関数形で良好に表わされることを確認した¹⁾。

$$E_\sigma = C_3 R_{1\sigma}^{-1} \dots\dots\dots(9)$$

ここでも第一段階として定数係数としての η を求め、上式に基づく連行則を定式化することにする。

$u_T \rightarrow 0$ および $u_s \rightarrow 0$ なる両極限(すなわち機械的擾乱・熱的擾乱のいずれか一方のみが存在する場合)において、式(9)が式(5)と式(7)のおおののに一致するように上式中の未定定数 η と C_3 を決定すれば次の値を得る。

$$\eta = (C_1/\beta C_2)^{1/2} = \eta_0 = 2.9, \quad C_3 = C_2 = 0.28$$

(cf. 水理実験の場合、 $\eta_0 = 2.9, C_3 = C_2 = 0.45$)

$$\dots\dots\dots(10)$$

以上の係数値を用いて数値解析結果を整理し、 E_σ と $R_{1\sigma}$ の関係を示したものが図-6である。実線で併記された式(9)は数値解析結果に比べ連行量を過大に評価している。また、両擾乱の強度比 u_T/u_s によって多少異なる値をとり、厳密にはすべてのデータが単一の関数形に従っているとはいえない。

こうした複合因擾乱をもたらす連行量と式(9)との不整合の原因は、2つの擾乱相互の干渉過程がないものとして複合因擾乱の特性速度 σ が算出されている点にあると考えられる。前述のごとく水理実験では(データがばらついていたこともあって) σ の中に含まれる重み係数 η を便宜上定数として扱った(すなわち2つの擾乱エネルギーフラックスの線形重ね合せを仮定した)が、実際には非線形過程であるため、複合因擾乱の中に占める機械的擾乱・熱的擾乱のおおのの貢献度の割合によって η は変化すると考えるのが自然であろう。そこで、複合因擾乱による混合量が式(9)を満足するような変数係数としての η の値を求め、擾乱強度比 u_T/u_s の関数として示せば図-7のようになる。同図より、 η はおおむね u_T/u_s の一価関数として表現できることがわかる。一定値 $\eta = 2.9$ との偏差はいわば両擾乱相互の干渉

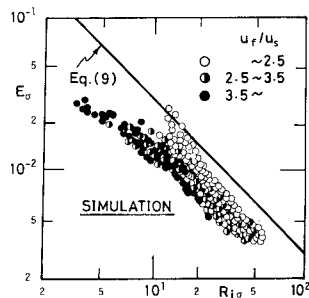
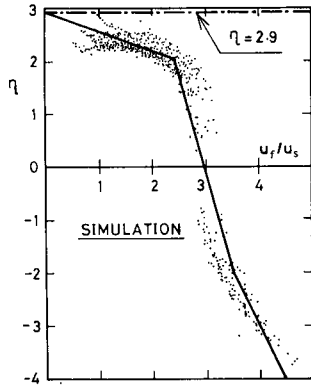


図-6 複合因擾乱が作用した場合の連行係数 E_σ とリチャードソン数 $R_{1\sigma}$ の関係 (定数係数としての η を用いた場合)



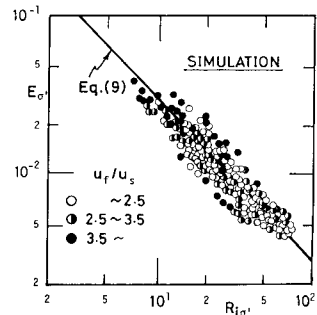
図一七 重み換算係数 η と擾乱強度比 u_r/u_s の関係

の程度を表す目安となろう。η が 2.9 より小さいということは、2つの擾乱が単独に作用して生ずるエネルギーフラックスの算術和よりも複合因擾乱のエネルギーフラックスの方が小さいことを意味する。さらに熱的擾乱がかなり卓越する $u_r/u_s \geq 3.0$ の領域において η が負値をとることは、機械的擾乱という異種の擾乱の存在により熱的擾乱が緩和され、熱的擾乱のみが単独に作用する場合よりもむしろ小さい擾乱効果しかもたらさないことになる。

以上のような両擾乱の相互干渉過程は直感的にも十分考えられることである。しかし図一七は「平均値 η ≃ 2.9 のまわりに分布する」という水理実験結果と異なり、 u_r/u_s とともに η が減少する傾向を示している。このような η に関する実験-解析間の差異は双方にその原因を求めることができる。1つは u_r/u_s が大きい領域において現象の非定常性が強いために生ずる実験計測上の誤差、もう1つは乱流をモデル化の際の解析的打ち切り誤差である。η という形で連行特性を議論することは最も厳しく実験モデル・解析モデルを検証していることになり、双方の誤差が強調されやすい。本質的な解明はより高精度の計測と乱流モデルによらなければならないであろう。しかしながら η を u_r/u_s の関数として図一七中の折れ線で近似し σ を評価すれば（これを σ' とする）後述のごとく水温変動特性が σ' を用いた水理量によってうまく説明され本解析の妥当性が確認された。なお、σ' によって連行係数 $E_{\sigma'}$ とリチャードソン数 $R_{\sigma'}$ を定義すれば、当然のことながら $E_{\sigma'}$ と $R_{\sigma'}$ の関係は図一八に示すように式（9）に適合するようになる。

4. 密度遷移層の特性

躍層近傍の水温構造は混合量や乱流特性に深いかわりをもち詳細に検討する必要がある。本研究では水理実験の場合⁴⁾と同様躍層付近の水温分布を次式の関数形に回帰式中の Δh を躍層部の水温遷移層厚さとみなして



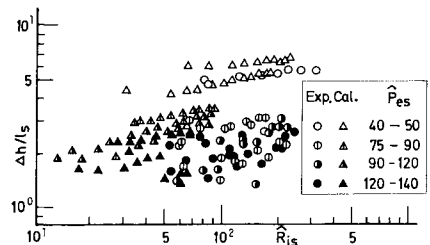
図一八 複合因擾乱が作用した場合の連行係数 $E_{\sigma'}$ とリチャードソン数 $R_{\sigma'}$ の関係（変数係数としての η を用いた場合）

その特性を考察する。

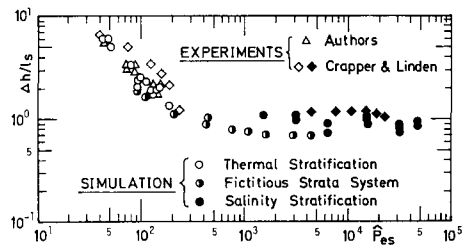
$$T(z) = \frac{1}{2} \left\{ (T_1 - T_m) \tanh \left[\frac{2(z - h_m)}{\Delta h} \right] + (T_1 + T_m) \right\} \dots \dots \dots (11)$$

ここで、 T_1 、 T_m は上層および下層内の平均水温である。

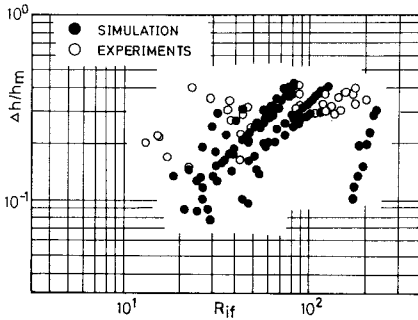
図一九は機械的擾乱のみが作用する場合の無次元遷移層厚さ $\Delta h/l_s$ とリチャードソン数 \hat{R}_{is} の関係を示している。実験値と計算値はともに同程度の値を示し弱い正の相関がみられる。図一十は $\Delta h/l_s$ とペクレ数 \hat{P}_{es} との関係を示す。これまでの密度流に関する多くの実験では、極端に拡散性が異なる熱および塩分濃度のいずれかによって成層が構成されているため、広範囲にわたる $\Delta h/l_s \sim \hat{P}_{es}$ の間の関係は得られていない。これに対し、本研究では、両者の中間の拡散性を有する架空の作業流体をいくつか想定して κ_T を系統的に変化させ、同図の



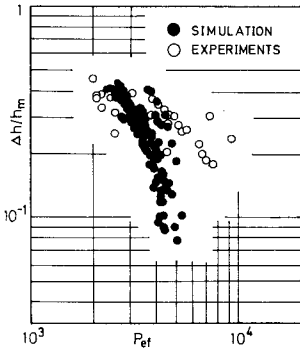
図一九 無次元遷移層厚さ $\Delta h/l_s$ とリチャードソン数 \hat{R}_{is} の関係（機械的擾乱が作用した場合）



図一十 無次元遷移層厚さ $\Delta h/l_s$ とペクレ数 \hat{P}_{es} の関係（機械的擾乱が作用した場合）



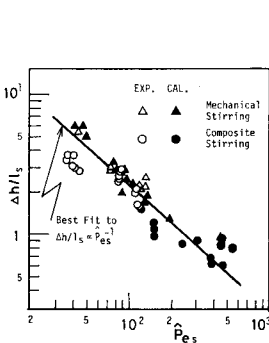
図—11 無次元遷移層厚さ $\Delta h/h_m$ とリチャードソン数 R_{if} の関係 (熱的擾乱が作用した場合)



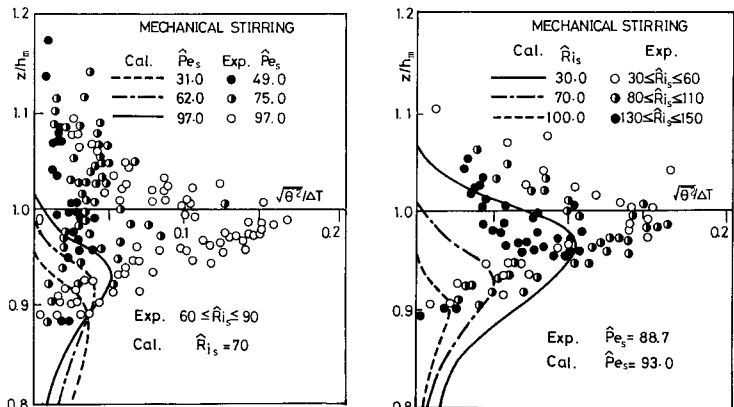
図—12 無次元遷移層厚さ $\Delta h/h_m$ とペクレ数 P_{ef} の関係 (熱的擾乱が作用した場合)

ように水理実験値を補間する結果を得ることができた。これにより \hat{P}_{es} の増加とともに $\Delta h/l_s$ が減少しある一定値へと漸近することが確認される。

熱的擾乱のみが作用する場合の ($\Delta h/h_m \sim R_{if}$), ($\Delta h/h_m \sim P_{ef}$) 間の関係をおのおの図—11, 12 に示す。両図において数値解析値は実験値と同程度の値を示すが、図—11 では正の相関が、図—12 では負の相関が実験値より強く現われている。



図—13 無次元遷移層厚さ $\Delta h/l_s$ とペクレ数 \hat{P}_{es} の関係 (複合因擾乱が作用した場合)



(a) ペクレ数 \hat{P}_{es} に伴う変化 (b) リチャードソン数 \hat{R}_{is} に伴う変化
図—14 相対水温変動強度 $(\sqrt{\theta^2}/\Delta T)_{int}$ の鉛直分布 (機械的擾乱が作用した場合)

熱的擾乱が卓越的に作用し密度差が小さくなってくると水温分布を式 (11) へ回帰することが不正確になるので複合因擾乱が作用するケースでは主として $u_r/u_s \leq 2.5$ の範囲のデータに限定して検討を加える。水理実験より、複合因擾乱場における遷移層厚さは特性速度 σ を用いて定義されたペクレ数 $P_{eo} = \sigma h_m / \kappa_T$ よりもむしろ機械的擾乱の強度 u_s のみを用いたペクレ数 \hat{P}_{es} とより高い相関をもつことが示された²⁾。図—13 に示す数値解析結果 (ただし、水温成層のみを対象とする) においてもこの傾向が認められる。

5. 内部変動特性

乱流モデルである限り何らかの近似が施され、解析可能な範囲はおのずから制約される。本研究で用いた乱流モデルは乱れの二次モーメント項の特性を議論し得る最も簡単なモデルの一つに分類されよう。したがって数値解析結果が実際の乱流構造を忠実に再現していると断定することは危険である。そこで本節ではこれまで得られている実験情報との比較・検討を可能な限り行っただうえ、計測困難な乱れ変動諸量の特性を数値解析によって明らかにしていく。

(1) 水温変動量

a) 機械的擾乱が作用する場合

上・下層の水温差 ΔT で無次元化された水温変動強度 $\sqrt{\theta^2}/\Delta T$ の鉛直分布を図—14 に示す。図—14(a) は \hat{R}_{is} を固定し \hat{P}_{es} を変化させた場合、(b) は逆に \hat{P}_{es} を固定し \hat{R}_{is} を変化させた場合をおのおの示す。 \hat{R}_{is} の減少あるいは \hat{P}_{es} の増加により水温変動強度が増大する点は実験値と合致しているが、数値解析値は全体に小さな値を示しピークもより下方に位置している。次に、水理実験の場合に展開された理論的背景に基づいて、密度界面近傍の極大値 $(\sqrt{\theta^2}/\Delta T)_{int}$ に着目し、 \hat{R}_{is} ・

\hat{P}_{es}^{-1} との相関を検証したものを図-15に示す。数値解析値は前述のごとく実験値に比べ小さいがより広範囲の水利条件の下に得られており、全体的な傾向は両者において合致している。

b) 熱的擾乱が作用する場合

水温変動強度の鉛直分布について、本解析と著者らの水利実験結果とは定量的によく合致することを確認している。しかし、水利条件が比較的限られた範囲であったため全体的に小さい値しか示さず、また底面境界層近傍の計測値が得られていなかった。ここでは他の研究グループによって計測された大水槽での水利実験値¹¹⁾ならびに大気成層での航空機観測値^{12), 13)}と本解析結果との比較を図-16に示す。同図中横軸の水温変動量は $\theta_{*f} = H_s/u_f$ なる特性温度を用いて規準化されている。熱的擾乱が作用する場合についてはすでに Hassid と Galperin¹⁴⁾も MY モデルと類似の乱流モデルを用いて数値計算を行っており、彼らの結果も併示されている。

c) 複合因擾乱が作用する場合

図-17に水温変動量の鉛直分布についての数値解析例を示す。 u_f/u_s が小さい初期の間は機械的擾乱が卓越し躍層位置で大きなピークをもつ分布形を呈する。時間とともに熱的擾乱が卓越してくると混合層内部での水温

変動も増大し始める。ただし、図-16に示す熱的擾乱の場合とは逆に底面近傍では水温変動が非常に小さい。これは、機械的擾乱の効果によって、逆浮力勾配を有する底部熱境界層の成長が抑えられ水温変動が抑制されるためと考えられる。

水利実験では水温変動量の分布形状を議論し得る程度に十分な計測精度は得られていないため、ここでは躍層部の変動ピーク $(\sqrt{\theta^2/\Delta T})_{int.}$ のみについて数値解析との比較・検討を行う。著者らの実験によれば、複合因擾乱場においても特性速度 σ よりはむしろ機械的擾乱の代表速度 u_s を用いて定義される水利量の方が水温変動強度と有意な相関をもち、 $(\sqrt{\theta^2/\Delta T})_{int.}$ と $\hat{R}_{is} \cdot \hat{P}_{es}^{-1}$ との間に図-15に類似した負の相関関係が認められた²⁾。そこでまず、本解析によって得られた両者の関係を実験値とともに図-18に示す。実験値と解析値はほぼ同一の関数関係にある。しかし、特に解析結果の方を詳細にながめると、 u_f/u_s が大きいほど変動強度はより大きい値を示す傾向にあることがわかる。これは機械的擾乱に関する特性量のみで複合因擾乱場の内部変動量を規定することがあくまで近似的整理方法でしかないためであろう。水利実験データのみならずより広範囲の条件

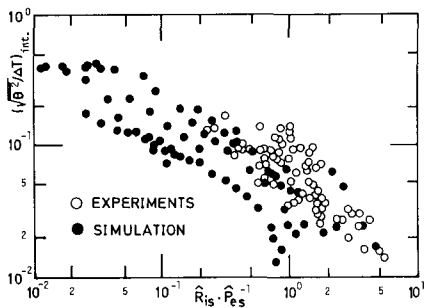


図-15 密度界面における相対水温変動強度 $(\sqrt{\theta^2/\Delta T})_{int.}$ と $\hat{R}_{is} \cdot \hat{P}_{es}^{-1}$ の関係 (機械的擾乱が作用した場合)

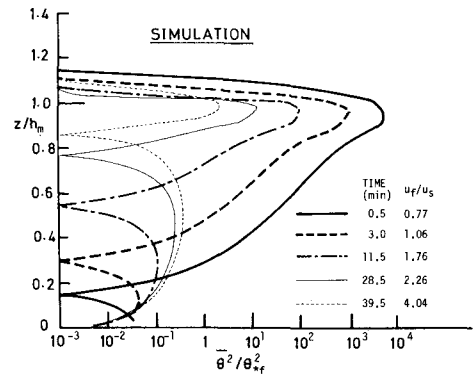


図-17 無次元水温変動量 θ^2/θ_{*f}^2 の鉛直分布の変遷 (複合因擾乱が作用した場合)

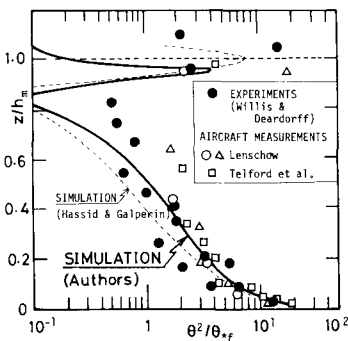


図-16 無次元水温変動強度 $\sqrt{\theta^2/\theta_{*f}}$ の鉛直分布 (熱的擾乱が作用した場合)

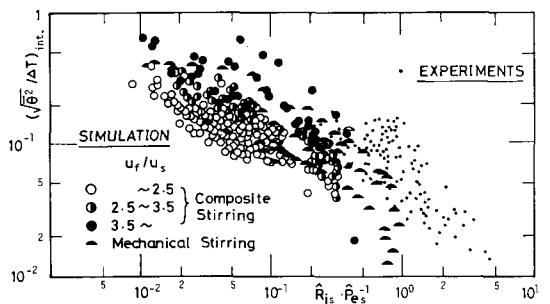


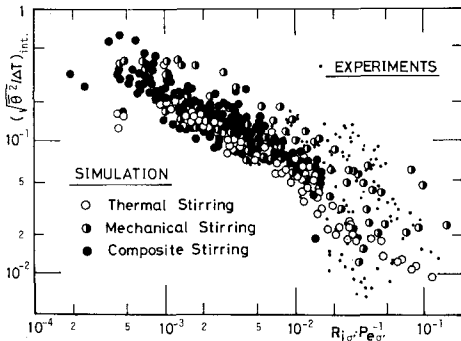
図-18 密度界面における相対水温変動強度 $(\sqrt{\theta^2/\Delta T})_{int.}$ と $\hat{R}_{is} \cdot \hat{P}_{es}^{-1}$ の関係 (複合因擾乱ならびに機械的擾乱が作用した場合)

下で得られた数値解析値・現地観測資料をも含めて議論するためには、著者らが先の報告²⁾で指摘したように、機械的擾乱と熱的擾乱の相乗作用を合理的に組み入れた特性量を用いて整理することが望ましい。そこで、図—7中の折れ線で示した重み係数 η から算出される特性速度 σ' によって水理量を再定義し同様の検討を行う。図—19は熱的擾乱と機械的擾乱がおのおのの単独に作用するケースも含めて $(\sqrt{\theta^2/\Delta T})_{int.} \sim R_{is} \cdot P_{ed}^{-1}$ 間の関係を示したものである。ここで、機械的擾乱のデータについては、以下の関係を用いて \hat{R}_{is} と \hat{P}_{es} がおのおのの R_{is} , P_{ed} と等価な意味をもつように相互換算されている。

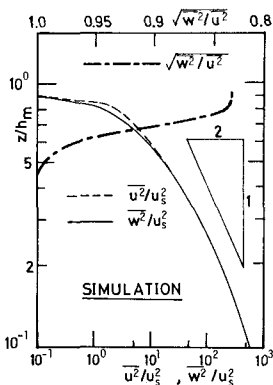
$$\left. \begin{aligned} R_{is} &= \lim_{u_r \rightarrow 0} R_{is} = \frac{\varepsilon g h_m}{(\eta_0 u_s)^2} = \frac{1}{\eta_0^2 \beta} \cdot \hat{R}_{is} \\ P_{es} &= \lim_{u_r \rightarrow 0} P_{es} = \frac{\eta_0 u_s h_m}{\chi_T} = \frac{\eta_0}{\beta} \cdot \hat{P}_{es} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ただし、上式中の η_0 は擾乱強度に関する換算係数 η を定数とみなして実験値から同定された値 $\eta_0 = 2.9$ (3. (4)において既述)である。

同図から、(i) 図—18に比べてデータのばらつきは



図—19 密度界面における相対水温変動強度 $(\sqrt{\theta^2/\Delta T})_{int.}$ と $R_{is} \cdot P_{ed}^{-1}$ の関係 (すべての擾乱ケースを含む)



図—20 流速変動量 \bar{u}^2/u_s^2 , \bar{w}^2/u_s^2 と乱れの非等方性度 $\sqrt{w^2/u^2}$ の鉛直分布 (機械的擾乱が作用した場合)

小さくなり、(ii) 機械的擾乱・熱的擾乱のケースも含め $0 \leq u_r/u_s \leq \infty$ なる広範囲のデータがほぼ一値の関数関係をもつように改善されたこと、がわかる。水理実験値は定数係数としての η を用いて整理されているためそれ自身ばらついているが、計算値が分布する領域内に収まり解析結果との整合性も認められる。

(2) 流速変動量

本研究で対象とする現象において、流速は直接計測の最も困難な水理量である。乱流モデルによって現象を正確に再現・予測することができれば、物理モデルを補い得る手段としてその評価が高まる。

a) 機械的擾乱が作用する場合

図—20は水平・鉛直方向流速の変動量 \bar{u}^2/u_s^2 , \bar{w}^2/u_s^2 および乱れの非等方性度 $\sqrt{w^2/u^2}$ の鉛直分布を示す。底面境界で等方性乱れを与えているため $0 \leq z/h_m \leq 0.7$ なる混合層の大部分の領域で等方性が保たれている。実際には擾乱源から格子要素間隔程度の限定された範囲内において乱れは非等方的である。ところが、式 (A・2), (A・3) からわかるように本モデルはこれを再現することができない。しかし少なくとも、 $(\sqrt{u^2}, \sqrt{w^2}) \propto z^{-1}$ なる関係は均質密度場で得られた式 (3) と一致し、成層安定度の弱い混合層領域での乱れ低減特性を良好に再現している。一方、密度界面に近づくほど浮力勾配の影響によって非等方性度は急増する。ただし、上層側に近づくにつれ $\sqrt{w^2/u^2}$ が 0.83 程度の有限値に収束しており実際と異なる特性を示す。この点本解析によって躍層近傍の局所的な乱流構造までを議論することには限界があるように思える。

b) 熱的擾乱が作用する場合

図—21に $(\bar{u}^2/u_s^2, \bar{w}^2/u_s^2)$ の鉛直分布に関する計算値を水理実験値¹¹⁾・現地観測資料^{12),13)}とともに示す。前述の Hassid と Galperin による計算値¹⁴⁾も併記するが本解析と同程度の結果を与えている。

c) 複合因擾乱が作用する場合

図—22に数値計算例を示す。時間とともに u_r/u_s が増加するため分布形はわずかに変形するが、全体を通して図—20に示す結果と類似した分布形を呈する。

(3) 乱れエネルギー収支

ここで対象とする鉛直混合現象においては、平均せん断力が存在せず、さらに乱れエネルギーの時間変化率 $\partial(q^2/2)/\partial t$ はほとんどの場合無視し得る程度に小さい。したがって乱れエネルギーフラックスは、(I) 拡散、(II) 浮力輸送、(III) 逸散、の三者間でほぼ平衡している (式 (A・1) 参照)。

a) 機械的擾乱が作用する場合

乱れエネルギーフラックス各項の解析例を図—23に示す。乱れの生成を担う拡散項の大部分はそのまま逸散

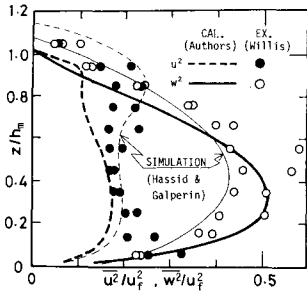


図-21 流速変動量 \bar{u}^2/u_s^2 , \bar{w}^2/u_s^2 の鉛直分布 (熱的擾乱が作用した場合)

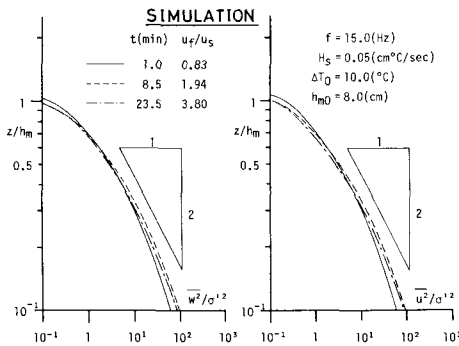


図-22 流速変動量 \bar{w}^2/σ^2 , \bar{u}^2/σ^2 の鉛直分布 (複合因擾乱が作用した場合)

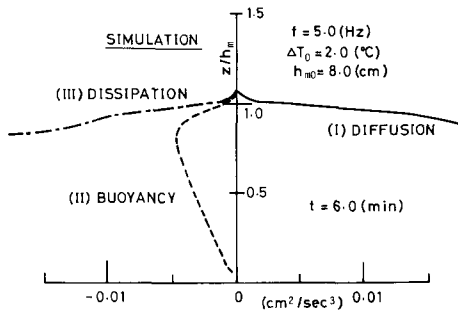


図-23 乱れエネルギー収支 (機械的擾乱が作用した場合)

項により消費され、残りわずかのエネルギーのみが混合に伴う場のポテンシャルエネルギー変化するかわり浮力輸送の仕事量として消費されている。もちろん時間とともに各項の大きさは変化するが、各項の寄与率・分布形状は基本的には上述のような特徴を保っている。

b) 熱的擾乱が作用する場合

図-24 に示すように躍層付近 $z/h_m \approx 1$ を除く混合層の大部分の領域において浮力フラックスは正の値をとり乱れを生成している。これに対し逸散項が主たるエネルギー吸収項となる。拡散項は混合層内では負の値をとりエネルギーを吸収する。これは底面からの浮力エネルギー供給によって対流運動が促進されることに相当す

る。逆に、躍層近傍では拡散項から浮力項へエネルギーが供給されており、対流塊の保持する慣性力によって鉛直混合が促進され浮力輸送が生じることを表わしている。同図中に細線群で併記した Adrian らの実験値¹⁵⁾は、上下固定境界にはさまれ底面から加熱された熱対流場の乱れエネルギー収支である。上端境界では連行がないため密度成層場の躍層付近と異なる乱れ構造を有するが、その他の大部分では本解析と類似の分布性状を呈する。

c) 複合因擾乱が作用する場合

乱れエネルギー収支の変遷を図-25 に示す。各項は熱的擾乱の場合に準じ u_s^2 を用いて規準化されている。時間とともに (熱的擾乱)/(機械的擾乱) の強度比 u_f/u_s は増加し、図-23 に示す機械的擾乱場と同様の分布形から図-24 の熱的擾乱場に類似の構造へと変遷する。しかし、底面に機械的擾乱の発生源があるため、底面に近づくに従って拡散項は無限大へと増加する点が熱的擾乱の場合と異なる。

6. 結 論

水理学の分野では代表的な乱流モデルとして $k-\epsilon$ 二方程式モデルが知られているが、本研究で対象としているような平均流のない密度成層域の乱流現象を再現することは困難である。これに対し、ここで示した解析法は複合因擾乱が作用する成層場の混合現象をかなりの確に再現し、しかも乱れの二次相関項についての情報も得

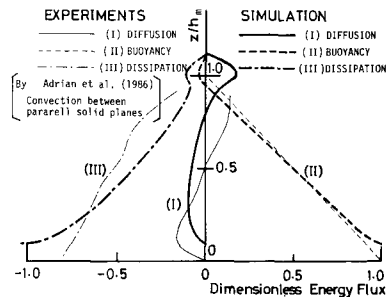


図-24 乱れエネルギー収支 (熱的擾乱が作用した場合)

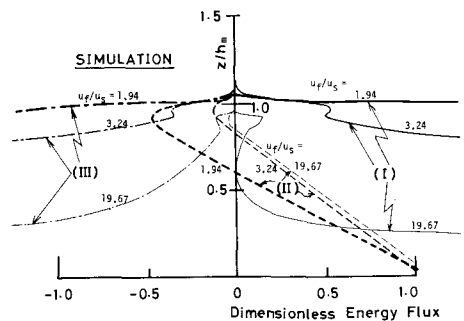


図-25 乱れエネルギー収支 (複合因擾乱が作用した場合)

ることができた。ただし、この事実だけでモデルの優劣を結論づけるものではない。たとえばここで用いた乱流モデルは二次相関各項のバランスを考慮している反面、特性長に関して半経験的評価法を適用してモデル式の単純化を図っており、この点では $k-\epsilon$ モデルに比べ恣意性を含んでいる。しかし、工学分野に適用されるモデルでは、対象とする物理現象を許容誤差の範囲内で再現できしかもそのうえ解析手順が簡潔であることが望まれる。したがって単純化された現象を扱う基礎的研究の段階においては、より複雑な実水域への工学的応用を前提として、極力単純なモデルを構築すべきであろう。本文中に示したようにここで用いたモデルは複合因擾乱場の混合現象を再現し得る最も簡潔な乱流モデルといえる。

近年電子計算機の性能向上に伴い、より高級な一換言すればよりナビエ・ストークス方程式の原形に近いモデルによって乱流現象を再現することが可能となってきた。しかし、将来の計算機の発達をいくら楽観的に見積ってもナビエ・ストークスの直接解法が工学分野のあらゆる現象に対し適用し得るはずはなく、何らかのモデル化が必ず介在することになる。今後、実現象とそれにかかわるべき数理モデルの分解能を十分把握しておくことが重要と考える。

Appendix

鉛直一次元乱流場に対する乱れの二次相関各項は次のようにモデル化される。

$$\frac{\partial q^2}{\partial t} = \underbrace{\frac{5}{3} \frac{\partial}{\partial z} \left[q \lambda_1 \frac{\partial q^2}{\partial z} \right]}_{(I) \text{ Diffusion}} + \underbrace{2 \alpha g \overline{w \theta}}_{(II) \text{ Buoyancy}} - \underbrace{\frac{2}{3} \frac{q^3}{\Lambda_1}}_{(III) \text{ Dissipation}} \dots\dots (A.1)$$

$$\overline{u^2} = \overline{v^2} = \frac{q^2}{3} - \frac{2 l_1}{q} \alpha g \overline{w \theta} \dots\dots (A.2)$$

$$\overline{w^2} = \frac{q^2}{3} + \frac{4 l_1}{q} \alpha g \overline{w \theta} \dots\dots (A.3)$$

$$-\overline{w \theta} = \frac{3 l_2}{q} \left(\overline{w^2} \frac{\partial T}{\partial z} - \alpha g \overline{\theta^2} \right) \dots\dots (A.4)$$

$$\overline{\theta^2} = -\frac{\Lambda_2}{q} \frac{\overline{w \theta}}{\partial z} \dots\dots (A.5)$$

ここで、 α ：熱膨張係数、 g ：重力加速度、である。上式群に含まれる乱れの特性長はおのおの次のように基本特性長 l の定数倍で与えられる。

$$(l_1, l_2, \Lambda_1, \Lambda_2, \lambda_1) = (A_1, A_2, B_1, B_2, D_1) l \dots\dots (A.6)$$

ここで、 $(A_1, A_2, B_1, B_2, D_1) = (0.92, 0.587, 16.6, 10.1, 0.23)$ であり原モデル定数値には何らの修正も加えていない。 l は Blackadar により与えられた次式より算定される。

$$l = \frac{xz}{1+xz/l_0}, \quad l_0 = \gamma \frac{\int_0^\infty qz dz}{\int_0^\infty q dz} \dots\dots (A.7)$$

ここで、 x ：カルマン定数、 $\gamma=0.55$ である。

参考文献

- 1) 室田 明・道奥康治：機械的擾乱と熱的擾乱が複合的に作用する水温成層場での鉛直混合量に関する研究，土木学会論文集，第 369 号／Ⅱ-5，pp.61～70，1986.
- 2) 室田 明・道奥康治：機械的擾乱と熱的擾乱が複合的に作用する水温成層場での内部変動特性に関する研究，土木学会論文集，第 375 号／Ⅱ-6，pp.171～179，1986.
- 3) Mellor, G.L. and Yamada, T. : A hierarchy of turbulence closure models for planetary boundary layers, J. Atmos. Sci., Vol. 31, pp.1791～1806, 1974.
- 4) Yamada, T. and Mellor, G.L. : A numerical simulation of BOMEX data using a turbulence closure model coupled with ensemble cloud relations, Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., Vol.105, pp.915～943, 1979.
- 5) Launder, B.E. : Heat and mass transport, Chapter 6 in Turbulence, ed. by Bradshaw, P., Topics in Applied Physics, Vol.12, Springer-Verlag, 1976.
- 6) Hopfinger, E.J. and Toly, J.A. : Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, J. Fluid Mech., Vol.78, pp.155～175, 1976.
- 7) Turner, J.S. : Buoyancy effects in fluids, Cambridge Univ. Press, 1973.
- 8) Denton, R.A. and Wood, I.R. : Penetrative convection at low Péclet number, J. Fluid Mech., Vol.113, pp.1～21, 1981.
- 9) 玉井信行：連行概念の統一化と連行係数の評価法，土木学会論文集，第 381 号／Ⅱ-7，pp.1～11，1987.
- 10) Deardorff, J.W., Willis, G.E. and Stockton, B.H. : Laboratory studies of the entrainment zone of a convectively mixed layer, J. Fluid Mech., Vol.100, pp.41～64, 1980.
- 11) Willis, G.E. and Deardorff, J.W. : A laboratory model of the unstable planetary boundary layer, J. Atmos. Sci., Vol.31, pp.1297～1307, 1974.
- 12) Lenschow, D.H. : Airplane measurements of planetary boundary layer structure, J. Applied Meteor., Vol.9, pp.874～884, 1970.
- 13) Telford, J.W. and Warner, J. : Fluxes of heat and vapor in the lower atmosphere derived from aircraft observations, J. Atmos. Sci., Vol.21, pp.539～548, 1964.
- 14) Hassid, S. and Galperin, B. : A turbulent energy model for geophysical flows, Boundary-Layer Meteor., Vol.26, pp.397～412, 1983.
- 15) Adrian, R.J., Ferreira, R.T.D.S. and Boberg, T. : Turbulent thermal convection in wide horizontal fluid layers, Experiments in Fluids, Vol.4, pp.121～141, 1986.

(1987.8.13・受付)