

個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析

IMPULSIVE PROPERTIES OF FALLING ROCKS ON SAND-LAYERS BY MEANS OF CUNDALL'S DISCRETE BLOCK METHOD

吉田 博*・舛谷 浩**・今井 和昭***

By Hiroshi YOSHIDA, Hiroshi MASUYA and Kazuaki IMAI

In this study, the transmission mechanism of impulsive force of a falling rock on a sand layer was investigated by means of Cundall's discrete block method. At first, a falling rock and a sand layer were modeled by elements assembled of rigid cylinders, springs and dashpots, then effects of basic parameters such as spring and damping constants on the impulsive force were discussed under the numerical analysis as a two dimensional problem. Secondly, to explain the real behavior better, the discrete block model was extended to a three dimensional problem using the character of the sand based on experimental results. Finally, it was shown that the transmission mechanism of impulsive force by a falling rock in this method agrees with that in experimental results on various conditions.

Keywords : falling rock, impulsive force, sand-layer, discrete block method

1. まえがき

道路を落石から防護するための施設として、落石覆工（以後、ロックシェッドという）が各所で架設されている。このロックシェッドの設計のための衝撃荷重を推定するために、多くの落石実験が行われ^{1),2)}、これに基づき、その衝撃特性を究明するために、各種の解析モデルによる研究が行われ、設計荷重の推定式が提案されてきた^{3)~7)}。すなわち、ロックシェッド上には、緩衝の目的で一般に砂が敷かれており、このサンドクッションの緩衝特性を評価するために、弾性ばねとダッシュポットの各種の組合せの粘弾性モデルを用いた解析がなされ、実験結果との比較が試みられている。しかし、そのいずれも、落石の衝撃特性を十分に説明するには至っていない。落石による衝撃荷重の推定には、このクッション材の緩衝メカニズムの解明が不可欠であるが、これについては、まだ十分に解明されていないのが現状である。

クッション材を連続体と考え、その上に物体が落下する場合の塑性、粘弾性を考慮した衝撃応答解析のために

は、有限要素解析法などによる汎用コードがあるが、本研究で対象としているクッション材中への落石の貫入のように極端に大きな変形を伴う解析には不適当である。

そこで本研究では、この緩衝メカニズムの解明のため個別要素法の適用を試みた。個別要素法では、要素が相対的に大きく移動する場合、要素間の相対的位置関係が変わる場合、要素が飛散する場合などもシミュレーションが可能である。個別要素法はCundall, P. A.^{8),9)}により提唱されたもので、各分野で粒状体などの運動の解析に適用され、その有効性が確認されてきた^{10),11)}。しかし、これらの解析においては、三次元的な運動を平面内の運動に置き換えた二次元モデルを用いており、必ずしも実際の現象を正確に表現しているとはいいがたい面があった。そこで、本研究では、まず、落石の衝撃特性に及ぼす因子についてのパラメトリックな解析を二次元モデルを用いて行い、三次元解析に用いる各種定数の相互関係を検討する。次に、個別要素法を三次元モデルに適用できるよう拡張し、二次元のパラメトリック解析で得られた結果を参考に、実際の落石およびサンドクッションを三次元モデルに置き換えて解析を行い、実験結果との比較を行う。

その結果、三次元モデルを用いた個別要素法を落石の衝撃問題に適用することにより、落石の衝撃特性を定量

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市立野2-40-20)

** 正会員 工修 金沢大学助手 工学部土木建設工学科
(同上)

*** 工修 北川道路(株)

的に説明し得ることを示す。

2. 実験より得られた落石の衝撃特性

一般にロックシェッド上には、緩衝の目的でサンドクッションが敷かれており、その上に落石があった場合の衝撃力を推定するために、これまで多くの落石実験が行われてきた^{1),2)}。そのうち、著者らが行った実験²⁾においては、落石がサンドクッション上に到達し、サンドクッション中に貫入する際に受ける落石の衝撃力、すなわち、落石の加速度と質量の積より求まる力（以後、重錐衝撃力という）と、その衝撃力がサンドクッション中を伝播し、かつ分散してサンドクッション底に到達する衝撃力、すなわち、衝撃土圧が測定されている。実際にロックシェッドに作用する力は、この衝撃土圧である。著者らの実験で得られた落石の衝撃力の代表的な時間的変化を図-1に示す。図に示した例は、重錐の底面の形状が球形のもの（以後、球底という）で、重錐重量 $W=1.0 \text{ tf}$ 、落下高さ $H=15 \text{ m}$ 、サンドクッション材は山砂で厚さ $d=90 \text{ cm}$ のものである。

サンドクッション底での土圧は、落石の落下位置を中心とする半径方向に一定（15 cm または 30 cm）間隔に設置した土圧計により測定されている。

サンドクッション底における時間 t の土圧による衝撃力は、落下位置を中心とし土圧が軸対称に分布するものとして、次式より得ることができる。

$$P_E(t) = 2\pi \int_0^\infty p_e(r, t) r dr \quad (1)$$

ここに、 $p_e(r, t)$ は落下点より距離 r の位置での時間 t の土圧である。積分された土圧（以後、全土圧という）は時間の関数であり、図-1の実線に対応する全土圧の時間的変化を図-1の破線で示す。図-1より全土圧は落石の衝撃力より遅れて立ち上がり、重錐衝撃力より滑らかな波形となっている。

ロックシェッドの設計的な観点からは、これまでの研究²⁾より、重錐衝撃力より全土圧が重要であり、全土圧の分布を無視した集中荷重として取り扱うのが適当であるとされている。

これより本研究では、これらの代表的な実験結果に基

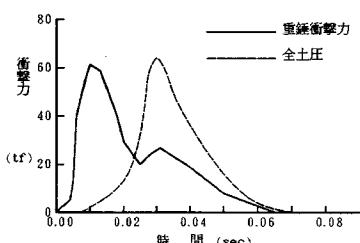


図-1 衝撃力および全土圧の時間的変化

づき、以下の解析結果との比較を重錐衝撃力と全土圧に對して試みる。

3. 二次元円筒要素による諸定数の影響の検討

(1) 解析方法の概要

a) 運動方程式 サンドクッションを土塊の集合とみなし、各土塊自体は剛体と仮定し、土塊相互の粘弾性的および非弾性的性質を剛要素間に挿入したばねとダッシュボットによって表現することにする。この場合、土塊すなわち個々の剛要素の並進 (u) および回転 (ϕ) について、運動方程式は次式のように与えられる。

$$M\ddot{u} + Cu + Ku = 0 \quad (2)$$

$$I\ddot{\phi} + Cr^2\dot{\phi} + Kr^2\phi = 0 \quad (3)$$

ここで、 M および I は、土塊の各要素の質量および慣性モーメントであり、 K および C は、それぞれ、ばね定数と減衰定数である。また、 r は土塊の剛要素を円筒とみなしたときの半径である。なお、ドット (·) は時間に関する微分を表わしている。

しかし、通常ある土塊（剛要素）は複数の土塊（剛要素）と接触しており、式 (2) および (3) のそれぞれの連立方程式となり、解くことが非常に困難となる。

Cundall⁸⁾は、式 (2) および (3) を以下の形に変形し、 Δt 時間ごとに逐次計算する方法を提案した。

$$Mu^t = -(Cu^{t-\Delta t} + Ku^{t-\Delta t}) \quad (4)$$

$$I\dot{\phi}^t = -(Cr^2\dot{\phi}^{t-\Delta t} + Kr^2\phi^{t-\Delta t}) \quad (5)$$

式 (4) および (5) のように、時刻 t より Δt 前の時刻の変位、 $u^{t-\Delta t}$ 、 $\phi^{t-\Delta t}$ および速度、 $\dot{u}^{t-\Delta t}$ 、 $\dot{\phi}^{t-\Delta t}$ より、現在の時刻 t の加速度 \ddot{u}^t および $\ddot{\phi}^t$ を求める方法である。

b) 接触判定 Cundall は岩塊のモデルとして、多角形要素を用いたが⁹⁾、多角形要素では、要素間の時間ごとの接触判定が複雑で、判定演算に非常に時間を要する。木山・藤村¹⁰⁾は、円筒要素を適用することにより、計算の簡略化を行っている。本解析におけるサンドクッション材にも、この円筒要素がより効果的に適用できると考えられるので、円筒要素を用いることにした。円筒要素を用いた場合、図-2 に示すように、要素 i , j が接触する条件は、それぞれの半径を r_i , r_j とすると、次式となる。

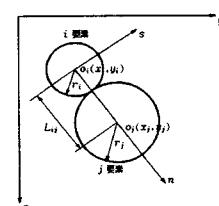


図-2 接触している 2 つの要素

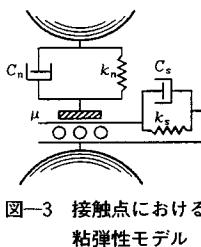


図-3 接触点における粘弾性モデル

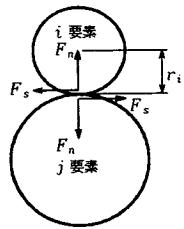


図-4 要素間の作用力

$$L_{ij} \leq r_i + r_j \quad (6)$$

ここに L_{ij} は、要素 i および j の中心間距離であり、

$$L_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (7)$$

で表わすことができる。

c) 接触時の作用力の伝達 接触する 2 要素 i および j 間に作用する力は、図-3 に示すようにモデル化できるものとする。すなわち、接点の法線方向に関しては弾性ばね(ばね定数 K_n)とダッシュボット(減衰定数 C_n)を、引張りには抵抗しないジョイント上に並列配置する。同様に、接線方向には弾性ばね(ばね定数 K_s)とダッシュボット(減衰定数 C_s)をある限界値を越えると滑動するジョイントを介して並列配置してある。したがって、このモデルにおいては、接触点の微小時間 Δt の間の要素間の図-2 に示した局所座標系($n-s$ 座標系)における法線(n 軸)および接線(s 軸)方向の変位増分を、それぞれ、 Δu_n および Δu_s とすれば、それらの方向に作用する力 F_n および F_s は次式によって与えられる。

$$F_n^t = e_n^t + d_n^t \quad (8 \cdot a)$$

$$F_s^t = e_s^t + d_s^t \quad (8 \cdot b)$$

ここに、 e_n^t および e_s^t は、法線および接線方向の時刻 t におけるばね定数に比例した抗力を意味し、 d_n^t および d_s^t は減衰定数に比例した抗力であり、それぞれ、次式で示される。

$$e_n^t = e_n^{t-\Delta t} + K_n \cdot \Delta u_n \quad (9)$$

$$d_n^t = C_n \cdot \Delta \dot{u}_n \quad (10)$$

$$e_s^t = e_s^{t-\Delta t} + K_s \cdot \Delta u_s \quad (11)$$

$$d_s^t = C_s \cdot \Delta \dot{u}_s \quad (12)$$

ここで、法線方向には、引張りには抵抗しないジョイントで結合されているので、圧縮を正とすると、

$$e_n^t < 0 \text{ のとき}, F_n^t = 0, F_s^t = 0 \quad (13)$$

となる。さらに、接線方向力が、主として摩擦力によるものと仮定すると、滑動の限界値は μe_n^t となり、これより、

$$|e_s^t| > \mu e_n^t \text{ のとき}, F_s^t = \mu \cdot \text{SIGN}(e_n^t, e_s^t) \quad (14)$$

と表わされる。ここで、 μ は摩擦定数であり、 $\text{SIGN}(a, b)$ は $|a|$ に b の符号を付けることを意味する。

また、要素 i の重心まわりのモーメントは、反時計回りを正とすると、

$$M^t = -F_s \cdot r_i \quad (15)$$

で表わされる(図-4 参照)。

以上のようにして得られた要素間の作用力を全体座標($x-y$ 座標)に変換し、その総和をとることにより、次のつり合い式を得る。

$$\sum F_x^t = M_i \ddot{u}_x \quad (16)$$

$$\sum F_y^t = M_i \ddot{u}_y \quad (17)$$

$$\sum M^t = I_i \ddot{\varphi} \quad (18)$$

ここに、 F_x は、 F_n および F_s の x 方向成分、 F_y は、 F_n および F_s の y 方向成分、 M は i 要素の中心まわりのモーメント、 M_i は i 要素の質量、 I_i は i 要素の慣性モーメント、 \ddot{u}_x は x 方向加速度、 \ddot{u}_y は y 方向加速度および $\ddot{\varphi}$ は角加速度である。

これらの式を逐次数値積分して解くことにより¹⁰⁾、時間増分 Δt ごとの変位増分 Δu_i 、 Δv_i および $\Delta \varphi_i$ が求まり、それらを用いて次のステップに進むことができる。

d) 土槽およびサンドクッションのモデル化 土槽のモデル化は落石実験を想定して次のように行った。高さ 2 m、幅 5 m の土槽を仮定し、ここでは平面内での運動に限定しているので、土槽の奥行は 1 m とし、サンドクッションの二次元モデルとして長さ 1 m の円筒要素を用いることにする。

Cundall は Δt 時間ごとの要素間の接触判定に要する時間を短縮するために、全領域を小さいセクションに分割し、接触可能な粒子の存在する領域を限定することを提唱した⁹⁾。ここでも、粒子の存在領域を 2.0 m × 5.0 m の範囲とし、半径 5 cm の要素 545 個を最も密になるように配置した。また、接触判定を行うための領域は、高さ方向を 10 分割、幅方向を 25 分割とした。

土槽の側面および底面は、作用力は受けるが、それによる変位は零として取り扱った。また、落石に関しては実験に使用した 1 t の重錘を、半径 45 cm の円筒要素とし、サンドクッション上中央に自由落下に対する初速度をもたせて配置した。以後、このモデルを用いて数値計算を進める。

(2) 解析に用いる諸定数

a) ばね定数および減衰定数 Cundall は、要素間の衝突による跳ね返りを早く減衰させるために、1 自由度系の臨界減衰係数を減衰係数 C の決定に際して考慮することを推奨した⁸⁾。しかし、実際は複数個の要素と接触しているため単純な 1 自由度系とはならず、適当な値の組合せを用いて、試行錯誤によって決定するのがよいとしている。また、木山・藤村ら¹⁰⁾は、 K に荷重-変位曲線の勾配を用いることを提案し、円筒要素の弹性接触理論を用いて K_n を、さらに、これに通減率 s を導入して K_s を求めている。

$$K_s = s K_n \quad (19)$$

本研究では、このようにして求めた K_n および K_s より、減衰係数 C_n および C_s を次式により求めた。

$$C_{n(s)} = 2 h_{n(s)} \sqrt{MK_{n(s)}} \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここに, $h_{n(s)}$ は減衰定数である.

また、時間増分 Δt は質量 M の質点がばね定数 K_n のばねを上下に有する 1 自由度系（図-5）の固有周期、

を基準として定め、解析することにする。

b) 基準ばね定数 ばね定数および減衰定数は、前述のとおり法線方法のばね定数が基準となると考えられるが、小さいひずみレベルでのばね定数および変形係数の具体的な算出方法に関する研究はなされているが^{7), 12)}、落石時のサンドクッションのように大きい変形を伴う場合のそれらの算定方法はほとんど研究されていない。そこでここでは、ばね定数の算定の基礎的資料を得るために、以下の実験を行った。

著者らが行った落石実験²⁾に使用したサンドクッシュン材を用い、以下の方法で静的載荷試験を行った。図一6に示すような、奥行 15 cm、幅 100 cm、高さ 30 cm の鋼製枠を製作し、その中に含水比を 20 % に保った砂を、単位体積重量が 1.8 gf/cm^3 となるよう充填した。試料の高さは 10 cm と 20 cm の 2 種類とし、枠と試料との間の摩擦を低減するために、それらの間にテフロンシートを入れて、軸ひずみ速度 2 %/min 程度でオイルジャッキにより載荷し、荷重と変位の関係を求めた。

図-7は試料の高さが10cm, 幅 b が15cm, 30cmおよび60cmの場合について、沈下量を初期の試料高さで除したものをひずみと仮定し、載荷荷重を載荷面積で除したものを応力と仮定した応力-ひずみ関係を示したものである。これより、応力-ひずみ関係は、試料の幅 b 、すなわち、側方拘束条件により大きく異なることがわかる。また、応力-ひずみ関係は単純な線形関係がないことがわかる。なお、試料の高さが異なっても応力-ひずみ関係に大きい差異は認められなかった。

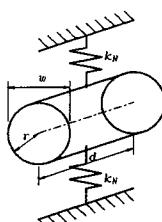


図-5 定数決定のための
1自由度系

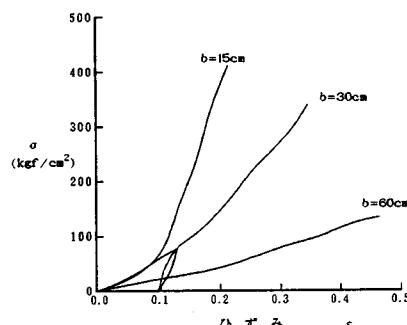


図-7 サンドクッション材の応力-ひずみ関係

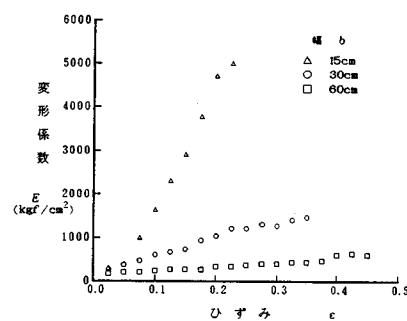


図-8 サンドクッション材の変形係数-ひずみ関係

図-8は図-7に示した実験結果より、ひずみ ϵ と変形係数 E の関係を示したものである。これより、変形係数 E とひずみ ϵ の間には、ほぼ直線関係が認められる。これを側方拘束状態により定まる係数 C_a を用いて、

と表わすことになると、応力 σ は、

となり、ひずみ ε の 2 次関数で表わされることになる。ここで図-5 に示すような要素モデルを考え、要素間力 P 、要素の投影面積 $A = wd$ 、要素間変位 u および初期要素間長 L を用いて式 (23) を表現すると、

となる。ここで、 $P-u$ 曲線の勾配、

を考えると、これは変位 u におけるばね定数と考えることができ、これより、任意の大きさの要素に対するばね定数を与えることができる。

(3) 時間増分および諸定数の影響の検討

重錘衝撃力および全土圧に及ぼす重要な因子として、以下の項目について検討を行った。なお、計算結果の数値そのものは二次元モデルを用いているので、直接実験結果と比較することは無意味である。

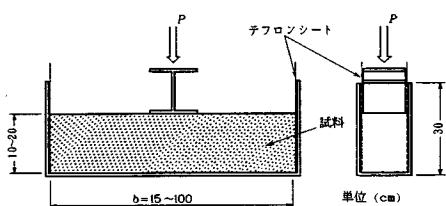


図-6 ばね定数検討の実験装置

a) 数値計算における時間増分 Δt サンドクッシュョン厚を 90 cm, 円筒要素半径を 5 cm, 法線および接線方向ばね定数を, それぞれ, $K_n=800 \text{ tf/m}^2$ および $K_s=200 \text{ tf/m}^2$, 法線方向および接線方向の減衰係数を, それぞれ, $C_n=0.4297 \text{ tf}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ および $C_s=1.0743 \text{ tf}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ に一定とした. これらの定数は, 以後のパラメトリックな解析の基準値となるものである. ここに, $K_n=800 \text{ tf/m}^2$ は, サンドクッシュョン材の静的載荷試験における比較的側方拘束の小さい試料幅 $b=30 \text{ cm}$ の応力-ひずみ曲線の直線近似に近い値である. また, 式(19)の過減率および式(20)の減衰係数を, それぞれ, $s=0.25$ および $h_n=0.2$, $h_s=1.0$ と一定にした場合のものである. また, 数値積分の時間間隔 Δt を式(21)で計算した固有周期 T の 10 分の 1 から 50 分の 1 の範囲で 4 ケースを選んで計算を行った. すなわち, $\Delta t=5.966 \times 10^{-4} \text{ s}$ ($T/10$), $\Delta t=2.983 \times 10^{-4} \text{ s}$ ($T/20$), $\Delta t=1.989 \times 10^{-4} \text{ s}$ ($T/30$) および $\Delta t=1.193 \times 10^{-4} \text{ s}$ ($T/50$) の 4 ケースである. これらのパラメーターに対する重錐衝撃力および全土圧の計算結果を図-9 に示す.

これらの計算結果より, 重錐衝撃力においては $\Delta t=T/30$ 程度で, 全土圧においては, $\Delta t=T/20$ 程度で収束した計算結果が得られることがわかる.

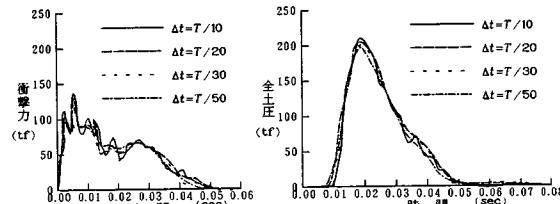


図-9 解析結果（時間増分の影響）

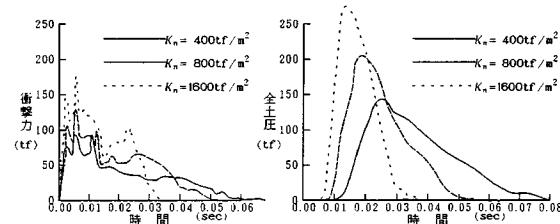


図-10 解析結果（法線方向のばね定数の影響）

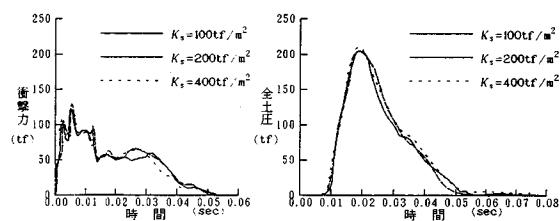


図-11 解析結果（接線方向のばね定数の影響）

b) 法線方向のばね定数 a) で検討した円筒要素, 過減率および減衰係数を用い, 時間間隔を $\Delta t=T/20$ と一定にして, 法線方向のばね定数のみを変化させ, その影響を検討した. これらの計算結果を図-10 に示す.

図-10 より, 重錐衝撃力は, ばね定数が大きいほど衝突直後に大きい振幅がみられ, 最大値も大きくなる. また, 全土圧はばね定数が大きいほどピーク時間および立ち上り時間が早く, 最大値も大きくなることがわかる.

c) 接線方向のばね定数 a) で検討した円筒要素, 法線方向のばね定数および減衰係数を用い, 時間間隔を $\Delta t=T/20$ と一定にして, 接線方向のばね定数のみを変化させ, その影響を検討した. これらの計算結果を図-11 に示す.

図-11 より, 重錐衝撃力および全土圧とも, 接線方向のばね定数の影響が小さいことがわかる.

d) 法線方向の減衰定数 a) で検討した円筒要素, 法線および接線方向のばね定数および接線方向の減衰係数を用い, 時間間隔を $\Delta t=T/20$ と一定にして, 法線方向の減衰係数のみを変化させ, その影響を検討した. これらの計算結果を図-12 に示す.

図-12 より, 減衰定数が大きいと, 重錐衝撃力および全土圧とともに重錐の衝突直後の波形の立ち上りが急になり, 減衰定数が小さいと重錐衝撃力および全土圧とも波形は滑らかになるが, 時間の経過とともに自由振動の発生が認められる.

e) 接線方向の減衰定数 a) で検討した円筒要素, 法線および接線方向のばね定数および法線方向の減衰係数を用い, 時間間隔を $\Delta t=T/20$ と一定にして, 接線方向の減衰係数のみを変化させ, その影響を検討した.

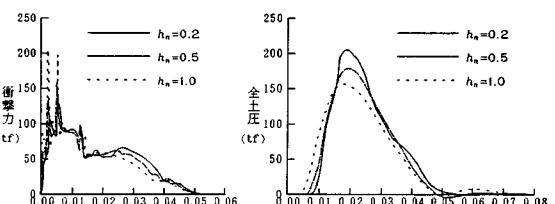


図-12 解析結果（法線方向の減衰定数の影響）

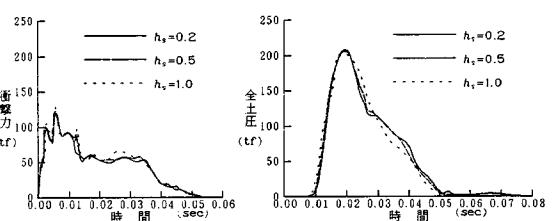


図-13 解析結果（接線方向の減衰定数の影響）

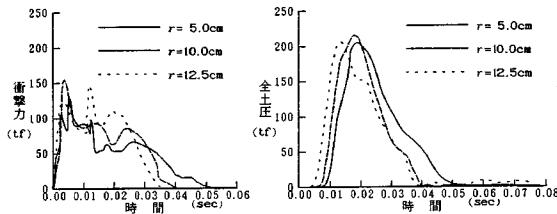


図-14 解析結果（円筒要素の大きさの影響）

これらの計算結果を図-13に示す。

図-13より、接線方向の減衰定数の影響は、法線方向の減衰係数の変化によるものと傾向は一致しているものの、影響は非常に小さいことがわかる。

f) 円筒要素の大きさ a) で検討した法線および接線方向のばね定数、法線方向および接線方向の減衰係数を用い、時間間隔を $\Delta t = T/20$ と一定にして、円筒要素の半径を 5 cm, 10 cm および 12.5 cm と変化させ、その影響を検討した。これらの計算結果を図-14 に示す。

図-14より、要素半径が大きいほど個々の要素の接触および離反の影響が大きく、重錘衝撃力の最大値および波形に大きい影響を与えることがわかる。それに対し、全土圧は要素半径が大きいと立ち上り時間が少し短くなるが、波形およびその最大値には3層以上の要素配列では、重錘衝撃力ほど変化がないことが明らかになった。

4. 三次元球要素への展開

前章では、落石の衝撃特性に及ぼす因子についてのバラメトリック解析を、平面問題として取り扱った二次元モデルである円筒要素を用いて行ったが、ここでは、より実際に近い三次元モデルである球形要素を用いた個別要素法へと発展させることにする。

(1) 接触判定と相対変位

任意の球形要素 i の時間 t から、 $t + \Delta t$ に至る微小

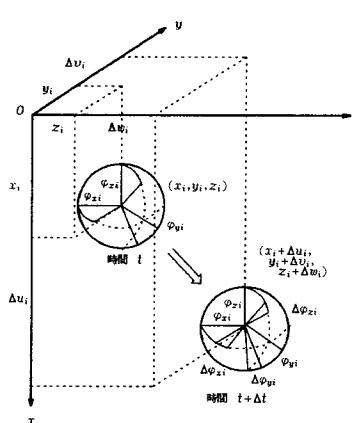


図-15 球要素の変位成分

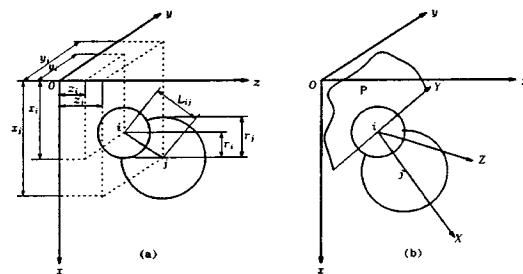


図-16 三次元空間における要素間の関係

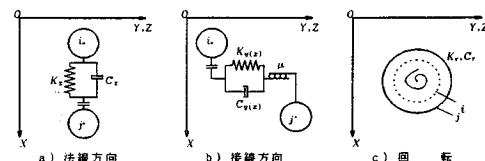


図-17 三次元球要素の粘弾性モデル

時間増分 Δt 間における変位増分、 Δu_i , Δv_i , Δw_i , $\Delta \varphi_{xi}$, $\Delta \varphi_{yi}$ および $\Delta \varphi_{zi}$ を図-15 に示す。また、接触開始条件は、図-16 (a) より次式となる。

ここに, L_{ij} は i および j 要素の中心間距離であり, 次式で与えられる.

接触する 2 要素 i, j に関する局所座標 X, Y, Z は、図-16 (b) に示すような要素 i の中心を原点とし、要素 j の中心を通る方向に X 軸を定め、そして X 軸と直交する平面 P と $x-y$ 平面に平行な任意の平面との交線の中で、要素 i の中心点を通るものを Y 軸とし、右手系をなすように Z 軸をとることにする。この場合、2 要素 i, j の微小時間増分 Δt 間の法線方向および接線方向の相対変位増分の誘導に際し、次のような座標変換マトリックス $[T_e]$ を導入する。

$$[T_e] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \dots \dots \dots \quad (29)$$

二三

$$\begin{aligned} a_{11} &= l_x, \quad a_{12} = m_x, \quad a_{13} = n_x \\ a_{21} &= -m_x/\sqrt{l_x^2 + m_x^2}, \quad a_{22} = -l_x/\sqrt{l_x^2 + m_x^2}, \quad a_{23} = 0 \\ a_{31} &= -n_x l_x / \sqrt{l_x^2 + m_x^2}, \quad a_{32} = -m_x n_x / \sqrt{l_x^2 + m_x^2}, \\ a_{33} &= \sqrt{l_x^2 + m_x^2} \end{aligned}$$

であり、 L_m , m , および n は x 軸の方向金弦で

$$\left. \begin{aligned} l_x &= -(x_i - x_j)/L_{ij} \\ m_x &= -(y_i - y_j)/L_{ij} \end{aligned} \right\} \dots \quad (30)$$

$$n_x = -(z_i - z_j) / L_{ij}$$

にて与えられる。

これより、要素 i と要素 j 間の法線 (X 軸) 方向、接線 (Y, Z 軸) 方向の相対変位増分 $\Delta U_x, \Delta U_y$ および ΔU_z は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \Delta U_x \\ \Delta U_y \\ \Delta U_z \end{cases} = [T_e] \begin{cases} \Delta u_i - \Delta u_j \\ \Delta v_i - \Delta v_j \\ \Delta w_i - \Delta w_j \end{cases} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \Delta \varphi_{yi} & \Delta \varphi_{yj} \\ \Delta \varphi_{zi} & \Delta \varphi_{zj} \end{bmatrix} \begin{cases} r_i \\ r_j \end{cases} \quad \dots \quad (31)$$

ここに、 ΔU_x は要素の接近を正とし、 ΔU_y は要素の接触点において要素 i が要素 j に対し、 Z 軸の正方向について時計回りの相対変位を生ずる場合を正とし、 ΔU_z は y 軸に対して同様に定義するものである。また、相対回転角の増分 $\Delta \varphi_x, \Delta \varphi_y$ および $\Delta \varphi_z$ は次式で与えられる。

$$\begin{cases} \Delta \varphi_x \\ \Delta \varphi_y \\ \Delta \varphi_z \end{cases} = [T_e] \begin{cases} \Delta \varphi_{xi} - \Delta \varphi_{xj} \\ \Delta \varphi_{yi} - \Delta \varphi_{yj} \\ \Delta \varphi_{zi} - \Delta \varphi_{zj} \end{cases} \quad \dots \quad (32)$$

(2) 接触時の作用力

図-17 に示すように、2要素 i, j の接触面に作用する力を、法線方向力 F_x (圧縮を正)、接線方向せん断力 F_y, F_z (要素 i に関して $X-Y$ 平面、 $X-Z$ 平面からみて時計回りを正)、およびねじりモーメント M_r (要素 i に関して、 $Y-Z$ 平面からみて時計回りを正) に分けて考える。

a) 法線方向の作用力 図-17 (a) に示すように、 K_x と C_x の並列配置 (Kelvin model) を考える。これより、

$$\Delta e_x = K_x \Delta U_x \quad \dots \quad (33 \cdot a)$$

$$\Delta d_x = C_x \Delta U_x / \Delta t \quad \dots \quad (33 \cdot b)$$

よって、時刻 t における法線方向の弾性抗力 e_x^t と粘性抗力 d_x^t は、

$$e_x^t = e_x^{t-\Delta t} + \Delta e_x \quad \dots \quad (34 \cdot a)$$

$$d_x^t = \Delta d_x \quad \dots \quad (34 \cdot b)$$

で表わされる。ここで、これらは引張りには抵抗しないことより、

$$e_x^t < 0 \text{ のとき}, e_x^t = 0, d_x^t = 0 \quad \dots \quad (35)$$

である。

以上より、時刻 t の法線方向の圧縮力は、次式で与えられる。

$$F_x^t = e_x^t + d_x^t \quad \dots \quad (36)$$

b) 接線方向のせん断力 図-17 (b) に示すように、 K_{yz}, C_{yz} の並列配置を考える。ここに、 K_{yz} は K_y および K_z を意味する (以下同様)。

$$\Delta e_{yz} = K_{yz} \cdot \Delta U_{yz} \quad \dots \quad (37 \cdot a)$$

$$\Delta d_{yz} = C_{yz} \cdot \Delta U_{yz} / \Delta t \quad \dots \quad (37 \cdot b)$$

したがって、時刻 t における接線方向の弾性抗力 e_{yz}^t と粘性抗力 d_{yz}^t は次式によって与えられる。

$$e_{yz}^t = e_{yz}^{t-\Delta t} + \Delta e_{yz} \quad \dots \quad (38 \cdot a)$$

$$d_{yz}^t = \Delta d_{yz} \quad \dots \quad (38 \cdot b)$$

これらには、次の条件が付加される。

$$e_{yz}^t < 0 \text{ のとき}, e_{yz}^t = 0, d_{yz}^t = 0 \quad \dots \quad (39)$$

また、接線方向力が摩擦力によって生ずるものとするとき、

$$|e_{yz}^t| > \mu e_x^t \text{ のとき}, e_{yz}^t = \mu \text{SIGN}(e_x^t, e_{yz}^t) \quad \dots \quad (40)$$

以上より、時刻 t における2要素間の接線方向せん断力は、次式で表わされる。

$$F_{yz}^t = e_{yz}^t + d_{yz}^t \quad \dots \quad (41)$$

c) 回転によるねじりモーメント 同様にして、図-17 (c) に示すように、 K_r, C_r の並列配置を考えると、

$$\Delta e_r = K_r r^2 \Delta \varphi_x \quad \dots \quad (42 \cdot a)$$

$$\Delta d_r = C_r r^2 \Delta \varphi_x / \Delta t \quad \dots \quad (42 \cdot b)$$

となる。これより時刻 t における回転に対する弾性抗力および粘性抗力は、それぞれ、次式で与えられる。

$$e_r^t = e_r^{t-\Delta t} + \Delta e_r \quad \dots \quad (43 \cdot a)$$

$$d_r^t = \Delta d_r \quad \dots \quad (43 \cdot b)$$

これらには、次の条件が付加される。

$$e_r^t < 0 \text{ のとき}, e_r^t = 0, d_r^t = 0 \quad \dots \quad (44)$$

以上より、時刻 t における2要素間の回転によるねじりモーメントは、次式で与えられる。

$$M_r^t = e_r^t + d_r^t \quad \dots \quad (45)$$

(3) 運動方程式の差分近似解法

要素 i に接触するすべての要素 j による作用力を以上の方針で求めると、要素 i に関する全体座標系のそれぞれの方向の力の成分、 F_{xi}, F_{yi}, F_{zi} およびそれらの軸回りのモーメント (反時計回りを正) 成分、 M_{xi}, M_{yi}, M_{zi} は次式で求めることができる。

$$\begin{cases} F_{xi} \\ F_{yi} \\ F_{zi} \end{cases} = - \sum_j [T_e]^{-1} \begin{cases} F_x \\ F_y \\ F_z \end{cases} \quad \dots \quad (46 \cdot a)$$

$$\begin{cases} M_{xi} \\ M_{yi} \\ M_{zi} \end{cases} = - \sum_j [T_e]^{-1} \begin{cases} M_r \\ 0 \\ 0 \end{cases} - r_i \sum_j [T_e]^{-1} \begin{cases} 0 \\ F_y \\ F_z \end{cases} \quad \dots \quad (46 \cdot b)$$

ここに、 \sum は要素 i に接触するすべての要素に関する総和を意味する。

これより、時刻 t における加速度成分は次式によって与えられる。

$$\ddot{u}_i = F_{xi}^t / M_i \quad \dots \quad (47 \cdot a)$$

$$\ddot{v}_i = F_{yi}^t / M_i \quad \dots \quad (47 \cdot b)$$

$$\ddot{w}_i = F_{zi}^t / M_i \quad \dots \quad (47 \cdot c)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_{xi} &= M_{xi}^t / I_i \\ \ddot{\varphi}_{yi} &= M_{yi}^t / I_i \\ \ddot{\varphi}_{zi} &= M_{zi}^t / I_i \end{aligned} \quad \dots \quad (47 \cdot b)$$

ここに、 M_i は要素 i の質量を表わし、また、 I_i は要素 i の回転慣性モーメントであり、密度を ρ とすると、 $I_i = 2 r_i^2 M_i = 8 \rho \pi r_i^5 / 15$ である。

式 (43) を Δt に関して 2 回積分すると変位増分 Δu_i^t , Δv_i^t , Δw_i^t , $\Delta \varphi_{xi}^t$, $\Delta \varphi_{yi}^t$, $\Delta \varphi_{zi}^t$ が求まる¹⁰⁾。

以上の式 (31)～(47) を繰り返し計算することにより、 Δt 時間ごとの変位増分を計算することができる。

5. 解析結果および考察

(1) 解析モデル

a) セクション分解 前章で示したように、計算時間の短縮を図るために、セクション分割を三次元モデルにおいても取り入れた。

三次元におけるセクション分割は、図-18 に示すように、要素の存在領域を、 $l \times s \times t$ の大きさとし、それを y 軸および z 軸方向に 10 分割、 x 軸方向に 3 分割した 300 セクションについて考えてみる。たとえば、セクション番号 112 に存在する要素が接触する可能性がある要素が存在するセクションは図-18 に示す 27 セクションである。

また、要素の中心座標 (x, y, z) が属するセクション番号 k は、それぞれの軸の分割数を n_x, n_y, n_z とすると、次式で与えられる。

$$k = ((n_x - 1)n_y n_z + 1) - n_y \cdot n_z \text{FIX}(x / \Delta x) + n_z \text{FIX}(y / \Delta y) + \text{FIX}(z / \Delta z) \quad \dots \quad (48)$$

ここに、 $\text{FIX}(X)$ は X の小数点以下を切り捨てた整数部分を意味し、 $\Delta x = l / n_x$, $\Delta y = s / n_y$, $\Delta z = t / n_z$ である。

b) 土槽のモデル化 土槽のモデル化は落石実験を想定して、粒子の存在領域を $1.5 \text{ m} \times 5.0 \text{ m} \times 5.0 \text{ m}$ の範囲として、図-18 に示したような x, y, z 座標系を設定した。土槽の側面および底面は、力は受けるが変位は生じないものとして取り扱った。

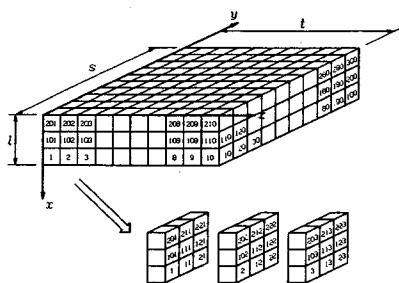


図-18 セクション分割

c) 要素の大きさ 上記の土槽 モデルに対し、半径 12.5 cm の球要素を厚さが約 90 cm となるように、全体で 1922 個配置した。なお、要素は写真-1 に示すように、結晶構造の体心立方格子状に配置した。要素の粒径は、さらに小さくすることが好ましいが、電子計算機の容量からこれ以上小さくすることができなかった。また、落石は半径 45 cm 、重量 1.0 tf の球として、土槽内のサンドクッション上の中央に初速度 $v_0 = \sqrt{2gh}$ をもたせて配置した。

d) 用いた材料定数 図-7 に示したサンドクッション材の応力-ひずみ関係より、要素間の法線方向の荷重-変位関係を図-19 の一点鎖線のようにモデル化できるものとした。載荷時においては、荷重-変位図の接線勾配が変位に比例するものとすると、

$$\text{載荷時 } K_x = 5000 u_x (\text{tf/m}) \quad \dots \quad (49)$$

と表わすことができる。また、除荷時および再載荷時の K_x は一定値とし、次式で与えることにした。

$$\text{除荷時・再載荷時 } K_x = 200 (\text{tf/m}) \quad \dots \quad (50)$$

ここに、変位 u_x の単位は m である。

K_{xz} については、 K_x に対する減衰率 $s = 0.25$ を用いて算出した。また、 C_x, C_{xz} については、 K_x と減衰定数 $h_x = 1.0$, $h_{xz} = 0.5$ として求めた。さらに、回転に対するばねおよびダッシュボットは、簡単のために考慮しないこととし、 $K_r = 0$ および $C_r = 0$ と置いた。また、摩擦定数 μ は、サンドクッション材の内部摩擦角より

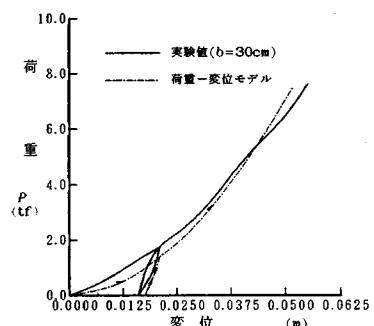


図-19 要素間法線方向の荷重-変位関係

表-1 計算に用いた諸定数

土粒子の単位体積重量	1.6 tf/m^3	載荷時	$K_x = 5,000 u_x (\text{tf/m})$
要素(土粒子)の半径	0.125 m	除荷時、再載荷時	$K_x = 200 (\text{tf/m})$
土粒子の内部摩擦角	$\varphi = 30^\circ$	C_x	$= 0.6071 (\text{tf} \cdot s/m)$
壁面との摩擦角	$\varphi = 15^\circ$	$K_{Y(Z)}$	$= 10.0 (\text{tf/m})$
重錠の半径	0.45 m	$C_{Y(Z)}$	$= 0.1466 (\text{tf} \cdot s/m)$
重錠の重量	1.0 tf	K_r	$= 0.0$
重錠の初速度	$v_0 = 17.14 \text{ m/s}$	C_r	$= 0.0$

求めた。時間増分 Δt は前章で述べた $\Delta t = T/20$ を採用した。その他の定数は、表-1にまとめて示した。

(2) 解析例

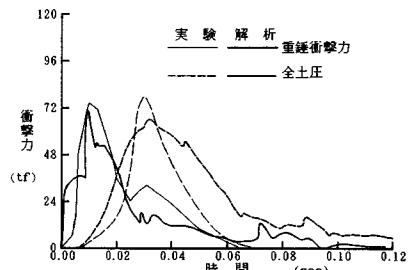


図-20 衝撃力と全土圧（解析結果）

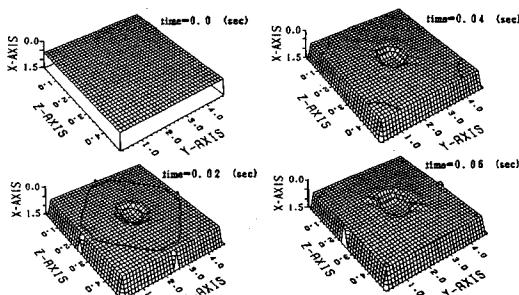


図-21 重錐の貫入状態（解析結果）

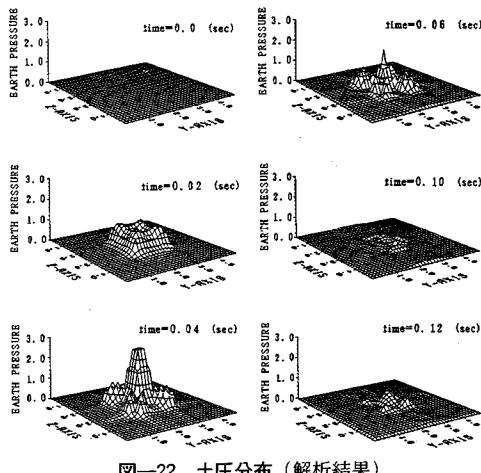


図-22 土圧分布（解析結果）

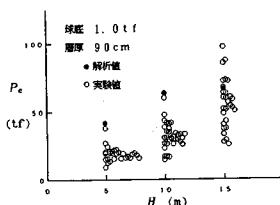


図-23 落下高さと全土圧

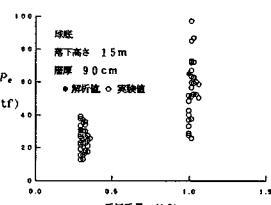


図-24 重錐重量と全土圧

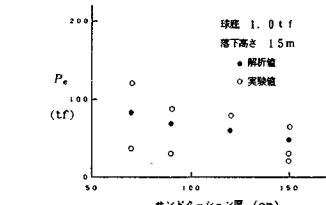


図-25 サンドクッション厚と全土圧

a) 重錐衝撃力および全土圧 解析結果の例として、図-1に示した重錐重量 1.0 tf、落下高さ 15 m、サンドクッション厚 90 cm の実験値に対する解析結果を図-20に示す。図には重錐衝撃力および土槽の底面に接触している要素から受けける作用力の合計である全土圧の時間的変化が示されている。

重錐衝撃力の波形は 0.01 s 付近で鋭く立ち上がっているが、これは土粒子の要素の半径が 12.5 cm と大きいために生じた現象で、要素の半径をさらに小さくすることにより、実際の現象に近づくものと思われる。

全土圧の波形に関しては、その最大値、最大値の発生時刻などは実験値に比較して定量的によく一致しているが、最大値に達した後の減衰部分では多少相違が認められる。

b) 重錐の貫入状態 図-21 は土槽最上部の土粒子要素の変位の時間的变化を視覚的に示したものである。重錐の貫入の状態および重錐周辺の土粒子の盛り上がりの様子がよく認められる。

c) 土槽底面の土圧分布 図-22 は土槽底面の土圧分布の時間的变化を視覚的に示したものである。図より土圧およびその分布が時間とともに徐々に広がり、そしてだいに減衰していく様子がよく認められる。時間の経過とともに、対称性が崩れているのは、計算機の丸め誤差の蓄積によるものである。

なお、本解析例の電子計算機の占有容量は約 4 M バイトであり、CPU 時間は FACOM M-360AP で約 20 分であった。

(3) 解析結果および考察

ここでは、前節で用いたサンドクッション材に関する諸定数、土槽の大きさ、要素の半径などは変化させず、重錐の落下高さ、重錐重量およびサンドクッション材の厚さを変化させた場合の解析結果を示し、それに対する考察を行う。

a) 落下高さと全土圧 図-23 の白丸は、著者らが行った落石実験より得られた重錐の落下高さと全土圧の関係を示したものである。用いた重錐は底面形状が球形で重量が 1.0 tf のものであり、サンドクッション厚は 90 cm である²⁾。落下高さは 5 m, 10 m および 15 m に対するものであり、実験値が重なってプロットされないよ

うに白丸は少しづつずらして示した。

実験と同一条件での解析結果を図中の黒丸で示した。解析結果は実験結果の比較的大きい値を与えていていることがわかる。

b) 重錐重量と全土圧 図-24 の白丸は、著者らが行った落石実験より得られた重錐重量と全土圧の関係を示したものである。重錐の落下高さは 15 m であり、サンドクッション厚は 90 cm である。重錐重量 0.3 tf および 1.0 tf に対するものであり、実験値が重なってプロットされないように白丸は少しづつずらして示した。

実験と同一条件での解析結果を図中の黒丸で示した。解析結果は実験結果の比較的大きい値を与えていているが、落下高さの増加に伴い、全土圧が増加するという傾向をよく表わしている。

c) サンドクッション厚と全土圧 図-25 の白丸は、著者らが行った落石実験より得られたサンドクッション厚と全土圧の関係を示したものである。重錐の落下高さは 15 m であり、重錐重量は 1.0 tf である。

実験と同一条件での解析結果を図中の黒丸で示した。解析結果は実験結果の比較的大きい値を与えていているが、サンドクッション厚の増加とともに全土圧が減少する傾向はよく一致している。

6. まとめ

本研究においては、サンドクッション上への落石による衝撃特性を明らかにするために、まず、二次元円筒モデルを用いた個別要素法により衝撃特性に及ぼす各種の因子についてパラメトリックな解析を行った。次に、さらに実際に近いモデルとして、三次元球要素モデルを用いた個別要素法を開発し、各種の数値計算を行い、実験結果との比較検討を行った。

本研究で得られた主な結果は以下のとおりである。

(1) 数値計算における時間増分 Δt は、式(21)で得られる一自由度系の固有周期の $1/20 \sim 1/30$ でよい。

(2) 2つの要素を結ぶ法線方向のばね定数の大きさは、計算結果に大きな影響を及ぼす。

(3) 法線方向の減衰係数の大きさは、重錐衝撃力および全土圧の波形に大きな影響を及ぼす。

(4) 接線方向のばね定数および減衰定数の大きさは、重錐衝撃力および全土圧に及ぼす影響は少ない。

(5) 要素の大きさは、重錐衝撃力および波形に大きい影響を与えるが、全土圧にはほとんど影響しない。

(6) 三次元モデルを用いることにより、サンドクッション中への落石の貫入状況、衝撃力のサンドクッション中の伝播、底面での土圧の発生状況などが明確となり、緩衝のメカニズムが明らかになった。

7. あとがき

これまでの落石実験結果は、重錐重量、落下高さ、サンドクッション厚などに限界があり、実験の範囲外の条件での衝撃力および全土圧の推定には問題があったが、本解析法を用いることにより、そのような条件下での定量的な推定も可能となった。しかし、材料の諸定数の決定および要素配列には、まだ不明な点があり、より実際的な研究が今後の課題である。

謝 辞：本論文の数値計算は、金沢大学情報処理センターの FACOM M-360AP によった。また、計算を手伝って頂いた山本満明君に深く感謝の意を表します。

参考文献

- 佐々木康・古賀泰之：敷砂上の落石の衝撃力に関する実験的研究、土木学会論文報告集、No. 340, pp. 127~137, 1983. 12.
- 吉田 博・樹谷 浩・鈴木哲次：敷砂上の落石の衝撃加速度と衝撃土圧に関する実験的研究、土木学会論文報告集、No. 352, pp. 61~70, 1984. 12.
- 古賀泰之・佐々木康：敷砂上の落石の衝撃力に関する考察、土木学会論文報告集、No. 346, pp. 27~35, 1984. 6.
- 園田恵一郎・小林治俊・鈴木輝男：ロックシェッドに対する落石荷重計算法（ヘルツ式の改良）について、第1回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集、pp. 25~35, 1983. 7.
- 三上敬司・能町純雄・松岡健一：落石覆工への落石による衝撃力に関する評価、第2回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集別冊、1986. 7.
- 三上敬司・能町純雄・松岡健一・岸 徳光：落石による落石覆工への衝撃力に関する評価、構造工学論文集、Vol. 33 A, pp. 559~569, 1987. 3.
- 土木学会：土木技術者のための振動便覧、土木学会、pp. 240~266, 1985. 10.
- Cundall, P. A. : Rational Design of Tunnel Supports—A Computer Model for Rock Mass Behavior Using Interactive Graphics for the Input and Output of Geometrical Data, Technical Report MRD-2-74, Missouri River Division, U. S. Army Corps of Engineers, 1974.
- Cundall, P. A. : Explicit Finite Difference Method in Geomechanics, Numerical Method in Geomechanics (edited by Desai, C. S.), Vol. 1, pp. 123~150, 1976.
- 木山英郎・藤村 尚：カンドルの離散剛要素法を用いた岩質粒状体の重力流動の解析、土木学会論文報告集、No. 333, pp. 137~146, 1983. 5.
- 藤村 尚・木山英郎・西村 強・池添保雄：岩石のDEM定数決定のための落下反発試験、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集(Ⅲ), pp. 369~370, 1986.
- 大町達夫・荒井靖博：個別要素法で用いる要素定数の決め方について、構造工学論文集、Vol. 21A, pp. 715~723, 1986. 3.
(1987. 6. 18・受付)