

面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の評価法に関する研究

EVALUATION OF ULTIMATE STRENGTH OF STEEL PLATES WITH INITIAL IMPERFECTIONS UNDER IN-PLANE BENDING AND COMPRESSION

奈良 敬*・津田 真**・福本 勃士***

By Satoshi NARA, Makoto TSUDA and Yuhshi FUKUMOTO

There are few studies on the ultimate strength of steel plates under in-plane combined loading, and their basic strength curves in the design specifications in many countries are still based on the elastic buckling theory using relevant safety factors. Evaluation in the ultimate strength is essential to promote the ultimate limit-state design method. This paper presents the ultimate strength of plate panel under in-plane stress gradient. Based on the analytical results, the ultimate strength formulas for uniform compression and pure bending are proposed, respectively and the interaction formula for the combined loading of compression and bending are then proposed.

Keywords: steel plate, in-plane combined loading, ultimate strength formula, interaction formula, initial imperfection

1. まえがき

1969年から1971年にかけての一連の落橋事故が、各國示方書の座屈規定の見直し、あるいは規定作成に拍車をかけたことは事実である。イギリスでは鋼橋の設計実施基準は、1982年に公表されたBS 5400 Part 3¹⁾において規定されている。新基準の制定にあたっては、Merrison委員会の最終報告IDWR²⁾さらにその後実施された多数の実験ならびに理論的研究の成果が採り入れられている。西ドイツでは1978年に、DAST Richtlinie 012³⁾が公表された。いずれDIN 18800第3部の草案として公表される予定である。わが国においては、1976年の本州四国連絡橋上部構造設計基準案⁴⁾、1980年の道路橋示方書⁵⁾、1983年の鋼鉄道橋設計基準⁶⁾で、主な示方書の改正が終了した。鋼鉄道橋設計標準は長谷川ら^{7), 8)}の研究成果に基づいている。本州四国連絡橋上部構造設計基準案においては、宇佐美ら⁹⁾の研究成果が採り入れられている。このように、落橋事故後に新しく改正され

た示方書においては、

- ① 弾塑性有限変位挙動をどのように把握しているか、
 - ② 初期不整をどのように取り扱っているか、
 - ③ ①, ②を考慮して、設計公式をどのように表現するか、
- などが注目すべき点といえる。

面内曲げと圧縮を受ける鋼板に関しては、

- (i) 1軸曲げの場合、圧縮フランジが破壊に至るまで腹板を保たせるための腹板の設計法
- (ii) 2軸曲げを受ける場合の板要素の設計法（フランジと腹板の区別ができるない）

などの理由から、その基本強度を明らかにする研究が必要である。

本研究においては、面内曲げと圧縮を受ける鋼板について、数値計算により得られた極限強度をもとに、極限強度の相関曲線と純圧縮および純曲げを受ける場合の極限強度曲線を用いて、面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の評価法について考察を行う。さらに、道路橋示方書を例にとり、本評価法と示方書の耐荷力評価との差異を明らかにした。本研究成果は、限界状態設計法において、極限強度に基づく鋼構造板要素の基本強度を評価する観点から貢献できるものと考える。

* 正会員 工博 岐阜大学助手 工学部土木工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1)

** 正会員 鹿島建設(株)土木設計本部
(〒160 新宿区西新宿2-1-1)

*** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘2-1)

2. 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の算定

数値計算にあたっては、文献10) および11) に示す弾塑性有限変位解析法を用いた。

初期たわみは道路橋示方書(以下、「道示」とよぶ)の許容値とした。残留応力については、文献12)に基づいた。境界条件は周辺単純支持とする。載荷方法については、文献13)に基づいた。図-1に載荷方法、表-1に断面に関するパラメーターを示す。これらの数値計算結果については文献14)を参照されたい。なお表中、 t は板厚、 σ_y は降伏応力度、 E はヤング係数、 μ はボアン比である。

3. 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の評価法

(1) 純圧縮応力および純曲げ応力が作用する鋼板の極限強度曲線

純圧縮および純曲げの場合の極限強度を表-2に示す。極限強度については $\varphi=0$ (純圧縮)のとき N_u/N_y 、 $\varphi=2$ (純曲げ)のとき、 M_u/M_y で表わす。ただし、

N_u ：極限圧縮荷重

N_y ： $\sigma_y b t$

M_u ：極限面内曲げモーメント

M_y ： $\sigma_y b^2 t / 6$

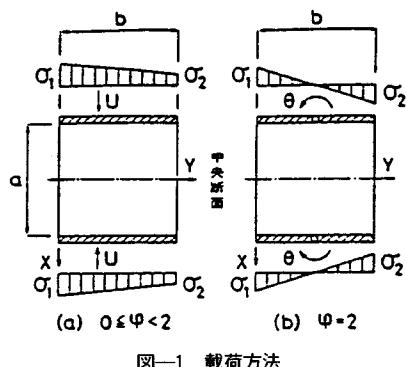


図-1 載荷方法

表-1 パラメーター

• 幅厚比パラメータ:
$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\mu^2)}{\pi^2 k}}$
ただし、
無拘束板の 弾性座屈係数 $k = \begin{cases} 8.4/(\psi+1.1), & 0 \leq \psi \leq 1 \\ 10\psi^2 - 6.27\psi + 7.63, & -1 \leq \psi < 0 \end{cases}$
応力比 $\psi = 1 - \varphi$
• 応力分配: $\varphi = (\sigma_1 - \sigma_2)/\sigma_1$
• 板ペネルの横長比: a/b

表-2の値を図-2にプロットし、最小二乗法を用いて次式(1)に示す近似式を利用すると精度よく表わされることがわかった。

$$\frac{N_u}{N_y} \text{ or } \frac{M_u}{M_y} = \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^{\beta} \quad \dots \dots \dots (1)$$

この近似式で極限強度を表わすと式(2)～(5)のようになつた。

a) $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4, \varphi = 0$ の場合

$$\frac{N_u}{N_y} = \left(\frac{0.453}{R} \right)^{0.495} \leq 1.0 \quad \dots \dots \dots (2)$$

b) $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0, \varphi = 0$ の場合

$$\frac{N_u}{N_y} = \left(\frac{0.451}{R} \right)^{0.511} \leq 1.0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

c) $\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4, \varphi = 2$ の場合

$$\frac{M_u}{M_y} = \left(\frac{1.21}{R} \right)^{0.420} \leq 1.5 \quad \dots \dots \dots (4)$$

d) $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0, \varphi = 2$ の場合

$$\frac{M_u}{M_y} = \left(\frac{0.790}{R} \right)^{0.594} \leq 1.5 \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 R_{cr} は式(2)～(5)において右辺が1となる

表-2 純圧縮および純曲げ時の極限強度

		R				
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$\varphi = 2$	$\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$	1.448	1.263	1.141	1.039	0.9705
	$\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$	1.294	1.090	0.9349	0.8225	0.7339
$\varphi = 0$	$\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$	0.9393	0.8210	0.7179	0.6395	0.5725
	$\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$	0.9090	0.8057	0.7092	0.6292	0.5644

表-3 極限強度曲線の誤差(%)

		R				
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3
$\varphi = 2$	$\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$	0.3	-0.2	-0.6	0.3	0.1
	$\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$	1.4	-1.5	-1.0	-0.2	1.3
$\varphi = 0$	$\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$	1.4	-1.8	-0.8	0.8	3.6
	$\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$	4.4	-0.8	-0.9	0.8	3.2

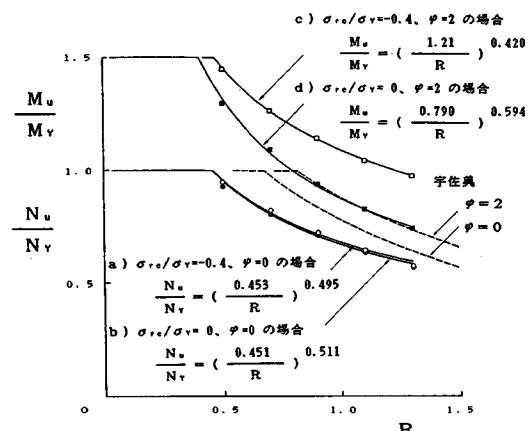


図-2 純圧縮または純曲げ時の極限強度曲線

限界幅厚比パラメーター、 σ_{rc} は残留圧縮応力度である。式(2)～(5)の極限強度曲線を図-2に実線で表わす。 $\phi=0$ の場合、縦横比 $a/b=0.5$ なので残留応力の有無にかかわらずほとんど同じ曲線になる。一方、 $\phi=2$ の場合、残留応力のある方が、残留応力のない方より極限強度が大きく、 R が増すにつれその差は大きくなる。これは、圧縮縁の残留引張応力度が極限強度に有利に作用するためであり、文献14)に示される極限状態の応力分布から理解できる。また、図中には宇佐美¹⁵⁾の弾性有限変位解析結果に基づく耐荷力曲線を破線で併せて示した。宇佐美は箱形断面の腹板を対象として圧縮縁の垂直応力度 σ_t が σ_y に達した時点で腹板が終局限界に達するという仮定を用いて耐荷力を評価しているため、本研究によって得られた極限強度とは必ずしも一致しない。しかし、 $\phi=2$ の場合は応力勾配により圧縮縁の応力が最も大きいため、上述の破壊の仮定を使用しても、 $M_u/M_y \leq 1$ の範囲において残留応力のない場合の極限強度曲線とよく一致することがわかる。

式(2)～(5)の極限強度曲線を使って求めた極限強度 N_u/N_y や M_u/M_y が解析結果をどれだけ精度よく表わすかを示したのが表-3である。 $\phi=2$ の場合、精度はよいが、 $\phi=0$ のほうは $R=0.5, 1.3$ の場合の精度が若干低下する。しかし、全体としてはほぼ精度のよい極限強度曲線が得られるので、この極限強度曲線を用いて純圧縮および純曲げの場合の極限強度を評価することができる。なお、道示では $M_u/M_y \leq 1$ 、プレートガーダーの腹板では M_u はせいぜい $1.15 M_y$ 以下程度であるが、ここでは板要素として取り扱っているので $M_u/M_y \leq 1.5$ となる。

(2) 面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度の相関曲線

図-3と図-4に残留応力がある場合および残留応力がない場合の極限強度の相関曲線を示す。縦軸 N_u^* は極限圧縮荷重 N_u を純圧縮応力作用時の極限圧縮荷重 (N_u) _{$\phi=0$} で無次元化した値、横軸 M_u^* は極限面内曲げモーメント M_u を純曲げ応力作用時の極限面内曲げモーメント (M_u) _{$\phi=2$} で無次元化した値である。すなわち、

$$N_u^* = N_u / (N_u)_{\phi=0} \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$M_u^* = M_u / (M_u)_{\phi=2} \quad \dots \dots \dots (7)$$

図中のプロットした記号が解析結果を示し、実線が式(8)で表わす極限強度の相関曲線である。幅厚比パラメーター R を $0.5, 0.9, 1.3$ と変化させている。これらの図より、次の事柄がわかった。

- ① 極限強度の相関曲線は、 $N_u^* > M_u^*$ の領域で破線から遠ざかり、 $N_u^* < M_u^*$ の領域では破線に近づいており、この傾向は R が大きくなるほど顕著である。

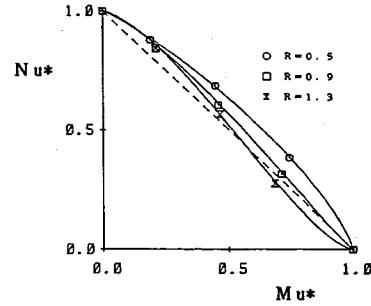


図-3 極限強度の相関曲線（残留応力あり）

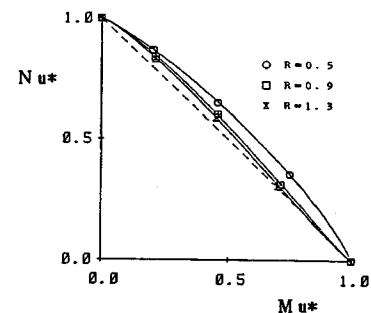


図-4 極限強度の相関曲線（残留応力なし）

表-4 幅厚比パラメーターと指数の関係

		$\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$		$\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$	
		p	q	p	q
R	0.5	1.025	1.244	1.206	1.171
	0.7	1.100	1.233	1.017	1.219
	0.9	0.900	1.322	0.926	1.251
	1.1	0.787	1.376	0.908	1.234
	1.3	0.670	1.490	0.893	1.227

表-5 本評価法における極限強度の誤差 (%)
($\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4$)

		R					
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	
ϕ	0.5	N_u/N_y	1.1	0.4	0.6	0.4	0.6
		M_u/M_y	0.8	0.4	0.6	0.7	0.6
	1.0	N_u/N_y	-0.8	-0.6	-0.0	-1.1	-0.2
		M_u/M_y	-0.8	-0.6	-0.0	-1.1	-0.2
	1.5	N_u/N_y	0.5	-0.4	1.2	-0.5	0.3
		M_u/M_y	0.5	-0.3	1.2	-0.5	0.3

表-6 本評価法における極限強度の誤差 (%)
($\sigma_{rc}/\sigma_y = 0$)

		R					
		0.5	0.7	0.9	1.1	1.3	
ϕ	0.5	N_u/N_y	-0.1	0.5	0.3	0.5	0.3
		M_u/M_y	-0.1	0.4	0.3	0.5	0.3
	1.0	N_u/N_y	0.1	-0.3	-0.6	-0.3	-0.3
		M_u/M_y	0.1	-0.3	-0.6	-0.3	-0.3
	1.5	N_u/N_y	0.0	0.2	0.3	0.3	0.2
		M_u/M_y	0.0	0.0	0.3	0.2	0.2

② 図中に記した点は1点を除いて、図中の破線で示された直線 $N_u^* + M_u^* = 1$ の外側にあることから、図中の破線が下限値を捉えている。

③ 相関曲線では残留応力の有無による差異は、 R の大きい場合には少し認められるが、小さいものである。

ここで、式(8)に示す極限強度の相関曲線の指数 p, q に影響を与えるパラメーターとして R だけを考え、おのおのの p, q より最小二乗法を用いて p, q を R の2次式で表わすと精度がよく、式(9)および式(10)のようになつた。指数 p, q と幅厚比パラメーター R との関係は表-4のとおりである。

$$(N_u^*)^p + (M_u^*)^q = 1 \quad (8)$$

$$p = 0.468 R^2 - 1.63 R + 2.00$$

$$q = 0.041 R^2 + 0.340 R + 0.974 \quad (9)$$

$$(\sigma_{rc}/\sigma_y = -0.4)$$

$$p = 0.782 R^2 - 1.77 R + 1.88$$

$$q = -0.250 R^2 + 0.523 R + 0.968 \quad (10)$$

$$(\sigma_{rc}/\sigma_y = 0)$$

式(8)の相関式を使って求めた N_u と M_u がどれだけの精度を有するかを表わしたのが表-5および表-6である。残留応力がある場合、最大でも $\pm 1.2\%$ の誤差しかないのがわかる。残留応力がない場合、もっと精度がよく $\pm 0.6\%$ 以内の誤差であった。また、 R および ϕ で整理して誤差の影響を調べた結果、 R と ϕ に無関係であるのがわかった。面内曲げと圧縮を受ける板について、幅厚比パラメーター R だけをパラメーターとして、式(8)で示される極限強度の相関曲線を用いると、 R と ϕ に無関係に精度よく耐荷力を評価できることがわかる。

4. 応力勾配による係数に関する考察

面内曲げと圧縮を受ける鋼板について、道示においては圧縮板の基準耐荷力曲線をもとにして、応力勾配による係数 f を用いて設計する。本節ではこの f を用いて、道示の耐荷力曲線と本研究で得られた極限強度曲線の差異について明らかにする。

面内曲げと圧縮を受ける場合、応力勾配 $\phi = 0, 1, 2$ の値に対し、座屈係数 $k = 4.0, 7.8, 23.9$ となる。面内曲げが主な場合は板が座屈しても直ちに耐荷力は失わず、なお荷重に耐えることができる。そこで、純圧縮に対する限界幅厚比パラメーター $R_{cr,c}$ 、曲げに対するものを $R_{cr,b}$ とし、その間の限界幅厚比パラメーターを ϕ の1次式で表わすと、

$$R_{cr} = R_{cr,c} + (R_{cr,b} - R_{cr,c})\phi/2 \quad (11)$$

となる。また、安全率 ν も ϕ によって変化し、次式のようになる。

表-7 応力勾配による係数（道路橋示方書）

ϕ	0	1	2
f	1	1.78	3.86

$$\nu = 1.7 - 0.15 \phi \quad (12)$$

道示の基準耐荷力曲線は式(13)、許容応力度曲線は式(14)で表わされるから、

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y} = \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^2 \quad (13)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_y} = \frac{1}{\nu} \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^2 \quad (14)$$

ϕ が異なる板で R が等しい場合は、

$$\frac{1}{\sqrt{\nu_c}} \frac{R_{cr}}{(b/t)_c \sqrt{\sigma_y/E \cdot 12(1-\mu^2)/\pi^2 k_c}} = \text{const.} \quad (15)$$

となる。ゆえに、

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\sqrt{\nu}} \frac{R_{cr}}{b/t \sqrt{\sigma_y/E \cdot 12(1-\mu^2)/\pi^2 k}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\nu_c}} \frac{R_{cr,c} \sqrt{k_c}}{(b/t)_c} = \frac{1}{\sqrt{\nu}} \frac{R_{cr} \sqrt{k}}{b/t} \end{aligned} \quad (16)$$

である。

応力勾配による係数 f は

$$f = \frac{b/t}{(b/t)_c} \quad (17)$$

であるから、式(16)より次式のようになる。

$$f = \frac{R_{cr}}{R_{cr,c}} \sqrt{\frac{k \cdot \nu_c}{k_c \cdot \nu}} \quad (18)$$

道示では、 $R_{cr,c} = 0.7$ 、 $R_{cr,b} = 1.0$ 、 $\phi = 0, 1, 2$ に対して $k = 4, 7.8, 23.9$ および $\nu = 1.7, 1.55, 1.4$ として、式(18)に代入して f を求め（表-7参照）、これを ϕ の2次の関数として最小二乗法により次式のような近似式を求めている。

$$f = 0.65 \phi^2 + 0.13 \phi + 1 \quad (19)$$

ここでは、式(2)～(5)で求めた純圧縮 ($\phi=0$)、純曲げ ($\phi=2$) 時の極限強度曲線のほかに、 $\phi=0.5, 1.0, 1.5$ の場合における極限強度の指標 $K_u^{14)}$ を用いて、式(17)で定義される係数 f を計算した。ただし、 K_u は次式で定義される。

$$K_u = \frac{N_u}{N_y} + \frac{M_u}{M_y} \quad (20)$$

したがって、 $\phi=0$ のときは $K_u = N_u/N_y$ 、 $\phi=2$ のときは $K_u = M_u/M_y$ となる。極限強度に基づく係数 f は次のようにして求めた。すなわち、 $\phi=0$ のとき式(2)において $R=R_c$ 、 $R_{cr}=R_{cr,c}$ とすれば

$$\frac{N_u}{N_y} = \left(\frac{R_{cr,c}}{R_c} \right)^{0.495} \quad (21)$$

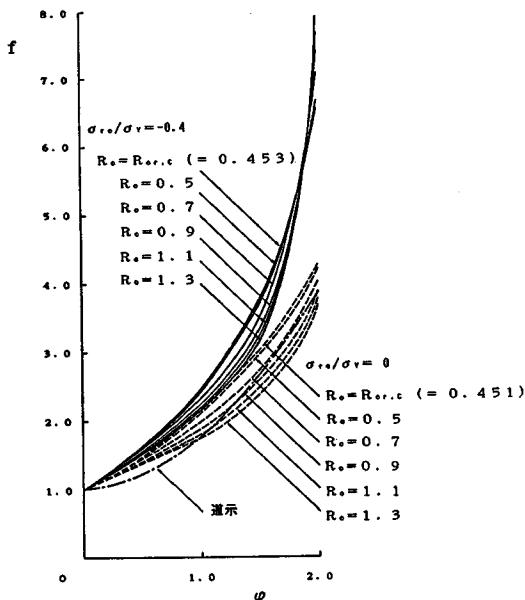


図-5 応力勾配による係数

一方, $0 < \phi \leq 2$ のときは

ここで、式(21)と式(22)を等置して R について解けば、次式が得られる。

$$R = R_{cr} \left(\frac{R_c}{R_{cr,c}} \right)^{0.495/\beta} \dots \dots \dots \quad (23)$$

これより、表-1中の座屈係数 k を用いて f は次式で計算できる。

残留応力がない場合についても式(3)を使って同様に計算できる。その結果を図-5に示す。図中、実線は残留応力がある場合、破線は残留応力がない場合を示す。式(24)からわかるように、極限強度より得られる f は R_c の値によって変化するので $R_{cr,c} \leq R_c \leq 1.3$ の範囲で求めている。図中の一点鎖線は式(19)に示す道示の f 値を表す。極限強度に基づいて求めた f 値は次のような傾向を示す。

- ① f 値は R_c によって変化する。
 - ② 残留応力がある場合の方が、ない場合より f 値が大きく、その差は ϕ が大きくなるに従い拡大する。
 - ③ 道示の f 値は $\sigma_t = \sigma_y (K_u=1)$ のときに求めたものであるから、 $R_c = R_{cr,c}$ の場合の f 値と比較すると、常に極限強度に基づく f 値の方が大きい。

以上より、実際的な残留応力をもつ鋼板では ϕ の大きさ

い領域で道示の場合より幅厚比を大きくすることができる可能性を示すことができた。さらに、 ϕ だけの関数とならない f 値を用いるより極限強度の相関曲線を用いる方が実際的であると思われる。

5. 結論

本研究において得られた結論を列挙すれば次のとおりである。

- (1) 純圧縮応力および純曲げ応力が作用する鋼板の極限強度曲線を幅厚比パラメーター R と限界幅厚比パラメーター R_{cr} をパラメーターとした近似式で表わした。そして、この極限強度曲線を用いて極限強度を精度よく評価できることがわかった。

- (2) N_u^* , M_u^* を用いて極限強度の相関曲線を作成した結果、次のことがわかった。

- ① 極限強度の相関曲線は、残留応力の有無によってほとんど変化しないが、幅厚比パラメーター R によって変化する。 /
 - ② 極限強度の相関曲線は、 $N_u^* > M_u^*$ の領域で直線 $N_u^* + M_u^* = 1$ から遠ざかり、 $N_u^* < M_u^*$ の領域では直線 $N_u^* + M_u^* = 1$ に近づく。
 - ③ 極限強度の相関曲線を直線 $N_u^* + M_u^* = 1$ で表すと下限値を捉えることができる。

さらに、極限強度の相関曲線の指數 p, q を、幅厚比パラメーター R をパラメーターとした近似式で表わすことにより十分精度の高い極限強度の評価ができることがわかった。

- (3) 応力勾配による係数 f を極限強度に基づいて求めた結果、次のことがわかった。

 - ① 残留応力のある実際的な鋼板では ϕ の大きい領域で道示の場合より幅厚比を大きくすることが可能である。
 - ② f は ϕ のほかに R_c によっても変化するので、極限強度の相關曲線を用いた方が実際的である。

参 考 文 献

- 1) BS 5400, "Code of Practice for Design of Steel Bridges", Steel, Concrete and Composite Bridges, Part 3, British Standards Institution, 1982.
 - 2) Committee of Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridge, "Interim Design and Workmanship Rules", Her Majesty's Stationery Office, 1973.
 - 3) Deutscher Ausschuss für Stahlbau-Richtlinien : DAS Ri-012, 1978.
 - 4) 本州四国連絡橋公団：本州四国連絡橋上部構造設計基準・同解説（案），昭和51年3月。
 - 5) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，昭和55年2月。
 - 6) 土木学会：鋼鉄道橋設計標準・同解説，昭和58年4月。

- 7) 長谷川彰夫・大田孝二・西野文雄：補剛された板要素の座屈強度に関する二、三の考察、土木学会論文報告集、第232号、pp.1~15、1974年12月。
- 8) Hasegawa, A. and Nishino, F. : A Limit State Design of Multiple Stiffened Plates under Combined Bending and Compression, Bulletin of Nagoya Institute of Technology, Vol. 32, pp.297~301, 1980.
- 9) 宇佐美勉・福本勝士：圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の座屈強度と設計、土木学会論文報告集、第247号、pp.35~49、1976年3月。
- 10) 小松定夫・奈良 敬・山口博章：初期不整を有し面内荷重を受ける板の混合法による弾塑性有限変位解析、昭和58年度関西支部年次学術講演会講演概要、I-32、1983年5月。
- 11) 奈良 敬・出口恭司・小松定夫：ひずみ硬化を考慮した圧縮板の極限強度に関する研究、構造工学論文集、Vol. 33A, pp. 141~150, 1987年3月。
- 12) 小松定夫・牛尾正之・北田俊行：補剛板の溶接残留応力および初期たわみに関する実験的研究、土木学会論文報告集、第265号、pp.25~35、1977年9月。
- 13) 奈良 敬・山田浩幸・松永康男・小松定夫：面内曲げと圧縮を受ける補剛板の極限強度に関する研究、構造工学論文集、Vol. 33A, pp.151~160, 1987年3月。
- 14) 奈良 敬・小島治雄・津田 真・小松定夫：面内曲げと圧縮を受ける鋼板の極限強度特性に関する研究、土木学会論文集、第386号/I-8, pp.275~283, 1987年10月。
- 15) Usami, T. : Post-Buckling of Plates in Compression and Bending, Journal of Structural Division, Proc. of ASCE, Vol. 108, No. ST3, pp.591~609, March, 1982.

(1987.5.22・受付)