

感度解析を用いたトラス構造物の最適弾塑性設計法とその応用例

AN OPTIMAL ELASTIC-PLASTIC DESIGN OF TRUSS STRUCTURES USING SENSITIVITY ANALYSIS AND ITS APPLICATION

三原徹治*・北小路雅倫**・石川信隆***・太田俊昭****

By Tetsuji MIHARA, Masamichi KITAKOJI, Nobutaka ISHIKAWA and Toshiaki OHTA

This paper presents a dual approach for the optimal elastic-plastic design of large-scaled skeletal structures using the sensitivity analysis. Herein, the sensitivity analysis is to find the sensitivity coefficient of the behavior variable (e.g., deformation) with respect to design variable. The optimal elastic-plastic design method is developed by separating the design process into the three parts, i.e., the structural analysis, the sensitivity analysis and the optimization by dual approach. The main feature in the proposed method is to use the sensitivity coefficient of the elastic-plastic deformation found analytically and, as such, the design calculation can be efficiently performed for the large-scaled structures. The validity of the proposed method is confirmed by the 10-bar truss structure and the application of the approach is examined by the steel-made Sabo dam structure. This method can control the both constraints of the ultimate load and the elastic-plastic deformation and, therefore, it is very useful for the design such as the steel-made Sabo dam structure subjected to debris flow.

Keywords: optimal elastic-plastic design, sensitivity analysis, truss structure, steel-made Sabo dam

1. 緒 言

近年、大地震を受ける建築構造物や土石流を受ける鋼製砂防構造物などを対象として、許容応力度設計法のほかに部材の塑性領域までを考慮した極限設計法の適用について検討する必要が高まってきた^{1), 2)}。この観点から著者ら^{3), 4)}は、弾塑性変形や塑性率を制約条件とする新しい最適弾塑性設計法の開発を試みてきたが、大規模構造物に対して実用的に適用可能とするためには、いまだ計算容量や計算時間の面で、また多くの制約条件を有する場合など汎用性の面で依然問題点が残っていた。

一方、感度解析を用いた双対法による最適設計に関する研究が最近活発に行われてきた。ここでいう感度解析とは、ある設計変数 (X_i) の応力 (σ_i) または変位 (u_i) などの状態変数に対する感度係数 ($\partial\sigma_i/\partial X_i$ または $\partial u_i/\partial X_i$) を求めることがいい、これらが解析的に求められれば計算時間の面でもきわめて効率的である。この

感度解析を用いた最適設計法は、双対法と併用して一般に汎用的であり、かつ計算効率も良いので一部実用にも供せられている⁵⁾。この分野の先駆的研究としては、Fleury ら⁶⁾による最適弾性設計法があり、Grierson ら⁷⁾はこれを弾性時と塑性時の制約の両方を同時に考慮した最適設計法に応用拡張し、わが国においても大久保ら⁸⁾はトラス構造物を対象として最適弾性設計法について検討している。しかし、いまだ感度解析を用いた最適弾塑性設計法に関してはほとんど見受けられない。

本研究は、上記のような観点から、大規模な骨組構造物を対象として、感度解析を用いた双対法による最適弾塑性設計法の開発を企図したもので、鋼製砂防構造物の一部に本法の適用を試みたものである。すなわち、その手法は、構造解析、感度解析、双対法による最適化という3つの部分に明確に区分した最適設計法であり、まず構造解析では、計算容量の少ない相補掃出し法によるホロノミック弾塑性解析を用い、次に感度解析では弾塑性変位と塑性崩壊荷重の感度係数を解析的にそれぞれ求め、さらに双対法による最適化では制約のない最適化問題に変換して共役勾配法を用いた。この一連の最適設計の過程における主な特色は、弾塑性変位に対する設計変数の感度係数を解析的に算定し得たことで、このため計算容量および計算時間が従来の方法^{3), 4)}に比しはあるかに

* 正会員 九州共立大学講師 工学部土木工学科
(〒807 北九州市八幡西区自由が丘 2-4-102)

** 学生会員 防衛大学校理工学研究科学生
(〒239 横須賀市走水 1-10-20)

*** 正会員 工博 防衛大学校教授 土木工学教室(同上)

**** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

減少し、ひいては大規模骨組構造物の効率的な最適弾塑性設計を可能としたものである。また数値計算例では、10部材トラスを用いて本法の妥当性を検証し、次に実用的な例として鋼製砂防構造物をモデル化し、本法の応用性について検討した。

なお、本研究では以下の仮定を用いた。

(1) 各部材の内力と内変形との関係は、完全弾塑型とする。

(2) つり合い条件は変形前において求められるものとし、微小変形理論に従う。

(3) 局部座屈や全体変形などの座屈現象はメカニズムが形成されるまで起こらないものとする。

2. 最適弾塑性設計法

(1) 設計基本式

最適弾塑性設計とは、まず構造物がある所用の耐力を保持したうえで、構造物のねばり、すなわち弾塑性変形に期待して構造物の安全性を図るものである。つまり、構造物の崩壊荷重がある終局荷重レベル以上となるよう、またその最大変位が定められた許容変位以下になるように制約したうえで、構造全重量 W を最小にするように設計変数 A_i を決定する問題であり次式のように定式化される³⁾。

既知数： $\rho_i, L_i, u_a, \alpha_0, A_i^L, A_i^U$

未知数： A_i

目的関数： $W = \sum_{i=1}^I \rho_i L_i A_i \rightarrow \min \dots (1 \cdot a)$

制約条件： $u_j \leq u_a \quad (j=1, 2, \dots, J) \dots (1 \cdot b)$

$\alpha_m \geq \alpha_0 \quad (m=1, 2, \dots, M) \dots (1 \cdot c)$

$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, 2, \dots, I) \dots (1 \cdot d)$

ここに、式(1-a)は構造全重量 W が最小となることを、式(1-b)はある着目点 j の弾塑性変位 u_j が許容変位 u_a を越えないという変位制約を示し、式(1-c)はある崩壊モード m の崩壊荷重係数 α_m が指定した終局荷重係数 α_0 を上回るという塑性崩壊制約を、さらに式(1-d)は工学的見地からの断面量に対する側面制約条件で、設計変数の上下制限約を表わしている。ただし、 j, J =変位の着目点を示す記号とその全数、 m, M =崩壊モードの数を示す記号とその全数、 α_m は m 番目に生ずる崩壊モードの崩壊荷重係数、 α_0 はある指定した終局荷重係数、 A_i は設計変数（本法では断面積を採用する）、 ρ_i, L_i はそれぞれ設計変数 A_i に関する単位体積重量および部材長、 A_i^U, A_i^L は設計変数 A_i の上下限値、 I は設計変数の総数である。

式(1)において設計変数 A_i の逆数 X_i を新たな設計変数として、 u_j より α_m を既知数 X_i^0 のまわりにテーラー展開し、一次近似をとれば、次式のような近似

設計問題に変換される。

未知数： X_i

目的関数： $W = \sum_{i=1}^I a_i / X_i \rightarrow \min \dots (2 \cdot a)$

制約条件： $u_j^0 + \sum_{i=1}^I \left(\frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right)^0 (X_i - X_i^0) \leq u_a \quad (j=1, 2, \dots, J) \dots (2 \cdot b)$

$: \alpha_m^0 + \sum_{i=1}^I \left(\frac{\partial \alpha_m}{\partial X_i} \right)^0 (X_i - X_i^0) \geq \alpha_0 \quad (m=1, 2, \dots, M) \dots (2 \cdot c)$

$: X_i^L \leq X_i \leq X_i^U \quad (i=1, 2, \dots, I) \dots (2 \cdot d)$

ただし、肩字 0 は前段階の値を示し、 $a_i (= \rho_i L_i)$ は設計変数に対応する重量係数、 $X_i^L = 1/A_i^L$ 、 $X_i^U = 1/A_i^U$ 。

(2) 構造解析（弾塑性解析と塑性解析）

a) ホロノミック弾塑性解析

設計において弾塑性変形制約を考慮するため、弾塑性解析が必要である。すなわち、全変形理論に基づき過去の荷重履歴とは無関係に、ある荷重レベルでの構造物の弾塑性変形状態を求めるホロノミック弾塑性解析は、次のように線形相補問題（Linear Complementarity Problem、以下 LCP と略す）として定式化される³⁾。

未知数： ϕ, λ

目的関数： $(-\phi)^T \lambda = 0 \dots (3 \cdot a)$

制約条件： $D\lambda + (-\phi) = -B \dots (3 \cdot b)$

$: -\phi \geq 0 \dots (3 \cdot c)$

$: \lambda \geq 0 \dots (3 \cdot d)$

ただし、 $B = N^T k C K^{-1} \alpha F - R$

$D = N^T (k C K^{-1} C^T k - k) N$

また、 N =降伏関数の単位法線マトリックス、 ϕ =降伏関数ベクトル、 C =構造全体の変形適合マトリックス、 k =要素の集合剛性マトリックス、 $K (= C^T k C) =$ 構造全体の剛性マトリックス、 F =外力ベクトル、 R =塑性容量ベクトル、 α =崩壊荷重係数。さらに肩字 T や -1 は転置マトリックスおよび逆マトリックスを示す。

ここに、式(3-a)は断面 i における降伏関数 ϕ_i が $\phi_i = 0$ (塑性) のとき塑性変形 $\lambda_i \geq 0$ 、 $\phi_i < 0$ (弹性) のとき塑性変形 $\lambda_i = 0$ であることを示す塑性変形発生条件を意味し、これは ϕ_i か λ_i のどちらか一方のみを未知数とすればよいという相補条件 (Complementarity Condition) を示している。また式(3-b)は降伏条件、変形適合条件および平衡条件を1つにまとめた式を示しており、式(3-c)、(3-d)は未知変数の非負条件を表わしている。ここで、式(3)の LCP 問題を解くために、計算容量の縮小および計算時間の短縮が可能である相補掃出し法 (Lemke 法) を用いた。この方法を用いると2~3回の反復計算で解が得られるという計算効率の良さを確認することができた。

上記で得た λ を用いると、弾塑性変位（外変形）ベクトル u および部材内力ベクトル Q がそれぞれ次式のように求められる。

$$u = K^{-1}aF + K^{-1}C^T kN\lambda \quad (4-a)$$

$$Q = kCu - kN\lambda \quad (4-b)$$

b) 塑性解析

設計において崩壊荷重制約を考慮するため、塑性解析を行う必要がある。部材要素の挙動を剛塑性モデルと仮定する塑性解析は、上界定理により次のような LP 問題として表わされる。

未知数： λ, \dot{u}

目的関数： $a = R^T \lambda \rightarrow \min \dots (5-a)$

制約条件： $N\lambda - Cu = 0 \dots (5-b)$

$: F^T \dot{u} = 1 \dots (5-c)$

$: \lambda \geq 0 \dots (5-d)$

ただし、 λ = 仮想塑性変形ベクトル、 \dot{u} = 仮想節点変位ベクトル。

ここに、式 (5-a) は塑性ヒンジのなす内部仕事が最小となることを示し、式 (5-b) は剛塑性理論における変形適合条件式すなわち崩壊機構条件式を示し、式 (5-c) は荷重が単位の外力仕事をなすことを表わしている。したがって、式 (5) は崩壊機構が形成される運動的許容場において、単位の外力仕事に対応する塑性容量のなす内力仕事が最小のとき、真の崩壊荷重係数を与えることを意味している。

なお、上式は LP 問題であるので、シンプソン法を直接用いて解くことができる。

(3) 感度解析

a) 弹塑性変位の感度係数 ($\partial u_j / \partial X_i$)

いまある着目点 j の節点変位 u_j は式 (4-a) を用いて次式のように表わされる。

$$u_j = b_j^T u \dots (6)$$

ただし、 b_j は節点変位ベクトル u をある着目点の変位 u_j に変換する仮想荷重ベクトルで、 j 番目の要素のみが 1 で、他の 0 である。

よって、設計変数 X_i による変位 u_j に関する感度係数は次式のように求められる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_j}{\partial X_i} &= \frac{\partial b_j^T}{\partial X_i} u + b_j^T \frac{\partial u}{\partial X_i} = b_j^T \frac{\partial u}{\partial X_i} \\ &= b_j^T \left(\frac{\partial K^{-1}}{\partial X_i} aF + \frac{\partial K^{-1}}{\partial X_i} C^T kN\lambda \right. \\ &\quad \left. + K^{-1} C^T \frac{\partial k}{\partial X_i} N\lambda + K^{-1} CkN \frac{\partial \lambda}{\partial X_i} \right) \dots (7) \end{aligned}$$

ここで、式 (7) 中の感度係数はそれぞれ次式のように算定される。

$$\frac{\partial K^{-1}}{\partial X_i} = -K^{-1} \quad \frac{\partial K}{\partial X_i} K^{-1} = \frac{1}{X_i} K^{-1} K_i K^{-1} \dots (8-a)$$

$$\frac{\partial k}{\partial X_i} = \frac{\partial}{\partial X_i} \left(\sum_{t=1}^I \frac{\bar{k}_t}{X_t} \right) = -\frac{\bar{k}_i}{X_i^2} = -\frac{k_i}{X_i} \dots (8-b)$$

ここに、

$$K = \sum_{t=1}^I K_t = \sum_{t=1}^I \frac{\bar{K}_t}{X_t}, \quad k = \sum_{t=1}^I k_t = \sum_{t=1}^I \frac{\bar{k}_t}{X_t}$$

$\bar{k}_t (= X_t k_t)$ は部分集合剛性マトリックス k_t の 1 次微係数マトリックスで、また $K_t = C^T k_t C$, $\bar{K}_t = C^T \bar{k}_t C$ である。

また、式 (7) における塑性変形ベクトル λ の X_i に関する感度係数は、 λ が構造全体の剛性マトリックス K や塑性容量ベクトル R の陰な関数となっているため、数値微分の形でしか求められない。ここでは、種々の構造物を対象として数値微分を行った結果、式 (7) において右辺第 4 項が他の項に比較してきわめて小さいことが認められたので、次式のように仮定した。

$$K^{-1} C^T kN \frac{\partial \lambda}{\partial X_i} = 0 \dots (9)$$

よって、式 (8-a), (8-b), (9) を式 (7) に代入すれば、ある着目点 j の弾塑性変位 u_j の感度係数が次のように解析的な形で得られる。

$$\frac{\partial u_j}{\partial X_i} = \frac{1}{X_i} (u_j^T K_t u - u_j^T C^T k_t N\lambda) \dots (10)$$

ここに、 $u_j (= K^{-1} b_j)$ は仮想荷重 b_j が作用したときの仮想弾性変位ベクトルである。なお、式 (10) において塑性変形がない場合、すなわち $\lambda = 0$ の場合は従来の弾性変位の感度係数に一致する。

b) 崩壊荷重係数の感度係数 ($\partial \alpha_m / \partial X_i$)

いま、ある崩壊モード m の荷重係数 α_m は、荷重が単位の外力仕事をなすという条件のもとで式 (5-a) より次式のように表わされる。

$$\alpha_m = R^T \lambda_m \dots (11)$$

ここで、 λ_m は崩壊モード m における仮想塑性変形ベクトルで、対象とする構造形式の幾何学的量に依存する量である。 α_m の設計変数 X_i に関する感度係数は次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha_m}{\partial X_i} &= \frac{\partial R^T}{\partial X_i} \lambda_m + R^T \frac{\partial \lambda_m}{\partial X_i} = \frac{\partial R^T}{\partial X_i} \lambda_m \\ &= -\frac{1}{X_i} (\bar{R})^T = \frac{1}{X_i} R_i^T \lambda_m \dots (12) \end{aligned}$$

ただし、 $R = \sum_{t=1}^I R_t = \sum_{t=1}^I \bar{R}_t / X_t$

(4) 双対法による最適化

以上の諸式を用いて、式 (2) の最適弾塑性設計法の基本式を書き改めれば、以下のように主問題 (Primal Problem) と双対問題 (Dual Problem) によって定式化される。

a) 主問題

式(18)の双対問題の解法は、制約条件が未知数の非負条件だけであるので、制約のない最適化手法を用いて容易に解くことができ、ここでは共役勾配法を用いた¹¹⁾。式(18)は式(13)の主問題の解法に比し、きわめてコンパクトな計算ですみ、以後の最適化計算では式(18)を用いた。

(5) 設計手順

以上の構造解析、感度解析および双対法による最適化に関するそれぞれの基本式を用いて最適弾塑性設計を行うには以下の手順による。

① まず逆設計変数の初期値 $X_i^0 (=1/A_i^0)$ ($i=1, 2, \dots, I$) を仮定する。

② この X_i^0 に対して以下の構造解析を行う。

a. 式(3)を用いて相補掃出し法によるホロノミック弾塑性解析を行う。

b. 式(5)を用いて LP による塑性解析を行う。

③ また、 X_i^0 を用いて次の感度解析を行う。

a. 式(10)を用いて弾塑性変位 u_j の感度係数を求める。

b. 式(12)を用いて崩壊荷重係数 α_m の感度係数を求める。

④ 式(18)を用いて双対法による最適設計を行い、 X_i を求める。

⑤ 新たに得られた X_i と前段階の X_i^0 を比較し、ほぼ等しい ($X_i \approx X_i^0$) ときは設計を終了する。もし等しくない場合は $X_i^0 = X_i$ とおいて②、③、④の段階を繰り返す。

以上の設計手順をフローチャートに示せば図-1のようになる。

3. 簡単な計算例による本法の妥当性と特性

まず本法の妥当性を検証するため、また本法の特質を具体的に把握するために、図-2に示す10部材トラスの最適弾塑性設計を行った。すなわち、本計算例については、すでに部材塑性率制約による最適弾塑性設計の結果³⁾が得られているので、これと変位制約下の本法による結果と比較し、本法の妥当性を検証した。本法においては許容変位を $u_a=1.33 \text{ cm}$ として最適弾塑性設計を行った。この値は文献3)で同様の例で解析を行った結果、節点1が最大水平変位として得られたので、これを用いたものである。まず、初期値の影響を調べるために、表-2に示すような3種類の初期値について検討を行った。Case Aの初期値を与えたときの解は表-1のa)欄に示すように得られ、これはd)欄の既往の解とほぼ一致しており、本法の妥当性が認められる。また、表-1のb), c)欄に示すように初期値による影響が多少みられるが、全般的に本法の妥当性を確認できた。

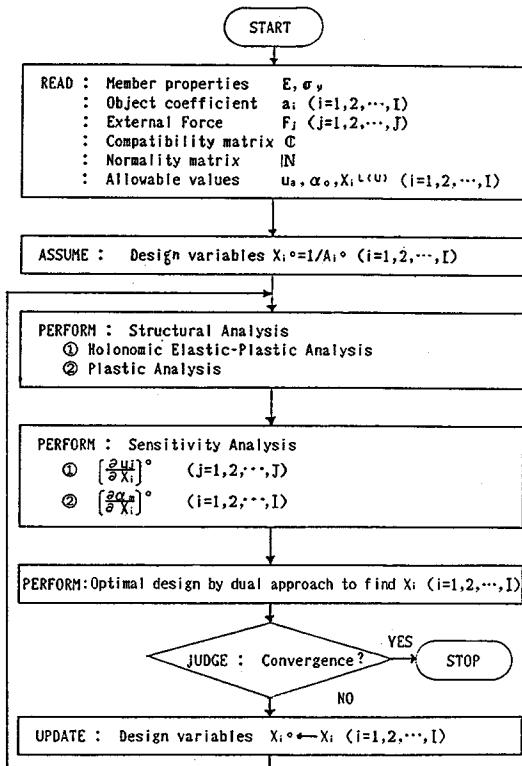


図-1 最適弾塑性設計の計算フローチャート

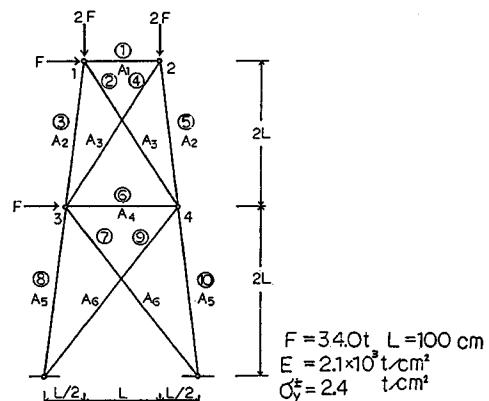


図-2 10部材トラス

表-1 10部材トラスの設計結果の比較

		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	V	u _{1b}	α	
a)	本法	Case A	20.0	29.9	21.5	30.0	49.5	30.0	0.646	1.33	1.01
b)	本法	Case B	20.0	28.0	23.7	30.0	49.5	30.0	0.648	1.32	1.01
c)	本法	Case C	20.0	30.8	20.2	30.0	48.2	36.5	0.673	1.32	1.01
d)	降伏部材選択方式	20.0	31.0	20.0	30.0	49.8	30.0	0.644	1.33	1.01	

設計条件: A_i ($i=1, 2, 3$) ≥ 20.0 , A_i ($i=4, 5, 6$) ≥ 30.0 , $u_1 \leq 1.33$, 単位: A_i (cm^2), u_1 (cm), V (m^2)

表-2 10部材トラスの初期値

	設計変数 A_i ($i=1, 2, \dots, I$)	双対変数 r_z ($z=1, 2, \dots, Z$)
Case A	45	10000
Case B	45	5000
Case C	50	10000

表-3 10部材トラスにおける効率性の検討

	最大マトリックス容量	計算時間
本法	3200 (6.5)	9.2 (36.8)
降伏部材選択方式	49152 (100)	250 (100)

容量(bite), 時間(sec)

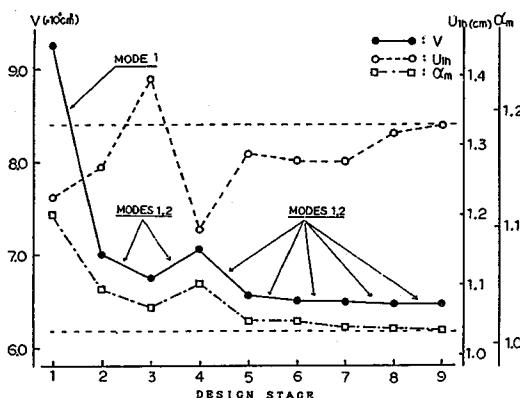


図-3 10部材トラスの収束状況 (Case A)

次に図-3には本法の収束性の検討を行うため、Case Aについて、横軸に設計段階の回数、縦軸に体積 $V (\times 10^4 \text{ cm}^3)$ 、最大節点変位 $u_{1h} (\text{cm})$ および崩壊荷重係数 α_m をとり、最適解を得るまでの収束状況を示した。この図より、設計の初期においては最大節点変位に大きな変動がみられるが、その後はなめらかに収束していることが認められる。ここに、“Mode1, 2”の数字は、図-4に示す崩壊モードの番号と対応しており、その番号の崩壊モードが崩壊荷重係数制約として考慮されたことを意味する。すなわち、第1設計段階においては初期設計値に対して Mode 1のみが崩壊荷重制約として考慮され、以後の設計段階においては解が収束するまで Mode 1 と Mode 2 がアクティブモードとして設計の対象に加えられたことを示している。

さらに、表-3は本法の効率性を検討するため、本法および降伏部材選択方式による設計法³⁾について、必要計算量の目安としての最大必要マトリックス容量と設計計算に要した計算時間を示した。本法は降伏部材選択方式に比し、必要計算容量で約1/15、計算時間で約1/3ですみ、非常に効率的であることが認められる。特に必

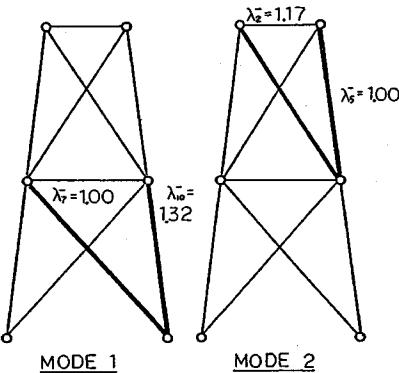


図-4 10部材トラスのアクティブな崩壊モード (Case A)

要計算容量が非常に小さくてすむことから、大規模構造物への適用も可能であることがわかる。

4. 鋼製砂防構造物への適用

ここでは、最適弾塑性設計法の実構造物への適用性を検討するため、鋼製枠組砂防構造物の最適設計を行う。

鋼製枠組砂防構造物は、各種の構造形式があるが、一般に枠組を重ね、その内部には中詰材として砂礫を充填する構造物であり、谷頭部における土石流防止や渓岸溪床の侵食防止および貯砂を目的として設置される。枠組と粒径の大きい中詰材で構成されるため、通常の流水は構造物を通過するが、集中豪雨などによる土石流に対しては障害の役割を果たすものである。また、土石流は発生確率が小さく作用外力が大きいので、現在、塑性設計や鋼材の弾塑性領域まで考慮した設計法の適用について検討されつつある²⁾。

(1) モデル化、設計条件および設計結果

図-5に一例として5層鋼製砂防構造物の側面からの模式図を示す。実構造物は、このような平面構造物を一定の枠間隔に従って設置するものであり、中詰材の重量により転倒やすべりに対して安定を保つ重力式構造物である。現在、鋼製砂防構造物の許容変位は、表-4のように堤体高さと人家に近いか否かの重要度に応じて規定されている。すなわち、この許容変位は主として中詰材の挙動を弾塑性体と仮定したときの限界状態によって設

表-4 設計条件と許容変位 Δ/h

設 計 条 件		Δ/h (%)
A	堤体高さ10m以上かつ重要度が高い場合	0.1 ~ 0.5
B	堤体高さ10m未満あるいは一般の重要度の場合	1.0 ~ 2.0

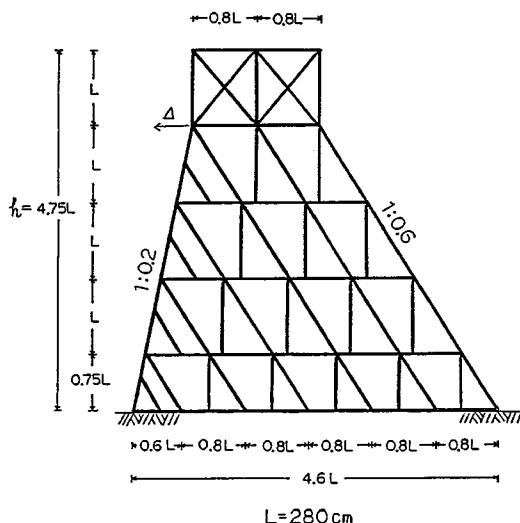


図-5 鋼製砂防構造物の一例

定されている。設計条件Aでは「中詰が擬降伏しない」限界を設定し、設計条件Bでは「中詰が塑性状態になることは許すが、せん断破壊はしない」限界から許容変位を定めている。

本研究では、現行の設計法に従い、図-5に示す平面構造物を設計対象とし、さらに以下の仮定を用いてモデル化する。

① 図-5に示した鋼製砂防構造物は力学的に軸力が卓越する形状であることから、図-6に示すような59部材からなる鋼製砂防トラス構造物として取り扱う。なお、地盤と構造物の接触面は、本来半固定と考えるべきであるが、ここではヒンジでモデル化できるものとした。また転倒やすべりに対する安定性は中詰材によって満足されるものとした。

② 土石流による作用外力として大同の予測式¹²⁾から得られる最大外力を採用する。その予測式は土石流を一次元弾性体として取り扱い、土石流の衝突速度、密度および圧縮伝播速度の関数として表-5のように最大外力を推定したものである。ただし、堤体の高さ方向についての外力分布については示されていないので、ここでは土石流による外力を静的荷重とみなしたうえで、等分布荷重として取り扱うこととした。

③ 作用外力として、仮定②に示した土石流による外力のほか中詰材圧が作用するものとする。ここに、中詰材圧は中詰材の単位体積重量 γ ならびに静止土圧係数 K_0 を用いて、堤体の高さ方向について分布荷重として作用するものとする。

④ 仮定②、③で算定された分布荷重は、等価な節点荷重に置換できるものとする。

表-5 土石流速度 V と最大衝撃力 F_{max}

V (m/sec)	4.0	5.0	7.0
F_{max} (t/m ²)	13.5~14.9	16.9~18.6	23.6~26.0

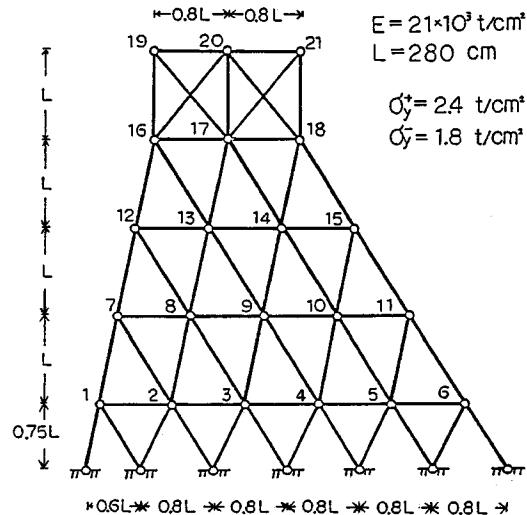


図-6 鋼製砂防トラス構造物のモデル

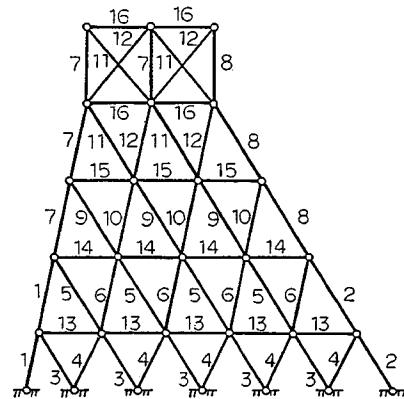


図-7 鋼製砂防トラスの構造部材のリンク

⑤ 鋼製砂防トラス構造物の抵抗力については、中詰材の力と変形の関係がいまだ不明確であるのでトラス構造物のみが作用外力に抵抗するものとする。

⑥ 実際の鋼製砂防構造物では $125 \times 125 \times 6$ 程度の箱形断面部材を最小断面部材として用いている。腐食を考慮して¹³⁾さびしろを片面 1.5 mm 取ることにより有効断面積は約 10 cm^2 となることから、最小断面制約として $A_t \geq 10\text{ cm}^2$ を採用した。

⑦ 設計変数のリンクについて実構造物の設計を参考に図-7のように定めた。

仮定①によるモデル化を行ったうえで、枠間隔 $b = 2.0 \text{ m}$ 、土石流速度 $V = 4.0 \text{ m/s}$ を用いれば最大外力は $F_{\max} = 14.2 \text{ t/m}^2$ となり、また中詰材の単位体積重量 $\gamma = 1.8 \text{ t/m}^3$ 、静止土圧係数 $K_n = 0.4$ とすれば、図-8(a) のような作用荷重分布が得られるので、仮定④から本設計法における作用荷重を図-8(b) のように仮定した。

設計条件としては堤体高さが 10 m 以上かつ重要度の高い場合（設計条件 A）を考える。このとき、現行の設計法における許容変位の値は中詰材の弾塑性挙動に基づく限界状態を基準として設定されているので、枠組材に弾塑性状態を許す本設計法においてもそのまま準用できるものとした。よって、堤体のせん断変形をコントロールするための許容変位 u_a として次のような値を用いた。

Case A : $u_a = 1.0 \text{ cm}$ 堤体高さの約 0.1 %

Case B : $u_a = 2.0 \text{ cm}$ 堤体高さの約 0.2 %

Case C : $u_a = 3.0 \text{ cm}$ 堤体高さの約 0.3 %

Case D : $u_a = 4.0 \text{ cm}$ 堤体高さの約 0.4 %

Case E : $u_a = 5.0 \text{ cm}$ 堤体高さの約 0.5 %

以上の設計条件を用いて最適弾塑性設計を行うと、表-6 に示すような設計結果が得られる。表-6 には、さらに Case F として現行の設計法（静水圧に対する許容

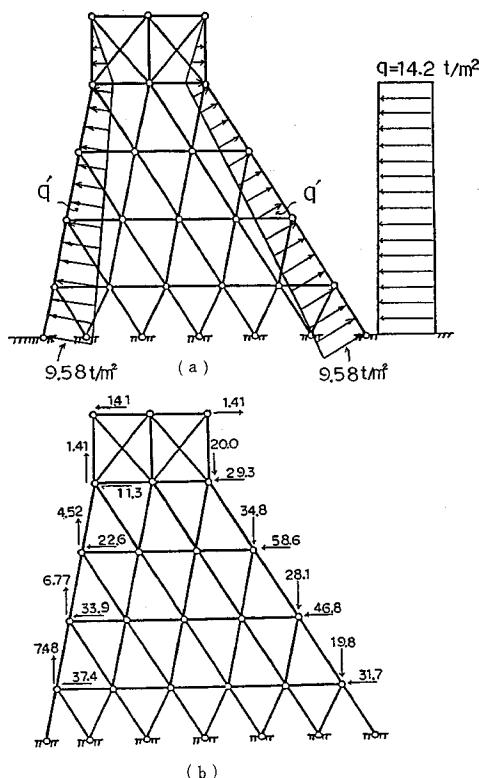


図-8 鋼製砂防トラスの作用荷重

応力度設計）による設計値の一例を示す。また、図-9 に Case B の場合について、横軸に設計の繰返し回数、縦軸に構造体積 ($\times 10^4 \text{ cm}^3$)、第 18 節点の水平変位（最大変位） u_{18h} (cm) および崩壊荷重係数 α_m をとり、最適解を得るまでの収束状況を示す。図-10 には同じく Case B の設計過程で考慮された崩壊モードを示す。さらに、図-11 には許容変位 u_a と本法により得られた構造体積 V との関係を示す。

(2) 設計結果の考察

まず図-9 の収束状況から、設計の初期段階においては変動がみられるが、その後はなめらかに収束していることがわかる。その際、崩壊荷重制約として考慮される崩壊モードの数はわずか 6 つ（図-10）である。これらより、本法は多くの構造部材からなる砂防トラス構造物の最適弾塑性設計に対し、収束性および計算効率性から、比較的容易に適用可能な設計法であることが認められる。

表-6 鋼製砂防トラス構造物の設計結果

Case	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	V	α
	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}	A_{13}	A_{14}	A_{15}	A_{16}		
A	47.6	39.6	10.0	54.0	26.7	69.9	11.1	16.9	70.1	1.01
	31.1	77.0	20.0	53.8	10.0	10.0	10.0	10.0		1.00
B	53.1	90.8	13.4	31.9	16.3	62.8	10.0	43.8	41.9	1.01
	18.2	40.5	15.6	23.3	10.0	10.0	14.3	10.0		1.99
C	41.8	65.4	13.5	32.6	17.8	50.1	10.0	33.4	37.9	1.01
	20.1	60.3	11.4	15.6	10.0	10.0	10.0	11.0		3.00
D	35.5	52.7	13.9	32.8	21.4	37.3	10.8	22.1	33.2	1.01
	21.4	35.1	10.1	15.6	10.0	10.0	16.6	10.0		4.00
E	34.9	50.2	13.8	32.0	19.4	35.8	13.6	20.5	32.4	1.01
	19.6	33.7	10.0	15.6	10.0	10.0	18.0	10.0		4.52
F	35.9	49.4	13.1	34.8	27.9	20.7	20.7	68.7	43.9	0.66
	10.0	20.7	10.0	20.7	36.3	36.3	30.3	30.3		3.26

A_i : (cm^2) , V : $(\times 10^4 \text{ cm}^3)$, u_{\max} : (cm)

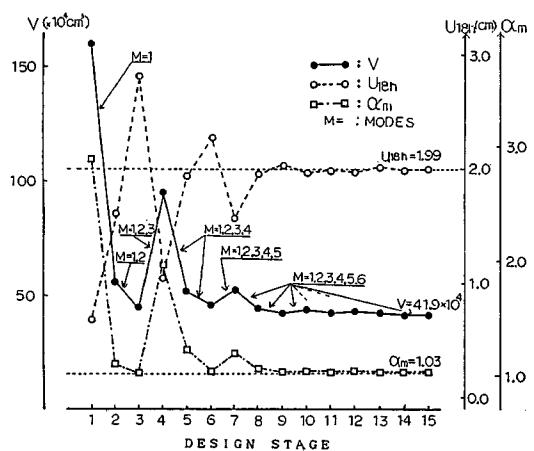


図-9 鋼製砂防トラスの設計収束状況 (Case B)

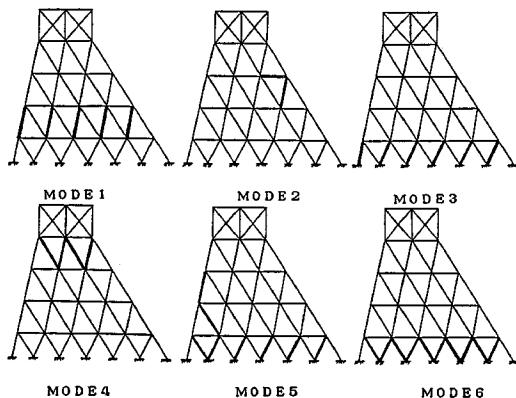
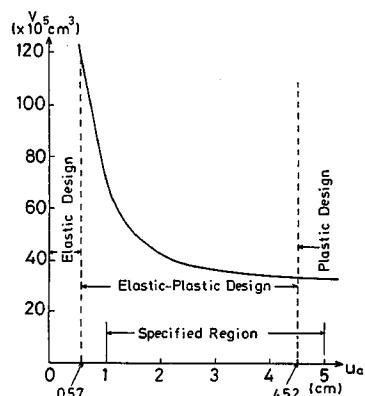


図-10 鋼製砂防ト拉斯のアクティブな崩壊モード (Case B)

図-11 許容変位 u_a と構造体積の関係

次に、設計結果をまとめた表-6 および図-11 から以下のことがわかる。

① 許容変位を大きくすることにより構造体積の減少がみられ、許容変位 u_a を 4.0 cm として与えた場合 (Case D) の構造体積は、許容応力度設計 (Case F) の約 80 % である。また、図-11 より弾塑性設計の適用範囲 ($0.57 \text{ cm} \leq u_a \leq 4.52 \text{ cm}$) が現行の設計法で指定した許容変位の範囲 ($1 \text{ cm} \leq u_a \leq 5 \text{ cm}$) にはほぼ一致しており、本法が上記の設計条件の場合に有効であること認められる。

② Case B と Case F を比較すると、構造体積 V は、ほぼ同程度 (厳密には Case B は Case F の約 95 %) でありながら、設計値に対する崩壊荷重係数 α および最大終局変形 u には大きな差が生じている。すなわち、Case B の場合は $\alpha=1.01$, $u=2.0 \text{ cm}$ で崩壊荷重制約と変位制約を満足しているのに対し、Case F では $\alpha=0.66$ (設定した土石流による外力に対し約 66 % の抵抗力で塑性崩壊することを意味する) で、崩壊荷重制約を満足していないことが認められる。これより、本設計法

が所望の構造全体の耐力と変位を設計基準として与えることができ、しかも、適切な断面配分を行うことができる設計であることを確認した。

③ Case A~D の設計結果はいずれも許容変位を満足しており、本法による弾塑性変位コントロール手法の適用性が認められる。

以上のことから、本設計法は許容変位によって構造物のダクティリティーを制御することができるので、構造物のねばりに期待して鋼材の弾塑性領域まで考慮した鋼製砂防構造物の設計法に対し有効と思われる。ただし、中詰材の限界状態に対応して規定されている許容変位幅 ($\Delta/h = 0.1 \sim 0.5\%$) があるため、許容変位のとり方によって、得られる設計が異なる場合が生じるが、今後中詰材に用いる砂礫の種類・粒度分布などを考慮して許容変位の値を決定する必要がある。

5. 結 言

本研究では、感度解析を用いた最適弾塑性設計法を開発し、実用的な構造物の1つとして鋼製砂防構造物を選び、本設計法の適用性を検討した。本研究で得られた成果を列挙すれば以下のようなになる。

(1) 相補掃出し法によるホロノミック弾塑性解析、弾塑性変位および塑性崩壊荷重係数に関する解析的な感度解析、双対法による最適化を用いて、一連の最適設計の過程を明確に区分することにより、非常にコンパクトな計算で最適弾塑性設計法を可能にした。

(2) 本法による解は、従来の解法による解とほぼ一致し、本法の妥当性を確認した。

(3) 本法は、多くの構造部材からなる比較的大規模な構造物の最適弾塑性設計において、収束性および計算上の効率性を発揮することが認められた。

(4) 本法は、崩壊荷重制約と許容変位による構造物のダクティリティー制御が可能なので、鋼材の弾塑性領域まで考慮した鋼製砂防構造物の設計に有効な設計法と思われる。

(5) しかし、本法では砂防構造物の枠組だけが作用外力に抵抗していると考えたが、中詰材の抵抗力も当然考慮すべきであり、今後は枠組と中詰材との相互作用の関係を把握し、さらに合理的な設計を目指す必要がある。

参 考 文 献

- 日本建築学会：建築耐震設計における保有耐力と变形性能、昭和56年6月。
- 砂防・地すべり技術センター鋼製砂防構造物研究会：鋼製砂防構造物に関する研究、pp.3~23、昭和58年12月。
- 石川信隆・香月智・三原徹治・古川浩平：降伏部材選択方式によるト拉斯構造の最適弾塑性設計法に関する考察、土木学会論文集、第350号、pp.321~329、

1984.10.

- 4) 三原徹治・石川信隆・古川浩平・太田俊昭：メカニズム生起規準に基づく最適弾塑性設計法，構造工学論文集，Vol. 33 A, pp. 715～723, 1987.3.
- 5) Chiu, T.C.W. and Grierson, D.E. : STRUSY : Structural Synthesis of Planar Frameworks-Computer Program User Manual, SM Report Series, Solid Mechanics Division, Univ. of Waterloo, 1982.
- 6) Fleury, C. and Sander, G. : Structural Optimization by Finite Elements, LTAS REP. SA-58, Univ. of Liege, Belgium, 1978.
- 7) Grierson, D.E. and Schmit, L.A. : Synthesis under Service and Ultimate Performance Constraints, Computers and Structures, Vol. 15, No. 14, pp. 405～417, 1982.
- 8) 大久保禎二・谷脇一弘：双対理論による構造最適化に関する研究，愛媛大学工学部紀要，第10巻，第2号，pp. 135～150, 1983.2.
- 9) Ishikawa, N. : Iterative Optimal Plastic Design of Steel Frames, Proc. of JSCE, No. 237, pp. 109～119, 1975.5.
- 10) Grierson, D. E. : Computer Automated Design of Structures, Lecture Notes in National Defense Academy, Part B, Chapter 2, pp. 15～18, 1986.
- 11) 今野 浩・山下 浩：非線形計画法，pp. 85～101, 日科技連, 1978.3.
- 12) 大同淳之：土石流が構造物に作用する衝撃力，第2回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集, pp. 71～76, 1986.

(1987.4.22・受付)