

---

**投 稿 論 文**  
**Paper**  
**(In Japanese)**

# 差分伝達マトリックス法による長方形板の曲げ振動解析\*

ANALYSIS OF FREE FLEXURAL VIBRATION OF RECTANGULAR PLATES  
BY THE FINITE DIFFERENCE TRANSFER MATRIX METHOD

右田 泰弘\*\*・遠田 良喜\*\*\*  
By Yasuhiro MIGITA and Yoshihiro ENDA

This paper is concerned with the analysis of free flexural vibration of rectangular plates by the finite difference transfer matrix method.

In this method, the algebraic computations are conducted by the transfer matrices which are formulated with the use of the ordinary finite difference equations for the differential equation of plate vibration.

The proposed method is efficient to reduce the size of the coefficient matrix of simultaneous equation in the ordinary finite difference method and finite element method. Some numerical results are also presented to prove that the proposed method has the wide applicability and possibility of future development of structural analysis.

**Keywords:** rectangular plates, free flexural vibration, finite difference method, transfer matrix method

## 1. まえがき

コンピュータによる構造解析法の定式化においては、理論構成がわかりやすいこと、マトリックスによる計算が複雑にならないこと、実用的な計算精度を確保すること、応用性が限られないことなど、いくつかの基本的な要素が要求される。有限要素法(FEM)は、このような要求を満たした方法としてあらゆる構造工学の分野で応用されるようになった。

一方、古くは振動解析に端を発し、その後多くの研究者によって静的解析、座屈解析にも応用されてきた伝達マトリックス法もコンピュータに適した解析法といえる。伝達マトリックス法は、構造要素を支配する微分方程式の一般解をマトリックス表示して、系全体の構造解析に持ち込む方法であり、理論的にわかりやすい仕組になっている。このことに着目して、著者らは長方形板(以下略して板とかく)の曲げの解析に伝達マトリックス法を応用し、これと有限要素法とを組み合わせることに

よって両者の特徴を生かして解析できることを見出した<sup>37)</sup>。

その後、板の曲げ振動の解析を試み、微分方程式の近似解を与える差分方程式によって伝達方程式を組み立てこれによって解析することが実用的にも有効であることを確かめた。

本論文は、この差分方程式を用いた伝達マトリックス法(これを、差分伝達マトリックス法(finite difference transfer matrix method, FDTM法)とよぶことにする)によって板の曲げ振動解析を行い、その有効性について述べたものである。

板の曲げおよび曲げ振動の解析法には、級数解<sup>1)~4)</sup>、差分法(FDM)<sup>4)~6)</sup>、有限要素法<sup>7)</sup>、境界要素法(BEM)<sup>8)</sup>や有限帶板法(FSM)<sup>9)~12)</sup>などがある。このうち、FEMが最も広範囲に用いられているが、要素の細分割に伴い未知数が急激に増加するという欠点がある。これに対して、BEM、FSMは未知数がFEMより少なくてすむが、解析式の組み立てがやや煩雑である。

FDMも要素の細分割に伴って、未知数が大幅に増加する。また、高精度差分法<sup>13)~18)</sup>の場合には、境界部分の取扱いがやや面倒になる。

未知数の増加を最小限に抑えるという面からは、小さなマトリックスの連続した掛算で計算を進める伝達マト

\* 昭和60、61年度土木学会西部支部研究発表会にて概要発表済み<sup>41), 42)</sup>

\*\* 正会員 工修 東海大学助教授 工学部福岡教養部土木工学科(〒811-41 宗像市田久1148)

\*\*\* 正会員 工博 東海大学教授 工学部土木工学科(〒259-12 平塚市北金目1117)

リックス法<sup>19)～21)</sup>が有利である。

伝達マトリックス法の特徴を生かし, FEM あるいは他の解析法と組み合わせた解析法が開発されている。Trochalakis<sup>22)</sup>は, 板を長手方向に帯板状に要素分割する line solution に伝達マトリックス法を併用し, 床版の静的解析を行っている。Dakainish<sup>23)</sup>は, FEM を用いる場合に欠点となっている要素の細分割に伴う未知数の急激な増加を抑える目的で, FEM と伝達マトリックス法を組み合わせた有限要素伝達マトリックス法(finite element transfer matrix method, FETM 法)を提唱し, 板の振動解析を行った。中沢<sup>24)</sup>も類似の方法で板の振動解析を行っている。その他にも FETM 法を用いた板の振動解析例<sup>25), 26)</sup>がある。大賀ら<sup>27)-30)</sup>は, FETM 法を用い板の曲げ, 座屈, 薄肉構造部材の解析を行い, また, 境界要素-伝達マトリックス法も提唱している。

本論文は、FETM 法よりさらに未知数の数が少なくしたがって、コンピュータの記憶容量が小さくてすみ、解析式の組み立てや計算過程がわかりやすく、かつ、プログラミングに高度な技術を必要としないことなどから普通精度差分法から求められる伝達マトリックスを用いた差分伝達マトリックス法を提倡し、板の曲げおよび曲げ振動解析を行い、その有効性を示したものである。また、差分伝達マトリックス法を用いる場合も、伝達マトリックス法を用いる場合と同様に、マトリックスの掛算が多くなると計算誤差が生じ<sup>31), 33)</sup>、正解が求められないことがある。この計算誤差の防止法としては、すでにいくつかの解析例<sup>31), 33), 37)</sup>でその有効性を確認しているように、伝達計算の途中で未知ベクトルを変換するという方法をとっている。

本論文では、長方形板について数値計算を行っているが、斜板、扇形板に対する差分方程式<sup>34), 35)</sup>を用いて、FDTM 法を応用することが可能である。また、任意境界形状を有する板を解析するには、たとえば藤野<sup>36)</sup>が提唱している任意節点配置差分法による取扱いが必要となる。

## 2. 基礎微分方程式の差分表示

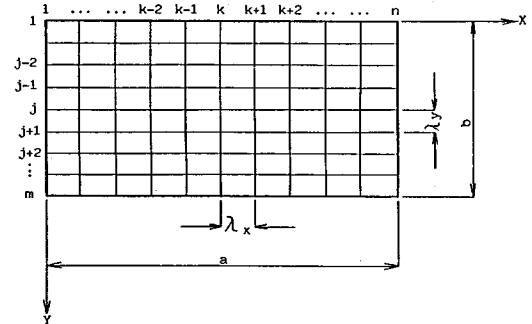
### (1) 板の曲げの解析

板の曲げの解析に関する基礎微分方程式<sup>1)</sup>は

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{D} \quad \dots \dots \dots (1)$$

である。ここに、 $w$ はたわみ、 $p$ は荷重強度、 $D$ は板の曲げ剛性である。式(1)を差分表示するために  $a \times b$  の長方形板を Fig. 1 に示すように、 $(m-1) \times (n-1)$  の長方形要素に分割する。

中心差分を用い、式(1)を  $k$  列目の各節点について差分表示し、まとめてマトリックス表示すると



**Fig. 1** Finite difference meshes.

$$G_1 w_{k-2} + G_2 w_{k-1} + G_3 w_k + G_2 w_{k+1} + G_1 w_{k+2} = P_k$$

.....(2)

となる。ここで、 $w_{k-2}, \dots, w_{k+2}$  は、たわみの列ベクトルを表わすものとして

$$w_i = \{w_{i,1} \dots w_{i,m}\}$$

と定義する。係数マトリックス  $G_1, G_2, G_3$  は式 (4), (5), (6) であり、その要素  $d_1, \dots, f_7$  は周辺の条件により、Table 1~3 となる。また、 $P_k$  は荷重項であり、式 (7) で表わされる。

$$G_1 = \begin{bmatrix} d_1 & & & \\ & d_2 & & \\ & & d_2 & \\ & & & d_1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$G_2 = \left[ \begin{array}{ccc} e_1 & e_2 & \\ e_3 & e_4 & e_5 \\ & e_5 & e_4 & e_5 \\ & & e_5 & e_4 & e_5 \\ & & & e_5 & e_4 & e_3 \\ & & & e_5 & e_4 & \\ & & & & e_2 & e_1 \end{array} \right] \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_4 & f_5 & f_7 \\ f_7 & f_6 & f_5 & f_6 & f_7 \\ & f_7 & f_6 & f_5 & f_6 & f_7 \\ & f_7 & f_6 & f_5 & f_4 \\ & f_7 & f_6 & f_5 & f_4 \\ & f_7 & f_6 & f_5 & f_4 \end{bmatrix} \dots \dots \dots \quad (6)$$

次に、 $w'_k$ ,  $w''_k$ ,  $w'''_k$  を  $k$  列目の各節点のたわみの  $x$  に関する 1, 2, 3 階の微分係数より成るベクトルとすると

$$-G_5 w_{k-1} + G_6 w_k + \lambda_x^2 G_5 w_k'' - G_5 w_{k+1} = 0 \dots \dots \dots (9)$$







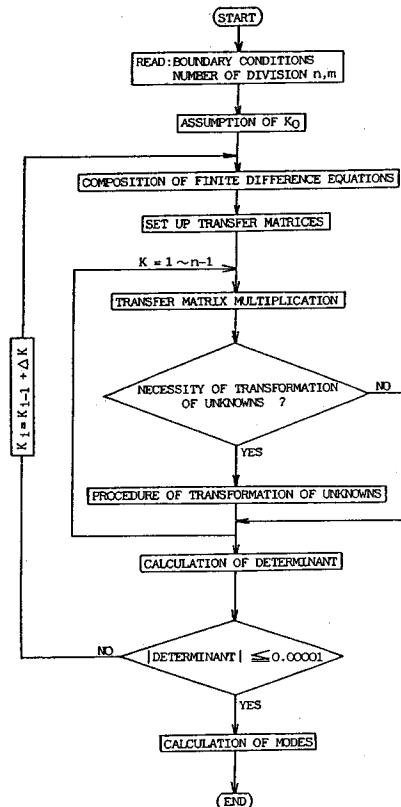


Fig. 2 Flow chart for numerical calculation of free flexural vibration of plates.

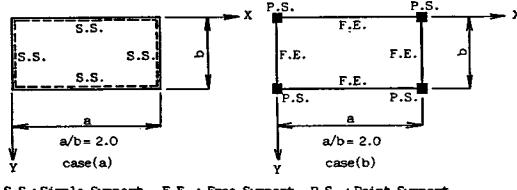
(1.0) とし、式(51)より伝達計算を行えば、振動モードを求めることができる。この手順をフローチャートで示すと Fig. 2 である。

なお、数値計算の際には、マトリックスの掛算が多くなることによる計算誤差を防止するため、初期ベクトルを変位ベクトルに置き換え、さらにその変位ベクトルを他の変位ベクトルに置き換えている。この手続きについては、文献33), 37) に詳述しているので参照されたい。

## 5. 数値計算と考察

本論文で提唱しているFDTM法の計算精度確認のため Fig. 3 に示すような case (a)：周辺単純支持板、case (b)：全周自由、4点支持板（いずれも、 $a/b=2.0$ ）に等分布荷重  $p$  が満載された場合の曲げと 1~4 次の円振動数および振動モードを求め、既往の結果と比較した。

曲げの解析については、対称性を考慮し、1/4断面について数値計算を行い、中央点 ( $x=a/2, y=b/2$ ) の  $w, M_x$  を既往の結果<sup>1), 5), 39)</sup> と比較し、Table 7, 8 に示している。また、case (a) の中央点の  $M_y$  を既往の結果<sup>1)</sup>



S.S. : Simple Support, F.E. : Free Support, P.S. : Point Support

Fig. 3 Models of numerical examples.

Table 7 Numerical results.

( $w, M_x$ , case (a),  $\nu=0.3$ )

Type of mesh	$x = a / 2, y = b / 2$			
	$w$	$e_w$	$M_x$	$e_{M_x}$
$4 \times 2$	0.6461	2.05	0.01162	0.35
$6 \times 3$	0.6390	0.95	0.01160	0.17
$8 \times 4$	0.6364	0.47	0.01159	0.09
$10 \times 5$	0.6352	0.32	0.01159	0.09
$11, 5$ sol.	$w, s$ — 0.6330		$M_x, s$ — 0.01158	
Multi.	$p\pi^4/D \times 10^{-3}$		$p\pi^2$	

$$e(\%) = \left| \frac{( ) - ( ), s}{( ), s} \right| \times 100$$

The errors  $e_w, e_{M_x}$  etc. are calculated by the same equation in the other tables.

Table 8 Numerical results.

( $w, M_x$ , case (b),  $\nu=1/6$ )

Type of mesh	$x = a / 2, y = b / 2$			
	$w$	$e_w$	$M_x$	$e_{M_x}$
$4 \times 2$	0.01421	1.50	0.12174	0.28
$6 \times 3$	0.01414	1.00	0.12195	0.45
$8 \times 4$	0.01411	0.79	0.12202	0.51
$10 \times 5$	0.01410	0.71	0.12209	0.56
$5, 39$ sol.	$w, s$ — 0.0140		$M_x, s$ — 0.1214	
Multi.	$p\pi^4/D$		$p\pi^2$	

と比較する<sup>38)</sup>と、その差は 2.36 % ( $4 \times 2$  分割) ~ 0.39 % ( $10 \times 5$  分割) であり、計算精度は十分であろう。

曲げ振動解析についての数値計算結果は、Table 9, 10 であり、それに対応する振動モードは Fig. 4 である。数値計算結果は、既往の結果<sup>2), 5), 39), 40)</sup>とよい近似を示している。case (b) については、既往の結果の小さい方の値 (series solution) に近い値である。

Table 9 中の  $m, n$  はモード数であるが、Fig. 4 case (a) のモードはこれと一致しており、また、case (b) についても既往の結果<sup>40)</sup>と一致している。Fig. 4 には、Reed<sup>40)</sup>が行った case (b) についての実験結果と比較

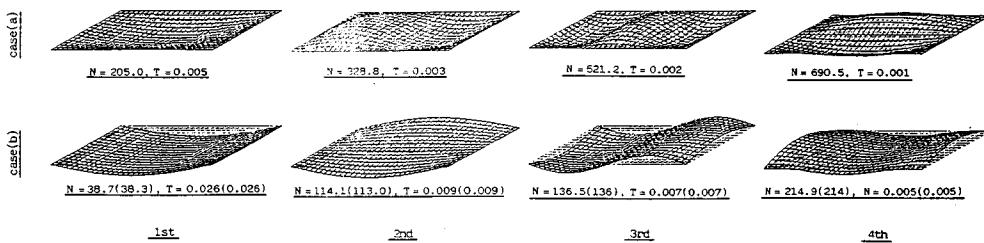
**Table 9 Numerical results.**  
(natural frequencies, case (a),  $\nu=0.3$ )

Type of mesh	1st. $n=n=1$		2nd. $n=2, n=1$		3rd. $n=3, n=1$		4th. $n=1, n=2$	
	$\bar{\omega}_1$	$\epsilon_1$	$\bar{\omega}_2$	$\epsilon_2$	$\bar{\omega}_3$	$\epsilon_3$	$\bar{\omega}_4$	$\epsilon_4$
8 × 4	47.23	4.30	74.98	5.04	116.65	9.09	137.74	17.90
12 × 6	48.40	1.93	77.17	2.27	122.94	4.19	153.81	8.33
16 × 8	48.81	1.09	77.94	1.29	125.26	2.38	159.80	4.76
20 × 10	49.00	0.71	78.31	0.82	126.35	1.80	162.64	3.06
24 × 12	49.11	0.49	78.51	0.57	126.94	1.97	164.19	2.14
28 × 14	49.17	0.36	78.63	0.42	127.30	0.79	165.14	1.57
32 × 16	49.21	0.28	78.70	0.33	127.53	0.61	165.76	1.20
sol.	$\bar{\omega}_{1,s}$ = 49.35		$\bar{\omega}_{2,s}$ = 78.96		$\bar{\omega}_{3,s}$ = 128.31		$\bar{\omega}_{4,s}$ = 167.78	

**Table 10 Numerical results.**  
(natural frequencies, case (b),  $\nu=0.3$ )

Type of mesh	1st.		2nd.		3rd.		4th.	
	$\bar{\omega}_1$	$\epsilon_1$	$\bar{\omega}_2$	$\epsilon_2$	$\bar{\omega}_3$	$\epsilon_3$	$\bar{\omega}_4$	$\epsilon_4$
8 × 4	9.19	1.08	25.87	5.93	31.95	2.68	47.59	8.48
12 × 6	9.24	0.54	26.74	2.76	32.45	1.19	49.93	3.98
16 × 8	9.27	0.22	27.06	1.60	32.61	0.67	50.77	2.37
20 × 10	9.27	0.22	27.21	1.05	32.69	0.42	51.16	1.62
24 × 12	9.28	0.11	27.34	0.73	32.73	0.30	51.38	1.19
28 × 14	9.28	0.11	27.35	0.55	32.76	0.21	51.51	0.94
32 × 16	9.28	0.11	27.38	0.44	32.77	0.18	51.68	0.76
39, 40 sol.	$\bar{\omega}_{1,s}$ = 9.29	*1	$\bar{\omega}_{2,s}$ = 27.50	*1	$\bar{\omega}_{3,s}$ = 32.83	*1	$\bar{\omega}_{4,s}$ = 52.0	
		*2		*2		*2		
		9.46		29.56		34.70		56.20
		*3				*3		*3
		9.19		27.13		32.65		51.37

\*1 : Series solution      \*2 : Ritz method      \*3 : Experiment  
The values of \*1 are used to calculate  $\bar{\omega}_1$



N : Natural frequency (Hz), T : Natural period, ( ) : Experiment<sup>40)</sup>

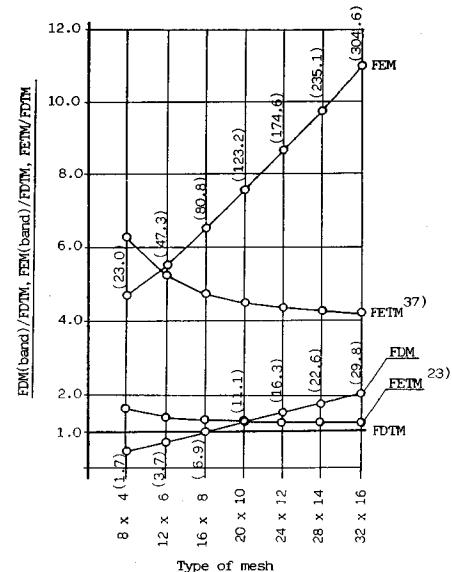
<sup>40)</sup> Data of experiment? 2024 alminum, 25.4 × 50.8 × 0.44 cm (10 × 20 × 0.173 inch)

**Fig. 4 The mode shapes of free flexural vibration of plates.**

するため、実験に用いられた 2024 alminum, 25.4 × 50.8 × 0.44 cm (10 × 20 × 0.173 inch) の板についての振動数、振動周期を示しているが FDTM 法で求めた値は、実験値<sup>40)</sup>にもよい近似を示している。また、2 辺自由、2 辺単純支持の板についても数値計算を行った<sup>42)</sup>が、既往の結果<sup>39)</sup>との最終的な差は 1 次で 0.1 %、2 次で 0.7 %、3 次で 0.6 %、4 次で 0.8 % であり、モードも既往の結果<sup>39)</sup>と一致した。

これらのこととは、FDTM 法が正しい解析法であることを示すものである。

伝達マトリックス法を用いる場合、伝達回数が多くなると正解が得られないことがあるが、本計算例では、分割数が 16 × 8 (伝達回数が 15 回) 以上については単なる伝達マトリックス法の解析手順のみでは正確が得られなかったので、16 × 8 では 8 で、20 × 10 では 10 で、24 × 12 では 8、16 で、28 × 14 では 7, 14, 21 で、32 × 16 では 8, 16, 24 で未知ベクトルの変換を行って Table 9, 10、および Fig. 4 を得た。



( ) : in the ordinary FDM or FEM  
**Fig. 5 Comparison of the size of the coefficient matrix.**

伝達回数が何回以上で未知ベクトルの変換が必要かは、伝達マトリックスの性質にもよるもので、一概にはいえないが、この手法が有効であることはすでにいくつかの解析例<sup>31), 33), 37)</sup>で示している。

ここで、全周単純支持板 (case (a)) について、解析式の組み立て過程も含めて、FDM, FEM (FDM は普通精度、FEM は四辺形要素とした場合)、FETM 法で必要な最大の係数マトリックスの大きさを FDTM 法と比較すると、Fig. 5 である。FDM, FEM については、バンドマトリックスとした場合であり、通常の FDM, FEM の場合については ( ) 内の値で示している。Fig. 5 から、分割数を多くすると、係数マトリックスの大きさは FDTM 法が最も小さくてよい。

## 6. むすび

差分法は、FEM、あるいは FSM における変位関数の仮定や、エネルギー原理による解析式の組み立て過程を経ることなく、容易に近似方程式を求めることができ、微分方程式の近似解法としては、最も有効なもののが 1 つである。

一方、伝達マトリックス法は、小さなマトリックスの連続した掛算が主体となり、コンピュータの記憶容量を大幅に縮小できる。

本論文で提唱している FDTM 法は、この両者の長所を組み合わせたものであり、小容量のミニコンピュータやパーソナルコンピュータを用いて構造解析を行う場合非常に有効である。

また、差分法の構造解析への応用性の広いことはいうまでもないが、FDTM 法はこれをコンピュータ解析に適した形にしたものともいえる。

著者らは、FDTM 法の板の座屈解析への応用も試みており、これについては別途報告する予定である。

なお、本論文の数値計算には、拡張 RAM (768 KB) を有するパーソナルコンピュータ (FM 11 BS) を用いたので付記する。

## 参考文献

- 1) Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S. : Theory of Plates and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill, 1959.
- 2) Timoshenko, S. (渡辺茂訳) : 工業振動学, 東京図書, 1979.
- 3) 妹澤克惟 : 振動学, 復刻版, 現代工学社, 1980.
- 4) 成岡昌夫, ほか 3 名 : 構造力学, 第Ⅲ巻, 板の力学, 丸善, 1974.
- 5) Szilard, R. : Theory and Analysis of Plates, Classical and Numerical Method, Prentice-Hall, Inc., 1974.
- 6) 成岡昌夫 : 講座, 構造力学 (IV), 階差法とその構造力学への応用, 土木学会誌 43-7, pp. 39~48, 1958 年 7 月.
- 7) 鶴津久一郎, ほか 4 名共編 : 有限要素法ハンドブック, I 基礎編 (1982), II 応用編 (1983), 培風館.
- 8) 田中正隆 : 連載講座, 連続体力学への境界要素法の応用 (11), (12), (14)~(17), 機械の研究, Vol. 34, No. 11, No. 12 (1982), Vol. 35, No. 2~No. 5 (1983).
- 9) Cheung, Y. K. : The finite strip method in the analysis of elastic plates with two opposite simply support ends, Proc. ICE, 40, pp. 1~7, 1968.
- 10) 吉田宏一郎 : 解説, 有限帯板法とその応用, その 1, その 2, 日本造船学会誌, 第 538 号, pp. 182~189, 第 539 号, pp. 235~243, 1974 年 4 月.
- 11) 中村秀治 : 断面変形を考慮した薄肉はりの振動解析, 土木学会論文報告集, 第 223 号, pp. 11~22, 1974 年 3 月.
- 12) 水上隆男・西岡 隆 : Legendre の多項式を用いた折板構造の一振動解析, 土木学会論文報告集, 第 277 号, pp. 1~14, 1978 年 9 月.
- 13) Zurmühl, R. : Behandlung der Plattenaufgabe nach dem verbesserten Differenzenverfahren, Z. Angew. Math. Mech., 37, pp. 1~6, 1957.
- 14) 成岡昌夫, ほか 4 名 : 三辺固定, 一辺自由な矩形板が等分布および等変分布荷重を受ける場合のタワミおよび曲げモーメントについて, 土木学会誌 44-7, pp. 73~80, 1959 年 7 月.
- 15) 岸野佑次・佐武正雄 : 差分による構造解析の高精度化について, 土木学会論文報告集, 第 117 号, pp. 63~70, 1970 年 5 月.
- 16) Chang, A. T. : An improved finite difference method for plate vibration, IJNME, Vol. 2, pp. 289~296, 1972.
- 17) Collatz, L. : The Numerical Treatment of Differential Equations, 3rd ed., Springer-Verlag, 1960.
- 18) 日高孝次 : 数値積分法, 下巻, 岩波書店, 1943.
- 19) R. ケルステン (伊藤 学訳) : 構造力学における還元法一遷移行列による方法一, 技報堂, 1968.
- 20) 成岡昌夫・遠田良喜 : 伝達マトリックス法, 培風館, 1971.
- 21) E. C. ベステル・F. A. レキー (加川幸雄訳) : マトリックス弾性力学, プレイン図書出版, 1978.
- 22) Trochalakis, T. M. : The analysis of bridge decks by the line solution matrix progression technique, Ph. D. Thesis, University of Southampton, 1968.
- 23) Dakainish, M. A. : A new approach for plate vibration : Combination of transfer matrix and finite-element technique, Trans. ASME, J. of Engineering for Industry, pp. 526~530, 1972.
- 24) 中沢 賢 : マトリックス法による板の曲げ振動の解析, 日本機械学会論文集 (第 1 部), 38巻, pp. 1285~1294, 1972.
- 25) Chiatti, G. and Sestieri, A. : Analysis of static and dynamic structural problems by a combined finite element-transfer matrix method, J. Sound Vib., Vol. 67, No. 1, pp. 35~42, 1979.
- 26) Sankar, S. and Hoa, S. V. : An extended transfer matrix-finite element method for free vibration of plates, J. Sound Vib., Vol. 70, No. 2, pp. 205~211, 1980.
- 27) 見澤繁光・大賀水田生, ほか 2 名 : FE-TM による板の座屈解析について, 愛媛大学工学部紀要, Vol. 10, No. 1, pp. 133~141, 1982 年 2 月.

- 28) 大賀水田生, ほか 2 名 : FE-TM による板の曲げ解析について, 愛媛大学工学部紀要, Vol. 10, No. 2, pp. 151~159, 1983 年 2 月.
- 29) Ohga, M. and Hara, T. : Analysis of thin-walled members by finite element-transfer matrix method, Proc. of JSCE, No. 368/I-5, pp. 95~102, 1986.
- 30) 大賀水田生, ほか 3 名 : 境界要素—伝達マトリックス法による構造解析について, 第 37 回土木学会中国四国支部研究発表会概要集, pp. 51~52, 1985 年 5 月.
- 31) 遠田良喜 : 遷移マトリックス法を応用した剛節合トラスの解析, 土木学会論文報告集, 第 181 号, pp. 15~26, 1970 年 9 月.
- 32) 中村秀治 : 数値誤差の改良を考慮した伝達マトリックス法の提案, 土木学会論文報告集, 第 289 号, pp. 43~53, 1979 年 9 月.
- 33) 遠田良喜・右田泰弘 : マトリックス混合法による長スパン連続格子桁の解析, 橋梁と基礎, Vol. 17, No. 5, pp. 33~38, 1983 年 5 月.
- 34) Chen, T. Y., et al. : Moments in simply supported skew I-beam bridges, University of Illinois Bulletin, No. 439, 1957.
- 35) Otsuka, H. : Finite difference analysis of circular ring sector plates supported by edge-beams, Proc. of JSCE, No. 220, pp. 107~115, Dec., 1973.
- 36) 藤野 勉 : 任意節点配置差分法による連続体解析, 日本ユニバックス技報, 第 4 号, pp. 69~83, Feb., 1983, その他同技報第 0, 5, 7, 8, 9 号における任意節点配置差分法に関する一連の研究.
- 37) 右田泰弘・遠田良喜 : 有限要素伝達マトリックス法による板の曲げの解析, 東海大学工学部紀要, Vol. 24, No. 2, pp. 83~92, 1984 年 3 月.
- 38) 右田泰弘・遠田良喜 : 差分伝達マトリックス法による板の曲げの解析, 東海大学工学部紀要, Vol. 25, No. 2, pp. 169~176, 1986 年 3 月.
- 39) 関谷 壮, ほか 2 名 : 平板構造強度設計便覧, 朝倉書店, 1982.
- 40) R. E. Reed, Jr. : Comparison of method in calculating frequencies of corner-supported rectangular plates, NASA TN D-3030, 1965.
- 41) 右田泰弘・遠田良喜 : 板の曲げの解析に対する差分伝達マトリックス法の提唱, 昭和 60 年度土木学会西部支部研究発表会概要集, pp. 16~17, 1986 年 3 月.
- 42) 右田泰弘・遠田良喜 : 板の曲げ振動解析に対する差分伝達マトリックス法の適用, 昭和 61 年度土木学会西部支部研究発表会概要集, pp. 68~69, 1987 年 3 月.

(1987. 3. 30・受付)