

道路橋の主桁の設計用曲げモーメントについて

正員 米 沢 博*

1. 緒 言

道路橋桁橋構造の主桁の設計計算に慣用されてきた計算法は、ハリの理論による計算法であり、かつその結果が許容応力を越えないように設計計算を行つている¹⁾。このような計算法は、非常に簡単ではあるが、ハリの理論をそのまま適用しているため、構造物の実情と非常にかけはなれた結果を与えることが多い。この点、道路橋の実情に即した、合理的な設計計算法の必要が痛感される次第である。

直交異方性板理論が、桁橋構造の実情に即した計算法として、すぐれた理論であることは、種々の実験的研究によつて、著者らによりすでに明らかにされている²⁾。

著者は、さきに、直交異方性板理論による計算結果にもとづいて、道路橋床板の設計用曲げモーメント公式を誘導した³⁾。ここでは、著者が直交異方性板理論によつて従来行つてきた研究結果に、さらに広範囲の計算を追加して、主桁並列形式桁橋、鉄筋コンクリートT桁橋、格子桁橋、PC桁橋、梯子形式桁橋などに対して、新示方書案(昭30)⁴⁾に規定された設計荷重、あるいは特殊な荷重が載つた場合の曲げモーメント公式の誘導を行うとともに、慣用計算法による計算結果との比較検討を行い、さらに斜桁橋の主桁の設計用曲げモーメントについて二、三の考察を試みたいと思う。

2. 主桁並列形式桁橋の主桁の設計用曲げモーメント

主桁を設計する場合の活荷重は、新示方書案の規定によると、 L 荷重として $P=5\text{t/m}$ の線荷重(以後 P 荷重と略称する)および $q=350\text{kg/m}^2$ の等分布荷重(以後 q 荷重と略称する)を規定している。

直交異方性板理論を適用する場合の通減率について、まず考えてみよう。新示方書案の通減率の公式は $\alpha=1-(w-5.5)/50$ (ただし、 $1\leq\alpha\leq 0.75$) である。ここで、 α は通減率、 w は載荷幅である。直交異方性板理論で計算

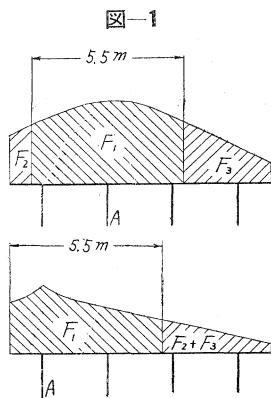


図-1

する場合、 w として橋梁の有効幅員をとり、この公式をそのまま使用してもよいであろうが、ここでは、新示方書案の解説に述べられている次のような通減法を採用して計算することにする。すなわち、図-1に示すように、主桁Aの曲げモーメントの影響線において、主桁Aを中心にして幅5.5mの部分の面積 F_1 はそのままとり、幅5.5m以外の部分の面積 F_2, F_3 はその1/2をとり、 $M_x=P\{F_1+(F_2+F_3)/2\}$ として計算することにする。

主桁並列形式の桁橋として、合成桁橋、非合成のプレートガーダー橋、鉄筋コンクリートT桁橋、梯子桁橋などがあげられる。いま、主桁並列形式の桁橋において、スパンを l 、有効幅員を $2b$ 、主桁の間隔を λ とし

$$l/2b=1, 2, 4, 6 \quad l=10\text{m}\sim 40\text{m}$$

$$\lambda=1.5\text{m}, 2\text{m}, 2.5\text{m}, 3\text{m} \quad D_x/D_y=64\sim 388$$

の間の種々な値に対して、 $H^2=D_x\cdot D_y$ 、 $\nu=0$ と仮定して計算する⁵⁾。主桁並列形式の桁橋として、特別な例外を除いては、著者の調べたところでは、大体ここにあげた範囲内の値を有すると考えてさしつかえないようである。

なお、ここでは四本および五本主桁の場合の縁桁および中央桁に対して計算する。主桁の設計荷重は全幅員に載荷する関係上、桁の位置が同一ならば、桁の数はほとんど影響しない。従つて、四本および五本桁の縁桁あるいは中央桁に関して誘導した結果は、二本桁や六本桁以上の場合に対しても、そのまま適用してさしつかえはないと考えられる。

以下 P 荷重と q 荷重とに区別して、設計用曲げモーメント公式を誘導する。

(1) P 荷重に対する設計用曲げモーメント

自重車荷重を、1mあたり5tの線荷重におきかえて、橋軸と直角方向に載荷するわけである。直交異方性板理論で計算する場合、このままでは計算に不便であるので、図-2に示すように、橋軸方向に $c/l=0.01$ なる分布を仮定して計算する。

* 山口大学助教授，工学部土木教室

図-2 P 荷重

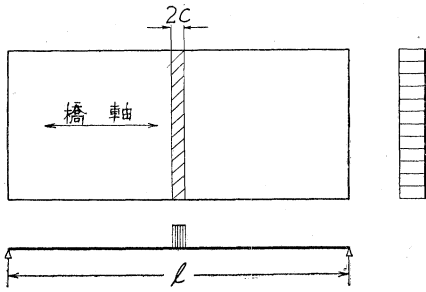


図-3

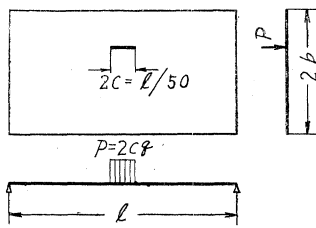


図-4

P 荷重に対する中桁の β

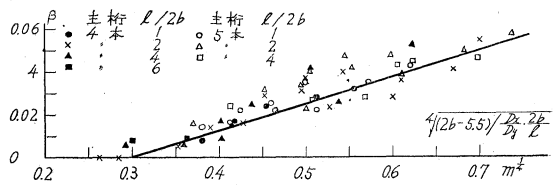
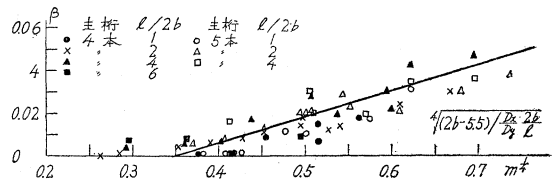


図-5

P 荷重に対する縁桁の β



まず、図-3 のような荷重がスパン中央断面上に載つた場合に対し、四本および五本桁の縁桁および中央桁スパン中央の曲げモーメントの影響線を求める。これらの影響線を用い、さきに述べた通減率を適用して、P 荷重を載荷した場合の中央桁ならびに縁桁のスパン中央断面の曲げモーメントを計算する。

いま、P 荷重が幅員 2b の間に載つた場合の、主桁の曲げモーメントを

$$M_x = (0.25 - \beta) P \lambda \cdot l \dots\dots\dots (1)$$

で表わすこととし、中央桁および縁桁に対して β を求めると、図-4、図-5 のようになる。ここで P は、一等橋に対しては 5t/m である。式 (1) の β は、通減率の影響をあらわすもので、通減率を 0 とすれば、直交異方性板理論で計算しても、ハリ理論の結果と同一の $M_x = 0.25 P \lambda \cdot l$ 、すなわち β = 0 となる。図からわかるように β は $D_x/D_y \cdot 2b/l$ によつて変わる。この図をもとにして、β の公式を誘導すると、次のようになる。

中央桁に対して

$$\beta = -0.0375 + 0.125 \sqrt{(2b-5.5) \frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (2)$$

縁桁に対して

$$\beta = -0.042 + 0.12 \sqrt{(2b-5.5) \frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、β ≥ 0 とし、2b の単位は m である。

これらの公式はいずれも 図-4、図-5 に実線で示しておいた。

(2) q 荷重に対する設計用曲げモーメント

新示方書案では等分布活荷重として、スパン 80 m 以下の一等橋に対して $q = 350 \text{ kg/m}^2$ の等分布荷重を規定している。いま、図-6 に示すような線荷重が載つた場合に対し、四本桁および五本桁の中央桁および縁桁スパン中央の曲げモーメントの影響線のスパン中央断面に対して求める。これらの影響線を用い、P 荷重の場合と同様にし、中央桁および縁桁の曲げモーメントを計算する。

いま、等分布荷重が載つた場合の、主桁の曲げモーメントを

$$M_x = (0.125 - \beta) q \lambda \cdot l^2 \dots\dots\dots (4)$$

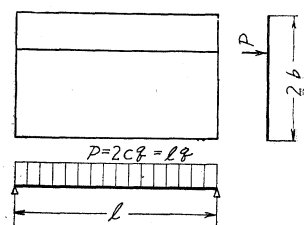
で表わすこととし、中央桁および縁桁に対して、β を求めると、図-7、図-8 のようになる。

この図をもとにして、β の公式を誘導すると、次のようになる。

中央桁に対して

$$\beta = -0.0225 + 0.075 \sqrt{(2b-5.5) \frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (5)$$

図-6



縁桁に対して

$$\beta = -0.021 + 0.06 \sqrt[4]{(2b-5.5) \frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (6)$$

図-7
q 荷重に対する中桁の β

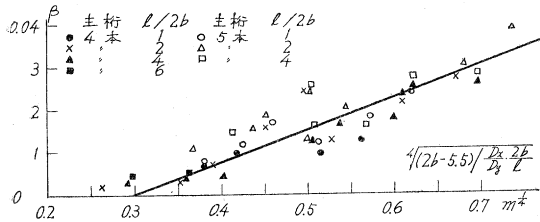
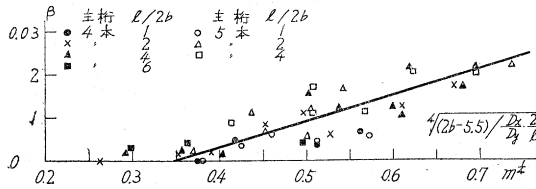


図-8
q 荷重に対する縁桁の β



いま、同一断面の主桁からなる格子桁橋、PC 桁橋において、スパンを l 、有効幅員を $2b$ 、主桁の間隔を λ とし、
 $l/2b = 1, 2, 4, 6, \quad l = 10 \text{ m} \sim 40 \text{ m}, \quad \lambda = 1.5 \text{ m}, 2 \text{ m}, 2.5 \text{ m}, 3 \text{ m}$
 主桁の数：4本、5本

のおおのおおの場合について、 $D_x/D_y = 4 \sim 10$ の値に対して計算する⁵⁾。

ここに用いた桁数や桁間隔は、PC 桁橋としては不適当な場合もある。しかし、 P 荷重や q 荷重を対象にすると、縁桁や中央桁に関しては、桁数や桁間隔はあまり影響しない。

以下、 P 荷重と q 荷重とに区別して、主桁並列形式桁橋の場合と同様にして、設計用曲げモーメント公式の誘導を行う。

(1) P 荷重に対する設計用曲げモーメント

主桁の曲げモーメントを $M_x = (0.25 - \beta) P \lambda \cdot l$ とし、中央桁および縁桁に対して β を求めると、図-9、図-10 のようになる。この図をもとにして、 β の公式を誘導すると、次のようになる。

中央桁に対して

$$\beta = -0.0375 + 0.075 \sqrt[4]{(2b-5.5) \frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (7)$$

縁桁に対して

$$\beta = -0.042 + 0.07 \sqrt[4]{(2b-5.5) \frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $\beta \geq 0$ とし、 $2b$ の単位は m である。

これらの公式は、いずれも、図-9、図-10 に実線にて示しておいた。

(2) q 荷重に対する設計用曲げモーメント

主桁の曲げモーメントを $M_x = (0.125 - \beta) q \lambda \cdot l^2$ とし、中央桁および縁桁に対して β を求めると、図-11、図-12 のようになる。この図をもとにして、 β の公式を誘導すると、次のようになる。

ただし、 $\beta \geq 0$ とし、 $2b$ の単位は m である。

3. 格子桁橋、PC 桁橋の主桁の設計用曲げモーメント

格子桁橋や PC 桁橋を慣用計算法で計算すると、これらの形式の桁橋を採用した値はほとんどなくなる。しかしながら、その都度厳密な理論的計算を行うことは、設計上実用的でない。そこで、これらの桁橋の特長を理論にとり入れて誘導した設計用曲げモーメント公式が必要であると考えられる。

直交異方性板理論によつて計算する場合に、主桁並列形式桁橋の場合と、なら本質的な相違があるわけではないが、この形式の桁橋では D_x/D_y の値が主桁並列形式桁橋にくらべて非常に小さい。この意味で、主桁並列形式桁橋と区別して公式を誘導したわけである。従つて、載荷荷重や減速率は主桁並列形式の場合と全く同一のものを使用する。

図-9

P 荷重に対する中桁の β

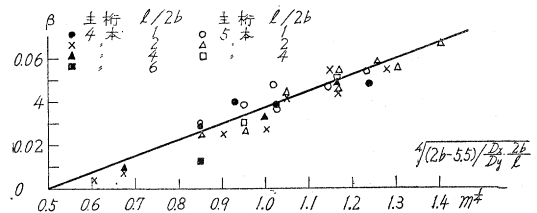
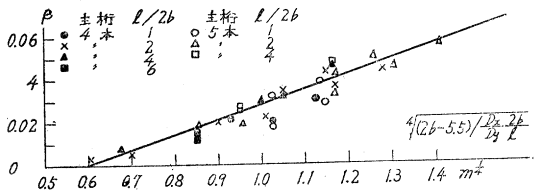


図-10

P 荷重に対する縁桁の β



中央桁に対して

$$\beta = -0.0225 + 0.045 \sqrt[4]{(2b-5.5)} \frac{D_x \cdot 2b}{D_y \cdot l} \dots\dots\dots (9)$$

縁桁に対して

$$\beta = -0.021 + 0.035 \sqrt[4]{(2b-5.5)} \frac{D_x \cdot 2b}{D_y \cdot l} \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $\beta \geq 0$ とし、 $2b$ の単位は m である。

以上に誘導した公式は、いずれもすべての主桁が等断面であるとして計算したもので、縁桁断面が中桁断面と著しく異なる場合には、公式として不適当であろう。しかし、両者の断面があまり異なるない場合は、この公式をそのまま使用してさしつかえないものと考えられる。

4. 斜桁橋の主桁の設計用曲げモーメントに対する一考察

斜桁橋の主桁の設計に慣用されている計算法は、直橋の主桁に対する計算をそのまま採用している。このことが不合理であることは、著者がすでに明らかにしたとおりである⁶⁾。

q 荷重あるいは P 荷重が載つた場合に対し、 D_x/D_y および斜桁の角度をいろいろ変えた場合について、階差法を用いて計算する。階差法による関係上、荷重に対する通減率の影響や、スパンと幅員の比を変化させた場合までを考慮して計算を行うと、非常に

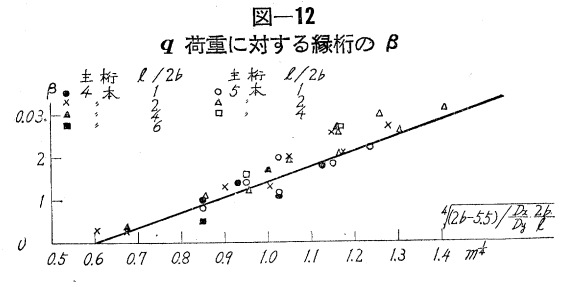
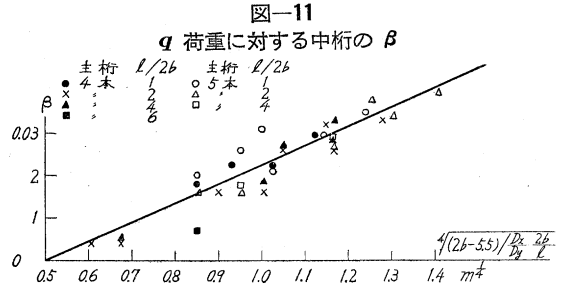


図-13

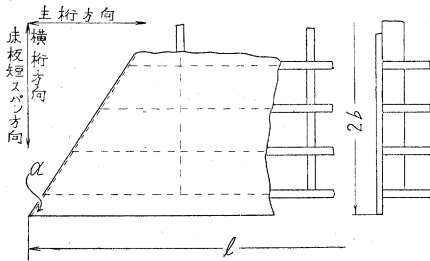
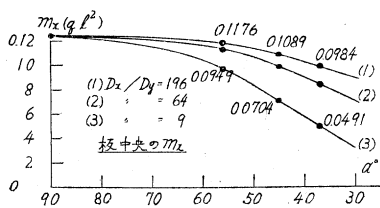
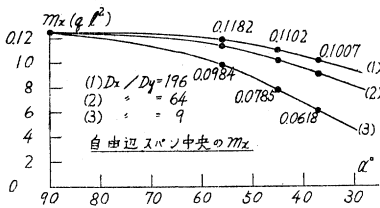


図-14

q 荷重を載荷した場合の m_x と D_x/D_y , α との関係



手数を要する。そこで、幅員とスパンの比1.5の場合に対し、荷重の通減を行わないで計算し、その結果にもとづいて、斜桁橋主桁の設計用曲げモーメントに対する若干の考察を行ってみよう。

図-13 のような斜桁橋において、主桁と横桁は直交するものとし、 $2b/l=1.5$, $\alpha=37^\circ, 45^\circ, 56^\circ$, $D_x/D_y=9, 64, 196$ の計九個の場合を計算する。ここで、 $D_x/D_y=9$ は格子桁橋、 $D_x/D_y=64$ は鉄筋コンクリート T 桁橋、 $D_x/D_y=196$ は主桁並列形式桁橋の一例を対象として考えたものである。

まず、 q 荷重を満載した場合の単位幅あたりの曲げモーメント (m_x) と $\alpha, D_x/D_y$ との関係を図-14 に示す。 α が小さくなるとともに、 m_x が小さくなる。さらに、 D_x/D_y が小さくなると、 m_x が非常に小さくなることは、注意すべきことである。すなわち、直橋では q 荷重を通減せずに載荷すると、 D_x/D_y に関係なく m_x が一定であるのに対し、斜橋では α とともに D_x/D_y の値が m_x に非常に大きく影響する。この点、斜橋になるほど格子桁構造が有利であると判断される。

つぎに、 P 荷重に類似の荷重として、図-15 のように、橋軸方向にスパンの 1/4 の幅をもつた、 q (t/m^2) の等分布荷重を通減せずに載荷した場合の、中央桁スパン中央の m_x を計算しよう。

$2b/l=1.5$, $\alpha=37^\circ, 45^\circ, 56^\circ$, $D_x/D_y=9, 196$ のおのおの場合について、 m_x と $\alpha, D_x/D_y$ の関係を示すと、図-16 のようになる。

以上、 q 荷重および P 荷重を載荷した場合の、斜桁橋の主桁の m_x について述べたが、いずれについても、斜橋の角度 α とともに、 D_x/D_y の値が曲げモーメントに非常に影響している。この

図-15

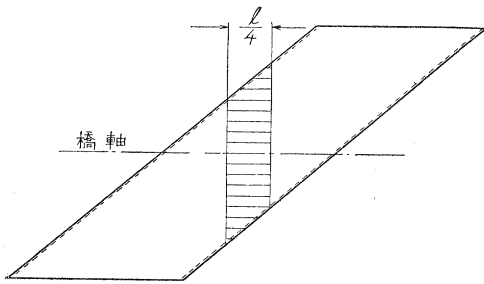
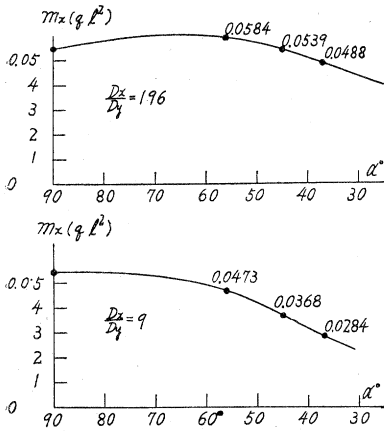


図-16

P 荷重を載荷した場合の m_x と $D_x/D_y, \alpha$ との関係



$$M_x = r \times Pl/4 \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 P は荷重の全重量 (t)、 l は主桁のスパン (m) である。慣用計算では荷重の分配は行われないから、 $r=1$ となる。

図-17

中桁の r

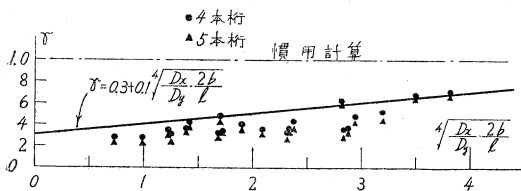
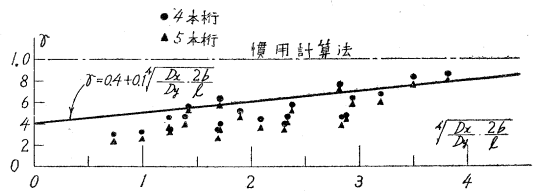


図-18

縁桁の r



さきあげた $D_x/D_y, 2b/l$ の種々な値に対して r を求めると 図-17, 図-18 のようになる。この図をもとにして r の公式を誘導すると、

中央桁に対して

$$r = 0.3 + 0.1 \sqrt{\frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (12)$$

縁桁に対して

$$r = 0.4 + 0.1 \sqrt{\frac{D_x}{D_y} \cdot \frac{2b}{l}} \dots\dots\dots (13)$$

の二式を得る。これらの公式は、四本桁、五本桁に対して誘導されたものであるが、桁数がさらに多い桁橋に対しては、この公式を用いて計算した結果は、安全側の値を与える。また実際よりも相当荷重を集中させて計算したものであるから、現実の荷重に対しては、三本~七本程度の主桁よりなる桁橋に適用してさしつかえないものと

点は、直橋では荷重の通減を考慮しなければ、 D_x/D_y が影響しないのと大いに異なり、斜橋の主桁の設計上注意すべき特長であると思う。

5. 特殊な荷重に対する主桁の曲げモーメント公式

以上で、 L 荷重が載つた場合に対して、曲げモーメント公式を誘導した。一般の自動車荷重および等分布活荷重に対しては、これらの著者の公式を用いて設計計算を行えば、十分その目的を達するが、わが国の現状としては、一方では過大な重量を有する特殊な荷重の通過も大いに起り得るわけである。このような荷重に対する既設橋梁の耐荷力の検討⁷⁾、あるいは、特にそのような荷重が通過する機会の多い道路に新に橋梁を架設する場合の設計計算は、慣用計算が用をなさない。

このような荷重に対しては、荷重の各桁への分配を理論的に計算する必要があり、この意味において、直交異方性板理論は、その特長を大いに出し得るものである。

非常に重い荷重が同時に多数通過するという事は、まず考えられないから、ここでは一個だけ通過する場合を考える。また、このような荷重は相当な分布面積を有する場合も多いであろうが、そのおのおの場合について分布面積を考えて計算することは、いたずらに複雑になる。従つてここでは、荷重が 図-3 のように、 $c/l=0.01$ の線の上に分布するものとして、相当安全側の計算をする。

$$D_x/D_y = 1.1 \sim 388, l/2b = 1, 2, 4, 6$$

の場合に対し、主桁の数四本あるいは五本として、その中央桁あるいは縁桁のスパン中央に、 $P=2cq$ が載荷された場合を考える。

中央桁あるいは縁桁の曲げモーメントを、次のように表わすことにする。

考えられる。また、採用した D_x/D_y の値から考えて、主桁並列形式桁橋、鉄筋コンクリート T 桁橋、格子桁橋、PC 桁橋などに適用できる。

6. 数値計算例による比較

(a) L 荷重を載荷した場合

スパン 20 m, 有効幅員 8 m, 四本主桁並列の桁橋において, $D_x/D_y=121$ または 60 とし, これに P 荷重 (5 t/m) あるいは q 荷重 (0.35 t/m²) が載つた場合について, 主桁一本あたりの曲げモーメントを, 著者の公式あるいは慣用計算法で計算したものを, 表-1 に示す。

この場合, 慣用計算法では載荷幅が縁桁で 3 m, 中桁でも 4 m で, 通減率は適用できず, また D_x/D_y の値に関係なく一定の値になる。これに対し, 著者の公式では, 当然通減率が適用され, また D_x/D_y の値によつて異なる結果を得る。いずれにしても, 著者の公式による曲げモーメントの値が, 慣用計算法による値より 10%~20% 程度小さくなつている。

(b) 集中荷重を一個載荷した場合

スパン 24 m, 有効幅員 8 m, $D_x/D_y=60, 121$ の四本主桁並列形式の桁橋およびスパン 20 m, 有効幅員 10 m, $D_x/D_y=4$ の五本主桁の格子桁橋を, L 荷重 ($P=5$ t/m, $q=0.35$ t/m²) を載荷して慣用計算法で設計したとして, これら桁橋の主桁直上を通過し得る最大集中荷重を, 著者の公式 (12), (13) ならびに慣用計算法で計算したものを, 表-2 に示す。すなわち, 各主桁の荷重分担を考慮して誘導した著者の公式によると, 慣用計算法による荷重の 1.5~2.4 倍の荷重が通過し得ることになる。

7. 結 言

道路橋主桁の曲げモーメント公式として, L 荷重が載つた場合, あるいは L 荷重や T 荷重よりも著るしく重い一個の荷重が載つた場合の公式を誘導した。

これらの著者の公式中には, 主桁と床板あるいは横桁との相関剛比やスパンと幅員の比がいずれも含まれている。設計荷重を通減率を適用して載荷する場合, あるいは一個の集中荷重が載つた場合, 主桁の曲げモーメントが相関剛比やスパンと幅員の比によつて変わることは明らかである。また, 慣用計算法では, 実際問題として通減率が適用できても, その影響はきわめて小さいのに対し, 著者の公式では, 幅員が 5.5 m 以上の桁橋にはすべて通減率が適用される。これらの点から考えて, ここで誘導した著者の公式は, 桁橋構造の実情に即したより合理的な設計用曲げモーメントを与えるものであると考えられる。

さらに, 斜桁橋の設計用曲げモーメントに対しても若干の考察を行つた。すなわち, 斜橋においては, その斜角とともに D_x/D_y の影響が著るしく現われ, 設計上この点を特に注意しなければならないことを明らかにしておいた。

著者の誘導したこれらの公式は, 橋梁設計の合理化の必要が痛感されている現在, その目的に貢献し得るものと信ずる。

なお, 主桁, 縦桁, 横桁よりなるプレートガーダー橋, 縁桁断面が中桁断面と相当異なる桁橋, 変断面桁橋などに対しては, ここで誘導した公式は適用できないが, これらに関しては将来改めて研究したいと考える。

最後に, 終始御懇切な御指導を頂いた京都大学小西教授, 同成岡教授に感謝の意を表する次第である。

表-1 L 荷重を載荷した場合の数値計算例

| | | $D_x/D_y=121$ | | $D_x/D_y=60$ | |
|------|----|---------------|------|--------------|------|
| | | P | q | P | q |
| 慣用計算 | | 60.0 | 50.4 | 60.0 | 50.4 |
| 著者の式 | 中桁 | 54.0 | 46.0 | 51.2 | 41.5 |
| | 縁桁 | 55.7 | 46.8 | 52.9 | 44.5 |

単位: t-m, $P=5$ t/m, $q=0.35$ t/m²

表-2 集中荷重を載荷した場合の数値計算例

| | | 主桁並列形式桁橋 | 格子桁橋 | |
|------|----|--------------|---------------|------|
| | | $D_x/D_y=60$ | $D_x/D_y=121$ | 4 |
| 慣用計算 | | 18.4 | 18.4 | 17.0 |
| 著者の式 | 中桁 | 45.7 | 33.3 | 40.5 |
| | 縁桁 | 30.0 | 28.2 | 30.3 |

単位: t-m

参考文献その他

- 1) 土木構造物に対しては, このような許容応力を基準とする設計法が一般に行われている。設計法としては, この他に, 破壊荷重を基準とするもの, 弾性限度応力を基準とするもの, さらに最近では Plastic Design と呼ばれる設計法などがあげられる。著者の研究においては, 許容応力もしくは弾性限度応力を基準とする設計法に限定する。

- 2) 成岡昌夫, 米沢 博: 土木学会誌, 40 (昭 30), 214 頁
米沢 博: 山口大学工学部学報, 6 (昭 30), 34 頁
- 3) 米沢 博: 土木学会論文集, 33 (昭 31), 39 頁
- 4) 鋼道路橋設計示方書案 (第 3 次原案), 日本道路協会, (昭 30) を新示方書案と略称した。
- 5) $H^2 = D_x D_y$, $\nu = 0$ と仮定してよいことは (2) を参照されたい。 D_x, D_y はそれぞれ主桁方向, 横桁あるいは床板短スパン方向の板剛度で, その決め方は (2) あるいは (3) を参照されたい。
- 6) 米沢 博: 土木学会誌, 40 (昭 30), 501 頁
- 7) P.B. Morice, G. Little もこれと同趣旨のことを, *Structural Engineer*, 32 (1954), p. 83 で述べている。

追記 通減率については, 一応第 3 次原案に示されている値を用いた。福田教授によれば, 最後案には載荷幅として車道幅員をとるように改訂されるそうである。この場合には, 本研究中の著者の公式は実情にあわなくなるので, 多少改めなければならない。

(昭. 31. 5. 10)