

寒冷地トンネルにおけるつらら発生領域に関する 統計的・理論的解析

A STATISTICAL AND THEORETICAL ANALYSIS ON ICICLE FORMATION RANGES IN TUNNELS

岡田勝也*・松本嘉司**

By Katsuya OKADA and Yoshiji MATSUMOTO

In many tunnels, icicles and side-wall ices usually grow in cold climate. Ranges of icicle/side-wall ice formation from tunnel entrance are estimated by a multiple regression analysis and by a theoretical analysis considering heat convection/conduction between the tunnel-ground and the air flow. The calculated values well agree with the observed ones. The necessary length of anti-icicle treatment from tunnel entrance can be quantitatively determined according to several external conditions such as atmospheric phenomena, thermal conditions of the tunnel-ground and so on. Also the distribution of fluctuation amplitude of atmospheric temperature in a tunnel can be predicted by the theoretical results.

Keywords: tunnel, icicle formation range, multiple regression analysis, theoretical analysis

1. ま え が き

寒冷地におけるトンネルの多くは冬期につららや側氷が発生し、車両の走行安全性を阻害する。そのため厳寒の中のつらら落し作業や削氷作業という過酷な保守作業によって列車の運行が確保されてきたのが実情であった。これに対し、鉄道開通以来、幾多の漏水・つらら防止工法が開発され、あるいは改良されてきている。この一環として開発された断熱処理によるつらら防止工法は多くの鉄道トンネルで施工されている¹⁾。

「このようなトンネルのつらら防止工法をトンネルの坑口から何 m 奥まで施工する必要があるか？」という課題は新設トンネルでは是非とも必要な設計条件の1つである。一方、既設トンネルでは過去の保守記録などからある程度施工延長を推定することはできても、気象条件の変動に対する定量的な予測は困難である。

そこで、当報文では寒冷地トンネルにおけるトンネル坑口からのつらら発生領域に着目した実態調査に基づく統計的解析と、若干の理論的解析を行い、つらら発生領域の予測法とトンネル内気温の振幅減衰特性についてマ

クロな考察を行う。

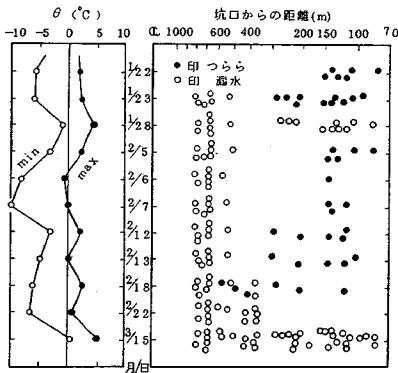
2. トンネルにおけるつらら発生の実態の例

鉄道トンネルの総数は約3800本、延長にして1800 kmに及ぶが、そのうち漏水するのは約2100本で全体の56%を占め、延長では約1300 km、71%に達する。このうち冬期に結氷するトンネルは全トンネル数の約28%、漏水トンネルの42%にも達するものである。

こうした結氷トンネルにおいて、漏水が覆工のアーチ部から流れ出るとき、トンネル内気温に冷却されてつららが成長する。それが側壁に沿って流れ落ちるときには凍って側氷となる。トンネルの坑口近くではトンネル外気温に支配されて初冬にはつららの発生がみられるが、厳寒期になると地山の凍結が進み、それに従ってトンネル漏水は覆工で深で凍結してしまいつららの成長は止まる。一方、坑口より少し奥ではトンネル漏水の地山での凍結は生ぜずその代わりに漏水はつらら等に成長する。さらにトンネル中心に向かえば、トンネル内気温は氷点下まで達せず、漏水があってもつらら等にはなり得ない。このようなつらら発生のパターンは寒冷地トンネルのつらら発生区間が初冬から厳冬にかけては坑口からしだいにトンネル中央へ進み、融雪期になると再びトンネル中央から坑口へ移動する現象から想像することができ

* 正会員 工博 (財) 鉄道総合技術研究所 主任研究員
(〒185 国分寺市光町 2-8-36)

** 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科
(〒113 文京区本郷 7-3-1)



図一 トンネルの漏水・つららの発生状況の一例

る。
 この一例としてトンネル延長 $L=2415\text{ m}$ の大又トンネルの1980年の漏水つらら状況を図一に示す。図の右端がトンネル坑口，中央の \ominus がトンネル中央である。1月中旬には坑口から300 m 付近までつららの発生がみられたが，1月28日には外気温 θ の上昇に伴ってトンネル漏水に変わる。しかし外気温 θ が再び低下し始めると再びつららが2月5日には坑口より40~150 m 付近のみ現われる。2月6日には外気温 θ の最高値は氷点下になり真冬日になるが，そのときには坑口付近のつららは成長を止め，150 m 付近のつららが残ることを示している。2月12日には坑口より100~300 m 付近につららは移動する。これは外気温の低下がトンネルの奥の方へ侵入していく様子を示すものであり，一方坑口では漏水が覆工内で凍結してつららの成長を止めることになるものと考えられる。2月18日にはつららの発生位置はさらに進んで坑口より600 m 奥まで到達する。しかし，3月に入ると外気温はかなり上昇し，つららははだいに融解して，3月15日には坑口から800 m 付近まで連続してトンネル漏水がみられることになる。

このようにトンネルのつらら発生領域は外気温に左右されるが，その最深のつらら発生領域 l をトンネル延長

L ごとに整理してみると図二のようなになる。図は2月の平均気温が $0 > \bar{\theta} > -5^\circ\text{C}$ の範囲のトンネルを結氷距離比 l/L として整理したものであるが，トンネル延長 L が長い場合には l/L の小さな所にピークがあり，坑口付近につららの発生が限られるのに対して， L が短い場合は $l/L=0.5$ の頻度が高くなり，つららがトンネル全長にわたって発生する比率が大きくなっていくことがわかる。

2月の平均気温 $\bar{\theta}$ が図一よりもさらに低下したトンネルでは，つらら発生領域はトンネルの奥へ進み，またトンネル坑口と冬期の季節風との方向差 ϕ が小さくなると l が大きくなることも後述の実態調査から明らかとなっている。

3. つらら発生領域に及ぼす要因の抽出

寒冷地トンネルにおけるつらら発生の実態の一例は2. で述べたが，つらら発生領域に影響を及ぼすのはトンネル延長 L ，2月の平均気温 $\bar{\theta}$ ，坑口と季節風の方向差 ϕ だけではなく，多くの要因によるものである¹⁾。

そこで関東以北の鉄道管理局の全結氷トンネル480本を対象に実態調査¹⁾を行って，トンネル延長 L ，最低外気温 θ_{min} など21アイテムについて整理し，つらら発生領域 l に関係するものとして①気象条件，②漏水条件，③トンネル構造条件，④トンネル換気条件に分類し検討を加えた。さらに，実態調査では得られない覆工とトンネル内空気との熱伝達，地山の熱伝導などの熱的条件も考慮して，つらら発生領域 l を

$$l = f(L, A, \phi, y, T_n, \bar{\theta}(d_o, d_f), \theta_{\text{min}}, v, \alpha, \lambda, a, \dots) \quad \dots\dots\dots (1)$$

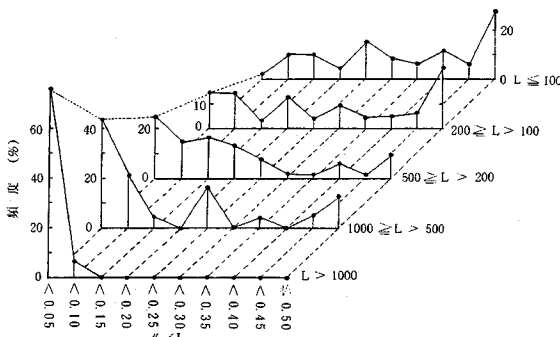
によって表わされるものと仮定する。ここに， L はトンネル延長， A はトンネル断面積， ϕ は坑口と季節風との方向差， y は経年， T_n は列車本数， $\bar{\theta}$ は2月の平均気温， d_o は冬日日数， d_f は結氷日数， v はトンネル内風速， α は熱伝達率， λ は覆工・地山の熱伝導率， a はその温度伝導度である。

4. つらら発生領域の統計的解析

(1) つらら発生領域の説明変数

つらら発生領域 l を多変量解析の1つである重回帰分析によって推定することにする。 l に及ぼす要因としては式(1)によって与えられるが，これらすべての変数が重回帰分析に適用できるとは限らない。すなわち重回帰分析に耐え得るデータが揃え得るかということと，つらら防止工の計画段階で推定するためには事前評価のできる変数でなければならないことである。

後者の事前評価のできる変数という意味では，式(1)の経年 y ，結氷日数 d_f は除かれる。また最低気温 θ_{min}



図二 結氷距離比 l/L の頻度分布 ($0 > \bar{\theta} > -5^\circ\text{C}$)

は2月の平均気温 $\bar{\theta}$ と強い相関 (相関係数 $\gamma=0.98$) があるので $\bar{\theta}$ で代表でき、冬日日数 d_0 は現場の観測の精度と $\bar{\theta}$ との相関性を考慮するとこれも $\bar{\theta}$ で代表できよう。

さらにトンネル内流体の温度変化に影響すると考えられるトンネル内風速 v 、熱伝達率 α 、熱伝導率 λ などは実際のトンネルについて個々に調査することは困難であり、重回帰分析に耐え得るデータとはならない。

したがって、重回帰分析に用いるつらら発生領域 l を式 (1) に代わって

$$l=f(A, L, T_n, \bar{\theta}, \varphi)+\varepsilon \cdots \cdots \cdots (2)$$

で表わせるものと仮定する。ここに ε はこれらの変数によって l の変動を説明できない誤差項である。

(2) 重回帰分析による推定

a) 一次式による解析

つらら発生領域 l に関する式 (2) を Maclaurin 展開し、その2次以降を無視して、逐次選択法による重回帰分析を行った。母集団としては $n=403$ データであり、式 (2) のそれぞれの説明変数の平均値と標準偏差は表一のとおりである。重回帰分析の結果、 A, L と $\bar{\theta}$ の3変数が選択され、

$$l=3.60 A+20.5 L-15.5 \bar{\theta}-144 \cdots \cdots \cdots (3)$$

が得られた。このときの重相関係数は $R=0.79$ であり、残差の標準偏差は $\sigma=105$ m である。 l の平均値が表一より $l=80.9$ m であることを考慮すると、一次式による推定の精度はかなり悪い。そこで、次に b) では二次式による推定を試みる。

b) 二次式による解析

前述の式 (2) の Maclaurin 展開の3次以降を無視した重回帰式は20個の説明変数によって代表できることになるが、2次の項には、たとえば L^2 と L, A^2 と A のように単相関係数が高くなるものがあるので、それぞれの説明変数から表一に示す平均値を差し引いたもので展開した。そして母集団 $n=403$ データについて逐次選択法で重回帰分析を実行した結果、14個の説明変数が選択された。それを整理すると、

$$l=137-A(5.12-0.658 L+0.0427 T_n+0.813 \bar{\theta}-3.00 \varphi) -L(13.2+2.11 \bar{\theta}+0.862 \varphi-0.109 L) -T_n(0.156+0.200 \bar{\theta}+2.11 \varphi-0.00627 T_n) +19.0 \bar{\theta}-48.8 \varphi \cdots \cdots \cdots (4)$$

表一 説明変数の平均値と標準偏差

説明変数	平均値	標準偏差	単位
1 Aトンネル断面積	22.1290	7.1378	m ²
2 Lトンネル延長	3.8732	5.4464	×100m
3 T列車本数	45.7469	56.7634	本/day
4 $\bar{\theta}$ 2月の平均気温	-4.2675	3.0454	°C
5 φ 方向差	1.7196	1.4823	× $\pi/8$ rad
l	80.9553	170.2617	m

となる。なお、式 (4) の説明変数の単位は、 A (m²)、 L (10² m)、 T_n (本/d)、 $\bar{\theta}$ (°C)、 φ ($\pi/8$ rad) である。

式 (4) に基づく $n=403$ データの予測値と観測値の関係を描くと、図-3 のようになる。重相関係数は $R=0.94$ 、残差 ε_i の標準偏差は $\sigma=61.3$ m であり、前述の一次式による解析よりははるかに精度が改善されていることがわかる。図-3の破線は σ を書き入れたものであるが、多くはこの $\pm\sigma$ の両曲線の内側にある。この残差 ε_i に着目し、その頻度分布を描くと図-4 のようになり、正規分布にほぼ近い形状を示す。これから式 (4) はつらら発生領域 l の一応の傾向を示すものと評価できる。

しかし、重回帰式である式 (4) は結氷トンネルの全数 $n=403$ データに基づくものであり、トンネル延長が $L=30$ m から 6 km にも及ぶ長大トンネルも含まれたものである。式 (4) の精度をさらに上げるため、次にトンネル延長 L を5つの範囲に区分して、それぞれのトンネル延長範囲ごとに重回帰分析を実行した。

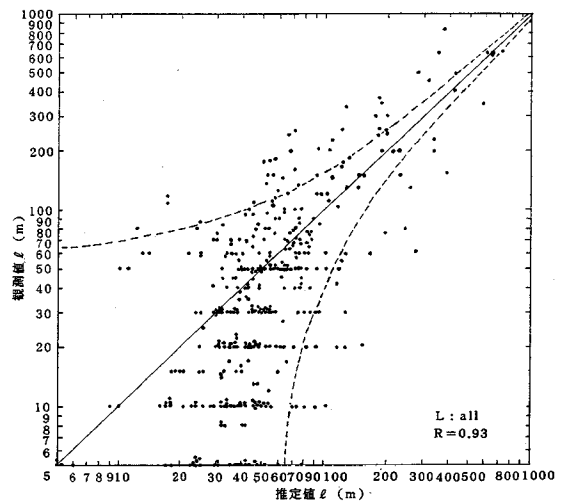


図-3 重回帰分析による推定値と観測値の関係 (二次式: 全データ)

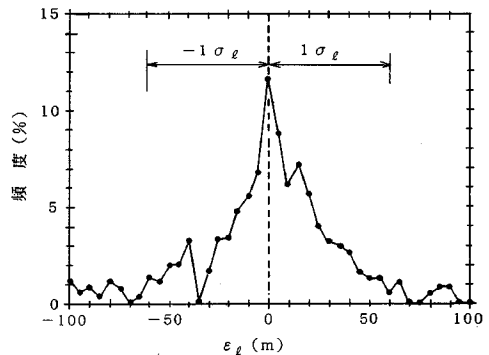


図-4 重回帰分析 (二次式) の残差 ε_i の頻度分布

すなわち、 L の範囲を、 $L \leq 100$ m, $100 < L \leq 200$ m, $200 < L \leq 400$ m, $400 < L \leq 800$ m と $L > 800$ m に区分して、式(2)の2次式に対して重回帰分析を実行した結果、その偏回帰係数 β_i は表-2 のようになる。

$L \leq 100$ m では $\bar{\theta}$ と $(\bar{\theta} - \bar{\theta})^2$ (ただし、 $\bar{\theta}$ は $\bar{\theta}$ の平均値、表-2 下欄参照) のみが選択され、 $\bar{\theta}$ の2次式でつらら発生距離 l が推定できる。このときの重相関係数は $R = 0.55$ と低いけれども、残差の標準偏差は $\sigma = 10$ m であり、トンネル延長の平均値が $\bar{L} = 73$ m であることを考慮すると、この重回帰式は、つらら発生領域 l の推定式として評価してもよさそうである。

$100 < L \leq 200$ m では、7個の説明変数によって表わされ、式(2)に示す基本的な5個の変量のいずれもが関与する。このとき $R = 0.73$ であり、 $\bar{L} = 145$ m に対して $\sigma = 18.4$ m となり、 $L \leq 100$ m の推定式よりもはるかに精度はよくなる。

$200 < L \leq 400$ m では、5個の説明変数によって l が推定できることになるが、トンネル断面積 A の影響は入っていない。このとき、 $R = 0.65$ 、 $\sigma = 34.2$ m ($\bar{L} = 279$ m) である。

$400 < L \leq 800$ m では、坑口と季節風の方向差 φ を除く6個の説明変数によって与えられ、 $R = 0.92$ 、 $\sigma = 45.2$ m ($\bar{L} = 542$ m) のように l の推定式は改良された。それに基づく推定値と観測値の相関図は図-5 のようである。トンネル延長 L の最大値は800 m であるので、図-5 は $l \leq L/2 (= 400$ m) のデータしか存在しない。これは、トンネル全数 ($n = 403$ データ) に対する図-3 よりはるかに相関がよくなっていることを示しており、データのほとんどは $\pm \sigma$ の両曲線の内側に入るものである。

$L \geq 800$ m では、7個の説明変数によって l の推定ができることになり、 $R = 0.93$ 、 $\sigma = 160$ m である。 $\bar{L} = 1768$ m であるので、残差の標準偏差 σ はトンネル延長の平均値 \bar{L} の9%程度に相当することになる。

(3) つらら発生領域の統計的予測式

トンネルのつらら発生領域 l の予測式を、a) では重回帰式の一次式から、b) では二次式を用いて提案した。その結果、説明変数は若干多くなるが、トンネル延長 L を5つの範囲に区分した重回帰式が精度のよいことが明らかとなった。その場合の偏回帰係数 β_i は表-2 に示したとおりである。

したがって、具体的な個々のトンネルのつらら発生領域 l は、トンネル延長 L の範囲を区分したそれぞれの母集団に対する説明変数の平均値 \bar{A} 、 \bar{L} 、 \bar{T}_n 、 $\bar{\theta}$ と $\bar{\varphi}$ (表-2 下欄)

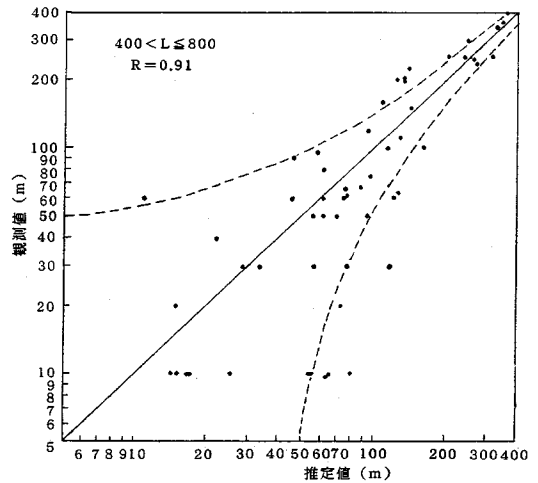


図-5 重回帰分析による推定値と観測値の関係(二次式:トンネル延長 $400 < L \leq 800$ m)

と偏回帰係数 β_i (表-2 上欄) を考慮することによって推定が可能となる。しかし、重回帰分析は残差の平方和を最小にするものであるから、図-3 と図-5 が示すように得られた重回帰式による予測値は観測値の平均的な傾向を表わすものである。したがって設計に供する場合には残差の標準偏差 σ をつらら発生領域 l の予測値に加えるのがよい。

5. つらら発生領域の理論的解析

(1) トンネル内気温の変動モデル

表-2 つらら発生領域 l の予測式の偏回帰係数 β_i

説明変数	トンネル延長						
	$L \leq 100$	$100 < L \leq 200$	$200 < L \leq 400$	$400 < L \leq 800$	$L > 800$	$L : \text{all}$	
0	const.	11.1463	-27.7742	17.4633	-143.7046	-402.8272	-151.9237
1	A	0	0	0	0	0	4.4741
2	L	0	18.3166	0	14.7999	10.5932	10.1439
3	T	0	0	0	0	3.4516	0
4	$\bar{\theta}$	-2.9638	-8.9060	-9.3192	-27.9670	-62.3637	-18.1618
5	φ	0	0	0	0	0	4.4612
6	$(A - \bar{A})(L - \bar{L})$	0	0	0	-1.9865	0	0.6579
7	$(A - \bar{A})(T_n - \bar{T}_n)$	0	0	0	0	0	-0.0427
8	$(A - \bar{A})(\bar{\theta} - \bar{\theta})$	0	0	0	0	0	-0.8126
9	$(A - \bar{A})(\varphi - \bar{\varphi})$	0	-0.5508	0	0	7.1284	3.0000
10	$(L - \bar{L})(T_n - \bar{T}_n)$	0	0	0.1625	0	0.1466	0
11	$(L - \bar{L})(\bar{\theta} - \bar{\theta})$	0	-4.0307	-11.9916	-9.3918	0	-2.1086
12	$(L - \bar{L})(\varphi - \bar{\varphi})$	0	0	-9.0173	0	0	-0.8624
13	$(T_n - \bar{T}_n)(\bar{\theta} - \bar{\theta})$	0	-0.1257	0	0	-0.6068	-0.2002
14	$(T_n - \bar{T}_n)(\varphi - \bar{\varphi})$	0	0	0	0	0	-0.2088
15	$(\bar{\theta} - \bar{\theta})(\varphi - \bar{\varphi})$	0	0	0	0	0	0
16	$(A - \bar{A})^2$	0	0	0	0	0	0
17	$(L - \bar{L})^2$	0	0	0	23.4103	0.5417	0.1092
18	$(T_n - \bar{T}_n)^2$	0	0.00217	0.00037	0	0	0.0063
19	$(\bar{\theta} - \bar{\theta})^2$	-0.2636	0	0	0	0	0
20	$(\varphi - \bar{\varphi})^2$	0	2.1361	0	6.2628	0	0
平均値	\bar{A}	18.1515	20.5455	20.0777	21.1667	23.3839	22.3524
	\bar{L}	0.7262	1.4586	2.7874	5.3898	17.6803	4.5098
	\bar{T}	31.8636	45.9091	53.6796	54.1667	50.5932	47.4452
	$\bar{\theta}$	-3.8818	-3.9515	-4.0214	-4.5350	-6.0864	-4.3410
	$\bar{\varphi}$	1.3939	1.7273	1.7282	1.9500	1.7288	1.7071

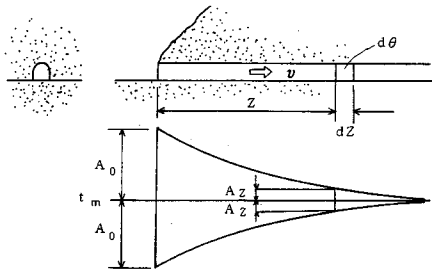


図-6 トンネル内流体（空気）の温度減衰モデル

トンネル坑口からのつらら発生領域は、トンネル内気温の低下に関係するものであることはいうまでもない。トンネル内気流の温度変化に関する理論的な研究は古くから行われており、地下鉄や山岳鉄道トンネルにおける列車発熱と換気の問題として、あるいは、鉱山における坑外気温による坑内気温の変動などに関する問題として、多くの研究者によって取り上げられている^{1)~6)}。

ここでは、鉄道トンネルのつらら発生領域の考察にあたり、その実態を十分表現できる簡便な理論的予測式を提案することに主眼をおくことにし、次のような仮定を設けた。すなわち、トンネル外気温が正弦波で変化するものとして、トンネル内で列車の発熱がなく、トンネルの一方方向のみ風が吹き込むとの仮定のもとに、トンネル軸方向のトンネル内気温の変動を軸直角方向の熱伝達・熱伝導の相互作用として解析し、トンネル内気温の温度減衰の傾向からトンネル延長方向のつらら発生領域の推定を行う。

トンネル坑口から z の距離にある図-6 のような微小区間 dz をトンネル内流体が速度 v で流れる間に、それが $d\theta$ だけ温度上昇するときの単位時間当たりの熱量 dQ_1 が、トンネル地山より熱伝達・熱伝導によって放散される熱量 dQ_2 に等しいものとするれば、トンネル内流体の温度変動が半径 r_0 の円形断面では、

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{2\lambda}{\gamma r_0 c_p v} \left(\frac{\partial \theta}{\partial r} \right)_{r=r_0} \dots\dots\dots (5)$$

になることは天野⁴⁾によって示されている。ここに、 θ は位置 z におけるトンネル内気温、 Θ はトンネル中心から軸直角方向の距離 r における地山温度、 γ は空気の比重、 c_p は空気の定圧比熱、 λ はトンネル地山の熱伝導率である。

さて、トンネル外気温の変動が

$$\theta_0 = t_m + A_0 \sin \omega t \dots\dots\dots (6)$$

で与えられるとき、トンネル内気温のそれは、

$$\theta = t_m + A_z \sin(\omega t - B_z) \dots\dots\dots (7)$$

で仮定できる。ここに t_m は年平均気温、 A_0 はトンネル外気温の片振幅、 ω は気温変動の角速度であり、トンネル内では式 (6) に対してトンネル内気温の振幅が A_z

に、その位相遅れが B_z になると仮定したもので、これらは z のみの関数である。したがって、式 (7) は次式のようなになる。

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{dA_z}{dz} \sin(\omega t - B_z) - \frac{dB_z}{dz} A_z \cos(\omega t - B_z) \dots\dots\dots (8)$$

式 (5) の右辺はトンネルを円形断面で仮定しているので、トンネル軸直角方向に対しては極座標系の熱伝達・熱伝導の偏微分方程式を適用する必要がある、その解は一般には Bessel 関数を用いて表わされる。天野⁴⁾は坑道の気流変化に関する解を極座標系の問題として Bessel 関数を用いて求めている。岡田¹⁾は直角座標系の二次元トンネル地山モデルに対する温度挙動と一次元モデルのそれを比較したが、その結果鉄道トンネル程度の大きさの断面では一次元モデルでも十分適用性のあることを示した。そこで、トンネル地山を一次元モデル、すなわち半無限平面として取り扱うことにすれば、 x を覆工表面からの距離とした一次元非定常熱伝導方程式、

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \dots\dots\dots (9)$$

を用いることができる。ここでトンネル覆工表面の熱伝達率 α 、トンネル地山の温度伝導度 a を考慮して、式 (7) の条件で解けば、周知の式、

$$\left. \begin{aligned} \theta &= t_m + \eta \exp(-\phi x) A_z \sin(\omega t - B_z - \epsilon - \phi x) \\ \text{ここに、} \quad h &= \alpha / \lambda \\ \phi &= \sqrt{\omega / 2a} \\ \eta &= 1 / \sqrt{1 + 2(\phi/h) + 2(\phi/h)^2} \\ \epsilon &= \tan^{-1}[(\phi/h) / \{1 + (\phi/h)\}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

が得られる。さらに式 (10) は次式のようなになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = -\sqrt{2} \phi \eta A_z \exp(-\phi x) \cdot \sin\left(\omega t - B_z - \epsilon - \phi x + \frac{\pi}{4}\right) \dots\dots\dots (11)$$

式 (8) と式 (11) を式 (5) に代入し

$$\left. \begin{aligned} x &= 2\sqrt{2} \phi \eta \lambda / \gamma r_0 c_p v \\ \xi &= \pi/4 - \epsilon \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

を考慮し、多少の演算を行えば、

$$\left. \begin{aligned} dA_z/dz &= -x A_z \cos \xi \\ dB_z/dz &= x \sin \xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。ここで、 $z=0$ で $A_z=A_0$ 、 $B_z=0$ なる境界条件を適用すれば、 A_z と B_z を定めることができ、式 (7) は、

$$\theta = t_m + A_0 \exp(-xz \cos \xi) \sin(\omega t - xz \sin \xi) \dots\dots\dots (14)$$

となる。式 (14) はトンネル外気温の周期変動に対するトンネル内気温の振幅減衰と位相遅れを与えるものであ

る。

一方、トンネルの覆工表面温度は式 (10) において $x=0$ とおけばよく、

$$\theta_{x=0} = t_m + \eta A_z \sin(\omega t - xz \sin \xi - \epsilon) \dots (15)$$

で与えられる。

さて、つららの発生は3. で述べたような条件に左右されるが、ミクロな局面として覆工表面に着目すると、覆工表面近傍における熱伝達に関する温度境界層の問題、漏水量と漏水温度、漏水の水質、トンネル内風速など複雑な条件によって決定される。当解析は凍害防止工の合理的な設計に適用させることが目的であるので、ここでは設計上安全側となる条件を考慮して、式 (14) で示されるトンネル内気温が $\theta < 0^\circ\text{C}$ となることがつらら発生に関係するものと仮定した。その仮定のもとでは、トンネル坑口から z の位置の温度が $\theta < 0^\circ\text{C}$ となる距離がつらら発生領域 l に相当することになる。

式 (14) を式 (1) に対応させると、

$$l = f(A, L, \bar{\theta}, v, \alpha, \lambda, a, \text{etc.}) \dots (16)$$

で表わされる。これを統計解析の式 (2) と比較すると、統計解析ではトンネル断面積 A 、トンネル延長 L 、2月の平均気温 $\bar{\theta}$ 、列車本数 T_n 、坑口と季節風の方向差 φ を考慮しているのに対して、式 (16) ではトンネル換気条件としての T_n と φ の代わりにトンネル内風速 v を用い、さらに実態調査では得られなかったトンネル内流体と覆工との熱伝達率 α 、覆工・地山の熱伝導率 λ と温度伝導度 a を導入しているものである。

(2) トンネル内気温の振幅減衰特性

トンネル外気温が式 (6) で変化するとき、トンネル内気温は式 (14) で与えられることになった。その変動特性を表わすパラメーターとして地山の熱伝導率 λ 、覆工とトンネル内流体との間の熱伝達率 α 、気温の年周期 T_y 、その日周期 T_d を考えることにし、これらで表わされる温度モードを $T(\lambda, \alpha, T_y, T_d)$ で示す。なお、式 (12) などに示すその他の定数、すなわちトンネルの換算半径は $r_0 = 2.5 \text{ m}$ 、トンネル内流体 (空気) の比重量は $\gamma =$

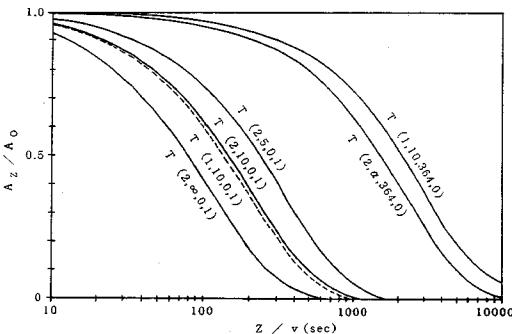


図-7 年周期と日周期のトンネル内気温の減衰比 A_z/A_0

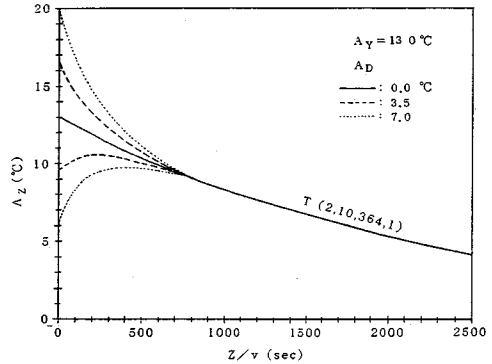


図-8 年振幅と日振幅を考慮した温度振幅の減衰曲線

1.251 kg/m^3 、定圧比熱は $c_p = 1.0 \text{ kJ/kg}^\circ\text{C}$ 、地山の熱容量は $c\rho = 2260 \text{ kJ/m}^3^\circ\text{C}$ とする。

トンネル坑口より z の距離にある気温の振幅減衰比は、式 (14) より、

$$A_z/A_0 = \exp(-xz \cos \xi) \dots (17)$$

であるが、年周期 $T_y = 365 \text{ d}$ ($\omega = 7.17 \times 10^{-4} \text{ rad/h}$)、日周期 $T_d = 1 \text{ d}$ ($\omega = 2.62 \times 10^{-1} \text{ rad/h}$) に対する A_z/A_0 と z/v の関係は、図-7 に示すようになる。年周期変動の温度モード $T(2, \alpha, 364, 0)$ に関して熱伝達率が $\alpha = \infty \sim 6 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ まで変化させても A_z/A_0 は 1% 程度の差にすぎず、 α の影響は非常に小さい。しかし、図-7 が示すように、熱伝達率が $\lambda = 1$ と $2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ に対しては、後者の $\lambda = 2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ の方が A_z/A_0 が小さくなることがわかる。

一方、日周期変動、 $T(\lambda, \alpha, 0, 1)$ では、振幅の減衰はきわめて早く、 z/v のオーダーが上述の年周期変動よりも一桁小さく、トンネル坑口近くで減衰してしまう。しかも熱伝達率 α の影響が大きく、逆に熱伝達率 λ にはほとんど影響されないことが図-7 からわかる。

このようにトンネル内気温の振幅減衰は年周期の場合には λ の影響が、日周期の場合には α の影響が大きくなり、それらが大きくなると、 A_z/A_0 は小さくなることがわかる。

いま、代表的な温度モードとして $T(2, 10, 364, 1)$ の年振幅と日振幅の両者を考慮した温度振幅 A_z を描くと図-8 のようになる。これは地山の熱伝導率としての平均的な値である $\lambda = 2 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ 、鉄道トンネルにおける熱伝達率の推定値 $\alpha = 10 \text{ W/m}^2^\circ\text{C}$ を入力したものである¹⁾。またトンネル外気温の年振幅としては寒冷地における平均的な値 $A_y = 13^\circ\text{C}$ 、日振幅としては著者らの実測した初山別トンネルの平均値 $A_d = 3.5^\circ\text{C}$ と、その標準偏差 σ_{AD} の 2 倍すなわち $A_d = \bar{A}_d + 2\sigma = 7.0^\circ\text{C}$ の両者を考慮したものである¹⁾。図-8 によれば、外気温の日振幅 A_d が影響するのは坑口より $z/v = 500 \text{ s}$ 程度であ

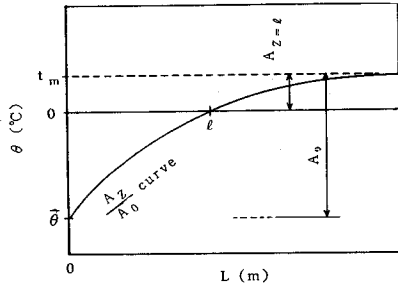


図9 年周期における最低気温 $\bar{\theta}$ とつらら発生領域 l の関係を示す概念図

り、しだいに年振幅 A_y の曲線に収束していくのがわかる。年周期による温度が最大の時を示す図-8で、日周期の温度波は点線あるいは破線の間で変動することになるが、年周期と日周期の両者を考慮した場合の温度振幅の最大値は図-8では $A_z=20^\circ\text{C}$ の、坑口から単調減少する振幅曲線で表わされる。

(3) つらら発生領域の理論的予測式と実測値との適合性

年周期の温度振幅の減衰曲線を考え、トンネル内気温

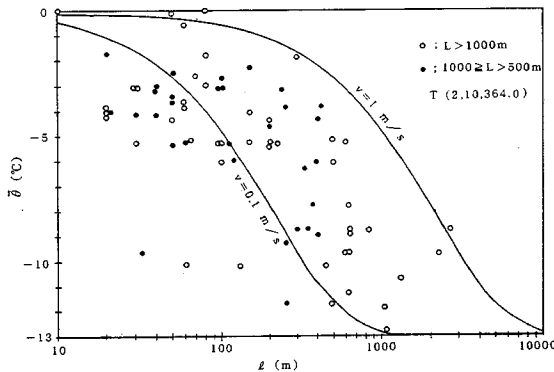


図10 つらら発生領域 l と2月の平均気温 $\bar{\theta}$ の関係に対する計算値と実測値の比較

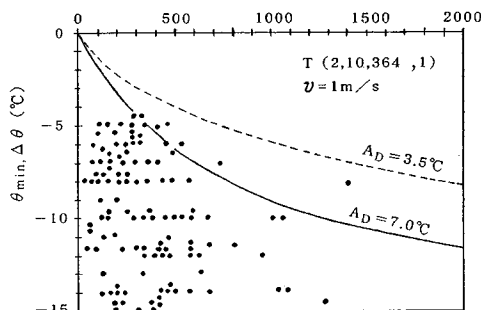


図11 トンネル全長にわたってつららが発生したときのトンネル延長 L と外気温の最低値 θ_{\min} の関係

の最低値の包絡線を図-9に示すような A_z/A_0 曲線で与えれば、温度 $\theta=0^\circ\text{C}$ を切るときに坑口からの距離 l がつらら発生領域に相当する。その位置の温度振幅を $A_{z=l}$ とすれば、それはトンネル外気温の2月の平均気温 $\bar{\theta}$ (年周期変動のトンネル外気温の最低値にほぼ相当) と、

$$A_{z=l}/A_0 = 1 + \bar{\theta}/A_0 \dots\dots\dots (18)$$

の関係がある。式 (18) において、寒冷地の平均的な年振幅として $A_0=13^\circ\text{C}$ を仮定し、トンネル内風速 v をパラメーターに l と $\bar{\theta}$ の関係を描くと図-10のようになる。一般にはトンネル内風速 v が大きくなると熱伝達率 α が大きくなるが、(2) で述べたように年周期の場合 α の影響は小さいので、図-10は任意の α に対応するものと考えてよい。トンネル内風速 v が大きくなれば、つらら発生領域 l は長くなり、トンネルの奥深くまで達することになる。図-10には実測値をプロットしているが、実測値の多くは $v=0.1$ と 1 m/s の計算値の間にある。

一方、トンネル全長にわたってつららの発生したトンネルの延長 L と外気温の最低値 θ_{\min} の実測値の関係は図-11の●印のようになる。これはつらら発生したトンネル両坑口からの偏りを無視し、つらら発生領域を $l=L/2$ で表わしたものである。外気温の最低値は、年振幅 A_y と日振幅 A_D の両者を考慮すれば、坑口における温度振幅 $A_0 (=A_y + A_D)$ とトンネル中央における温度振幅 $A_{z=L/2}$ との差 $\Delta\theta$ にほぼ等しいことは図-9の概念図から予想できる。図-11の曲線は、図-8の温度振幅の減衰曲線に基づいて $\Delta\theta$ として描いたものである。現実には θ_{\min} がどれほど低下してもつらら発生領域 l の最大値は $L/2$ でしかないから、実測値の上限を連ねた包絡線が計算値に対応することになる。図-11によれば、日本の寒冷地の平均的な気温の年振幅 $A_y=13^\circ\text{C}$ 、およびその日振幅 $A_D=7^\circ\text{C}$ を考慮した⁷⁾場合、トンネル内風速を $v=1\text{ m/s}$ と仮定した計算曲線が実測値にほぼ対応する。

したがって、図-10と図-11から、(1) で述べたトンネル内気温の変動モデルによる計算値はトンネル内におけるつらら発生領域に関する実測値をほぼ満足することができるといえそうである。そのとき、理論的なつらら発生領域 l を鉄道トンネルの実態に適合させるためには、トンネル内の換算風速を $v=1\text{ m/s}$ と考えるのが妥当であると結論できよう。

6. 結 論

当報文は、鉄道トンネルのつらら実態調査に基づく統計的解析と若干の理論的解析により、つらら発生領域とトンネル内気温の温度減衰について解析したものであ

り、次のようにまとめることができる。

(1) 寒冷地トンネルの約400例の実態調査に基づき、トンネル断面積 A 、トンネル延長 L 、列車本数 T_n 、2月の平均気温 $\bar{\theta}$ 、坑口と冬期の季節風との方向差 φ の5変量を用いて重回帰分析を行い、トンネル延長 L の範囲ごとにつらら発生領域 l の推定式を提案した。これらの重回帰式の偏回帰係数は表-2に示されるとおりである。

(2) トンネル外気温が周期変動するとき、トンネルの一方から定常的に風が吹き込む場合のトンネル内気温の温度振幅の減衰に関する理論モデルを用いて、つらら発生領域 l を推定した。そしてこれによる推定値と実態調査に基づく実測値とを比較した。その結果、寒冷地トンネルにおける外気温の平均的な年振幅 $A_y=13^{\circ}\text{C}$ とその日振幅 $A_d=7^{\circ}\text{C}$ を考慮した場合、トンネル内の換算風速を $v=1\text{ m/s}$ と仮定することによって、つらら発生領域 l に関する計算値は実測値の上限をほぼ満足させることができる。

(3) したがって、トンネルのつらら発生領域 l については、統計的手法による重回帰式によりその平均的な値を推定することが可能である。また理論的手法はかなり大胆な仮定に基づくものであるが、これによってつらら発生領域 l の上限値とトンネル内気温の振幅減衰の傾向を予測できる。

この手法を用いれば、トンネルのつらら防止工の施工範囲を明確にできるだけではなく、つらら防止工の機能（断熱工を例にとると断熱材の材質と厚さなどの設計パラメータ^{1),7),8)}）のランクを変化させることができ、経済的合理的な凍害防止工の設計施工が可能となるものである。

参 考 文 献

- 1) 岡田勝也：鉄道トンネルにおける断熱処理によるつらら防止工法に関する研究，鉄研報告，No.1324，1986。
- 2) 大塚全一：地下鉄道の温度環境に関する現況と分析，土木学会論文報告集，No.241，1975。
- 3) 福地合一：長大鉄道トンネルの換気に関する理論とその応用例について，鉄研報告，No.1076，1978。
- 4) 天野勲三：乾燥した岩盤坑道における気流の温度変化について，日本鉱業会誌，Vol.70，No.787，1954。
- 5) 外尾善次郎：坑道を流れる通気の温度について，日本鉱業会誌，Vol.78，No.892，1962。
- 6) 井上雅弘，ほか：通気の温度変動を考慮した坑道周辺岩盤から放散される熱量に関する理論的研究，日本鉱業会誌，Vol.97，No.1120，1981。
- 7) 岡田勝也：トンネルの断熱つらら防止工における断熱材の材質とその厚さの最適化，鉄研報告，No.1350，1987。
- 8) 岡田勝也・松本嘉司：断熱二重巻覆工によるトンネルのつらら防止工法の断熱材の最適化に関する研究，土木学会論文集，No.388/Ⅲ-8，1987。

(1987.2.13・受付)