

仮想粘性法による弾塑性変形・浸透流連成解析

COUPLED ELASTO-PLASTIC DEFORMATION-FLOW FINITE ELEMENT ANALYSIS USING "IMAGINARY VISCOSITY METHOD"

庄子幹雄*・松本 喬**・太田秀樹***・飯塚 敦****

By Mikio SHOJI, Takashi MATSUMOTO, Hideki OHTA and Atsushi IIZUKA

Coupled elasto-plastic deformation-flow finite element analysis has been frequently used for the prediction of displacements, stresses and pore water pressures in geotechnical problems. However, the analysis is not suitable for the stability problems since its numerical results often become unstable after the stress paths of elements arrive at the critical state.

The analytical method including "imaginary viscosity method" which is a usual viscoplasticity computation scheme is developed to analyse the behavior of soil from the initial stress stage to the failure one.

In order to assess the validity and the applicability of this method, a problem of bearing capacity and an actual embankment are examined.

Keywords: finite element method, deformation, coupled analysis, bearing capacity, imaginary viscosity method

1. はじめに

軟弱地盤上に盛土や掘削などの土工事が行われる場合、地盤の破壊を未然に防止し、十分な安全管理のもとでの施工を心がけなければならない。したがって、そのためには施工時における地盤の変形や応力状態を事前に把握し安定性を検討することが重要なことになる。たとえば、盛土を施工する場合には、事前に土質調査を行い基礎地盤の強度を把握した後、古典的な支持力理論や円弧すべり法などで安全率を算出することが通例となっている。しかしながら、これらの方法は複雑な荷重条件や土層構成を有する地盤には適用がかなり困難となる弱点がある。

この問題点の解決策として考えられるのが有限要素法の適用である。有限要素法を用いれば、任意の荷重条件・境界条件のもとでの複雑な土層を有する地盤の変形・応力解析が可能である。しかし、先に述べた支持力理論や

円弧すべり法などの安定計算に対応した極限状態の荷重に対してこの有限要素法を適用する場合、通常非線形有限要素解析などで用いられる増分法では一般に計算が不可能となる。これは、破壊状態に達した土がその応力・ひずみ関係において解の一意性を満足しなくなるためであるが、このことが、有限要素法そのものが安定解析のような極限状態における解析に適していないとよくいわれる理由となっている。近年では、地盤の崩壊状態に起こる不連続面の形成とすべりの問題を表現するために初めから不連続なモデル化を行う剛体ばね法¹⁾や、塑性論における上界・下界定理と有限要素法を組み合わせた極限解析法^{2),3)}が提案され、地盤の安定解析に対し大きな成果を上げている。しかし、これらの方法は、土の構成式の選択の範囲が非常に制限されるか、もしくは変形が全く考慮できない解析法となっている。

これに対し Zienkiewicz・Corneau⁴⁾ は、仮想的な粘塑性解析手法を用いることによって有限要素法でもかなりの精度で極限状態の解析を行うことが可能であることを示した。この方法は破壊域に達した土の完全塑性の挙動を表わすために従来からの弾粘塑性解析手順を応用し、その定常状態に達した時点での解を連ねることによって弾塑性解析の解とするものであり、数値計算上非常に安定性が高く破壊基準に忠実な計算が行えるもので

* 正会員 鹿島建設株式会社 情報システム部長
(〒107 港区元赤坂 1-2-7)

** 工修 鹿島建設株式会社 情報システム部開発課長
(同上)

*** 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

**** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

ある。その後、小林⁵⁾はこの手法を援用して、斜面や盛土の安定問題に適用し、円弧すべり法による解と比較することにより、有限要素法でも安定解析が行えることを示した。また、飯塚・良峰・太田・皇⁹⁾は小林にならってこの手法を強度異方性をもつ土に適用し、地盤の弾・完全塑性挙動を解析した。

以上の研究例は全応力解析のみへの適用にとどまり、土の物性も破壊基準に達するまでは線形弾性体であるとの仮定に基づいたものであった。しかしながら、地盤の挙動は圧密現象に代表される変形と浸透流の連成問題として解析されるのがより実際に近いモデル化であり、そのためには土の構成式も有効応力に基づいた方が都合がよい。

地盤の変形と浸透流の連成を考慮した変形解析手法は、Christian⁷⁾、Sandhu・Wilson⁸⁾、Christian・Boehmer⁹⁾によって初めて提案され、日本では、Yokoo・Yamagata・Nagaoka¹⁰⁾の研究を皮切りに、Shoji・Matsumoto¹¹⁾は実際の盛土で得られた計測値との比較によって本解析法の有用性を確認している。以上までは土の構成式に線形弾性モデルを用いたものであったが、さらに従来からの土の構成式の研究成果を大幅に取り入れた弾塑性もしくは弾粘塑性変形・浸透流連成解析が多く行われるようになり、Ohta・Yoshitani・Hata¹²⁾、赤井・田村¹³⁾、Ohta・Mochinaga・Kurihara¹⁴⁾、柴田・関口¹⁵⁾、Matsui・Abe¹⁶⁾、小林¹⁷⁾、Nakai・Matsuoka¹⁸⁾の研究が代表的なものとなっている。

これらの研究成果を踏まえ、本論文では先に述べた仮想的な粘性計算手法を用いることによって破壊域に達している土要素の変形挙動を規定した弾塑性変形・浸透流連成解析法を提案し、荷重の漸増と圧密に伴う地盤の弾塑性的な変形・応力の挙動と破壊域の進展状況を地盤が極限状態に至るまで、すべて有効応力に基づいて解析することを試みる。

対象とする地盤は粘性土地盤に絞り、土の弾塑性構成モデルとしては、異方圧密された土の強度異方性を考慮できる関口・太田が提案したモデル^{19), 20)}を採用した。

本論文では、初めに本解析手法の概略について述べ、次に非排水地盤を想定した簡単なモデルでの耐荷力解析を行い、従来の弾塑性変形・浸透流連成解析および理論解との比較結果を示す。さらに、破壊した実際の盛土例を対象に施工中の圧密の効果も考慮に入れた解析を行い、本解析手法の実用性を示す。

2. 仮想粘性法による解析法

(1) 仮想粘性法の特徴

有限要素法によって地盤の安定解析を行う場合、極限状態に至るまでに生じる地盤の部分的破壊域を精度よく

表わす必要がある。

本論文では土の構成式に関口・太田による弾塑性構成モデルを用いるが、限界状態 (critical state) における応力・ひずみ増分関係は不定となることから、これをそのままの形で有限要素法に適用した場合、地盤全体が破壊状態となる以前に個々の土要素の破壊によって数値解自体が不安定となり発散する傾向が生ずる。この数値解析上の弱点を補うために、限界状態に達した要素に対して Zienkiewicz ら⁴⁾および小林⁵⁾が行っている仮想的な粘性計算手法 (以下、仮想粘性法と略称する) を導入し、限界状態に至るまでの解析を試みる。

仮想粘性法の計算手順は非線形解析にしばしば用いられる初期応力法 (initial stress method) と同様に、過剰な応力を未破壊域の地盤に再配分させる方法をとる。仮想粘性法は仮想的な時間増分の取り方を工夫し、時間積分の方法に収束性のよいものを用いることによってより安定性の高い計算が行えるものである。

本解析法は弾塑性変形・浸透流連成解析 (以下、弾塑性連成解析と略称する) に対しては通常の増分法を用い、いったん限界状態に達した要素は、関口・太田によるモデルの降伏曲面とは別に、限界状態を規定する曲面を仮想的な粘性計算のための降伏関数とみなして収束計算が行われる。しかし、粘性計算時に用いられる時間増分は、実際の時間の進行とは無関係な仮想時間であり、仮想時間が経過している間は実際の時間 (実時間) の経過を一時停止させることになる。

仮想粘性法を用いた解析による応力経路と応力・ひずみ関係の変化を模式的に表わしたのが図-1である。異方正規圧密された土の初期応力状態を図-1(a)中のA点とする。載荷に従って応力は徐々に変化し、ついには限界状態線上のB点に達する。これに対応して、応力・ひずみ関係は図-1(b)中のA'点からB'点に移動することになる。さらに載荷するとせん断強度であるB'点を応力が飛び越えてしまい (B'点→C'点)、実際には起こり得ない応力状態になる場合がある。この状態の要素に仮想粘性法を適用する。仮想的な粘性計算の繰り返しによってこの要素の応力緩和を図り、定常状態に達し

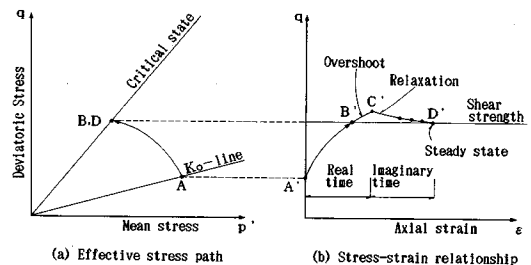


図-1 仮想粘性法による応力経路と応力・ひずみ関係

た時点 (D' 点) をもって弾塑性連成解析の解とするのである。仮想粘性法による繰り返し計算はすべての要素が定常状態に達するまで行われ、この間は仮想時間のみが進行することになる。図-1(b) 中 A'-B'-C' 間が実時間の経過に伴って進行する応力・ひずみ曲線であり、粘性計算中の C'-D' 間は実時間の進行のない仮想時間に対応する応力・ひずみ曲線である。

連成解析手法は Iizuka・Ohta²¹⁾ によるものと同じであるので詳細は参照されたいが、基本的には Christian⁹⁾ が提案している圧密解析手法とほぼ同様に水圧を要素中心で評価するものである。赤井・田村¹³⁾ にならって時間積分の方法に後退差分を用い精度を向上させている。Iizuka^ら²¹⁾ はプログラムコード名として DACSAR と称し、本論文において実時間部分の計算は DACSAR と同じである。

(2) 仮想粘性法を用いた有限要素法

関口・太田によるモデルを用いた弾塑性連成解析への仮想粘性法の適用に先立ち、仮想粘性法を用いた有限要素法について述べる (Zienkiewicz^ら⁴⁾ および小林⁵⁾ の方法の要約)。

まず、ある要素の応力点が初期降伏曲面を越えた場合の全ひずみベクトル $\{e\}$ が弾性成分 $\{e^e\}$ と粘塑性成分 $\{e^{vp}\}$ からなると考えると、

$$\{e\} = \{e^e\} + \{e^{vp}\} \dots \dots \dots (1)$$

と表わすことができる。

ここで、関連流れ則 (Drucker²²⁾ のいう Normality rule) を適用し、粘塑性ひずみ速度ベクトル $\{\dot{\epsilon}^{vp}\}$ を

$$\{\dot{\epsilon}^{vp}\} = \beta < \frac{f}{f_0} > \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

と表わすこととする。

ここで、

$$f < 0 \text{ のとき, } < \frac{f}{f_0} > = 0, f \geq 0 \text{ のとき, } < \frac{f}{f_0} > = \frac{f}{f_0} \dots \dots \dots (3)$$

であり、 f は粘性に関する便宜的な降伏関数、 f_0 は f を正規化するためのある時点での降伏関数値、 $\{\sigma\}$ は応力ベクトル、 β は粘性に関する定数である。

次に、ある時刻 (仮想時刻) $\bar{t} = \bar{t}_0$ から $\bar{t} = \bar{t}_0 + \Delta \bar{t}$ に至るまでの時間 $\Delta \bar{t}$ に対応する粘塑性ひずみ増分の差分近似は以下のように表わすことができる。

$$\{\Delta \epsilon^{vp}\} = \frac{\{\Delta \epsilon^{vp}\}}{\Delta \bar{t}} = (1 - \theta) \{\dot{\epsilon}^{vp}\}_{\bar{t}=\bar{t}_0} + \theta \{\dot{\epsilon}^{vp}\}_{\bar{t}=\bar{t}_0 + \Delta \bar{t}} \dots \dots \dots (4)$$

式 (4) で、 $\theta = 0$ のときは、前進差分、 $\theta = 0.5$ のときは、中央差分、 $\theta = 1$ のときは、後退差分となる。本論文では小林⁵⁾ にならって収束性をよくするために、後退差分を選択する。

$$\{\Delta \epsilon^{vp}\} = \Delta \bar{t} \{\dot{\epsilon}^{vp}\}_{\bar{t}=\bar{t}_0 + \Delta \bar{t}} \dots \dots \dots (5)$$

式 (5) をテーラー展開し、高次項を無視することによって次式が得られる。

$$\{\Delta \epsilon^{vp}\} = \Delta \bar{t} \left(\{\dot{\epsilon}^{vp}\}_{\bar{t}=\bar{t}_0} + \left[\frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} \right]_{\bar{t}=\bar{t}_0} \{\Delta \sigma\} \right) \dots \dots \dots (6)$$

ここで、弾性応力・ひずみマトリックスを $[D^e]$ と表わすと、

$$\{\Delta \sigma\} = [D^e] \{\Delta \epsilon^e\} = [D^e] (\{\Delta \epsilon\} - \{\Delta \epsilon^{vp}\}) \dots \dots \dots (7)$$

であるから、式 (7) に式 (6) を代入して応力増分ベクトル $\{\Delta \sigma\}$ について解くと、次式のようになる。

$$\{\Delta \sigma\} = [\bar{D}] (\{\Delta \epsilon\} - \Delta \bar{t} \{\dot{\epsilon}^{vp}\}_{\bar{t}=\bar{t}_0}) \dots \dots \dots (8)$$

ただし、簡単のため、

$$[\bar{D}] = \left([D^e]^{-1} + \Delta \bar{t} \left[\frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} \right]_{\bar{t}=\bar{t}_0} \right)^{-1} \dots \dots \dots (9)$$

としている。

一方、節点変位 $\{u\}$ と要素内ひずみ $\{e\}$ との間に

$$\{e\} = [B] \{u\} \dots \dots \dots (10)$$

という関係を置くと、仮想仕事の原理より、

$$\int_V [B]^T \{\sigma\} dV - \{L\} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

なる関係式が得られる。ここで、 $\{L\}$ は表面力および物体力に等価な節点外力である。式 (11) を増分関係に書き改め、式 (8) を代入することにより次式が得られる。

$$[K] \{\Delta u\} - \{\Delta L\} = 0 \dots \dots \dots (12)$$

ここで、

$$[K] = \int_V [B]^T [\bar{D}] [B] dV \dots \dots \dots (13)$$

$$\{\Delta L\} = \Delta \bar{t} \int_V [B]^T [\bar{D}] \{\dot{\epsilon}^{vp}\}_{\bar{t}=\bar{t}_0} dV \dots \dots \dots (14)$$

である。

式 (14) は式 (6) で規定された粘塑性ひずみと等価な節点外力である。したがって粘塑性変位量は式 (12) によって計算され、式 (8) によって増分応力が算出される。

この計算を適当な時間増分 $\Delta \bar{t}$ ごとに繰り返し行うことによって時々刻々の応力と変形が求められるが、この時間の経過は仮想的なものであり、実時間は停止している。したがって、初期の降伏曲面に応力点が近づきすべての要素の粘塑性ひずみ速度がほとんど0となった定常状態における結果のみが求められるべき荷重増分とそれに対応する変位増分の関係である。また、この方法で用いられる時間増分 $\Delta \bar{t}$ や粘性に関する定数 β の大きさはあくまでも便宜上のものとなる。

(3) 関口・太田によるモデルと限界状態

粘土の弾塑性モデルである関口・太田によるモデル^{19), 20)} の降伏関数 F は次式で与えられる。

$$F = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e_0} \ln \frac{p'}{p_0'} + D\eta^* - v^p \dots \dots \dots (15)$$

ここで、 λ, κ はそれぞれ圧縮指数、膨潤指数、 e_0, p_0'

は先行圧密終了時の間隙比と平均有効主応力であり、 D はダイレイタンス係数である。また、 v^p は塑性体積ひずみであり、ひずみ硬化パラメーターとしての役割をもっている。応力パラメーターである平均有効主応力 p' と相対せん断応力 η^* は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} p' &= \frac{1}{3} \sigma'_{ij} \delta_{ij}, \quad s_{ij} = \sigma'_{ij} - p' \delta_{ij} \\ \eta_{ij} &= \frac{s_{ij}}{p'}, \quad \eta^* = \sqrt{\frac{3}{2} (\eta_{ij} - \eta_{ij0}) (\eta_{ij} - \eta_{ij0})} \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

ここで、 σ'_{ij} は有効応力テンソル、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタであり、 η_{ij0} は η_{ij} の先行圧密状態における値である。

次に、関口・太田によるモデルから導かれる粘土の限界状態の定義を考える。

粘土の破壊状態を塑性体積ひずみ増分が0となり、単にせん断変形のみが無限大に発生する状態と考えよう。関連流れ則を用いる限りこの2つの条件は互いに等価であり、一方が満足されれば他方も自動的に満足される。式(15)に関連流れ則を適用すると塑性ひずみ成分 ϵ'_{ij} は、

$$\epsilon'_{ij} = \alpha \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \dots\dots(17)$$

として表わすことができる。ただし α は正のスカラパラメーターである。塑性体積ひずみ増分が0となる条件より、

$$dv^p = \alpha \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \delta_{ij} = 0 \dots\dots(18)$$

となり、 $\left\{ \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} \right\}$ は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial \sigma'_{ij}} &= \frac{D}{3p'} \left[\frac{\lambda - \kappa}{D(1 + e_0)} - \frac{3}{2\eta^*} \eta_{kl} (\eta_{kl} - \eta_{kl0}) \right] \delta_{ij} \\ &+ \frac{3D}{2\eta^* p'} (\eta_{ij} - \eta_{ij0}) \dots\dots(19) \end{aligned}$$

で与えられることから、式(18)、式(19)より、

$$M - \frac{3}{2\eta^*} \eta_{kl} (\eta_{kl} - \eta_{kl0}) = 0 \dots\dots(20)$$

が得られる。ただし、

$$M = \frac{\lambda - \kappa}{D(1 + e_0)} \dots\dots(21)$$

であり、式(20)が関口・太田によるモデルから導かれる破壊条件式となる。

式(20)は異方圧密粘土の一般応力条件下の破壊条件式であるが、等方圧密粘土の軸対称条件下ではオリジナルカムクレイモデル(Roscoeら²³⁾)が示す限界状態と同一となる。すなわち、

$$M - \frac{q}{p'} = 0 \dots\dots(22)$$

ここで q は主応力差を表わす。

(4) 仮想粘性法に用いる降伏関数の取り扱い

仮想粘性法を適用するための仮想的な降伏関数を式(20)より

$$f = \frac{3}{2\eta^*} \eta_{kl} (\eta_{kl} - \eta_{kl0}) - M = 0 \dots\dots(23)$$

と定義する。

式(15)によって、土要素の破壊前における応力・ひずみ関係が定義されるが、破壊時にはせん断ひずみが不定となる。破壊時の応力状態を表わす式(23)をあらためて仮想粘性法の降伏関数と置き換えるわけである。式(23)は仮想粘性法導入の見地からは一種の降伏関数とみなすことができ、この降伏関数 f はひずみ硬化を起こさない。

関連流れ則が適用できるとして、式(23)を粘塑性ポテンシャルとみなし、粘塑性ひずみを計算するとダイレイタンスが生じる。したがって、塑性体積ひずみ増分が0とならず関口・太田によるモデルが要求している限界状態での $dv^p=0$ の条件を満足しなくなる。そこで、本論文では関数 f のかわりに、次式で示す関数 g をもって仮想粘性法における粘塑性ポテンシャル関数とする。

$$g = \left\{ \frac{3}{2\eta^*} \eta_{kl} (\eta_{kl} - \eta_{kl0}) \right\}_{p'=p'_f} - M = 0 \dots\dots(24)$$

f を降伏関数とし、 g を粘塑性ポテンシャル関数とすると、結局非関連流れ則を用いることになる。しかし、非関連流れ則が計算アルゴリズムをいたずらに複雑化させることを避けるために、本論文では式(23)中の一変数である平均有効主応力 p' のかわりに各要素の破壊時の平均有効主応力 p'_f を定数として用いた式(24)を降伏関数とする。関数 f と g の関係を図-2に示す。 p'_f は式(15)を用いた有限要素計算から求めるので仮想粘性法を導入する段階ではすでに既知なものである。関数 g は破壊時の個々の要素の p'_f に対応した一般化せん断応力 q^* ($=\sqrt{\frac{3}{2}} s_{ij} s_{ij}$)を規定する。 (q^*, p'_f) は限界状態における応力状態をも満足していることになる。

したがって、関連流れ則をここに適用して、 g を降伏関数とみなしてもよい。

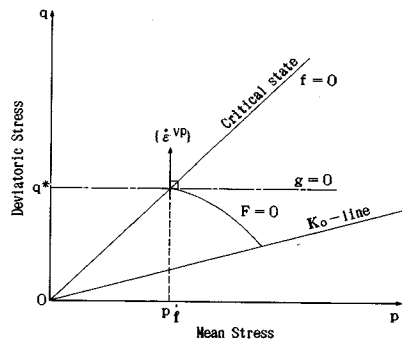


図-2 仮想粘性法に用いる関数 f と g の関係

このような工夫を凝らすことによって、一般的には非関連流れ則を使うべきところをそれと等価な関連流れ則の採用により処理することが可能であり、計算アルゴリズムを簡単にすることができる。

(5) 仮想粘性法を導入した弾塑性連成解析

仮想粘性法を導入した弾塑性連成解析では、水の流れを規定する実時間と仮想粘性法で用いられる仮想時間を明確に区別する必要がある、前者を t 、後者を \bar{t} とする。本解析法の概略の計算フローを図-3に示す。

実時刻 t の経過に従って弾塑性連成解析が行われ、限界状態に達した要素が発生した場合、仮想的な粘性計算手法が導入される。つまり、

(i) 限界状態に達した要素は仮想時刻 $\bar{t} = \bar{t}_0$ から $\Delta \bar{t}$ の間に、 g によって算出される粘塑性ひずみ速度を発生するものとする。

(ii) 式(2)として、

$$|\dot{\varepsilon}^{vp}| = \left(\beta \frac{g}{g_0} \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma} \right] \right)_{\bar{t} = \bar{t}_0} \dots \dots \dots (25)$$

を用いることにより、その要素の仮想的な粘塑性ひずみ速度を算出する。

(iii) 適当な仮想時間増分 $\Delta \bar{t}$ (付録-A参照) を与えることによって、式(6)から粘塑性ひずみ増分を算出する。

(iv) 式(12)によって粘塑性変位量が求められ式(8)によって増分粘塑性応力が計算される。

(v) 以上の仮想時間における計算手順の繰り返しによって定常状態に達したところで、次の実時間ステップへと進む。

仮想的な粘塑性計算中は、実時間の進行はないものとして一時的な非排水条件下での解析となる。また、

$$\left[\frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial \sigma'} \right]_{\bar{t} = \bar{t}_0} = \frac{\beta}{g_0} \left(\left[\frac{\partial g}{\partial \sigma'} \right]^T \left[\frac{\partial g}{\partial \sigma'} \right] + g \left[\frac{\partial^2 g}{\partial \sigma'^2} \right] \right)_{\bar{t} = \bar{t}_0} \dots \dots \dots (26)$$

によって求められることになる $\left(\left[\frac{\partial g}{\partial \sigma'} \right] \left[\frac{\partial^2 g}{\partial \sigma'^2} \right] \right)$ の計算については付録-Bを参照のこと。

3. 非排水条件下での粘土地盤の耐荷力解析

ここでは、非排水条件下での粘土地盤の耐荷力解析を、仮想粘性法を用いた弾塑性連成解析によって行い、仮想粘性法を用いない弾塑性連成解析 (DACSAR²¹⁾、以下、従来法とよぶ) との比較により、仮想粘性法の有用性を検証する。

(1) 解析モデル

解析例として、一様な水平粘性土地盤上に作用する底面が滑らかな剛体基礎のパンチングを取り上げる。図-4に有限要素メッシュ図を示す。初期応力は全領域一様で、 $p' = p'_0 = 1.0 \text{ tf/m}^2$ の等方正規圧密状態を想定した。地盤の物性パラメーターは表-1に示すとおりである。水圧に関する境界条件は全領域非排水条件とし、変位に関する境界条件は底面が完全固定、左右の境界が鉛直ローラとしている。

(2) 解析結果

本解析に際しては、剛体基礎部分に鉛直方向の強制変

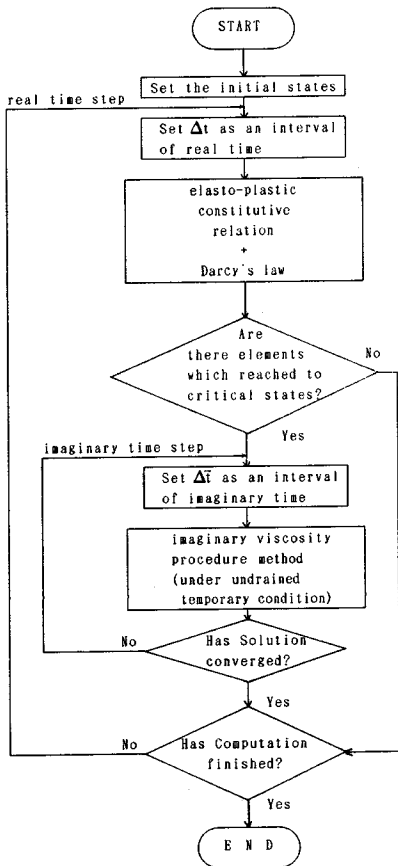


図-3 仮想粘性法を用いた弾塑性連成解析の概略フロー

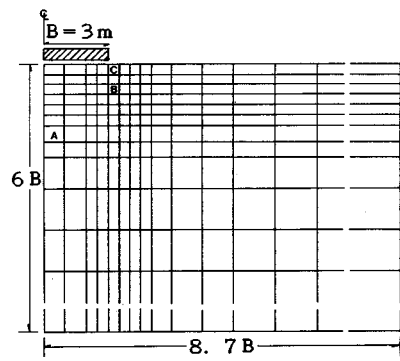


図-4 解析領域と有限要素分割

表一 仮想地盤の物性パラメーター

D	Λ	M	ν'
0.086	0.6	1.0	0.333

D : coefficient of dilatancy
 Λ : irreversibility ratio
 M : critical state parameter
 ν' : effective poisson's ratio

位を徐々に与え、それに伴って生じる鉛直方向反力の合計値を基礎幅で割った値を荷重とみなすこととした。このような変位制御の解析では限界状態に近づきつつあるときの変位増分に対する荷重(反力)増分が非常に小さくなり、精度の高い極限荷重の計算を行うことができる。

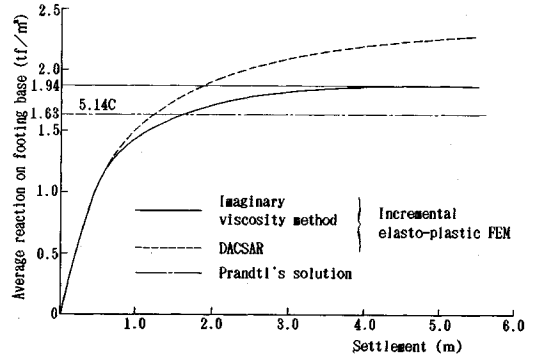
図一5は荷重と沈下量の関係である。実線が仮想粘性法による結果、破線が従来法による結果である。両手法による違いは荷重強度が1.2 tf/m²から現われ始め、仮想粘性法による結果は荷重強度が1.94 tf/m²となったところではほとんど変化しなくなる。一方、従来法によるものは、仮想粘性法よりもかなり高め荷重が得られ、沈下量の増加に従って、さらに荷重が増え続ける傾向を示している。同図中、一点鎖線で示してあるのは、Prandtlの解(5.14 c, cはせん断強度)である。同図よりわかるとおり、仮想粘性法によって得られた最終的な荷重強度1.94 tf/m²はPrandtlの解1.63 tf/m²よりも20%程度大きい。ここで取り上げた解析例のように応力集中が生じるモデルでは、要素分割の違いによって解が変動する。応力勾配が急な付近の要素分割をより細かくするか、もしくは特殊な要素(例として、小林²⁴⁾が採用している特異要素)を用いる工夫によって解の精度を向上させることが可能となろう。また、関口・太田によるモデルでの平面ひずみ条件における非排水せん断強度cは、等方正規圧密状態の場合、Ohta・Nishihara・Morita²⁵⁾より、

$$\frac{c}{p_0} = \frac{M \exp(-\Lambda)}{\sqrt{3}} \dots \dots \dots (27)$$

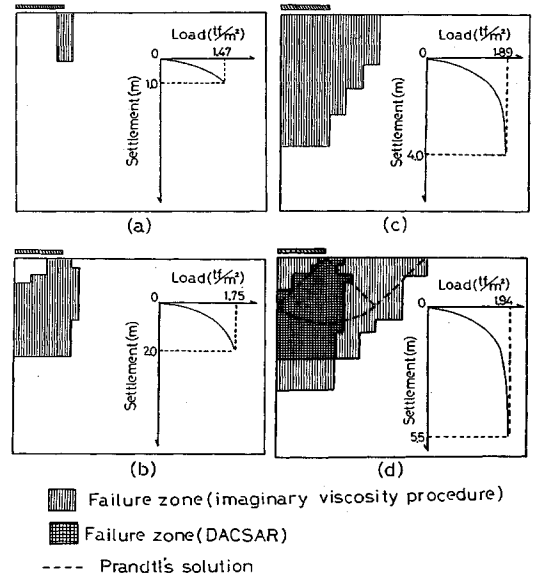
で与えられる。ただし、 $\Lambda = 1 - \frac{\nu}{\lambda}$ である。

図一6は、荷重の増加に伴う破壊域の進展の様子を表わしたものである。ここでは、仮想粘性法による結果のうち、荷重強度1.47, 1.75, 1.89, 1.94 tf/m²の破壊域と1.94 tf/m²における従来法による結果を示している。これらの図より、破壊域は当初基礎下方に進展し、後に側方に広がっていく傾向が伺える。また、図一6(d)から、同じ荷重のときの両手法による破壊域の違いは大きく、仮想粘性法による結果の方が従来法に比べ破壊域の拡がりはかなり大きくなっていることがわかる。同図中にはPrandtlのすべり線を参考のため併記してある。

図一7は図一4中に示した要素A, B, Cに対応する有効応力径路である。同図中点線で示してあるものは式(15)と非排水条件式 $v = v^e + v^p = 0$ (ここに v^e は弾



図一5 荷重・沈下曲線



図一6 荷重強度の増加に伴う破壊域の進展

性体積ひずみ) および平面ひずみ条件式 $\sigma'_2 = (K'_0/1 + K'_0)(\sigma'_1 + \sigma'_3)$ (ここに K'_0 は静止土圧係数, σ'_1, σ'_3 は最小, 最大有効主応力, σ'_2 は中間有効主応力) から導かれる理論的な非排水有効応力径路である。図一7より、限界状態に達する以前の有効応力径路は仮想粘性法および従来法による計算値と理論解がよく一致していることがわかる。しかし、仮想粘性法による結果は限界状態に応力が達するとそれ以上 p' および q が変化しなくなるのに対し、従来法では、応力点の変動し、発散する傾向を示す要素(図一7(c))が生じている。この結果から、仮想粘性法が従来法に比べ非常に安定性の高い解析手法であることがわかる。

4. Portsmouth 試験盛土の解析

実際に施工され破壊した盛土に対する変形および安定解析を仮想粘性法を用いた弾塑性連成解析によって行

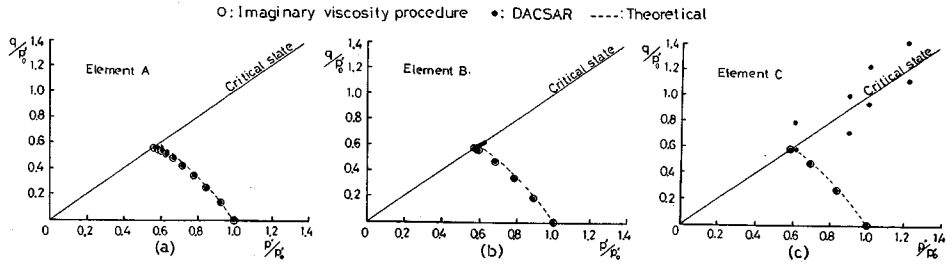


図-7 応力径路の比較

い、実測値との比較を通じ、実用性の検討を行う。

(1) Portsmouth 試験盛土の概要²⁶⁾

Portsmouth 試験盛土は Boston 北方の Portsmouth で行われた高速道路 (Interstate Route 95) の改築に際して、基礎地盤の特にせん断強度の調査を目的として施工された盛土である。図-8 に Portsmouth 試験盛土の断面形状を示す。盛土形状は左右対称形ではなく西側が東側に比べ勾配がやや急となるように施工されており、盛土の破壊はこの西側で起きている。地盤は地表から深さ約 10 m までが軟弱で鋭敏な海成粘土からなり、その下層には砂質シルト層、上層の海成粘土層とはほぼ同様の性質を有する粘土層、さらに比較的透水性のよい Till (氷礫土) がおのおの 1 m~2 m 程度の層厚をもって堆積している。図-9 には海成粘土層の物理的性質と応力履歴を示す。単位体積重量の違いから海成粘土層は 3 層に分けることができ、最上層の粘土層 (図-8, 9 中における Medium clay) は大きい圧密降伏応力をもっている。

(2) 有限要素解析へのモデル化

a) 解析モデルと解析条件

有限要素のモデル化は盛土の破壊が生じた西側半分について行うこととした。図-10 に有限要素メッシュを示す。解析領域としては深さ方向に関して、他層に比べかなり剛性が大きいと思われる Till 層より上層を考え、側方境界 (境界 AB) は盛土中心線から 80 m の位置に設定した。境界条件は図-10 に示すとおりであり、境界 BC に関しては Till 層の透水性が比較的良好的なものとみなせるため排水境界とし、盛土要素に関しても過剰間隙水圧が発生しない条件つまり完全排水条件を仮定した。

b) 解析用物性パラメーター

関口・太田によるモデルに必要なパラメーターは M , D , A , 有効ボアソン比 ν , 圧密降伏応力 σ'_{vs} , 正規圧密時の静止土圧係数 K'_0 , 初期鉛直有効応力 σ'_{v0} , 原位置の静止土圧係数 K'_0 である。これらのパラメーターは通常物理試験と標準圧密試験のほか等方圧密試験や, K_0 圧密試験などの実施によって本来得られるものであるが、これらの試験が行われていない場合やデータの入手

が不可能な場合には何らかの方法で推定しなければならない。Iizuka ら²¹⁾ はこれらのパラメーターを粘土の塑性の性質と強度特性に関連深い塑性指数 PI から統一的に推定する方法を提案している。

標準圧密試験および非排水三軸圧縮試験結果から海成粘土層の有効内部摩擦角 ϕ' , λ および α が Ladd²⁶⁾ により報告されている。本論文では、図-9 に示すように海成粘土層を単位体積重量の相違により 3 層 (Medium Clay, 上部 Soft Clay, 下部 Soft Clay) に分けて解析を行うが、上の試験で得られている諸量を用いて求まるパラメーター M , D および A は 3 層で共通とした。他

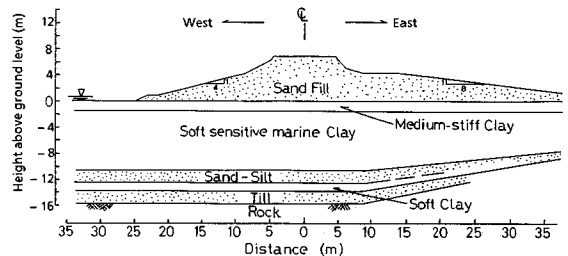


図-8 Portsmouth 試験盛土の断面形状と土層構成 (Ladd²⁶⁾ による図をもとに作成)

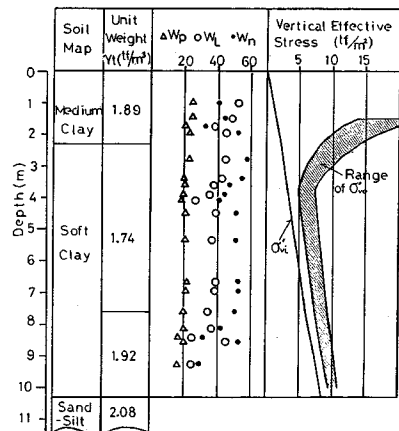


図-9 地盤の物理的性質と応力履歴 (Ladd²⁶⁾ による図をもとに作成)

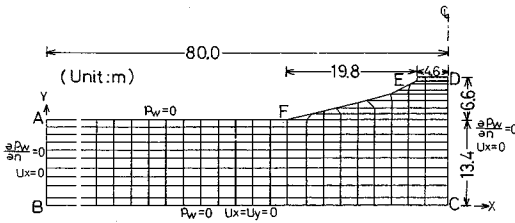


図-10 要素分割と境界条件

のパラメーター K_0 , K'_i および ν は Iizuka らによる PI からの推定値を用いた。ただし、PI は各層ごとに平均値を代表値としている。海成粘土層の透水係数も PI から推定し、砂質シルト層の透水係数は一般的な数値として 10^{-5} cm/s を採用した。これらをまとめて表-2 に示す。なお、Ladd²⁶⁾ は海成粘土層の非排水せん断強度の推定値を示している。表-2 に示されている本解析に用いた物性値に基づく非排水せん断強度の理論値と Ladd による推定値も参考のため表-2 に示した。Ladd による推定値の方が理論値よりやや大きめに算定されていることがわかる（異方圧密粘土に対する非排水せん断強度の理論式については文献 25) を参照されたい）。

盛土部は簡単のために弾性体近似し、弾性係数 500 tf/m²、ポアソン比 0.33 を仮定した。一般によく締め固められた盛土の弾性係数は 2 000 tf/m²~3 000 tf/m² といわれる。しかしここでは盛土本体の破壊までを想定して、やや小さめの弾性係数を設定した。

(3) 解析結果

図-11 に盛土築造過程とこれに対応した盛土中央部の地表面沈下量の実測値と計算結果の比較を示す。図-

11(a) において実線が実際の盛土築造過程であり、破線が有限要素解析に用いるためにそれを便宜上やや簡略化したものである。実測では、盛土高が 6.6 m に達したとき、破壊が生じたと報告されている。

図-11(b) より、盛土高が 5.0 m に達するまでは計算による沈下量は実測値よりやや大きめになっていることがわかる。しかし、入力パラメーターが推定によるものであることを考えれば、ほぼよい一致を示しているといえよう。ここからさらに盛土高を増すと、急激に沈下量が増加し始める。図-11(b) 上に示した A 点~E 点の沈下量と盛土高に対応する地盤の破壊域を示したのが図-12 である。初め、盛土中央部の下とのり尻付近の

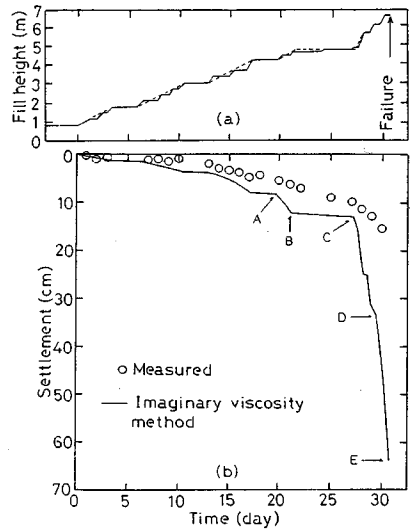


図-11 実測沈下量と計算値の比較

表-2 物性パラメーター一覧

	Depth (m)	PI (%)	M	λ	D	ν	σ'_{vc} (tf/m ²)	K'_c	σ'_{vi} (tf/m ²)	K'_i	k (m/day)	E (tf/m ²)	C^* (tf/m ²)	C^{**} (tf/m ²)
Medium Clay	0~1.15	24	0.81	0.93	0.10	0.35	13.8	0.54	0.51	2.33	0.0004	-	2.73	4.90
	1.15~2.3						13.8		1.54	1.43	0.00018	-	2.94	
Soft Clay	2.3~3.53	18	0.81	0.93	0.10	0.34	7.26	0.52	2.50	0.83	0.00034	-	1.71	2.57
	3.53~4.76						5.80		3.41	0.66	0.00043	-	1.42	1.76
	4.76~6.0						6.92		4.33	0.64	0.00036	-	1.69	1.96
	6.0~7.6						8.07		5.38	0.62	0.00031	-	1.98	2.50
							7.6~8.95		15	0.81	0.93	0.10	0.33	9.23
8.95~10.3	10.2	7.83	0.56	0.00023	-	2.60								
Sand-Silt	10.3~12.2	-	-	-	-	0.33	-	-	9.48	0.50	0.00086	450.0	-	-
Soft Clay	12.2~13.4	15	0.81	0.93	0.10	0.33	13.3	0.50	11.1	0.54	0.00021	-	3.42	4.21

in which the unit weight of sand-fill γ_s is 1.56 tf/m³
Sand-Silt layer is elastic material.

C^* : The theoretical undrained shear strength based on the soil properties in table-2

C^{**} : The estimated undrained shear strength by Ladd²⁶⁾

地表面に破壊域が現われる（図—12(a), (b)）。沈下量が急激に増加する直前のC点ではまださほど破壊域は広がっていないが（図—12(c)）、沈下量の急増に伴って盛土中央部下方の破壊域は上方と側方に拡がり始める（図—12(d)）。盛土高が7.2 mとなった（盛土高6.6 m以上は盛土最上層要素に所定の盛土高に対応する物体力増分を加えている）E点（図—12(e)）では、盛土中央部の破壊域がのり尻付近に生じていた破壊域とつながってしまうことがわかる。この段階で一種のすべり線が形成され、破壊したと解釈できる。図—12(e)に示した破壊線は破壊時の様子から推定される実測の円弧すべり線²⁶⁾である。計算による破壊域と破線の円弧すべり線は、実測の方がやや深い位置ですべりが生じているが、比較적으로対応しているものと思われる。

5. 結 論

本論文では軟弱地盤上に建設される盛土などの土構造物の変形および安定解析手法として、仮想粘性法を用いた弾塑性変形・浸透流連成解析法を提案した。本解析法の特徴は地盤の初期状態から極限状態に至るまですべてを有効応力に基づいて解析が行え、地盤の部分排水効果やせん断強度の異方性が考慮できることにある。

本解析法を用いて非排水条件下でのモデル地盤の耐荷力解析を行った結果、従来の弾塑性変形・浸透流連成解析と比べ精度・安定性ともにより高い解析手法であることが検証された。さらに、実際に破壊した盛土を対象に解析を行い、実測の沈下量や破壊パターンとの比較より本解析手法は十分な実用性を有することが確認された。以上の結果から本解析手法によって土の弾塑性の性質と土中水やその排水効果を考慮したより実際に近いモデルを用いた地盤に対する変形解析と安定解析を同時に行うことが可能となった。

地盤の変形予測だけでなく、破壊域の発達状況を調べることにより、たとえば盛土の適正な施工速度の推定や安定性を向上させるための対策工（ドレーン工、薬液注入工など）を施す効率のよい位置の選定など本解析法は設計上非常に有益な手段になるものと思われる。

付録-A 仮想時間増分 $\Delta \bar{t}$ について

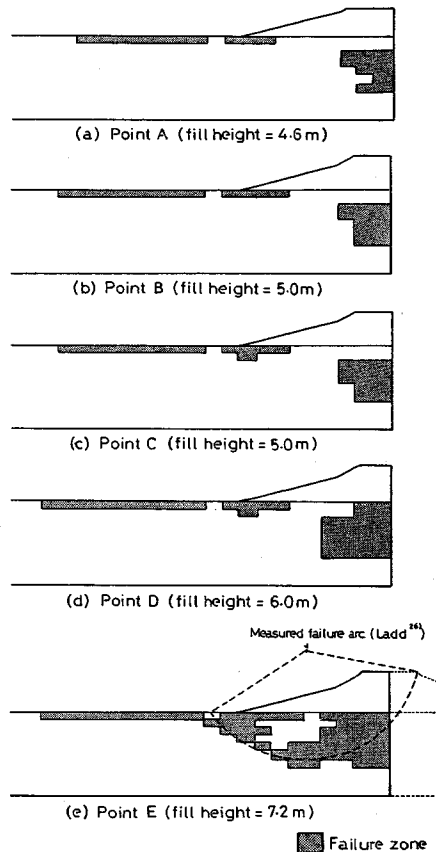
仮想時間増分 $\Delta \bar{t}$ の計算は小林⁵⁾に従い、次式を用いた。

$$\Delta \bar{t} = \tau \cdot \left(\frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}^{vp}} \right)_{\min} \dots \dots \dots (A.1)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}$ 、 $\bar{\varepsilon}^{vp}$ は次式で与えられるスカラー量である。

$$\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ij}}, \quad \bar{\varepsilon}^{vp} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp} \dot{\varepsilon}_{ij}^{vp}} \dots \dots \dots (A.2)$$

式 (A.1) 中の \min は破壊域に達している要素の中での



図—12 破壊域の変化

最小値を表わす。また、 τ は定数であり、本論文中の計算では $\tau=1.0$ としている。

付録-B $\left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'} \right\}, \left[\frac{\partial^2 g}{\partial \sigma'^2} \right]$ の計算

$\left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma'} \right\}, \left[\frac{\partial^2 g}{\partial \sigma'^2} \right]$ の各成分は次式で与えられる。

$$\frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}} = -\frac{9}{4 \eta^{*3} p_f'} A(\eta_{ij} - \eta_{jio}) + \frac{3}{2 \eta^{*2} p_f'} (2 \eta_{ij} - \eta_{jio}) \dots \dots \dots (A.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 g}{\partial \sigma'_{ij} \partial \sigma'_{mn}} &= \frac{81}{8 \eta^{*5} p_f'^2} A(\eta_{ij} - \eta_{jio})(\eta_{mn} - \eta_{mno}) \\ &\quad - \frac{9}{4 \eta^{*3} p_f'^2} (2 \eta_{ij} - \eta_{jio})(\eta_{mn} - \eta_{mno}) \\ &\quad - \frac{9}{4 \eta^{*3} p_f'^2} (\eta_{ij} - \eta_{jio})(2 \eta_{mn} - \eta_{mno}) \\ &\quad + \frac{3}{4 \eta^{*2} p_f'^2} \left(4 - \frac{3A}{\eta^{*2}} \right) \delta_{im} \delta_{jn} \dots \dots \dots (A.4) \end{aligned}$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A &= \eta_{kl}(\eta_{kl} - \eta_{klo}), \quad \eta_{kl} = \frac{S_{kl}}{p_f'} \\ S_{kl} &= \sigma'_{kl} - p' \delta_{kl} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (A.5)$$

である。

参考文献

- 1) 川井忠彦：新離散化モデルとその土質工学への応用，土と基礎，Vol. 29, No. 6, pp. 1~6, 1981.
- 2) Tamura, T., Kobayashi, S. and Sumi, T. : Limit analysis of soil structure by rigid plastic finite element method, Soils and Foundations, Vol. 24, No. 1, pp. 34~42, 1984.
- 3) Arai, K. and Tagyo, K. : Limit analysis of geotechnical problems by applying lower-bound theorem, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 4, pp. 37~48, 1985.
- 4) Zienkiewicz, O.C. and Corneau, I.C. : Viscoplasticity—plasticity and creep in elastic solids—a unified numerical solution approach, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 8, No. 4, pp. 821~845, 1974.
- 5) 小林正樹：有限要素法による地盤の安定解析，港湾技術研究所報告，第 23 巻，第 1 号，pp. 83~101, 1984.
- 6) 飯塚 敦・良峰 透・太田秀樹・嶋昭治郎：極限支持力と地盤内応力変化の有限要素解析，土木学会論文報告集，第 382 号 / III-7, pp. 255~263, 1987.
- 7) Christian, J.T. : Undrained stress distribution by numerical method, JSMFD, Proc. ASCE, Vol. 94, SM6, pp. 1333~1345, 1968.
- 8) Sandhu, R. and Wilson, E.L. : Finite element analysis of flow in saturated porous media, Proc. ASCE, Vol. 95, EM3, pp. 641~652, 1969.
- 9) Christian, J.T. and Boehmer, J.W. : Plane strain consolidation by finite elements, JSMFD Proc. ASCE, Vol. 96, SM4, pp. 1435~1457, 1970.
- 10) Yokoo, Y., Yamagata, K. and Nagaoka, H. : Finite element analysis of consolidation following undrained deformation, Soils and Foundations Vol. 11, No. 4, pp. 37~58, 1971.
- 11) Shoji, M. and Matsumoto, T. : Consolidation of embankment foundation, Soils and Foundations Vol. 16, No. 1, pp. 59~74, 1971.
- 12) Ohta, H., Yoshitani, S. and Hata, S. : Anisotropic stress-strain relationship of clay and its application to finite element analysis, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 4, pp. 61~79, 1975.
- 13) 赤井浩一・田村 武：弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析，土木学会論文報告集，第 269 号，pp. 95~104, 1978.
- 14) Ohta, H., Mochinaga, R. and Kurihara, N. : Investigation of soft foundations with surface reinforcement, 3rd Australia-New Zealand Conf. on Geomechanics, Part 1, pp. 123~128, 1980.
- 15) 柴田 徹・関口秀雄：盛土基礎地盤の弾・粘塑性挙動解析と破壊予測，土木学会論文報告集，第 301 号，pp. 93~104, 1980.
- 16) Matsui, T. and Abe, N. : Multi-dimensional elastoplastic consolidation analysis by finite element method, Soils and Foundations Vol. 21, No. 1, pp. 79~95, 1981.
- 17) 小林正樹：地盤の安定・沈下解析における有限要素法の活用，昭和 58 年度港湾技術研究所講演会講演集，pp. 71~101, 1982.
- 18) Nakai, T. and Matsuoka, H. : Constitutive equation for soils based on the extended concept of “spatial mobilized plane” and its application to finite element analysis, Soils and Foundations, Vol. 23, No. 4, pp. 87~105, 1983.
- 19) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clays, constitutive equation of soils, Proc. Speciality Session 9, 9th Int. Conf. Soil Mechanics & Foundation Engineering, Tokyo, pp. 229~238, 1977.
- 20) Ohta, H. and Sekiguchi, H. : Constitutive equations considering anisotropy and stress reorientation in clay : 3rd Int. Conf. on Numerical Methods in Geomechanics, pp. 475~484, 1979.
- 21) Iizuka, A. and Ohta, H. : A determination procedure of input parameters in elasto-viscoplastic finite element analysis, Soils and Foundations, Vol. 27, No. 3, pp. 71~87, 1987.
- 22) Drucker, D.C. : A more fundamental approach to stress-strain relations, Proc. 1st. U.S. National Congr., Appl. Mech., ASME, pp. 487~491, 1951.
- 23) Roscoe, K.H., Schofield, A.N. and Thurairajah, A. : Yielding of clays in states wetter than critical, Geotechnique, Vol. 13, pp. 211~240, 1963.
- 24) 小林正樹：有限要素法による安定解析への精度向上について，第 39 回土木学会年次学術講演会概要集，III160, pp. 319~320, 1984.
- 25) Ohta, H., Nishihara, A. and Morita, Y. : Undrained stability of K_0 -consolidated clays, Proc. of 11th ICSMFE, Vol. 2, pp. 613~616, 1985.
- 26) Ladd, C.C. : Test embankment on sensitive clay, Proc. ASCE, Spec. Conf. on Performance of Earth and Earth-Supported Structures, Vol. 1, pp. 101~128, 1972. (1987. 3. 20・受付)